





R vi

L D.

2.C

47033

LA THEORIE ET LA PRATIQUE
DE LA
COUPE DES PIERRES
ET DES BOIS
POUR LA CONSTRUCTION DES VOUTES
Et autres Parties des Bâtimens Civils & Militaires,

OU

TRAITE DE STEREOTOMIE
A L'USAGE DE L'ARCHITECTURE,

Par **M. FREZIER**, Chevalier de l'Ordre Militaire de Saint Louis,
Ingenieur ordinaire du Roy en Chef à Landau.

TOME SECOND.



A STRASBOURG.

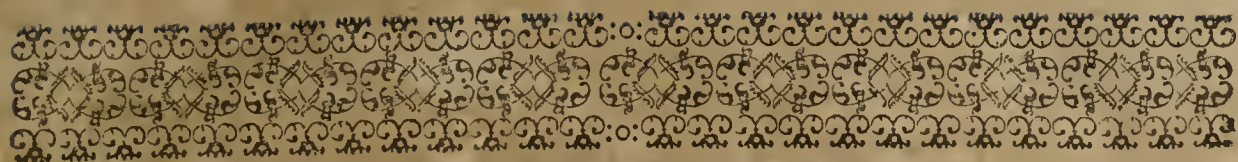
Chez **JEAN DANIEL DOULSSEKER** le Fils, Marchand Libraire
à l'entrée de la Ruë dite Flader - Gafs.

A PARIS,

Chez **CHARLES ANTOINE JOMBERT** Libraire, Ruë St.
Jacques, au coin de la Ruë des Mathurins.

M DCC XXXVIII.





AVERTISSEMENT.

IL est à propos que j'avertisse ici Messieurs les Souscripteurs , qu'ils doivent s'adresser aux Libraires de Paris & des Provinces , nommez dans le Projet de souscription qui a été publié , & non pas à moi , pour retirer les Exemplaires qui leur sont dûs.

Plusieurs d'entr'eux m'ont écrit des Provinces les plus reculées pour ce sujet , s'imaginant que j'avois quelque part au produit de l'impression. Je dois leur déclarer que je n'en ai aucune ; que je pense avec toute la noblesse , qui convient à un Officier , n'ayant eu pour objet de mon travail que le bien public , sans viser à aucun bénéfice : je puis même dire plus , prévoyant que par la circonstance des tems , il me seroit d'ailleurs infructueux quelque considérable qu'il soit.

Dans la même idée ces Messieurs se sont plaint à moi de plusieurs choses , qu'ils ne doivent imputer qu'au Libraire.

La première est le retardement de l'Edition , qui ne sera achevée qu'environ deux ans après qu'elle a été promise. Il n'y a pas de ma faute en cela , mon Manuscrit étoit achevé , lorsque l'impression a été proposée.

La Seconde est que le Papier est trop bis. Il n'a pas tenu à moi qu'il n'ait été plus blanc , je l'avois exigé du Libraire , avec qui je n'ai agi avec un extrême désintéressement , qu'à dessein de l'engager à ne rien épargner pour une belle Edition ; je suis fâché , comme ces Messieurs , qu'il n'ait pas secondé mon intention.

La Troisième est qu'il y a des fautes d'impression : j'en conviens , mais il n'y en a pas assez pour se récrier , il est difficile de les éviter totalement dans un Livre de cette nature , imprimé loin de l'Auteur ; celui de Mr. de la Ruë qui est si bien conditionné , & qui a été imprimé sous ses yeux à l'Imprimerie Royale , n'en est pas exempt ; puisqu'on en compte 87. dans l'Errata , sans celles qui ont échappé au Réviseur. Un Lecteur qui s'arrête à ces minuties pour juger d'un Livre , est semblable à un homme qui s'attacheroit plus à examiner le vase , qu'à goûter la liqueur qu'il contient. Les gens éclairés & intelligens ont d'autres remarques à faire , qui méritent des réponses plus sérieuses.

J'en vais rapporter ici une d'un de nos Ingenieurs , qui a les deux quali-

tez nécessaires pour juger de mon ouvrage , lesquelles sont très rarement rassemblées dans la même personne, c'est d'être en même tems Mathématicien & bon Architecte.

J'ai donné au troisiéme Livre page 325 & suivantes, la maniere de faire le développement du Cône scalene, par le moyen des cordes du cercle de sa base. Cette solution ne lui avoit pas paru suffisante du premier abord, en ce que le développement fait par les cordes, sera toujours plus petit, que celui de la surface courbée circonscrite à ces cordes. Il auroit souhaité que j'eusse donné la maniere de trouver l'angle $B^t S^t a^t$ (Tome premier, planche 22, figure 266.) que font entr'eux les côtes qui comprennent la surface développée; tels sont, (pour me servir d'un exemple familier) les bords d'un morceau de Papier, dont on avoit fait un cornet, à quoi j'ai répondu.

Premierement, que si l'on examine la fin de ma solution, on verra qu'étant relative à la construction des Voutes, dont les Vouffoirs ne se font bien que par le moyen des doëles plates, passant par les cordes des arcs, compris par les divisions des cintres en Vouffoirs, elle est très exacte, & très convenable à la pratique.

Secondement, qu'il ne me paroît pas possible, en général, de déterminer l'ouverture de cet angle dans le Cône scalene, & même pas toujours dans la supposition du Cône Droit, ce Probleme est transcendant, car il se réduit à *Trouver la Somme de telle partie qu'on voudra de tous les angles infiniment petits, qui forment l'angle solide du Cône scalene; en voici la raison:*

Il est démontré que la Somme de tous les angles infiniment petits autour du Sommet du Cône, est à la somme de tous les angles autour du centre de la base, c'est-à-dire à quatre Droits, comme réciproquement le rayon de la base est au côté du Cône. Le Lemme second page 22 de ce deuxième Tome, peut servir d'introduction à la connoissance de cette verité, que je suppose connuë. Ainsi nommant le rayon de la base r , & le côté du Cône c , la valeur de la somme de tous les angles infiniment petits, autour du Sommet, sera exprimée par $\frac{r}{c} \times 4$ Droits; c'est-à-dire, que si par exemple le rayon de la base est la moitié du côté du Cône, ou bien (ce qui revient au même) si la section triangulaire du Cône est un triangle équilatéral, la valeur de tous les angles autour du sommet sera de 180. degrés; mais toutes les fois que la raison de r à c , ne sera pas de nombre à nombre, il sera impossible d'exprimer la valeur de tous ces angles infiniment petits.

Le sçavant Lecteur dont je parle, a été satisfait de cette réponse.

Au reste, je souhaite que ce second Tome soit aussi bien reçu que le premier, qui m'a attiré des lettres obligeantes de plusieurs personnes distinguées par leur science dans les Mathématiques, & dans l'Architecture, parmi lesquels je puis nommer Mr. Senès de l'Académie des Sciences de Montpellier, Ingenieur en Chef de cette Place, & du Canal de Cette au Rhône, & Mr. Belidor Commissaire Provincial d'Artillerie, & Professeur Royal des Mathématiques aux Ecoles du même Corps, qui dans la Préface du premier Tome de son excellente *Architecture Hydraulique*, qu'il vient de publier depuis peu, m'honore d'éloges que je mérite moins par mes ouvrages, que par la conformité d'intention que j'ai avec lui, de travailler utilement pour les Arts nécessaires au bien de l'Etat. Heureux si j'avois autant de talens & de capacité que lui, pour seconder cette noble inclination. Nous lui avons l'obligation d'avoir enrichi ces Arts de belles Découvertes, & de les avoir éclairé des lumières de la raison; en quoi il a fourni aux Ingenieurs & aux Architectes, les moyens de s'aquiter facilement & parfaitement des Fonctions de leur Profession. Comme Ingenieur, je lui en fais mes remerciemens, & comme Particulier, sensible à l'honneur qu'il m'a fait en public, je lui dois aussi en public des marques de ma parfaite reconnaissance, que je le prie de recevoir, déclarant que par un excès de modestie, il attribue à mes conseils les beautés d'une Méthode, qui ne vient que de son propre fond.



Fautes à corriger avant que de lire.

<i>Pages.</i>	<i>Lignes.</i>	<i>Fautes.</i>	<i>Corrections.</i>
4	17	x	z
5	6	trouvera	tracera
13	34	face	base
16	2	ufuels	visuels
18	35	faire à	faire qu'à
19	16	hi de	hi & e d
20	17	peut	veut
23	29	A f B	AFB
24	4	Probl. II.	Probl. III.
25	8	L o	l o
26	14	HIR	HPR
38	2	même r	même r.
38	24	le plan	le plus
46	11	EB ... E P	E b ... E p
51	24	AD	BD
52	35	plane & pour	plane pour
55	26	EB	E b
56	4	a b c	a b e
56	32	D m p	D m d
67	29	quantité	qualité
74	30	39 ^b	39 ⁶
76	1	} entrailles	entailles
76	11		
81	13	g f z	g e f z
81	35	C b z	C z b
84	13	DA	DA a d
89	8	H a	H æ
89	27	k m i	h m i
91	24	T h m l	T h m i
93	35	toujours le	effacez le
94	33	c b	C b
94	35	de c	de C
98	19	A T N	ATG ou a T n
104	13	à d m b	à m b
104	14	EX	FX
109	24	Charbon	Carton
109	32	la prisme	le prisme
111	1	4 k 8	4 K 8
115	23	E 3 d 4	E 3 & 4 ^o 4
118	25	K, 4 m	K 4 m
119	22	r 2	r 2 ^e
119	28	7	7 ^o
120	18	11 2 3	11, 12, 13
123	9	BE	BF
124	27	r ¹ r ² r ³	r ¹ 2 ^r 3 ^r
125	16	une	un
125	34	que si l'on	que l'on
127	14	6	6 ^e
129	27	BY	b Y
134	2	construction	proportion
137	29	E s t . . . E r u	E r t . . . E S u
		difficulté	difformité

<i>Pages.</i>	<i>Lignes.</i>	<i>Fautes.</i>	<i>Corrections.</i>
138	32	ceintre	centre
140	20	C ⁱ	S ²
142	31	est par	& par
144	12	Boulogne	Bologne
145	10	CH <i>ajoutez</i>	qu'elles couperont en des points par
149	2	perpendiculaires	paralleles
157	21	BN	AN
158	36	à plomb	font à plomb
160	{ 12	If ^a	If ^a
	{ 23	2 2	2 2
170	derniere	comme	commune
173	penultième	RG	KG
174	{ 32	I on	I ou L
	{ 33	IC	LC
175	18	ce ces	de ces
177	23	& oblique	est oblique
180	16	C ^m 1	C ^m 1 ⁿ
187	32	qui est	qui a
	{ 22	donneront	elles donneront
189	{ 25	ensuite par	ensuite si par
	{ 39	I ¹ 2	I ¹ 2 ¹
195	20	l'une en l'autre talud	l'une en talud & l'autre en
198	6	96	95
	{ 1	DI <i>d</i> i en EM	DI de la fig. 97 en <i>d</i> i & EM
205	{ 2	faifat	faisant
	{ 12	1 ^r 2 ^r , 2 3 ^r	1 ^r 2 ^r , 2 ^r 3 ^r
209	28	tête égales	têtes égales
217	25	hauteur de	hauteur sur
220	4	b d	BD
221	{ 21	centre	ceintre
	{ 26	B d	BD
224	{ 15	L o	LO
	{ 28	égaux	égales
225	derniere	élevez	élevées
227	20	g ⁱ	g ²
234	{ 26	O 1	S ⁴ f
	{ 27	o2	S ³ f
252	23	M	m
254	{ 23	NB	N b ¹
	{ 27	BS d	BSD
258	20	FM & EN	NM & EN ²
263	30	menieres	manieres
264	{ 6	i ne fcut	il ne faut
	{ 15	passcar	passera
273	22	148 <i>idem</i> en marge ,	138
275	33	G	C
284	13	de 2 à 2	de 2 à Q
286	34	6 & r	6 & s
288	9	154	144
293	derniere	distanges	distances

Pages.	Lignes.	Fautes.	Corrections.
296	7 & 11	i d	I d
300	28	I t ^x	I t ^x X
303	{ 8	ajoutez	fig. 154
	{ 26	élève la	élèvera
304	3	I I I 2i	I I I, 2 2i
305	3	p ¹ 2 2o	p ¹ 2o
307	1	5	5.1
308	24	n'en connoître	n'en pas connoître
ibid.	penult.	Vivaux	Vitraux
320	13	CD	CP
321	18	G 2	O 2
322	8	lequel	laquelle
ibid.	marge	163 . . . 163	162 . . . 161
	{ 17	gr	QR
326	{ 26	ou de	ou 5 x 60
	{ 28	fr Q	SRQ
327	16	gl	gx
ibid.	24	Qr S	QRS
328	dernier article	au lieu de i, mettez	L idem au suivant
330	7	KS	ks
333	18	enfournement	enfourement
ibid.	19	formées	fermées
334	6	gf	9 f
336	17	Q ⁿ	gn
ibid.	38	N	I
ibid.	39	MG	Mg
340	36	AF x	AFZ
341	14	i & m	i & M
345	34	point s	point C
346	11	la règle	la règle
357	3	A n x up . . . n	AE x Ep . . . N
ibid.	5	na	N u
360	32	179	176
365	8	182 . . 183	183 . . 182
366	29, 30, 31 32	les petits 6 doivent être des b	
368	12	particulieres	particulers
374	7	56	58
ibid.	15	59 fig. 207 & 208	60 fig. 209 & 210
383	30	pp . . Dp & p6	pd pd . . DP & p6
ibid.	31	Ep p F	EP, PF
ibid.	derniere	1 3	13
391	derniere	s'en	c'en
393	5	porté	portée
ibid.	9	que	ce que
397	20	en C	en c
409	25	Sphériques	Sphériques
410	6	CH toujours	CH font toujours
ibid.	13	KRC	KR c
ibid.	26	44	p+
411	6	élèvera	lèvera
ibid.	13	parallement	perpendiculairement
419	18	ceintre	centre
420	23	MF de la fig. 130	m F de la fig. 124
421	12	horizontale a	horizontale a X

Pages.	Lignes.	Fautes.	Corrections.
421	36	1 ^o m	1 ^o M
422	1	N n	M n
ibid.	14	x c y II	x C y II
ibid.	27	points repaires	points de repaires
	ibid.	on trouvera	on tracera
423	5	& y	& y I ₁
ibid.	7	trouvera	tracera
ibid.	10	CVf	kVf
424	10	p3 q3	p3 q3
ibid.	11	V3 q1 q3	V3 q4 q3
ibid.	16	un fi	d'un fi
ibid.	20	portant	portent
ibid.	21	soiunt	soient
ibid.	23	héliboïde	hélicoïde
425	1	sc	sc
ibid.	4	gc	3 ^e
ibid.	16	&	&c.
430	9	& la a vis	& à la vis
431	2, 5, 6	KL	kl
432	31	1 ^o F n ² LD n &c.	n ¹ 1 ^r , F n ² LDG n ₄
ibid.	32	Dy n ₃ x	DY n ₄ X
ibid.	33	z y x P	ZYXP
437	1	Probleme	Probleme XX III.
ibid.	9	de ceintre	de ce ceintre
ibid.	31	divisera	décrira
438	26	on vera	on menera
ibid.	29. 30	I . . . I K	I . . . IK
439	11	aves	axes
440	3	trouvent	trouvoient
ibid.	17	autres	Auteurs
ibid.	26	entierement	extrêmement
ibid.	dern.	p H ij	PH i
441	6	Conique.	Coniques
ibid.	26	BD	b d
ibid.	34	a k	a K
445	12	6907	6 H o 7
ibid.	22	égel	égal
447	26	GY	G y
ibid.	dern.	dormans	dormant
448	5	gauche	gauches
ibid.	19	5 LP	5 l P
ibid.	penult.	p x	P x
449	15	A a	AD
451	8	sur la	sous la
452	33	C 2 du	C 2 ; du
453	3	à c S	à CS
454	34	R x B	RXB
455	9, 10, 12 x		X
456	35	A n S	Am S
457	1	centre	centres
458	5	d'autant	d'autant plus
ibid.	10	X c M x	c M x
459	29	1, 1 ^e , 22 ^e	1 1 ^e 1 ₀ , 2 2 ^e 2 ₀
464	12	b h	b h _s

<i>Pages.</i>	<i>Lignes.</i>	<i>Fautes.</i>	<i>Corrections.</i>
465	3	verticales	verticale
476	13	c'étoit	c'étoient
<i>ibid.</i>	17	il est	il en est
<i>ibid.</i>	29	à fa	à la
477	35, 36, 38,	g,	9
479	11	g, e, f	g, c, f
480	1	16 S	16 S
<i>ibid.</i>	17	il y le	il y a le
486	16	f d	F d
<i>ibid.</i>	18	g f	g F
<i>ibid.</i>	34	centre	ceintre
487	13	converges	convergens
492	32	à f F d	à f F
493	20	d X	dx
496	32	2 p ¹ , 1 p ²	1 p ¹ , 2 p ²
497	21	X ₂	X 2
<i>ibid.</i>	23	point	joint
503	15	points	pointes



TABLE DES TITRES DU SECOND TOME.

LIVRE. IV.

DE la Tomotechnie , ou de l'Art de couper les solides
pour la construction des Voutes & autres ouvrages
d'Architecture. pages. 1

CHAP. I.

Premiere partie des Voutes simples.

<i>Des Elemens de la Pratique de la Coupe des pierres & des bois,</i>	
1°. De la connoissance des surfaces.	3
2°. De la position des sommets des angles des portions de surfaces courbes regulieres.	4
Usages des observations precedentes.	5
3°. Des surfaces courbes regulierement irregulieres , ou des paremens gauches.	7
4°. Des differens moyens de parvenir à la formation des parties des corps , dont les surfaces & les angles sont donnez.	11
Des avantages , & desavantages de chaque methode.	13
Des avantages de la methode par panneaux.	14
PROB. I. Par trois points donnez dans un solide , faire passer une surface plane , ou <i>dégauchir un parement.</i>	15
Remarque sur l'usage.	17
PROB. II. Faire une surface courbe concave ou convexe , qui soit une partie d'un corps regulier primitif , cylin- drique , conique ou spherique , ou creuser une doële , & former un extradados.	18
Des segmens cylindriques.	19
Des segmens coniques.	21
Des segmens spheriques.	22
LEMME I. Les cordes égales dans des cercles égaux ont plus grande raison aux petits qu'aux grands cercles.	<i>ibid.</i>
LEMME II. Les arcs des cercles inégaux , qui ont des cordes égales , sont entr'eux en raison reciproque de de leurs fleches.	<i>ibid.</i>
LEMME III. Si l'on fait mouvoir un arc de cercle ma-	

T A B L E

	pages.
jeur autour de sa corde, laquelle soit aussi le diamètre de la base d'un segment de sphère, il n'en touchera la surface, que lorsqu'il fera perpendiculaire à la base de ce segment.	23
PROB. III. Par trois points donnez à la surface d'une sphère, ou dans sa projection faire passer un cercle, qui soit la base du segment, fait par un plan, qui la coupe par les trois points.	24
Pratique. 1°. Faire un segment de sphère concave ou convexe.	25
2°. Faire seulement une portion de segment.	27
Remarque.	29
Remarque Historique.	30
<i>Des segmens des Sphéroïdes.</i>	
Faute. III. PROB. I V. Par trois points donnez à la surface d'un Sphéroïde, dont on a la projection, faire passer une Ellipse, qui soit la base du segment, fait par un plan qui le coupe par ces trois points.	ibid.
Pratique. Faire un segment de Sphéroïde alongé ou aplati, dont la base & la section perpendiculaire à la base sont données.	35
I V. PROB. V. Faire une surface quelconque régulièrement irrégulière, ou une <i>surface gauche</i> .	ibid.
<hr/> De l'Apareil & Arondissement des Angles en Talud.	
CHAP. I I.	39
V.	
PROB. VI. Faire l'Encognure d'un angle saillant ou rentrant, dont les faces sont en taluds égaux ou inégaux, avec des chaînes ou bossages en faille, dont les côtes se terminent à un plan vertical.	40
V I.	
Remarque sur les erreurs des ouvriers.	43
PROB. VII. Racorder deux Taluds égaux ou inégaux.	
1°. Par des arondissemens cylindriques.	47
Remarque sur les erreurs des ouvriers.	49
2°. Des arondissemens cylindriques, lorsque les taluds des faces sont inégaux.	50
2°. Partie du Probleme des arondissemens coniques; du conique Droit.	51
Du conique scalene. premier Cas.	52
De l'arondissement d'une seule face d'encognure.	
2°. Cas des taluds égaux.	54
Aplication du Trait à la formation des Glacis des Fortifications.	ibid.

DES TITRES.

	pages.
3 ^e . Cas des taluds inégaux.	55
COROL. Agrandir ou diminuer l'arondissement dans une raison donnée.	57
Usage des arondissemens, & Remarques sur les fautes qu'on y trouve souvent.	61
<i>Des Voutes planes horizontales ou inclinées.</i>	
CHAP. IV. PROB. VIII. Faire une Plate-bande.	64
Remarques sur l'exécution.	67
Usage des Plate-bandes.	68
Des Voutes plates.	69
PROB. IX. Faire une Voute plate de claveaux égaux entr'eux, dont les joins de la doële soient en Echiquier, & ceux de l'extrados en differens compartimens.	71
2 ^e . Maniere avec des claveaux mixtes.	73
3 ^e . Et 4 ^e . Maniere.	74
5 ^e . Maniere.	75
Remarque sur l'usage.	77
PROB. X. Faire une Voute plate inclinée à l'horison, qui ne s'appuye que sur les deux côtez inférieurs contigus.	78
<i>Des Voutes cylindriques ou Berceaux.</i>	
CHAP. V. Des variations des Berceaux.	83
Des Courbes d'Extrados, & des cintres inusitez, quoique convenables à la construction.	87
Des Courbes d'Equilibre, des extrados & intrados des Vouffoirs Polis.	<i>ibid.</i>
De la Chaînette.	88
De l'Ovale de Cassini.	97
De la Cicloïde.	99
De la Spirale.	100
Des Courbes composées.	101
Remarques sur ces especes de cintres.	102
PROB. XI. Faire un Berceau Droit, circulaire, elliptique ou rampant.	104
1 ^o . Par équarrissement.	108
2 ^o . Par panneaux.	111
Remarques sur les mauvaises pratiques.	113
3 ^o . Par demi-équarrissement.	115
Observations sur les berceaux rampans.	117
Des berceaux obliques.	121

T A B L E

	<i>Pages.</i>
PROB. XII. Faire un Berceau horizontal de face oblique d'une seule, de deux ou de trois obliqueitez.	122
Remarque sur quelques fautes que l'on fait contre la bonne construction.	131
<i>Du Biais par Abregé.</i>	133
Remarques sur ce Trait.	134
Des Berceaux à double obliquité, ou Porte sur le coin aplomb.	135
Remarque sur l'usage.	137
<i>Du Biais passé.</i>	<i>ibid.</i>
Remarque sur la fausseté de l'ancien Trait, & son inutilité.	141
Porte Droite en Talud.	142
Remarque sur l'usage.	151
Porte Biaise & en talud.	152
Remarque sur ces Portes.	158
Porte sur le coin ou dans l'angle en talud.	159
PROB. XIII. Faire toutes sortes de Berceaux en descente	161
1°. Descente Droite par devant & par derriere.	163
2°. Descente droite en talud par devant & aplomb par derriere.	167
Des Descentes biaises.	170
Descente biaise rampante par devant & droite par derriere.	177
Remarque sur la premiere disposition.	179
Descente biaise par devant & Droite par derriere, dont les naissances du cintre de face sont de niveau.	187
Remarque sur les descentes biaises de face rampante.	188
Descente biaise & en talud, dont l'arc de face est de niveau, par ses impostes.	191
Méthode générale de faire les berceaux, tirée de Desargues.	192
Explication & sommaire de cette méthode, pour toutes sortes de Berceaux.	

CHAP. VI.

<i>Des Voutes coniques, ou Trompes & Voutes en Canoniere.</i>	206
PROB. XIV. Faire une Voute conique à face plane ou Trompe Droite dans un angle rantrant en plein cintre, surhaussée, ou surbaissée, ou bien une Voute en Canoniere.	208
Remarque sur quelques erreurs des Auteurs.	210
Et du P. Deran.	113
PROB. X. Trompe conique de face oblique à son axe,	

DES TITRES.

	pages
premiere disposition, où l'arc de face est pris pour cintre primitif.	218
2 ^e . Disposition, où la section Droite est prise pour le cintre primitif.	222
Premiere pratique par circonscription d'un cône Droit au cone oblique.	223
2 ^e . Pratique par l'inscription d'un cône Droit, de base circulaire ou elliptique dans le cone oblique.	225
Usage des Trompes biaises.	230
2. Trompe Droite & en Talud par une nouvelle transposition.	ibid.
2 ^e . Maniere par la projection ordinaire.	232
3. Voute conique biaise & en talud.	236
4. Voutes coniques en descente.	240
Abajour en O biais ébraisé & en talud.	241
Usage.	244
5. Voutes coniques rampantes.	245
Premiere disposition, Trompe rampante d'un côté, Droite par sa direction sur sa face.	246
2 ^e . Disposition, Trompe conique rampante par le haut & par le bas.	247
6. Trompe conique de face angulaire en angle saillant, Trompe Droite sur le coin.	249
2 ^e . Espece, Trompe sur le coin, Droite, surhaussée ou surbaissée.	254
6 ^e . Faute. 3 ^e . Espece, Trompe sur le coin biaise.	255
7. Des Trompes de faces en Polygones, ou Trompes à Pans.	258
Maniere générale, de faire toutes sortes de Voutes & Trompes coniques de face angulaire à deux ou plusieurs pans, sans connoître les Courbes des arcs de face de chaque pan, suposant le cintre de face circulaire.	261
Des Trompes de faces ondées, dont les impostes sont de niveau, ou rampantes, comme celles d'Anet.	265
Des Voutes coniques, dont les lits sont obliques à leurs axes.	266
De la corne de vache.	267
Remarque sur la fausseté & l'imperfection de l'ancien Trait.	268
Nouvelle maniere de faire la corne de vache par panneaux.	269
Remarque sur la réformé à faire à l'ancien Trait.	271
Des Voutes coniques tronquées par leurs faces & par leurs pénédroits.	272

T A B L E

	pages.
1 ^e . Espece, arriere-Vouffure conique bombée, Droite sur son axe.	273
Observation générale pour la position des naissances des arrieres-Vouffures, bombées ou cintrées par devant & par derriere.	274
2 ^e . Espece, arriere-Vouffure bombée & ébrafée, Droite ou biaise, dont les arcs de face de feüillure ne sont ni semblables ni concentriques, premier cas.	278
2 ^e . Cas, Nouvelle arriere-Vouffure de Marseille régulièrement conique.	281
Observations sur les Traits de la coupe des bois, & des marbres, pour les revêtemens des arrieres-Vouffures en lambris de Menuiserie, ou en incrustation de pieces de Rapport.	290 292
Précis de l'Art des Traits de Menuiserie.	294
Remarque sur la pratique du sieur Blanchard.	
Traits de menuiserie pour les Revêtemens des arrieres-Vouffures coniques quelconques.	
1 ^o . Pour l'arriere-Vouffure bombée & ébrafée, Droite sur son axe.	295 <i>ibid.</i>
Autrement, par panneaux de développement.	
Revêtement de la deuxième & troisième espece d'arriere-Vouffure conique.	297
Revêtement de la nouvelle arriere-Vouffure de Marseille conique.	299
Erreur des Traits du livre de la coupe des bois de M ^e Blanchard.	301
Remarque sur l'utilité de la connoissance des sections coniques.	307 308
Usage des Voutes coniques.	

CHAP. VII.

Des Voutes Sphériques, ou en Cu-de-Four.

PROB. XVI. Faire une Voute sphérique de rangs de Vouffoirs horisontaux ou verticaux.	310
1 ^e . Méthode par la formation des segmens de Sphère, pour y inscrire les doëles des Vouffoirs.	312 317
Remarque sur cette premiere méthode.	
2 ^e . Méthode par panneaux, en réduisant la Sphère en cônes tronquez inscrits à la Sphère.	318 325
3 ^e . Méthode en réduisant la Sphère en Polyëdre.	
Remarque sur les quatre méthodes de former les Voutes Sphériques & Sphéroïdes.	330
2 ^e . Disposition des rangs de Vouffoirs en situation verticale.	331

DES TITRES.

	<i>pages.</i>
3 ^e . Disposition, où les rangs de Vouffoirs sont inclinez à l'horison.	332
4 ^e . Disposition, où ils sont rangez de differentes manieres dans la même Voute.	<i>ibid.</i>
1 ^e . Espece de variation des Voutes Sphériques fermées en Polygone.	<i>ibid.</i>
PROB. XVII. Faire une Voute Sphérique composée de rangs de Vouffoirs de differentes directions.	
1 ^e . Disposition & premiere méthodē, par l'inscription de l'enfourchement dans un segment de Sphère.	333
2 ^e . Méthode, par le moyen des panneaux de doële plate.	338
3 ^e . Méthode, par panneaux flexibles.	342
Erreur de l'ancien Trait, correction & réforme.	344
Aplication de ce Trait aux Voutes Sphéroïdes surhaussées ou surbaissées.	347
Démonstration de l'erreur de l'ancien Trait.	350
LEMME, si l'on fait mouvoir deux couronnes de cercles égales, qui se croisent autour de leurs rayons ou diametres, comme sur des axes de révolution.	351
1 ^o . Plus les axes de révolution seront inclinez entr'eux, plus l'interfection sera éloignée de la ligne, qui passe par les deux centres des couronnes.	
2 ^o . Plus l'interfection sera éloignée de cette ligne, plus la Diagonale qui lui est perpendiculaire sera courte & au contraire.	352
Remarque sur le Trait.	356
2 ^e . Espece de variation desjoins, inverse de la précédente.	
Des Voutes Sphériques, faisant le <i>plan</i> d'une Voute d'arête.	357
1 ^e . Méthode.	358
2 ^e . Méthode, par panneaux flexibles.	359
Remarque.	
3 ^e . Méthode par panneaux de doële plate.	360
Usage.	361
Des Voutes Sphériques <i>incompletes</i> & <i>tronquées</i> .	362
Des <i>incompletes</i> ouvertes.	
PROB. XVIII. Faire une Voute Sphérique ou Sphéroïde incomplete.	364
Trompe en niche Droite par devant, par rangs de Vouffoirs paralleles à la face.	365
Trompe en niche & en coquille.	<i>ibid.</i>
Remarque sur cette construction.	366
Trompe sphérique sur le coin ou en niche.	<i>ibid.</i>

T A B L E

	pages
Remarque sur la construction.	373
Des Voutes Sphériques tronquées.	
Premier Cu-de-Four en pendantif sur un Polygone quelconque.	374
Remarque sur le Trait.	380
2°. Voute sphérique en pendantif sur un Polygone régulier quelconque, où les rangs de Vouffoirs sont verticaux.	382
3°. Maniere, par équarrissement.	385
Des Voutes sphériques en Pendantif sur des Polygones irréguliers.	388
<hr/>	
CHAP. VIII.	
<i>Des Voutes en Sphéroïdes ou Cu-de-Fours, surhaussées, surbaissées, ou sur un plan Ovale.</i>	389
Erreurs de tous les anciens Traits des Voutes Sphéroïdes.	390
Remarque sur le Trait.	393
PROB. XIX. Faire une Voute en Sphéroïde Oblong, ou Cu-de-Four sur un plan Ovale, premier cas du Sphéroïde régulier.	395
2°. Méthode, par l'inscription des Cylindres.	399
2°. Cas des Voutes Sphéroïdes irrégulieres, ou des Voutes Ellipsoïdes, ou Voutes de four surhaussées & surbaissées sur un plan Ovale.	400
Remarque sur l'usage.	401
Observation sur les figures des Domes.	402
PROB. XX. Trouver les axes conjuguez de la portion d'Ellipse Génératrice d'un Sphéroïde, lequel étant vu d'une distance & d'une hauteur donnée, présente à l'œil l'apparence d'un corps sphérique, ou pour l'Architecture, faire l'épure du Dome surhaussé, de maniere qu'étant vu d'une distance & d'un niveau donné à la ronde, il paroisse à peu près Sphérique en plein cintre.	403
Des Voutes Sphéroïdes tronquées, ou cu-de-four en pendantif sur un quarré long, ou sur une Lozange, dans laquelle les clefs de formerets sont de niveau.	405
<hr/>	
CHAP. IX.	
<i>Des Voutes Annulaires, ou Voutes sur le Noyau.</i>	409
PROB. XXI. Faire une Voute sur le Noyau circulaire ou elliptique, tournant sur une Courbe quelconque.	410
Premiere Méthode, par l'inscription des Cylindres.	ibid.
2e. Méthode, par panneaux flexibles.	411
3°. Méthode, par doëles plates.	412
	2°. Espece

DES TITRES.

	pages
2 ^e . Espece , des Voutes sur le Noyau elliptique.	414
Des Voutes sur le Noyau incompletes.	416
<i>Des Voutes hélicoïdes , ou des Berceaux tournans & ram-</i> <i>pans.</i>	417
PROB. XXII. Faire une Voute en Vis d'un cintre quel- conque, ou Vis St. Giles.	419
Premiere Courbe de section horisontale.	424
2 ^e . Courbe de section horisontale au lit de la Vis.	425
Formation du Tambour d'une assise portant la Vis.	426
Du Berceau tournant & rampant incomplet , ou de la Vis à jour suspenduë.	428
Remarque sur l'usage.	433
CHAP. X. <i>Des Voutes de surfaces irrégulieres.</i>	434
Premiere Classe, des Voutes conico-cylindriques.	435
PROB. XXIII. Faire une Voute conico-cylindrique.	
Premiere Espece , Passage ébrasé entre deux faces droites, dans lequel les impostes sont de niveau , aussi bien que le milieu de la clef.	437
Berceau irrégulier, dont les cintres de faces sont d'inégale hauteur sur même largeur.	439
Arriere-Vouffure de Marseille ordinaire.	440
Arriere-Vouffure réglée & bombée.	443
Du Larmier réglé & bombé.	449
Du Bonnet de Prêtre.	<i>ibid.</i>
2 ^e . Classe , des Voutes irrégulieres , dont les surfaces sont à double courbure.	450
PROB. XXIV. Faire une Voute conico-sphérique , ou Trompe Droite sur les impostes, & Courbe sous la clef.	451
Autre façon de Trompe conico-sphérique , à joins cintrez en coquille.	456
PROB. XXV. Faire une Voute cylindrico-sphéroïde , ou Berceau de niveau, dont la clef & les impostes sont de differente nature , l'un droit , l'autre courbe.	458
Premier Cas , Berceau irrégulier, dont les impostes sont courbes & la clef droite.	455
Usage.	461
2 ^e . Cas , inverse du précédent , Berceau droit sur les im- postes & courbe sous la clef.	462
Remarque sur les fautes de l'ancien Trait.	467
Bonnet de Prêtre de direction concave d'une face à l'autre.	468
2 ^e . Espece, Voute sphérico-cylindrique, ou Trompe à Panache.	469

T A B L E

	<i>pages</i>
Arriere-Voussure de Montpellier.	476
2 ^e . Maniere, où les lits sont droits.	482
Du Revêtement de cette arriere-Voussure , par un Lambris de Menuiserie.	484
3 ^e . Espece , Voute Sphérico - Prismaticque , ou arriere-Voussure de St. Antoine.	489
Premiere façon , où les piédroits sont paralleles entr'eux.	491
Par équarrissement.	492
Second Maniere , & variation de figure par panneau de doële plate.	494
Remarque pour la biaise.	498
Troisième maniere , & variation de coupe.	499
Du Revêtement de cette arriere-Voussure , en Lambris de Menuiserie.	501

F I N.





J. M. Weiss Argent. j. 1737

TRAITÉ DE STEREOTOMIE.

LIVRE QUATRIEME.
DE LA TOMOTECHNIE,
OU

De l'Art de couper les Solides pour la Construction
des Voutes & autres Ouvrages d'Architecture ;

En Termes de l'Art ,

Des TRAITTS de la Coupe des Pierres & des Bois.



LES Principes de Theorie & de Pratique qui composent les deux premiers Livres de ce Traité , & les Régles du dessein de l'Epure que nous avons donné dans le troisiéme, renferment tout l'Art de la Coupe des Pierres & des Bois ; j'y avois borné mon Ouvrage , comptant que j'en avois assez dit pour mettre un Lecteur en état d'en faire l'Application à chaque espece de *Trait* de Voute en particulier , quelque difficile qu'elle puisse être , & que je devois renvoyer ceux à qui de telles instructions ne suffissent pas , aux Livres du

Tome II.

A

Pere DERAN & de M. de la RUE, sur-tout à ce dernier qui est bien circonstancié pour la pratique ordinaire, & enrichi de belles Figures. A l'égard de la coupe des Bois pour les revêtemens de Lambris, j'aurois aussi pû me contenter d'indiquer le Traité du Sieur BLANCHARD; mais ayant fait attention que ces Auteurs, qui se sont bornez à une simple pratique, ont beaucoup laissé à désirer, & quelquefois à corriger, j'ai suivi le conseil que l'on m'a donné de remanier la même matiere pour l'éclairer de Démonstrations, & la traiter plus méthodiquement; d'autant plus que je me suis senti en état d'y ajouter plusieurs nouveaux Traits, tant de mon propre fond que de quelques-unes des Leçons que feu M. de la HIRE a donné à l'Academie d'Architecture au vieux Louvre. Il est difficile de pénétrer dans la Theorie d'une grande partie des beaux Arts sans être redevable de quelques lumieres à ce grand Mathématicien, qui les a enrichi de plusieurs Découvertes; cependant comme il laissoit à ses Auditeurs le soin d'en trouver les Démonstrations, & qu'il a fallu les accommoder à mes principes, on n'y reconnoitra que le fond de la Doctrine, tant j'y ai fait de changemens & d'additions.

Je puis de même avancer qu'on ne trouvera ici de répétitions de livrè de la Coupe des Pierres, que celles qui sont nécessaires pour comparer différentes Epures entr'elles, lorsque les *Traits* ont été susceptibles de variations; persuadé que rien n'ouvre mieux l'esprit que de lui présenter différentes idées sur le même sujet. J'ai eu dessein d'approfondir cette matiere; je ne sçai si j'ai réussi, le Public en décidera; j'expose du moins ma bonne volonté pour la perfection de la partie la plus difficile de l'Architecture; je souhaite qu'un plus habile Mathématicien acheve cette ébauche, & rencherisse sur ce Traité comme je crois avoir rencheri sur tous les autres qui m'ont précédé.





PREMIERE PARTIE. DES VOUTES SIMPLES.

CHAPITRE I.

Des Elemens de la Pratique de la Coupe des Pierres & des Bois.

I.

De la connoissance des Surfaces.

AVANT que d'entrer en matiere il est à propos de donner ici une idée nette & distincte des differentes sortes de surfaces qu'on peut former dans les ouvrages d'Architecture, afin qu'ayant une pleine connoissance de celles qu'on se propose de faire, on trouve plus facilement les moyens nécessaires à l'exécution.

LES Surfaces sont ou *Planes* ou *Courbes*, c'est une division simple & generale.

La *Surface Plane* est celle à laquelle une ligne droite, comme une Règle, peut s'appliquer en tout sens, & parce qu'il n'y a qu'une sorte de ligne droite, il n'y aussi qu'une sorte de surface plane.

La *Surface Courbe* au contraire est celle à laquelle une ligne droite ne peut s'appliquer tout au plus qu'en un sens, & non pas de l'autre, ou même en aucune position. Et comme il y a plusieurs sortes de Courbes il y a aussi plusieurs especes de surfaces courbes.

LES unes sont *régulières*, les autres *irrégulières*. On peut diviser la premiere especé en deux classes; l'une de ces corps réguliers, que j'appelle Primitifs, tels sont la Sphère, le Cone, & le Cylindre.

L'AUTRE de ceux qui sont un peu moins réguliers comme sont les Sphéroïdes, les Cones & Cylindres, dont les bases ne sont pas circulaires, les Anneaux, &c. on peut appeller leurs surfaces *les régulièrement irrégulières*.

LES surfaces irrégulières sont en nombre infini; mais celles des ouvrages d'Architecture ont toujours une sorte de régularité, sans quoi elles seroient désagréables à la vûe, & l'on ne pourroit en faire l'objet d'un Art, dont la fin est de plaire autant que de servir aux besoins de la vie. Après avoir considéré les surfaces dans le tout, il faut en

examiner les parties faites par la section des planes qu'on peut supposer les couper de différentes façons.

II.

De la Position des Sommets des Angles des portions de Surfaces courbes régulières.

LORSQUE une sphère, un cône, ou un cylindre seront coupez par trois plans inclinez entr'eux, qui se coupent au dedans du corps, la portion de surface qu'ils comprendront fera un Trilatere, autrement une figure de trois côtez, dont les sommets des trois angles qu'ils forment seront dans un même plan; c'est-à-dire, qu'ils pourront être appliquez à une surface plane, qu'ils toucheront en trois points tout au moins.

LA raison en est évidente par la 2. prop. du 11. L. d'EUCLIDE, en ce qu'on peut toujours faire passer un plan par trois points donnez.

Fig. 1. Si des trois plans qui coupent le corps donné, il y en a deux aHy , bSc ou Ahx , NHp , dont l'intersection tombe au dehors de la surface en x , ou en Y , alors il se formera un Quadrilatere, c'est-à-dire, une figure de quatre côtez, dont les sommets $abcy$, $ANpx$, des angles qu'ils comprennent, pourront être ou ne pas être dans un plan, ce que l'on peut connoître par les marques suivantes.

Fig. 1. PREMIEREMENT une portion de surface de quatre côtez peut être le segment formé par les sections de quatre plans aussi bien que par trois. Mais soit par l'un ou l'autre de ces nombres de plans, il fera toujours vrai, pour les segmens cylindriques, que les sommets de ses quatre angles seront dans un plan, lorsque deux de ces côtez seront droits; parce qu'il n'y a de section rectiligne dans le cylindre que celle qui est formée par un plan passant par l'axe ou parallèlement à l'axe, & dans le cône que celle qui est dans un plan passant par le sommet du cône, dont il coupe les côtez en ligne droite de part & d'autre de l'axe; or dans la portion cylindrique ac , les côtez droits sont paralleles entr'eux; donc [par la 7.^e du 11. l. d'EUCL.] ils sont dans le même plan. Et dans la portion conique AP [*Fig. 2.*] ces côtez concourent au sommet s ; donc [par la 2.^e du même] ils sont dans un même plan.

Fig. † SECONDEMENT, si une surface sphérique n'est coupée que par trois plans, dont deux ab , db se croisent hors de la sphère en b , la portion de surface qu'ils comprendront fera un quadrilatere, dont les quatre angles seront dans le troisième plan abd , qui coupe les deux précédens.

Mais si la portion de surface quadrilatere de sphère, de cône ou de

cylindre est coupée par quatre plans dans des circonstances différentes, & qu'on ne connoisse que la position des lignes de leurs intersections *Fig. 3.* dans le corps coupé, on pourra connoître si les sommets des quatre angles sont dans un même plan comme il suit; en supposant ces intersections coupées par un cinquième plan *as l.*

PREMIEREMENT pour la sphère, on trouvera un cercle par trois de ces points donnez, ou pour me servir du langage des Ouvriers, on fera le trait *des trois Points perdus*; si le cercle ne passe pas par le quatrième, les quatre angles ne feront pas dans un plan, parce que toutes les sections planes de la sphère sont des cercles.

SECONDEMENT pour la portion cylindrique, ayant joint les quatre *Fig. 1.* points donnez par des lignes droites, s'il ne s'en trouve pas deux parallèles, les sommets des quatre angles ne sont pas dans un même plan.

TROISIEMEMENT pour la portion conique, si deux des lignes qui *Fig. 2.* passent par les points donnez, ne concourent pas au sommet du cône, les quatre sommets des angles ne sont pas dans un même plan.

ON peut appliquer ces observations au corps de la seconde espece, que nous avons appelé régulièrement irréguliers, comme sont 1.^o les sphéroïdes formez par la révolution d'une Ellipse sur un de ses axes. 2.^o aux cylindres & aux cônes de base Elliptique, avec cette difference, que la maniere précédente ne pourra servir que pour les portions de sphéroïdes, dont les angles donnez seront dans un plan perpendiculaire à l'axe de révolution; pour les autres segmens obliques, on n'y peut parvenir que par le moyen d'une Ellipse, qui doit être celle de la section oblique donnée dans le sphéroïde convexe, par l'inclinaison du plan coupant, s'il est incliné à l'axe de révolution, ou par une Ellipse semblable à la génératrice, si le plan coupant est parallèle à l'axe de révolution.

Usage des Observations précédentes.

POUR former une surface courbe il faut commencer par en placer & déterminer les extrémités sur une surface plane, en les posant dans leur juste distance. Ensuite par le moyen des modèles de courbures convenables, appelez *Cerches*, on creuse la pierre ou le bois au dessous de cette première surface, autant qu'il est nécessaire; ainsi il importe de sçavoir si les quatre angles de la portion de surface courbe qu'on veut former, se trouvent avoir leur sommet dans cette surface de préparation, on est toujours sûr qu'il y en a trois; mais on ne peut s'assurer du quatrième que par les moyens que nous avons donnez.

J'AY dit au premier Livre qu'on ne connoissoit les lignes courbes que par le moyen des lignes droites auxquelles on les compare, en mesurant de combien elles s'en approchent ou s'en écartent à chaque point, c'est-à-dire, par le moyen des abscisses & des ordonnées. Je dis ici la même chose d'une surface courbe à l'égard de la plane, qui sert de préparation pour en mesurer les profondeurs.

D'ou il suit que la méthode qui les suppose, appelée par *Doëles plates*, donne de grands avantages pour la formation des vouffoirs des voutes; car si la portion de surface est cylindrique ou conique, on aura déjà sur ce plan les longueurs & la position de ses côtez droits, & celle des cordes des arcs de ses bases opposées, & si la portion de surface est sphérique, ou sphéroïde, coupée par des plans [comme il convient ordinairement à la construction des voutes] passant par leur centre, ou parallèlement à son axe, on aura sur ce plan les quatre Cordes des arcs de ses côtez.

D'ou il est aisé de conclure quelle peut être la figure des *Doëles plates* des vouffoirs de chaque espece de voute. Premièrement celles des voutes en Berceau, qui sont les cylindriques, ne peuvent être que des Parallelogrames ou des Trapezes, qui ayent deux côtez paralleles; car la section d'un cylindre par un plan qui n'est pas parallele à son côté, ou ce qui est la même chose à son axe, ne peut être une ligne droite, mais bien une courbe.

SECONDEMENT que les Panneaux de *Doële plate* des vouffoirs des voutes coniques peuvent être des Triangles, ou des Trapezes ou Trapezoïdes, mais jamais des Parallelogrames; parce que la section faite parallèlement à un côté par un plan coupant le cone, est une Parabole.

TROISIEMEMENT que les *doëles plates* des vouffoirs des voutes sphériques ou sphéroïdes ne peuvent être que des triangles ou des Trapezes isosceles, c'est-à-dire, dont les angles des côtez inclinez entr'eux, & avec les côtez paralleles, soient égaux; parce que nous ferons voir dans la suite que les sommets des quatre angles d'une portion de sphère ne sont dans un plan, que lorsqu'on y peut inscrire une portion de cone droit, excepté le cas de la Section souscontraire.

Si les quatre angles d'une section de surface courbe, coupée par trois ou quatre plans, ne sont pas dans un seul plan, on peut toujours en comprendre trois dans un plan, & trois dans l'autre; parce que les sommets des angles opposez suivant la diagonale seront communs aux deux plans; mais nous allons traiter de ces irrégulieres.

Des Surfaces courbes régulièrement irrégulières.

En Termes de l'Art.

Des Paremens Gauches.

ON appelle *Gauche* en Architecture, une surface qui n'a pas une certaine régularité que sa figure semble exiger, par analogie à la mauvaise grace qu'on trouve à ce qui est fait avec la main gauche; ainsi une surface qui devroit être plane, comme celle d'une pierre ou d'un bois mal équarri, & dont les côtes opposés se croisent en les regardant par le profil, est appelée *Gauche*.

ON tire aussi la nomination de ces espèces de surfaces de la différence des expositions de leurs parties, qu'on compare à un regard louche, en Latin *Limus*, qui semble tourné en même tems vers différens objets, telle est celle des *Limons* des Escaliers tournans, dont la figure est bien exprimée par ce nom, que j'appliquerai aussi à d'autres surfaces pareilles.

J'APPELLERAI surface *Courbe régulièrement gauche* celle dont on peut assigner une génération par le mouvement d'une ligne droite ou courbe, qui en parcourt d'autres par ses extrémités, lesquelles lignes ne sont pas semblables, ou semblablement posées.

DE telles surfaces ont rarement leurs quatre angles dans un plan, si on les suppose coupées par quatre autres.

PAR cette définition on conçoit qu'une portion de surface de sphère, de cône ou de cylindre, qui n'auroit pas ses quatre angles dans un plan, ne seroit pas pour cela une surface gauche, mais celle qui passeroit par les quatre lignes droites tirées d'un angle à l'autre ne seroit pas régulièrement plane, elle seroit *gauche* de la première espèce, que j'appelle *Planoline*, c'est-à-dire, qui ressemble à une plane sans l'être.

POUR aider l'imagination à se représenter la génération d'une surface, il n'y a qu'à penser à la trace d'un bâton dans la neige, ou d'un fil-de-fer chaud dans la cire condensée.

Première Espèce de Surface Gauche.

Si une ligne droite AB est appuyée vers ses extrémités sur deux autres droites AD, BC, qui ne sont pas parallèles ni dans un même plan, & qu'on la fasse mouvoir sur ces lignes, la trace de la généra-

Fig. 4.

trice AB formera par ce mouvement une surface courbe *Gauche*, dont les diagonales droites tirées d'un angle opposé à l'autre, ne se rencontreront point, & feront toutes hors de la surface.

Corollaire de Pratique.

D'ou il suit que pour connoître si une surface qui paroît plane est *Gauche*, comme une porte dont le bois s'est *Dejeté & Tourmenté* en fêchant, il n'y a qu'à tendre un fil d'un angle opposé à l'autre en diagonale; s'il s'écarte du milieu c'est une marque sûre qu'elle est gauche; la même chose se connoît par le moyen d'une règle sur un parement de bois ou de pierre.

IL n'est pas fort nécessaire de connoître les especes de Courbes des diagonales d'une surface gauche, formée comme nous venons de le dire; mais c'est une curiosité qui me fit plaisir lorsque je l'eue découverte.

Si les quatre lignes ou côtes droits de la surface gauche sont égales, on trouve que la diagonale courbe BD est une parabole, & AC une autre différemment située.

Pour le démontrer, il n'y a qu'à supposer une surface plane, passant par les trois angles ADC, comme $AbCD$, qui s'éloignera de l'angle B de l'intervale Bb , plus ou moins grand selon que la surface sera plus ou moins gauche. Puis ayant divisé les lignes AD, BC & bC en quatre parties égales & tiré les droites $1n$, $2n$, $3n$, par ces divisions; on tirera aussi les droites $n1^\circ$, $n2^\circ$, $n3^\circ$ parallèles à Bb . Alors on reconnoîtra que la ligne AB, transportée en $1n$, coupera la diagonale DB au point 9 , qui sera aux trois quarts de la ligne $1n$, & au dessus de la ligne $n1^\circ$, qui est dans le plan $ADCb$ de la quantité $9x$, qui est aussi les trois quarts de la hauteur $n1^\circ$. De même la ligne AB, transportée en $2n$ coupera la diagonale DB au milieu en E, qui sera élevé au dessus du plan $AbCD$ de l'intervale EF, égal aussi à la moitié de la hauteur $n2^\circ$ ainsi du reste. Si l'on suppose donc la plus grande hauteur du gauche Bb égal à 16 parties, $n1^\circ$ en contiendra 12, qui est les $\frac{3}{4}$ de 16 & $9x$ contiendra les $\frac{3}{4}$ de 12, qui sont 9, de même EF moitié de $n2^\circ = 8$ fera de quatre parties, & $4x = \frac{1}{4}$ de $3n$ fera aussi le quart de la hauteur $n3^\circ = 4$; par conséquent $= 1$, on aura donc cette suite 16, 9, 4, 1, 0, qui est celle des quarrés pour les abscisses de la Parabole, & les nombres naturels 1, 2, 3, 4, pour ses ordonnées; donc cette Courbe est une portion de Parabole, qui a son sommet en D, comme il est représenté au dessous de la Fig. 4. en d , 1, 4, 9, 16.

PRESENTEMENT si l'on veut connoître l'autre diagonale courbe sur AC

AC on trouvera qu'elle est encore Parabolique, mais tournée en sens contraire, & qu'elle a son sommet au milieu en F; car sa distance ou élévation en y , sur le plan $AbCD$ sera du quart de $12 = 3$; en F de la moitié de $8 = 4$, & en z des trois quarts de $4 = 3$; ainsi sa plus grande hauteur est en F d'où elle se rapproche du plan vers A & vers C. Pour en avoir un plus grand nombre de points on peut doubler Bb , le faisant valoir 32 parties, & supposer AD & BC divisez en 8, on aura cette suite $0, 3\frac{1}{2}, 6, 7\frac{1}{2}, 8, 7\frac{1}{2}, 6, 3\frac{1}{2}, 0$, ou en doublant $0, 7, 12, 15, 16$, dont les restes à 16 qui sont les abscisses sont $0, 1, 4, 9, 16$, c'est-à-dire, la suite des quarrés des ordonnées. 1, 2, 3, 4; mais comme cette Courbe n'est ici d'aucun usage nous ne nous y arrêtons pas.

C O R O L L A I R E.

IL suit de cette génération que quoique cette surface soit réellement courbe, on peut la former exactement avec une règle AB, mué d'un mouvement uniforme sur les deux côtes AD, BC changeant continuellement d'inclinaison à l'égard de sa première position, comme aux échelons des aîles des Moulins à vent sur le *Volant* & les *Antes*, ce qui fait que les *Coterefts*, n'étant pas dans un même plan, forment la surface gauche de l'aîle du moulin à vent.

J'APPELLE cette première espèce de surface Gauche *Planolime*, du Latin *Plana* & *Lima*, qui ressemble à une plane, mais qui est gauche, & courbe quoique terminée par des lignes droites, & formée comme les plans, par le mouvement d'une ligne droite.

La seconde espèce de surfaces courbes Gauches est formée par le mouvement mixte d'une ligne droite AB, dont une partie vers A se meut sur une ligne droite EF, & l'autre sur une courbe CD telle qu'on voudra, soit arc de cercle ou d'Ellipse, ou toute autre courbe, d'une seule ou plusieurs inflexions, comme l'ondée Fbe [Fig. 6.] la trace de cette ligne forme une surface concave ou convexe, qui s'aplanit de plus en plus depuis la courbe CD jusqu'à la ligne droite EF [Fig. 5.] où elle perd sa concavité ou convexité : telles sont les doëles de ces *Arrières Voutures* qu'on appelle *Réglées* & *Bombées*, & les Coquilles des escaliers à vis, comme la figure 14. J'appelle cette surface du nom de *Mixtilime*; parce que sa génération se fait par deux lignes droites CH & HG & une courbe ADG.

C O R O L L A I R E.

DE-LA il suit, comme ci-devant, que l'on peut former cette surface par le mouvement d'une Règle AB [Fig. 5.] ou ab [Fig. 6.] ou RE [Fig. 14.]

Fig. 7.

La troisième espece de surfaces gauches est formée par le mouvement d'une ligne droite AB, qui se meut sur deux courbes AbF, BHD, ou différentes, ou différemment posées, où les cordes AF, BD des arcs semblables ne soient pas parallèles entr'elles; de sorte que les quatre angles ABDF ne sont pas dans un même plan ABDf; mais un d'entr'eux comme F s'en éloigne de l'intervalle Ef, plus ou moins, suivant l'inégalité de la position des Courbes, telles sont les doëles des voutes de la Vis St. Giles quarrée à chaque Rampe, qui sont semblables à un cylindre tors. J'appellerai cette espece *Dolioline*.

C O R O L L A I R E.

Il suit de même de cette génération, qu'on peut former cette surface par le mouvement d'une Règle ab [Fig. 7.] muë sur deux arcs de lignes courbes AbF, BHD.

Il faut remarquer que je ne comprends pas dans cette espece les surfaces gauches des Limons tournans; car quoiqu'elles soient réellement formées par le mouvement d'une ligne droite sur deux courbes, qui sont des Helices, elle ne doivent être considérées que comme une partie d'une surface *Mixtilime*, telle qu'on la voit à la figure 14. en DKGD.

Fig. 8.

La quatrième espece des surfaces courbes gauches est formée par le mouvement d'une ligne courbe dont la courbure n'est pas constante, mais variable, qui se meut sur deux autres courbes constantes, telle feroit, par exemple, une côte de Baleine pliée en arc qu'on appuyeroit sur deux arcs de lignes courbes semblables ou différentes, dont on lâcheroit la corde à mesure qu'on la meut, pour lui donner la liberté de s'ouvrir de plus en plus; & enfin de se redresser tout-à-fait. Ainsi prenant les arcs AEB, DGC [Fig. 8.] pour apuis de l'arc AHD, si en lâchant insensiblement la corde on le transporte en IbK, où elle s'est déjà un peu redressée; ensuite en EFG, où elle l'est d'avantage, enfin en BC où elle s'est totalement redressée, on auroit formé une surface pareille à celle que le vent forme dans les voiles lorsqu'il les enfle. En effet si l'on renverse la figure 8. on pourra considérer la ligne droite BC comme la *vergue*, [en terme de marine] les points A & D comme ceux d'*E-coute*, entre lesquels est la plus grande courbure AHD, & les côtes BEA, CGD, comme les *Ralingues*.

En Architecture on fait de pareilles surfaces pour les doëles des vouffoirs de l'Arrière vouffure de St. Antoine. Je dis les vouffoirs, non pas l'arrière vouffure entière; parce qu'elle prend sa naissance sur trois lignes droites, sçavoir, deux sur les piedroits, & une sur le linteau ou Fer-

meture. J'appelle cette surface *Sphéricolime* ; parce qu'elle a quelque rapport à une sphère quoique fort imparfaitement.

Il est aisé de conclure de la formation de cette surface qu'elle ne peut être faite , comme les trois précédentes , par le moyen d'une Règle ; mais seulement par le secours de ces modeles de Courbes , contournées sur des planches minces que nous appelons *Cerches*.

Ces quatre especes de surfaces comprennent toutes celles qui sont possibles & usuelles en Architecture , même les vis & écrouës , qui sont des portions de mixtilimes ; car faisant mouvoir une ligne droite appliquée à angle Droit , Aigu , ou Obtus , à un axe , au long de cet axe , d'un côté & de l'autre , sur une Helice , il se formera une surface de vis , & si au lieu de l'Helice , qui ne s'approche pas de l'axe , on substitue une Helice en limace , ce sera la surface que les Ouvriers appellent le Colimaçon , qui s'approche & se joint enfin à son axe.

IV.

Des differens moyens de parvenir à la formation des Parties des Corps , dont les Surfaces & les Angles sont donnez.

QUOIQUE l'on connoisse parfaitement la figure du solide qu'on se propose de faire , & les surfaces courbes qu'il y faut former , on ne peut les tailler immédiatement dans une pierre de figure quelconque ; on n'y parvient que par la médiation des surfaces planes.

L'ON a imaginé pour l'exécution de la Coupe des pierres deux méthodes différentes , qui supposent plus ou moins de surfaces planes , & qui y conduisent avec plus ou moins de dispositifs.

L'UNE de ces méthodes s'appelle par *Equarrissement* , & l'autre par *Panneau* , nous en donnerons une troisième qui n'a pas de nom , parce qu'elle est nouvelle ; nous l'appellerons *Demi-équarrissement*.

I.

LA méthode par *Equarrissement* est ainsi appelée , parce qu'avant que de former une figure de solide oblique , on commence par en former une de cube , ou de parallelepède à l'équerre , capable de la contenir. Ensuite on trace sur chacune des surfaces planes supposées en situation Verticale ou Horizontale , la projection des surfaces du corps qu'on se propose de former , & l'on retranche du parallelepède tout ce qui

excède les contours de chaque projection, en abatanant la pierre superflue, & parce que les surfaces de ce corps sont ou en quarré ou en quarré long avant que d'être taillées; on appelle la méthode qui en suppose de telles *par Equarrissement*.

ON l'appelle aussi *par Dérèbement*, comme si on dépouilloit la figure proposée de la robe dont elle est envelopée; c'est ainsi qu'on dit *dérèber des fèves*, pour les dépouiller de leur écorce, ce qui fait voir que le P. DECHALLES n'a pas compris le sens de ce mot, lorsqu'il l'a traduit *per suffurationem* par larcin, au lieu qu'il devoit le traduire *per spoliatiouem*.

II.

LA seconde méthode appelée *par Panneaux*, est plus immédiate pour l'exécution, en ce qu'elle ne suppose qu'une surface plane, laquelle peut même subsister, l'ouvrage étant achevé, si l'on commence par une de celles des lits ou des têtes. Elle consiste à former des modeles des surfaces du corps ou voussoir qu'on veut faire, pour les appliquer sur la pierre, & en tracer par ce moyen le contour exactement. Ces modeles se font sur des matieres inflexibles comme des planches, lorsqu'il s'agit de la formation d'une surface plane, & quelquefois sur des matieres flexibles, comme du Carton, du fer-blanc, ou des lames de plomb, lorsqu'il s'agit d'une surface courbe, dont on cherche le contour par la voye du développement qui est la moins ordinaire dans l'exécution.

Pour placer ces modeles dans la situation où ils doivent être entre eux, on se sert des instrumens propres à déterminer les inclinaisons des surfaces, comme sont les Biveaux & fausses équerres.

R E M A R Q U E.

QUOIQUE cette méthode s'appelle particulièrement *par Panneaux*, il ne faut pas croire qu'on puisse tout-à-fait se passer de modeles dans la précédente par équarrissement; car il faut pour tracer un contour courbe employer un panneau, ou quelque chose d'équivalent, comme un biveau à branche courbe, ou une cerche; parce que les petites portions des surfaces des voussoirs ne permettent pas qu'on puisse y tracer des arcs de cercle par le moyen du simbleau, en ce qu'il faudroit y ajouter une surface continuë prolongée pour y placer un centre, s'il s'agit d'un arc circulaire de peu de degrez, ou deux foyers pour une petite portion d'Ellipse; ou bien employer les pratiques que nous avons donné au second Livre, pour se passer du centre ou des foyers; or il est bien plus simple & plus sûr de faire un modele sur une épure où la ligne courbe est entierement tracée, que d'avoir recours à des

opérations fort composées, qu'il faudroit répéter souvent pour de petites parties.

La troisième méthode que j'ai appelé par *Demi-équarissement* participe des deux précédentes, feu M. de la HIRE qui en est l'inventeur ne lui ayant pas donné de nom particulier, j'ai cru devoir lui en donner un pour la distinguer des autres. J'en renvoye l'explication aux exemples que j'en donnerai; il suffit de la connoître ici comme moyenne entre celle par Panneau, & celle par Equarissement, en ce qu'on y fait usage des surfaces supposées Horizontales ou Verticales comme dans l'équarissement, & des Panneaux de Doëles, comme à la méthode des Panneaux.

Des Avantages & Désavantages de chaque Méthode.

L'*Avantage* de la méthode par équarissement consiste 1.^o en ce que l'on s'épargne la peine de faire un grand nombre de panneaux pour la construction d'une voute, lorsque ses ceintres ne sont pas circulaires; parce qu'il en faut changer à chaque vouffoir.

2.^o En ce qu'il n'est pas nécessaire de connoître les lignes courbes, qui se forment par l'intersection des surfaces courbes; on les forme par une espece de hazard, en abatan successivement la pierre d'une Doële à la règle trainée sur un Arc - Droit.

Ses *Désavantages* sont 1.^o qu'elle consomme beaucoup de pierre en pure perte; car puisqu'il faut chercher des surfaces inclinées entre des verticales & des horizontales; si leur inclinaison est, par exemple de 45. degrez dans un cube, il est clair que tout ce qui est au-delà de la diagonale d'une de ses faces étant inutile, il en faut retrancher un prisme triangulaire égal à celui qui doit rester, de sorte qu'en ce cas la perte de la pierre est évidemment de la moitié; mais ce n'est pas encore tout, si sur cette surface inclinée il en faut élever deux autres à angle Droit ou Obtus, comme sont les joints de Tête avec les Doëles; il faut encore abatre une seconde fois de la pierre & en retrancher de plus deux Prismes triangulaires, & enfin si le vouffoir est extradossé il en faut encore abatre un quatrième prisme triangulaire. La Fig. 11. le fera voir sensiblement; parce qu'on y a ponctué tout ce qui doit être enlevé. Ainsi dans le prisme dont *dabc* est une face, il faut premierement enlever un Prisme triangulaire qui aura pour base le triangle mixte *fdg*, secondement un autre qui ait pour base le triangle rectiligne *afe*, troisièmement un autre opposé au premier, qui ait pour base le triangle mixte *ebb*, & enfin un quatrième rectiligne, dont la base est le triangle *gcb*. Fig. 11.

Le second Désavantage est, qu'il faut non seulement faire inutilement

les surfaces d'un Parallelepipede qu'il faut recouper, mais souvent des secondes surfaces, qui sont encore inutiles, & qu'il ne faut supposer que pour trouver les troisièmes, qui doivent subsister quand l'ouvrage est achevé, qu'il auroit cependant fallu faire immédiatement si on avoit pû; on en verra des exemples dans la suite.

Le troisieme Désavantage est, que si les angles sont un peu alterez par l'exécution, & que l'équarrissement ne soit pas exact dans les renvois, que ces angles sont d'une surface à une autre, soit par la faute des Equerres ou des Biveaux, ou de la main de l'Ouvrier qui s'en fert, il peut en résulter des erreurs sensibles, & des arêtes d'un contour irrégulier & mal formé.

Les Avantages de la Méthode par Panneaux.

DE l'exposition des avantages & désavantages de la méthode par équarrissement, il est aisé d'inferer ceux de la méthode de tracer les pierres par le moyen des Panneaux.

Premierement, il est visible que l'operation étant plus immédiate elle doit être plus courte.

Secondement, qu'y ayant moins de supposition de surfaces planes à faire précéder, il y a plus de facilité à faire servir des pierres de moindre volume.

Troisièmement, qu'y ayant moins à retrancher, il s'y trouve une plus grande oeconomie dans la consommation de pierre.

4.^o QUE l'operation étant fondée sur l'étenduë des surfaces, dont on a pû exactement tracer les contours par les règles de l'épure, on y est conduit beaucoup plus sûrement, & par conséquent elle en doit être plus exacte.

ENFIN c'est la plus sçavante méthode & le principal objet de l'étude de la Coupe des Pierres, dont les Auteurs qui en ont traité ont fait le plus de cas, comme il paroît par ce qu'en dit le P. DERAN.

Le seul Désavantage qu'on y trouve, est un plus grand attirail d'instrumens, si l'on peut appeller les panneaux de ce nom.

LA troisieme méthode par *Demi-équarrissement*, participe des avantages des deux autres; nous en renvoyons l'explication au premier exemple du trait des voutes en Berceau.

MALGRE' l'imperfection de la méthode par équarrissement, les Appareilleurs la préfèrent ordinairement à celle des Panneaux par plusieurs

raisons; la premiere, parce qu'ils se soucient moins de ménager la pierre, dont la dépense ne roule pas sur leur compte, que de s'épargner de la peine; la seconde, parce qu'ils ont besoin de moins d'instrumens, c'est-à-dire, de Panneaux, & moins d'inquietude que les tailleurs de pierre ne prennent quelquefois les uns pour les autres, ou les placent en fausse position, ce qui arrive souvent, si on n'a soin d'y veiller. La troisième, c'est que comptant toujours sur quelques ragréments, ils sont peu curieux d'une parfaite operation, parce qu'ils se flatent de sauver les apparences par ce moyen.

Nous n'adopterons dans cet ouvrage aucune de ces méthodes en particulier, nous ferons usage des unes & des autres suivant les occurrences, & lorsque chacune d'elles conviendra également à la facilité de l'operation, nous en donnerons l'application au Trait, pour mettre le Lecteur en état de choisir ce qui lui conviendra le mieux, comme on le verra dans celui des Berceaux. Il faut auparavant voir les élémens de la pratique pour tracer les surfaces simples, considérées sans aucune division.

P R O B L E M E. I.

Par trois Points donnez dans un Solide faire passer une Surface Plane.

En Termes de l'Art.

Dégauchir un Parement.

Soit un quartier de pierre AE [Fig. 9.] tel qu'il vient de la carrière, d'où on l'apporte brut, mais ordinairement formé quoiqu'imparfaitement en parallelepipedes, sur lequel il faut faire un *Parement droit*, c'est-à-dire, une surface plane, à laquelle la règle puisse être appliquée en tout sens, sans qu'il reste aucun vuide entre deux. Fig. 9.

On commencera par tracer une ligne avec une règle où l'on jugera à propos pour y pousser une ciselure vers un de ses angles, & l'ayant bien dressée à la règle, on y en appliquera une immobile, comme en HE, soit qu'on la fasse tenir par quelqu'un en cette situation; soit qu'on l'y appuie avec une pierre ou autre chose, si l'on est seul. Ensuite on posera une autre règle IK vers la face opposée AC, à l'autre arête aussi près du bord qu'on jugera à propos, & on la placera à l'égard de la premiere règle de maniere que le bord de la seconde couvre exactement celui de la premiere, sans que les deux règles se croi-

sont en regardant de differens endroits par devant leurs côtez extérieurs; enforte que les rayons usuels LN, LO, qui se terminent à la premiere règle en H & E, rasent la seconde en N & en O, de même l'œil étant situé en M regardant en E & G, le bord de la premiere règle HE rase la seconde IK en B & C; alors on trace une ligne droite le long de la règle IK sur le côté BC, des extrémités de laquelle on tirera à la règle deux autres lignes BP & CE, sur le lit de dessus AP, & sur celui de dessous DE, le long du bord de la pierre, après quoi on abattra avec les outils convenables tout ce qui excède ces lignes, soit en commençant par y pousser des ciselures, lorsque la pierre peut se tailler au ciseau, comme toutes les pierres tendres; soit en y faisant une *plumée* ou rigole, au lieu de ciselure avec la pointe du marteau, comme l'on est obligé de faire à certaines pierres dures, grenées d'un gros grain, comme du Granite d'Egypte, telles que sont celles de la côte du Nord de la Bretagne, sur lesquelles le ciseau ne mord pas.

LORSQUE les quatre lignes du contour de la surface sont déterminées & dressées, on abat la pierre qui les excède, en examinant de tems en tems avec une règle que l'on place où l'on veut, si elle s'applique aux côtez opposez sans qu'on puisse appercevoir du jour entre la règle & la pierre, car ce jour indique des creux ou des bosses; c'est la premiere chose qu'apprennent les Tailleurs de pierre, & c'est par là qu'on vérifie la justesse & la propreté de leur ouvrage. Ce qui est le but de notre dessein, où nous ne nous proposons pas de dresser des Ouvriers dans les operations de la main, qui font un effet de l'habitude, mais de former des connoisseurs qui puissent juger de leur travail, les redresser quand ils ont fait faute, & diriger ceux qui s'y prennent mal.

D E M O N S T R A T I O N .

LA pratique de ce Probleme est démontrée dans la 2.^e proposition du 11.^e Livre d'EUCLIDE, qui dit que trois lignes droites qui se coupent sont nécessairement dans un plan, & par conséquent toutes celles qui sont tirées dans ce triangle, or les rayons visuels LH, LE avec le côté de la règle GE, forment un triangle, dans lequel [par la construction] est la ligne NO de la règle IK, de même que les rayons visuels MG, ME, avec le côté EH & la ligne FK, partie de la règle IK; donc les lignes BP & CE, qui joignent les deux règles, & toutes celles qu'on peut tirer d'un côté à l'autre, sont dans le même plan; par conséquent la surface ainsi formée sera exactement plane, ou en terme d'Architecture, un Parement droit, *ce qu'il falloit faire.*

LORSQU'ON n'a pas besoin de faire des arêtes paralleles entr'elles,
on peut

on peut former une surface plane par trois points donnez, en faisant une rigole ou ciselure à la règle posée de cant, d'un des points donnez à l'autre, comme pour faire un triangle, & en abatant ensuite la pierre, qui se trouve excéder la profondeur de ces trois rigoles ou *plumiées*, ce qu'on connoît en faisant couler la règle sur ces rigoles en travers, comme sur autant d'apuis qu'elle doit affleurer.

Quoiqu'il ne s'agisse pas ici de dresser les Ouvriers dans le maniement des outils, dont nous supposons qu'ils ont fait apprentissage, nous avons cru qu'il étoit à propos d'en mettre ici la figure, pour en donner les noms les plus usitez, & leurs usages, c'est une connoissance nécessaire aux gens de Cabinet, qui ont du goût pour les Arts.

A. *Testu*, marteau qui a d'un côté une pointe & de l'autre une masse pour ébaucher une pierre en abatant des parties avec la masse, dont on frappe sur les bords pour faire sauter un éclat, & achever d'enlever avec la pointe le reste, qui fait une bosse. Le *Plan* du même outil est au dessous en *a*.

B. *Laye* ou *marteau bretelé*, qui a d'un côté un tranchant uni & de l'autre un tranchant denté, qui fait des fillons; son *plan* est en *b*.

C. *Ciseau* à ciseler, il y en a de plusieurs grandeurs; lorsque le ciseau est large avec un manche pour être poussé à la main, comme les outils de Menuiseries, on l'appelle *Fer quarré*: on se sert du ciseau pour les pierres tendres & dures d'un grain lié; mais lorsque le grain est sabloneux, comme aux pierres des carrieres de la côte du Nord de la Bretagne, dont j'ai parlé, les Ouvriers ne s'en servent point, ils font tout à la pointe.

D. *Maillet* pour pousser le ciseau.

E. *Marteau à deux pointes* pour la pierre dure; lorsqu'il est un peu plus long on l'appelle *pioche*; son *plan* est en *e*.

F. *Riflard bretelé* pour la pierre tendre.

G. *Crochet*.

H. *Rippe*.

I. *Compas à fausse équerre*.

Remarque sur l'Usage.

LA maniere de former régulièrement une surface plane est le fondement de toute la Pratique, non seulement de la coupe des pierres & des bois, mais encore de tous les Arts qui sont de quelqu'usage en Architecture, comme de la Charpenterie, Menuiserie, Serrurerie & autres; parce qu'il faut presque dans tous les ouvrages faire des

surfaces planes. Lorsqu'il s'agit de petits morceaux qu'on peut tenir à la main, les Ouvriers en examinent la justesse en fermant un œil & regardant avec l'autre la surface plane en profil, en sorte que le rayon visuel ne l'aperçoive que comme une ligne droite; car si un des corps paroît croiser l'autre opposé, c'est une preuve que le parement est *gauche*; alors ils abatent de la matière sur un des angles ou sur les deux opposez, s'il convient, pour effacer cette partie qui paroît croiser le côté droit qu'on regarde en profil.

DANS les grands ouvrages qu'on ne peut regarder de même à cause de leur position, on couche une règle d'un angle de la surface à son opposé, ou si la règle n'est pas assez grande, on doit tendre des fils ou cordeaux des uns aux autres suivant les diagonales, pour voir s'ils se touchent au milieu, où ils se croisent. C'est ainsi qu'on peut examiner, comme je l'ai dit ailleurs, si une porte ou une table s'est cambrée en sêchant, ou par quelqu'autre cause; car pour peu qu'il reste d'intervale entre ces deux diagonales, c'est une preuve que la surface est gauche & non pas plane. Voyons présentement comment on parvient à la formation des surfaces courbes.

P R O B L E M E II.

Faire une Surface Courbe Concave ou Convexe, qui soit une partie d'un Corps régulier primitif, Cylindrique, Conique ou Sphérique.

En Termes de l'Art.

Creuser une Doële, ou former un Extradós de Voutes régulières des trois premières especes.

Principes de pratique.

ON peut diviser les voutes 1.^o en planes. 2.^o En courbes en tout sens. 3.^o En mixtes, qui sont droites en un sens & courbes dans l'autre.

LES planes sont les platebandes, les plafonds horisontaux, & enfin les Trompes plates, dont les plafonds sont inclinez à l'horison.

LES courbes en tout sens sont les sphériques, les sphéroïdes, les annulaires, appelées voutes sur le noyau, & les vis.

LES mixtes sont les cylindriques ou berceaux, & les coniques, qui sont droites suivant leur direction, & courbes suivant leur largeur.

CETTE division fait tout d'un coup apercevoir quels sont les instrumens dont on peut se servir pour les former. 1.^o Que les planes ne peuvent se faire à la Règle. 2.^o Celles qui sont toutes courbes ne peu-

vent se faire qu'avec la *Cerche* d'un contour opposé à celui de leur surface, c'est-à-dire, Concave pour les Extrados, & Convexe pour le creux de la Doële. 3.^o Enfin que les mixtes peuvent se faire par le moyen de l'un de ces deux instrumens, la *Règle* ou la *Cerche*.

Il faut encore sousdiviser les mixtes, en celles dont la courbure est égale, comme aux Berceaux Cylindriques, & inégales, comme dans les coniques. Les premières peuvent se faire indifféremment avec la *Règle* ou la *Cerche*; mais les autres ne peuvent se faire commodément qu'à la *Règle*; parce qu'il faudroit continuellement changer de *Cerche*.

Des Segmens Cylindriques.

QUOIQUE l'on puisse choisir pour former une surface cylindrique l'instrument courbe de la *cerche*, ou le droit de la *Règle*, & que l'un des deux fuffise, il est cependant vrai que pour bien operer on a besoin de l'un & de l'autre. Si l'on se borne à l'usage de la *cerche*, il fuffit pour la préparation de la taille de la pierre ou du bois de dresser un parement, pour y tracer les côtez paralleles *bi* de la portion Fig. 10. cylindrique, lesquels doivent servir d'appui à la *cerche* C, soit qu'il s'agisse de creux ou de bosse, de Doële ou d'Extrados. Ces deux côtez étant tracez sur le parement, il n'y a qu'à abatre la pierre ou le bois, jusqu'à ce que la *cerche* C, posée toujours perpendiculairement à ce parement, se meuve sur ces lignes droites, & s'ajuste parfaitement dans le creux *bme*; ou sur la convexité, si au lieu du creux il s'agit d'un morceau convexe, en sorte qu'il ne reste aucun vuide entre l'un & l'autre.

Si l'on veut ne faire usage que de la *règle* RE, au lieu d'un seul parement *ad*, qui répond à la Doële, il faut en faire deux opposez *af*, *bg* paralleles entr'eux qui sont les bases, en termes de l'art les têtes de la pierre; parce que pour déterminer la position de cette *règle* RE, il lui faut fixer deux appuis, comme il en a fallu deux à la *cerche* pour déterminer la position de l'arc; or ceux-ci ne peuvent être rassemblez sur une même surface plane, mais ils doivent être séparés de l'intervale des bases du cylindre; parce que la *cerche* ou modele courbe doit se mouvoir en ligne droite, & le modele droit doit se mouvoir en ligne courbe, circulaire ou Elliptique, selon la nature des bases ou segmens du cylindre à faire.

D'ou il suit qu'on peut s'y prendre de deux manieres pour l'exécution.

PREMIEREMENT, si l'on veut ne se servir que de la *règle*, il faut com-
C ij

mencer par dresser deux paremens paralleles entr'eux & opposez, pour y placer les segmens des bases donnez; c'est-à-dire, pour former les deux têtes de la pierre, & tracer ces deux segmens égaux, de maniere que leurs cordes soient paralleles; c'est pourquoi après avoir tracé le premier avec un panneau ou avec le compas, si le centre se trouve sur la tête on appliquera une règle sur sa corde, & une autre règle à la tête opposée, qui se borne par celle-ci, en sorte qu'étant regardées en profil, l'une ne paroisse pas croiser l'autre; dans cette situation on trace la ligne qui doit servir de corde au second arc, sur laquelle on applique le panneau du même segment de cercle ou d'Ellipse pour le tracer, si les têtes sont paralleles, ou un autre segment donné sur l'Epure, si elles ne le sont pas; puis ayant tracé ces deux têtes, on abattra la pierre à la règle entre les deux arcs des bases, la faisant couler sur ces arcs parallelement à des distances proportionnelles des extrémités de ces arcs, comme l'on voit à la fig. 10. la règle RE; alors le creux cylindrique sera bien formé.

SECONDEMENT, si l'on ne peut se servir que de la cerche C, on commencera à dresser un parement ab/K [par le Problème premier] sur lequel on tracera deux lignes droites hi , ed , paralleles entr'elles, & distantes de l'intervale de la corde be , de la cerche du creux qu'on veut former, puis sans s'embarasser de former des paremens pour y tracer les têtes, on abattra la pierre suivant le contour de la cerche C, qu'on tiendra bien perpendiculairement à la premiere surface plane, & qu'on fera couler dans cette situation le long des lignes droites hi , ed , qui doivent en guider le mouvement, en sorte qu'il ne paroisse aucun jour entre la pierre & la cerche; mais comme il pourroit arriver que la cerche s'enfonceroit un peu trop dans le creux, sans qu'on s'en apperçût, si le segment approchoit beaucoup de la grandeur du demi-cercle, il faut pratiquer deux parties saillantes op , qui soient les continuations de la corde de part & d'autre, sur lesquelles elle puisse s'appuyer; ainsi on est sûr qu'elle ne s'enfonce ni trop ni trop peu.

On voit que dans la premiere pratique il faut deux paremens de préparation avant que de commencer à creuser, & que dans celle-ci il n'en faut qu'une, mais aussi elle est moins sûre; parce qu'il s'y peut faire des ondulations que la règle ne feroit pas; il est aussi vrai que la règle peut en faire dans la largeur, & ne pas suivre exactement le contour de la Courbe donnée; ainsi pour operer aussi parfaitement qu'il est possible, il faut se servir de l'un & de l'autre instrument, sçavoir de la règle & de la cerche.

Des Segmens Coniques.

Nous avons donné ci-devant le choix de deux instrumens pour former les surfaces cylindriques, il n'en est pas de même pour les coniques, on ne peut gueres se servir que de la règle; parce qu'il faudroit trop multiplier les cerches, qui varient de contour à chaque point de longueur, en ce que les sections coniques semblables augmentent vers la base, & diminuent vers le sommet.

D'où il suit que la préparation à l'excavation d'une doële, ou à la formation d'une surface convexe d'extrados doit être faite par les deux surfaces planes des têtes, sur lesquelles on placera les arcs & leurs cordes de la même manière que nous venons de le dire pour les cylindriques, avec cette différence, que les arcs opposés quoique semblables n'étant pas égaux, le mouvement de la règle qui guide l'excavation ne doit pas être parallèle à lui-même; mais plus grand vers la base que vers le sommet du cone, dans le rapport des contours des arcs des deux têtes, & comme il n'est pas aisé de bien conduire ce mouvement à vûe d'œil, il faut diviser ces contours *hmK*, *inl* [Fig. 12.] en un même nombre de parties égales entr'elles, qui feront semblables à celles de la tête opposée, & placer la règle sur les correspondantes, par exemple, de la seconde division d'une tête, à la seconde division de l'autre, ainsi des autres, du tiers & du quart; dans cette situation la règle ne doit laisser aucun vuide au dessous, ce que l'on connoît en voyant si le jour y passe. Il n'en est pas de même pour peu que cette direction soit changée, la règle ne peut y être appliquée sans laisser du vuide.

Fig. 12.

La raison en est bien sensible, parce que la règle doit tendre au sommet du cone, dont ce segment est une partie tronquée, sans quoi la section ne sera pas verticale, c'est-à-dire par le sommet; or nous avons démontré au premier Livre qu'il n'y a que celle-là de rectiligne.

Ce que nous avons dit pour la formation des surfaces concaves s'applique naturellement aux convexes de même espèce & grandeur; mais l'usage en est rare dans les voutes, elles sont rarement extradossées.

Nous avons supposé dans ces exemples de segmens coniques & cylindriques, que les bases ou têtes opposées doivent être parallèles entr'elles, pour la facilité de l'introduction à la pratique; mais rien n'empêche qu'elles ne fassent avec la surface plane, qui passe par leurs cordes, tel angle que l'on voudra; l'opération sera toujours exacte, mais elle produira des surfaces concaves ou convexes différentes du cylindre, par exem-

ple, on ne pourroit pas appliquer perpendiculairement une cerche qui auroit pour contour l'arc d'une de ces bases, à cause que l'obliquité change la section du cylindre, qui devient plus grande sans être plus profonde.

Des Surfaces Sphériques.

PUISQUE les sphères sont courbes en tout sens, il est évident qu'on ne peut les former qu'avec un instrument courbe, c'est-à-dire, une cerche, qui doit aussi se mouvoir sur un appui courbe, qui est le cercle de la base du segment qu'on veut former; or parce que le cercle est une figure plane, il faut commencer par dresser un parement sur la pierre ou le bois pour l'y tracer; & pour montrer que la position de la cerche sur ce plan n'est pas indifférente, nous allons établir les propositions suivantes.

L E M M E I.

PLAN. 29.
Fig. 15. *Les Cordes égales dans des Cercles inégaux ont plus grande raison aux petits qu'aux grands Cercles.*

SOIENT deux cordes égales AB , HL [Fig. 15.] posées parallèlement dans des cercles concentriques AGB , DKE , dont le centre est en C , & les rayons CD , CE menez par les extrémités A & B , & C K par le milieu de ces cordes; en sorte que $AF = HI$.

PUISQUE les arcs AG & DK sont concentriques entre les mêmes rayons, il est clair qu'ils contiennent un nombre égal de degrés; mais la corde $HL = AB$ ou sa moitié $HI = AF$ [par la supposition] n'est que partie de celle de l'arc DK , donc elle est soutendante d'un arc d'un plus petit nombre de degrés du grand cercle, que du petit, ce qu'il falloit démontrer.

C O R O L L A I R E.

D'où il suit que le rayon du petit cercle AGB est à celui du grand DKE , comme la corde d'un même nombre de degrés, que le plus grand est à celle d'un plus petit $AF : DM :: AC : CD :: HI : DM$, ou comme AG plus grand en valeur de degrés est à HK plus petit en nombre de degrés.

L E M M E II,

Les Arcs des Cercles inégaux, qui ont des cordes égales, sont entr'eux en raison réciproque de leurs flèches.

Fig. 16. SOIENT [Fig. 16.] deux arcs de cercles inégaux AGB , AFB , qui ont

la corde commune AB, dont les centres sont en D & C ; je dis que ces arcs sont entr'eux en raison réciproque de leurs flèches EF, EG.

Si par leurs centres D & C, on mène une ligne fG , elle sera perpendiculaire à la corde AB, [par la 5. du 3.^e d'Eucl.] donc EB sera le sinus commun de la moitié de ces arcs ; or $DB + DE = gE : EB :: EB : EG$ & $CB + CE = fE : EB :: EB : EF$ [par la 13.^e du 6.^e d'Eucl.] donc si l'on retranche la partie CE, commune aux deux diamètres gG , & fF ; on aura $DB : CB :: EG : EF$; mais les cercles sont entr'eux comme les rayons ; donc $BGA : BFA :: EG : EF$, ce qu'il falloit démontrer.

L E M M E III.

Si l'on fait mouvoir un Arc de cercle Majeur autour de sa Corde, laquelle soit aussi le Diametre de la Base d'un Segment de Sphère, il n'en touchera la Surface que lorsqu'il sera perpendiculaire à la Base de ce Segment.

Soit l'arc AFB, partie d'un cercle majeur d'une sphère $AfBF$, dont la corde AB est le diamètre d'un cercle mineur $AbBH$, qui est la base d'un segment de sphère, représenté en profil par l'arc AFB. Si l'on suppose le même arc tourné perpendiculairement à celui-ci, son rayon sera représenté en profil par la ligne CF, & la corde égale à AB par le seul point E, sur lequel faisant mouvoir comme sur un pivot le rayon CF, le point C décrira l'arc nc , & le point F l'arc lm , lequel point se détache dans ce mouvement de part & d'autre de l'arc AFB, qu'il ne touche qu'en un seul point F [par la 13. du 3.^e l. d'Eucl.] parce que [par la 3.^e du même l.] CF passant par le milieu de AB lui est perpendiculaire, & par la 12. elle passe par les deux centres. Il en fera de même de toutes les lignes qui sont dans le plan du même arc de cercle majeur, & parallèles à EF, lesquelles n'atteindront à la surface du segment de sphère que dans la même situation perpendiculaire, par conséquent donneront une suite de points d'attouchement dans cette surface, qui seront la trace d'un arc égal à AfB , ce qu'il falloit démontrer.

C O R O L L A I R E.

D'où il suit, que si l'arc de cercle tournant sur une corde égale au diamètre AB de la base du segment de sphère, appartient à un cercle mineur, il ne pourra tourner au tour du point E dans ce segment ; parce que [par le 2.^e Lemme] sa flèche sera plus grande que FE, par exemple Fx ; alors il est clair qu'elle sera arrêtée dans la situation Ey , au-delà de laquelle elle ne pourra s'approcher du milieu F, il en fera de même de l'autre côté. Et si la flèche étoit moindre que

la ligne EF , il est évident qu'elle ne pourroit toucher au fond du segment nulle part; alors ce feroit une marque que l'arc, dont la corde feroit toujours égale à AB , appartiendroit à une plus grande sphère, qu'à celle dont l'arc AEB est le profil du segment.

P R O B L E M E II.

Par trois Points donnez à la Surface d'une Sphère ou dans sa projection, faire passer un Cercle, qui soit la Base du Segment, fait par un plan qui la coupe par ces trois points.

Fig. 17. SUPPOSONS premierement que ces trois points sont donnez à la projection dans les circonstances ordinaires aux traits des voutes sphériques, qui sont que deux de ces points comme 2 & 3 soient dans une section horizontale, dont la projection est l'arc $2f3$, & que le troisième point 1 soit dans une section verticale, passant par le point donné 2, & par le centre de la sphère.

AYANT tiré par les points 2 & 3 la corde 2, 3, on lui menera par le point 1 une parallèle 1, 4, qui coupera l'arc 1 L 4 concentrique au premier $2f3$ au point 4, on divisera la corde 1, 4 en deux également en M, par où on tirera CL, qui divisera aussi 2, 3 en deux également en m , & l'arc 2, 3 en f . Par les points f & L on élèvera sur CL des perpendiculaires Ll , fF , qui couperont le cercle majeur GAH aux points l & F, par où on menera deux petites parallèles à CL, sçavoir lO , $F r$, qu'on fera égales aux flèches de la projection LM, $f m$; par les points o & r on tirera une ligne, qui coupera l'arc GAH aux points Y & y ; lesquels seront les extremités du diametre du cercle Yqy , que l'on cherche; il ne reste plus qu'à le diviser en deux pour en avoir le centre & le tracer.

SECONDEMENT, si les trois points donnez étoient sans aucun ordre comme 1 e D, il faudroit du centre C mener par chacun de ces trois points des arcs de cercles 1 P, Dp, ep, jusqu'à un rayon AC, qu'ils couperont aux points Ppp, par lesquels on élèvera des perpendiculaires sur AC, qui couperont l'arc AH aux points Y, d, E, & par ces points on menera des parallèles à AC indefinies $Y o^r$, dg , Ex , sur lesquelles on portera les distances des points donnez prises à la projection, à laquelle elles répondent, sçavoir 1D à la plus basse en YS, 1e en Yt, & De en du, puis par les points tsu élevant des perpendiculaires, qui couperont les horizontales superieures aux points unx , on aura les hauteurs des points donnez à la projection, au dessus de l'inférieure 1; sçavoir su pour celle du point D, & tn pour celle du point e. Ensuite ux pour celle du point e au dessus du point D; ainsi ayant tiré

tiré les lignes Yn , Yn , dx , on fera avec ces trois lignes un triangle $YE^n g^d$, à part, au tour duquel on circonscrira un cercle, par le Problème que les Ouvriers appellent *les trois points perdus*. Ce second cas se présente rarement à la pratique des Traits des voutes.

D E M O N S T R A T I O N.

PUISQUE les arcs $2f3$ & $1L4$ sont des sections horisontales de la sphère, leurs flèches LM , fm seront aussi horisontales; par conséquent elles sont bien représentées au profil par des lignes Lo , Fr parallèles à une ligne CQ , qu'on suppose horisontale, & l'arc QAF vertical, & la ligne or , qui passe par leurs extrémités représentera en profil la ligne Mm de la projection, laquelle est dans le plan qui passe par les quatre points $1, 2, 3$ donnez, & le quatrième trouvé; donc la ligne Yy est le profil de ce plan, lequel étant perpendiculaire au plan vertical $QAYC$, ne peut être représenté suivant les règles de la projection que par cette seule ligne; mais parce que le plan vertical dont CQ est la projection horisontale, passe par le milieu du plan 1234 , il passera aussi par le centre du cercle auquel cette surface sera inscrite; par conséquent le milieu de la ligne Yy fera le centre, & Yy le diamètre de ce cercle, ce qu'il falloit trouver.

POUR le second cas, il est clair que les hauteurs respectives des points donnez D & e , à l'égard du point 1 , & celle du point e , à l'égard du point D , sont bien trouvées, en ce que leurs distances du centre C sont rapportées sur une même horisontale AC , prise pour base d'un quart de cercle vertical AHC , à la circonférence duquel sont terminées les verticales élevées sur les points Ppp , qui représentent les donnez $1eD$; ainsi la projection horisontale, & la hauteur verticale étant données, l'hypoténuse de chaque triangle rectangle sera la juste distance d'un point à l'autre, comme nous l'avons démontré au troisième Livre.

P R A T I Q U E.

Faire un Segment de Sphère Concave ou Convexe.

SOIT [Fig. 18.] un quartier de pierre brute AD , dans lequel on veut *Fig. 18.* creuser une portion de sphère.

AYANT dressé un parement [par le Probl. I.] c'est-à-dire, une surface plane, on y tracera le cercle $fn g$ FoK , dont le diamètre est trouvé par le Problème précédent, pour celui de la base du segment proposé; puis on divisera le contour de ce cercle en autant de parties éga-

les qu'on voudra, comme ici en quatre, aux points f, g, F, K , par lesquels & par le centre C on tirera des diamètres fF, gK .

ON fera ensuite une *Cerche* avec un morceau de planche mince, qu'on coupera suivant le contour d'un arc d'un cercle majeur de la sphère, c'est-à-dire, décrit avec la moitié de son diamètre, il n'importe de la grandeur de cet arc, pourvu que sa corde ne soit pas moindre qu'un diamètre fF , il faut même qu'il soit plus grand, ou du moins la cerche plus large que la flèche CP , pour la commodité du maniement.

ON commencera par creuser le long d'un diamètre comme fF une rigole qu'on appelle *plumée* pour y ajuster la cerche perpendiculairement au parement, ce qu'on peut faire assez juste à vûe d'œil, ou si l'on veut en y appuyant une équerre, comme on voit, à la figure, la cerche HFR , appuyée contre la branche qr de l'équerre eqr .

ON en fera autant sur un ou plusieurs diamètres, qui croisent le premier, comme sur gK , & l'on marquera au fond le milieu ou pôle du segment P , puis on enlèvera la pierre entre ces rigoles ou plumées, en présentant de tems en tems la cerche, qu'on fera tourner sur ce milieu comme sur un pivot, sans l'incliner à droite ni à gauche; en sorte que les extrémités de la corde *on* affleurent toujours le parement, & que le point P touche au fond sur la marque qu'on y a faite, aussi bien que tout le contour de la cerche, ce que l'on connoît, lorsqu'elle bouche le passage de la lumière; car pour peu qu'elle trouve d'inégalité dans le fond on voit le jour entre deux. Et afin que l'épaisseur de la planche ne donne pas un faux contour, il faut qu'elle soit taillée de part & d'autre en *chanfrain*, plus ou moins aigu, selon qu'il convient à la grandeur ou petitesse de segment.

LA nécessité de ces précautions est démontrée dans les Lemmes précédens particulièrement au troisième, par lequel on voit que si la cerche étoit inclinée sur la corde *on*, le segment qui seroit creusé suivant son contour ne seroit plus portion de la sphère proposée, mais d'un autre de plus grand diamètre, dans le rapport réciproque de la fausse profondeur, que donneroit la cerche, inclinée à celle de la même en situation perpendiculaire.

La démonstration de cette pratique est fondée sur ce que tous les cercles, qui passent par le centre de la sphère sont égaux entr'eux; de sorte que la cerche étant portion d'un grand cercle, doit convenir & s'ajuster à la surface de la sphère toutes les fois & dans toutes les positions, où son plan doit passer par ce centre; mais il ne peut y passer que lorsqu'il fera ses révolutions sur son axe, comme sur un pi-

vot, qui tourne sur le pôle P , ou qu'étant incliné au plan de la base hors du milieu, il le fera de manière qu'il passe encore par le centre, ce qui n'est pas si aisé dans la pratique, que de le placer perpendiculairement au plan de la base du segment, où l'on peut se servir d'une équerre comme nous l'avons dit ; car l'usage du biveau, qui pourroit servir pour donner l'inclinaison à la cerche, suppose, ce qui est en question, qu'on a tracé un cercle majeur dans le segment, sur lequel le biveau doit avoir une de ses branches, & l'autre doit être perpendiculaire au plan de la cerche.

S E C O N D C A S.

Pour former seulement une portion de Segment.

IL arrive quelquefois qu'on veut creuser une portion de segment dans une pierre $abde$, qui n'est pas assez large pour y tracer le cercle de la base entière ; de sorte qu'on ne peut y avoir que deux arcs de cette base diametralement opposez. Alors la manière la plus sûre & la plus correcte seroit de chercher la flèche du segment de cercle mineur, qui a pour corde la ligne rs , où la pierre manque, pour y décrire l'arc de base ros , ce qui n'est pas bien difficile.

Fig. 19.
3 19.

SOIT le segment OPQ [Fig. 19.] la portion de la cerche HPR , qui doit entrer dans le creux de la pierre. On portera la moitié de la largeur ae de cette pierre, du milieu C , en D , par où on tirera Dy parallèle à la portion du rayon du milieu $C \cdot P$, & l'on aura la longueur Dy , qui sera la flèche qu'on cherche. Ainsi par les trois points donnez rs^* , extrémité de la corde du segment, & y extrémité de la flèche, on fera passer un arc de cercle, qui sera le modèle de la cerche qu'il faudroit appliquer aux côtez opposez de la pierre rs , & vu , où elle manque, pour la formation du segment entier de la sphère.

* Fig. 19.

MAIS si l'on veut s'épargner cette peine, qui entraîneroit avec elle l'obligation de dresser les côtez de la pierre pour y placer cette cerche, comme un panneau, au lieu qu'on peut les laisser brutes, & cependant faire la portion de segment de sphère demandée, sans erreur sensible ; on peut s'y prendre autrement.

AYANT décrit une portion de cercle majeur HPR , pour en former la cerche comme on la voit à la figure au dessus ; d'un point P , pris pour milieu, on prendra deux arcs égaux PH & PR , plus grands que les deux PO & PQ , qui doivent être dans le creux du segment de sphère, pour avoir le bord de la cerche HR , au dessus du plan de la base. Ensuite par les points $F M g f m G$, où les lignes diagonales ad ,
D ij

Fig. 19.

be, & celle du milieu *Mm* coupent les arcs *rv*, *us* de cette base, on tirera des tangentes à ces arcs, ou ce qui est la même chose des perpendiculaires aux diamètres, comme *TN* d'un côté, *tn* de l'autre; puis ayant fait les plumées suivant les diagonales *Ff*, *Gg*, & la ligne du milieu *Mm*, avec le contour de la cerche *HPR*, que la perspective nous oblige de représenter dans cette figure en portion d'Ellipse, quoique ce soit la même qui est en arc de cercle au dessus marquée des mêmes Lettres. On marquera au fond du segment avec précision le point *P*, milieu du creux où se croisent les trois positions de la cerche, qui ont donné la formation des deux triangles sphériques égaux *FPg*, *GPf*.

Fig. 19^a.

ENSUITE pour former les portions du segment, qui se trouvent au delà de ces triangles sphériques, on tiendra toujours le milieu *P* de la cerche sur celui du segment, & on la tournera sur ce point comme sur un pivot, en bornoyant la ligne *HR* par une des tangentes *TN*, ou *tn*, afin qu'elle ne panche pas plus à droite qu'à gauche, je veux dire vers *X* que vers *Q*; suivant ces points on abattra la pierre pour que le creux s'ajuste parfaitement à son contour, en toutes ces situations.

D E M O N S T R A T I O N.

PREMIEREMENT, dans la figure 19^a. il est visible que la ligne *Dy* étant parallèle à la flèche *C'P*, peut exprimer la section d'un plan coupant la sphère perpendiculairement au cercle, qui est la base du segment, dont la ligne *OQ* représente le diamètre, comme on le voit en perspective à la fig. 19; or les paremens des côtes de la pierre *ab* & *ed* font supposés d'équerre au parement *ad*; donc l'arc d'un cercle mineur passant par *rys*, exprimé par *Dy* de la fig. 19^a, exprimera aussi parfaitement la section de la sphère faite par le plan d'un des côtes de la pierre qu'on doit creuser.

SECONDEMENT, puisqu'il est de l'essence de la surface sphérique, que tous ces points soient également éloignés du centre, la corde *yx* doit être perpendiculaire à la flèche *CP*, qui représente une portion de l'axe, & les points *yx* doivent être également éloignés des points *C* & *P*, sans quoi ils ne pourroient être équidistans du centre, qui est dans la prolongation de la ligne *PC*; or puisque toutes les sections que l'on peut faire dans la sphère par la corde *yx* sont des cercles, il fera toujours vrai que les tangentes de ces cercles, qui seront parallèles à cette corde, le seront à toutes les lignes qui lui seront parallèles, comme *HR*; donc si l'on fait une parallèle à la tangente dans un plan quelconque passant par cette corde, on en déterminera par ce moyen la position [par la 9.^e du 11.^e liv. d'Eucl.] donc si *HR*

est parallèle à TN , y & x la fera aussi, & les points y & x seront équidistans du centre de la sphère, *ce qu'il falloit faire.*

Nous n'avons parlé jusqu'à présent que de la formation du segment de sphère concave; parce que c'est le plus usuel dans la pratique des voutes, s'il s'agissoit d'en former un convexe, comme il arrive aux voutes extradossées, ou pour former un globe; il est premièrement évident qu'il faut que les cerches soient d'une courbure contraire aux précédentes, c'est-à-dire, qu'elles soient concaves au lieu d'être convexes, comme elles doivent être pour la formation de la voûte. Mais il faut de plus commencer par la formation d'un Cylindre Droit, comme on voit à la fig. † au dessus du chiffre 20, pour avoir dans une de ces bases celle du segment, & dans la direction de ses côtes celle de l'axe de la sphère, qui doit être perpendiculaire à la base du segment; ainsi ayant formé un cylindre convexe par une pratique contraire à celle que nous avons donné au Problème précédent pour le concave sur un diamètre donné fF ou gK , & de la hauteur de la flèche CP trouvé par le profil, on fera une cerche concave d'un arc de cercle majeur de la sphère égal à la profondeur du segment; puis la posant sur le centre P de la base supérieure du cylindre, perpendiculairement à cette base on abattra la pierre en croix $abcd$ pour bien se conduire, & ensuite le reste en faisant tourner la cerche sur le pôle P , en sorte que son extrémité parcoure la circonférence de l'autre base $fgFK$.

R E M A R Q U E.

ON voit par toutes ces précautions que l'Auteur du Livre de la *Pratique de la Coupe des pierres*, n'a pas pourvu aux imperfections & aux défauts de la méthode de creuser ses *Ecuëllés* à la pag. 60. particulièrement lorsqu'elles sont ébréchées, faute de largeur suffisante de la pierre destinée à faire un voussoir, puisqu'il ne règle point la position de la cerche; cependant il est clair, par ce que nous venons de dire, qu'on ne peut la mettre en bonne situation qu'avec certaines précautions, lesquelles étant négligées il est bien difficile qu'elle ne donne une fausse plumée, qui altère la régularité de la surface sphérique; car si elle panche, par exemple, suivant la position ponctuée $b'z$, le point P s'approchera du côté ed , & le point x s'abaissera en z au dessous de la vraie surface sphérique; donc l'arc Pz fera tout hors de la sphère, qui doit avoir pour base de segment le cercle $rsuV$, puis la perpendiculaire au plan de ce cercle passant par P ne passera plus par son centre.

ON voit aussi par la même raison que la manière dont le P. DERAN fait ses voûtes sphériques par le moyen des deux diagonales de la pierre

ad, *be* ne peut conduire les Ouvriers, même encore fort imparfaitement, qu'à la formation des deux triangles sphériques opposez rPV , sPu , & que les restes du segment rPs , VPu sont faits au hazard.

U S A G E.

LA formation d'un segment de sphère sert 1.^o à celles de toutes les clefs des voutes sphériques, dont les doëles & les extradors sont des segmens complets.

2.^o A la préparation des autres vouffoirs, qui sont des segmens de sphère tronquez de plusieurs côtez, ordinairement de quatre arcs dans les arrangemens simples des vouffoirs, quelquefois de six, comme dans les arrangemens varieés aux angles d'enfourchemens, dont nous parlerons ci-après.

Remarque Historique.

LE plus grand segment de sphère qui ait peut-être jamais été fait d'une seule piece, est la clef de la voute du Dôme de l'Eglise de Ste. Marie de la Rotonde, bâtie hors de Ravenne en Italie, vers l'an 757. à laquelle quelques Auteurs donnent dix pieds de diametre, & qu'ils disent peser environ deux cens milliers. Mais si l'on en croit Scamozzi, la chose est bien plus merveilleuse. Il assure que toute la voute qui a trente sept pieds de diametre, qui font 40. des nôtres, s'il se sert de sa mesure ordinaire du pied Vicentin, est toute d'une piece, *la Cupoletta*, dit-il, *del Tempietto di S. Maria fuori di Ravenna di diametro di 37. piedi è tutto d'un Pezzo di pietra*, liv. 8. chap. 14. Il faudroit pour l'en croire que cette Eglise eût été taillée dans le Rocher, comme celle de St. Emilion en Guienne, ce que l'on ne dit pas de celle de Ravenne.

Si la voute n'est pas exactement sphérique mais surhaussée ou surbaissée, alors la clef & les vouffoirs ne sont plus des segmens de sphères mais de sphéroïdes, qui demandent plus d'attention pour les bien exécuter, comme nous allons le dire.

Des Segmens des Sphéroïdes.

P R O B L E M E. III.

Par trois points donnez à la Surface d'un Sphéroïde, dont on a la Projection, faire passer une Ellipse, qui soit la Base du Segment, fait par un Plan, qui le coupe par ces trois points.

CE ne seroit pas assez de trois points pour déterminer le contour

d'une Ellipse dans toute autre circonstance que celle de la section d'un sphéroïde; parce que par trois points donnez dans un plan, on peut faire passer plusieurs Ellipses différentes; ce n'est pas même assez de quatre en general; ici c'est assez de trois pour déterminer la position d'un plan, pourvû qu'ils ne soient pas en ligne droite dans la projection.

*Premier cas, où deux des Points donnez sont dans une section
parallele à un des Axes.*

*Premier Exemple, dans le sphéroïde applati ou oblong, où l'axe
est en situation verticale, & où les sections horisontales
sont des Cercles.*

SOIT [Fig. 17.] le demi cercle HBG la projection horisontale de la moitié d'un sphéroïde ou voute de four surbaissée, dont le profil, ou section verticale par l'axe est le quart d'Ellipse bsB , & les points donnez 1, 2, 3, par lesquels il faut faire passer un plan, dont la section fera une Ellipse, par le Theor. V. [du livre 1.] Du point C, centre du sphéroïde & de la distance $C1$ pour rayon, on décrira un arc 1, 4, qui coupera le rayon $C3$ prolongé au point 4, on divisera la corde 1 4 en deux également en N, pour tirer par ce point N le rayon Cy indéfini.

PAR les points 2 & 1, on élèvera des perpendiculaires sur le rayon CB, qui couperont l'arc Elliptique bsB aux points o & Q, par lesquelles on menera on , QR, paralleles à CB, qu'on fera égales aux flèches de la projection NO & rq . Par les points n & R on tirera une ligne, qui coupera cet arc au ceintre surbaissé aux points Y & y ; la ligne Yy fera un des axes de l'Ellipse qu'on cherche.

POUR tracer son conjugué, on le divisera en deux également au point M, par où on tirera Ps^2 parallele à CH, qui coupera l'arc au point s^2 . Du point C pour centre, & CP pour rayon on décrira un arc de cercle, qui coupera le rayon du milieu Cy au point C^n , d'où on portera la hauteur Ps^2 en $C^n S$; puis ayant tiré par le point C^n la perpendiculaire ζ, σ sur CS, qui coupera le demi cercle horisontal GBH aux points ζ , & σ ; on prendra cette ligne ζ, σ pour grand axe d'une section verticale de sphéroïde, & $C^n S$ moitié du petit axe, avec lesquels on décrira une demi-Ellipse ζ, S, σ . On portera la flèche Ms^2 du profil en mS , sur le demi axe de cette Ellipse, & par le point m on menera la ligne Xx , parallele à $\zeta \sigma$, qui coupera cette Ellipse aux points X & x ; cette ligne Xx fera le grand axe de l'Ellipse qu'on cherche, dont le petit axe est la ligne trouvée Yy du profil, ce qui donne une Ellipse telle qu'on la voit représentée au dessous à part, marquée des mêmes lettres, avec la petite lettre a en $Y^a y^a$.

Second Exemple, dans le Sphéroïde oblong ou aplati, dont les Sections horifontales font des Ellipfes semblables.

Fig. 20.

Soit [Fig. 20.] le sphéroïde oblong ADB, dont l'axe DE est en situation horifontale; les sections horifontales étant des Ellipfes; & deux des points donnez étant dans une de ces Ellipfes, il faut encore considérer leur position en deux cas differens, qui rendent l'operation plus ou moins facile & simple.

Premier cas, où deux des points donnez sont équidistans d'un des axes de l'Ellipse, comme ceux marquez 2 & 3; en ce cas, ainsi que dans l'exemple précédent, on trouve les axes par la même construction, & plus facilement parce qu'après avoir abaissé du milieu m de la corde Xx , une perpendiculaire Nz sur CE [comme dans l'exemple précédent de la fig. 17. Ps' sur CB] on menera par le même point m , la ligne mV perpendiculaire à Nz , & du point N pour centre, & pour rayon Nz , on décrira l'arc de cercle zV , qui coupera mV au point V; la ligne mV fera la moitié du second axe. Nous aurions pu prolonger Vm pour avoir l'axe entier de l'autre côté; mais nous ne l'avons pas fait pour éviter la confusion des traits de la figure. Par le moyen des deux axes on décrira une Ellipse telle qu'elle est à la fig. à part Vx & X.

Second cas, où les points donnez e & 2 sont entre les axes AB & DE. Ayant tiré la corde $e2$ on la divisera en deux également au point o , & on lui menera par le troisième point donnée d une parallèle dI qui coupera l'Ellipse $dIL4$ de la section horifontale par le point d au point I , on divisera aussi la corde dI en deux également au point q , par où & par le milieu o de la première corde on menera une ligne indéfinie FG, qui coupera l'Ellipse ADBE aux points F & G. On divisera la ligne FG en deux également au point x , qui se trouve ici sur la ligne CB tout près de C, d'où comme centre, & CB pour rayon on décrira un arc de cercle, qui coupera en z la ligne menée par x parallèlement à CH, la ligne zx est le demi-axe d'une Ellipse dont FG est le grand axe.

Soit bpF un quart de cette Ellipse, par les points P & r où la ligne FG coupe les Ellipfes des sections horifontales on élèvera des perpendiculaires pP , rR , qui couperont ce quart d'Ellipse aux points p & R, par lesquels on tirera des petites lignes pQ & Ro parallèles à FG, qu'on fera égales aux flèches Pq & ro . Ensuite par les points Q & o du profil on tirera la ligne Yy , qu'on divisera comme dans les exemples précédens en deux également en m , d'où on abaissera sur FC la perpendiculaire mC^x , de même que du point Y la perpendiculaire YK, & de l'autre point y la perpendiculaire

culaire yk la ligne Kk fera la projection d'un des diametres de l'Ellipse qu'on cherche, dont la vraie longueur est la corde Yy de l'Ellipse Fph , auquel diametre les lignes $d1$ & $e2$ font des *ordonnées*. Il ne s'agit que de trouver l'angle qu'elles font avec ce diametre. Pour cet effet on tirera les lignes dK & $K1$, dont il faut trouver les vraies longueurs, ou bien seulement de Kd & Kq .

Soit la ligne Tz la hauteur de la premiere section horisontale, qui passe par le point donné d , qui est prise au dessus de AC de la distance Pp , on lui fera une parallele ki à la hauteur de YK ; ensuite on portera la longueur Kd de la projection, sur cette ligne en kd , & la longueur de la projection Kq en kq sur la même. Par les points qd & kq on élèvera des perpendiculaires, qui couperont l'horisontale Tz aux points xyz , les lignes tirées à ces points du commun k seront les vraies longueurs des projections Kd , Kq , Ki . On tracera par leurs moyens une Ellipse à part, qui fera celle qu'on cherche.

On prendra une longueur ky , [*Fig. 20^e au coin en bas*] égale à la corde Yy , qu'on divisera en deux aux points C^x , cette ligne fera un diametre, & C^x le centre. On prendra la longueur kx du profil, qui est exprimée à la projection par Kq , & on la portera sur Ky en Kq^x . du point q^x pour centre, & pour rayon qd du plan horisontal, on fera un arc de cercle en d^x , & du point k pour centre, & pour rayon kd du profil, on fera un autre arc qui coupera la perpendiculaire au point d^x , ce qui donnera l'angle d^xqk , & l'ordonnée d^xq^x , au diametre ky , par le moyen de laquelle on tracera [par le Probl. IV. du 2.^e Livre] l'Ellipse kd^xey21 , qui est celle qu'on cherche.

Second cas, de la position des points donnez en toute sorte de Sphéroïde, lorsqu'ils sont sans aucun ordre, comme les points 5, 6, 7, *Fig. 20.* on tirera par ces points des lignes droites 5,6 & 5,7, prolongées indéfiniment par les points 5 & 6, on élèvera des perpendiculaires 5,5.^e 6,6.^e égales à la hauteur des points correspondans à la surface du sphéroïde, sur leur projection qu'il est aisé de trouver; par exemple, pour le point 6 on menera par ce point la ligne $W9$, parallele à CB , & par le même point une perpendiculaire 6,9^e indéfinie, ensuite du point W pour centre, & pour rayon $W9$ on décrira un arc de cercle qui coupera cette perpendiculaire 6,9^e au point 9^e, la longueur 6,9^e portée de 6 en 6.^e donnera le point 6.^e pour la hauteur verticale du point, dont 6 est la projection.

SUPPOSANT de même que le point 5.^e est la hauteur du point 5, on menera par les points 5.^e & 6.^e une ligne 5.^e 6.^e, qui coupera la ligne 5,6 prolongée au point 6.^e. On élèvera de même sur la ligne 5,7 des perpendiculaires 5,5.^e, 7,7.^e égales aux hauteurs

trouvées , & l'on menera par les points 5" 7" une ligne qui coupera l'horizontale 57 au point o'' ; la ligne menée par les points $o'' o'$ fera la section du plan qui passe par les trois points donnez avec l'horifon , c'est-à-dire, avec le plan de l'Ellipse ADBE prolongé, lequel coupant le sphéroïde , fera pour section une Ellipse [par le Theor. V. du 1. 1.]

POUR la décrire on fera passer par les points 6, 7 des arcs Elliptiques semblables à BgE, & des lignes droites paralleles à $o'' o'$, elles couperont ces arcs aux points 6' 7' , & la ligne passant par le milieu de ces cordes fera un diametre ou un axe de la projection de l'Ellipse , dont il faut trouver la longueur comme dans les cas précédens , auxquels on revient par cette préparation.

CE que nous venons de dire pour les points donnez dans le sphéroïde alongé, dont l'axe est horizontal , s'applique naturellement à celui dont l'axe est vertical, il ne s'agit que de faire attention, que les sections verticales qui servent à trouver les hauteurs des points donnez, sont des Ellipses dans ces derniers, au lieu que dans l'autre ce sont des cercles, lorsqu'elles sont perpendiculaires au grand axe.

D E M O N S T R A T I O N.

TOUTES les sections planes d'un sphéroïde étant des Ellipses , comme il a été démontré au Theoreme V. du premier Livre , & 3. points étant nécessairement dans un plan, il est clair que la base d'un segment de sphéroïde est une Ellipse , qui doit passer par trois points donnez ; mais parce que par trois points, qui ne sont pas en ligne droite, on peut faire passer plusieurs Ellipses différentes, il faut avoir quelque chose de plus pour déterminer l'Ellipse , qui est la section demandée du sphéroïde ; ainsi on cherche un diametre, lequel donne encore deux points ; or avec cinq points on peut déterminer le contour d'une Ellipse , & démontrer qu'il n'en peut avoir qu'une , qui passe par ces cinq points.

Fig. 20.

DANS la premiere supposition, où deux points sont équidistans de l'axe , la position du plan coupant est déterminée perpendiculaire au plan passant par l'axe ED verticalement & horizontalement ; ainsi le diametre trouvé $\propto X$ est un axe , dont le conjugué est la ligne perpendiculaire sur son milieu m , terminée au sphéroïde , dont la section suivante Nz est un cercle.

DANS la seconde supposition la ligne passant par le milieu des lignes e_2 & d_1 est un diametre, qui coupe les ordonnées en deux également.

ENFIN dans la troisième supposition , il est clair que puisque les

points *or* & *on* sont les rencontres des lignes menées par les points donnez, & par leur situation à l'égard de l'horison, c'est-à-dire, les cordes des sections Elliptiques, la ligne menée d'un de ces points *or* à l'autre *on* fera la section du plan passant par les trois points, avec celui de l'horison ADBE prolongé, de sorte qu'il n'y a qu'une Ellipse, qui puisse couper le sphéroïde dans cette circonstance, & satisfaire au Problème. Or les lignes menées par les points donnez parallèlement à cette situation, couperont le sphéroïde en des points de même hauteur; par conséquent la construction du Problème retombe dans le cas précédent.

P R A T I Q U E.

Faire un Segment de Sphéroïde alongé ou aplati, dont la Base & les Sections perpendiculaires à la Base sont données.

LA maniere de faire une portion de surface de sphéroïde, soit en creux, soit en bosse, est la même que pour la sphère, avec cette différence, que la même cerche ne peut pas servir en toutes sortes de positions perpendiculaires à la base du segment; car elle ne peut servir que pour une position, non seulement à l'égard des axes de la base, mais encore à l'égard du pôle du sphéroïde; parce que les Ellipses sur lesquelles on forme les cerches sont plus concaves vers le grand axe que vers le petit, où elles sont moins courbes.

LA portion du segment de sphéroïde fera aussi bien faite, si l'on trace une tangente sur le plan de la base, parallèle à la corde de la cerche; mais il faut remarquer que ce soit dans un de ces cas, où les quatre angles de la portion de segment sont dans un même plan; en sorte que la doële ne soit pas gauche.

P R O B L E M E IV.

Faire une Surface quelconque régulièrement irrégulière.

En Termes de l'Art.

Une Surface Gauche.

POURVU que l'on conçoive bien la generation de ces surfaces, il ne sera guères plus difficile de les tailler dans la pierre ou le bois, que les régulières.

PREMIEREMENT, il faut commencer par supposer un plan qui passe par trois de ses angles, & chercher la distance, dont le quatrième angle s'éleve au dessus, ou s'abaisse au dessous de ce plan; ensuite y

placer les côtez droits ou courbes, qui doivent servir d'appui à la règle generatrice, les tailler par des ciselures pour faire place, par une rigole, ou plumée, à la règle, qui doit être appliquée sur les deux lignes opposées, & continuer à la faire mouvoir sur ses appuis, suivant l'exigence du mouvement generateur de la surface.

Fig. 7.
de la
PLAN. 28.

SOIT, pour *premier exemple*, une surface gauche de cette espece, que nous avons appelé *Dolioline*, comme la doële de la vis St. Giles, quarrée $ABmDFM$, qui est la même que celle de la fig. 7. renversée ou vûë par dessous. On commencera à l'ordinaire par dresser une surface, suivant le Problème premier, sur laquelle on tracera le contour de la surface plane $ABDf$, dont les trois angles ABD touchent les sommets de ceux de la surface gauche, & dont le quatrième F est placé par la perpendiculaire fF , tirée du quatrième angle F , de la surface gauche, au plan $ABDf$; ensuite on fera trois paremens de retour d'équerre sur les lignes Af , fD , DB , & sur l'angle F on portera la perpendiculaire fF ; on tirera FD & FA sur les faces AF , fD , on tracera les arcs de la courbure de cette doële AhF , BHD , enfin on abattra toute la pierre qui se trouvera renfermée entre les quatre côtez, dont deux AB , FD sont droits, & Ahf , BHD courbes, en appuiant toujours la règle RE sur les deux arcs opposez, sur lesquels on la fera mouvoir à-peu-près parallelement aux côtez, soit pour former une surface concave ou une convexe, comme on voit dans cette figure. Je dis à-peu-près; parce que ces côtez ne sont pas paralleles, mais pour lui donner la situation qui lui convient suivant la plus grande exactitude, on divisera les arcs opposez en un même nombre de parties égales, & l'on placera la règle sur les parties correspondantes 1 & 1, 2 & 2, &c.

QUOIQUE nous fassions ici les côtez circulaires opposez dans des surfaces paralleles entr'elles, & perpendiculaires au plan AD , il peut arriver qu'elles doivent lui être obliques. Il n'importe ici pour un exemple, qui n'est qu'une introduction à la pratique.

Second Exemple d'une de ces Surfaces Gauches que j'ai appelé Mixtilime.

Fig. 13.

SOIT [Fig. 13.] une surface gauche $ABDF$, qui a trois côtez droits & un courbe; comme sont les *Arrieres - voûssures réglées & bombées*. Ayant dressé un parement sur une pierre, on y tracera le plan $ABDf$, qui passe par trois des angles de cette surface, & dont le quatrième f est déterminé par la perpendiculaire Ff , tirée du quatrième de la surface courbe sur la surface plane qui en est la projection renversée; on fera trois paremens AD , AF , DF perpendiculaires entr'eux, on portera sur l'arête fH la hauteur fF , distance de la surface gauche à la droite, qui passe par trois de ses angles. Du point F on menera FD , &

du même l'arc donné FMA, & on abattra de la pierre ou du bois en suivant la direction de la règle RE, placée sur les points des divisions correspondantes sur la droite BD, & l'arc AF tout ce qui est compris dans les trois côtesz AB, BD, DF droits, & le quatrième FMA courbe, que l'on aura divisé en même nombre de parties que son opposé droit BD, pour donner à la règle RE directrice la situation qui lui convient, comme on a dit à l'exemple précédent, & la surface Gauche sera bien formée.

Troisième Exemple des Surfaces Gauches Mixtilimes Hélicoïdes.

LA différence de cette espèce de surface gauche avec la précédente est, que la ligne courbe, qui est un de ses côtesz, étoit dans un plan, & que celle-ci est dans une surface courbe; telles sont celles des appuis des Grilles ou Balustres d'un escalier à vis, ou des appuis de fenêtres rampantes dans une Tour ronde, laquelle ligne courbe est une *Helice*, que quelques-uns nomment improprement une Spirale, c'est pourquoi nous appellons la surface de cette espèce de mixtilime *Hélicoïde*, laquelle est très-commune dans les bâtimens; telle est celle qui est formée par le débardement du parement inférieur de tous les quartiers tournans des marches des escaliers à vis, & de tous les Limons tournans & rampans.

POUR former cette surface il faut tailler la pierre en portion de cy- *Fig. 14.* lindre concave ou convexe, nous en représentons [*Fig. 14.*] une moitié ABGF, que l'on taillera suivant la pratique du Problème 2, comme un cylindre, ensuite, par le Problème 48. du second Livre, on décrira sur la surface de ce cylindre, la ligne en helice, & sur le parallélograme, qui est la section du cylindre par l'axe ABGF, on tracera au milieu la ligne CH, qui représentera cet axe, lequel sera le côté en ligne droite, & l'helice ADG, la ligne courbe, sur lesquels on fera mouvoir la ligne droite generatrice représentée par la règle RE, qui sert à conduire la coupe de la pierre. Or puisque la règle doit parcourir l'axe droit CH dans le même tems qu'elle parcourt l'helice ADG, il faut diviser l'une & l'autre de ces lignes en un nombre égal de parties égales dans chacune, par exemple, si l'on divise CH en 4, aux points 1° D 3° H, on divisera aussi l'helice en quatre, aux points 1°, D, 3°, G; ensuite on abattra la pierre ou le bois entre les deux lignes CH droite, & ADG courbe de l'helice, comme il sera indiqué par la règle posée sur l'une & sur l'autre, de manière qu'elle soit appuyée sur les parties semblables 1° 1, D; 3° 3, GH, en la tournant autour de l'axe CH, & la haussant ou baissant parallèlement au plan de la base à chaque position sur les parties correspondantes à celles de l'helice, sçavoir du point H au point G, du point 3 de l'axe, au point-

3° de l'helice, du point D de l'axe au point D de l'helice, lesquels deux points font ici rassemblez par le dessein, du point \mathbf{x} de l'axe au même \mathbf{x} de l'helice, ainsi du reste.

PAR-OU l'on voit que plus le nombre des divisions sera grand, plus l'operation sera exacte.

S'IL s'agissoit d'une vis de pressoir, au lieu de tenir la règle perpendiculaire à l'axe, il faudroit l'incliner en haut & en bas, mais toujours d'un même angle.

C O R O L L A I R E I.

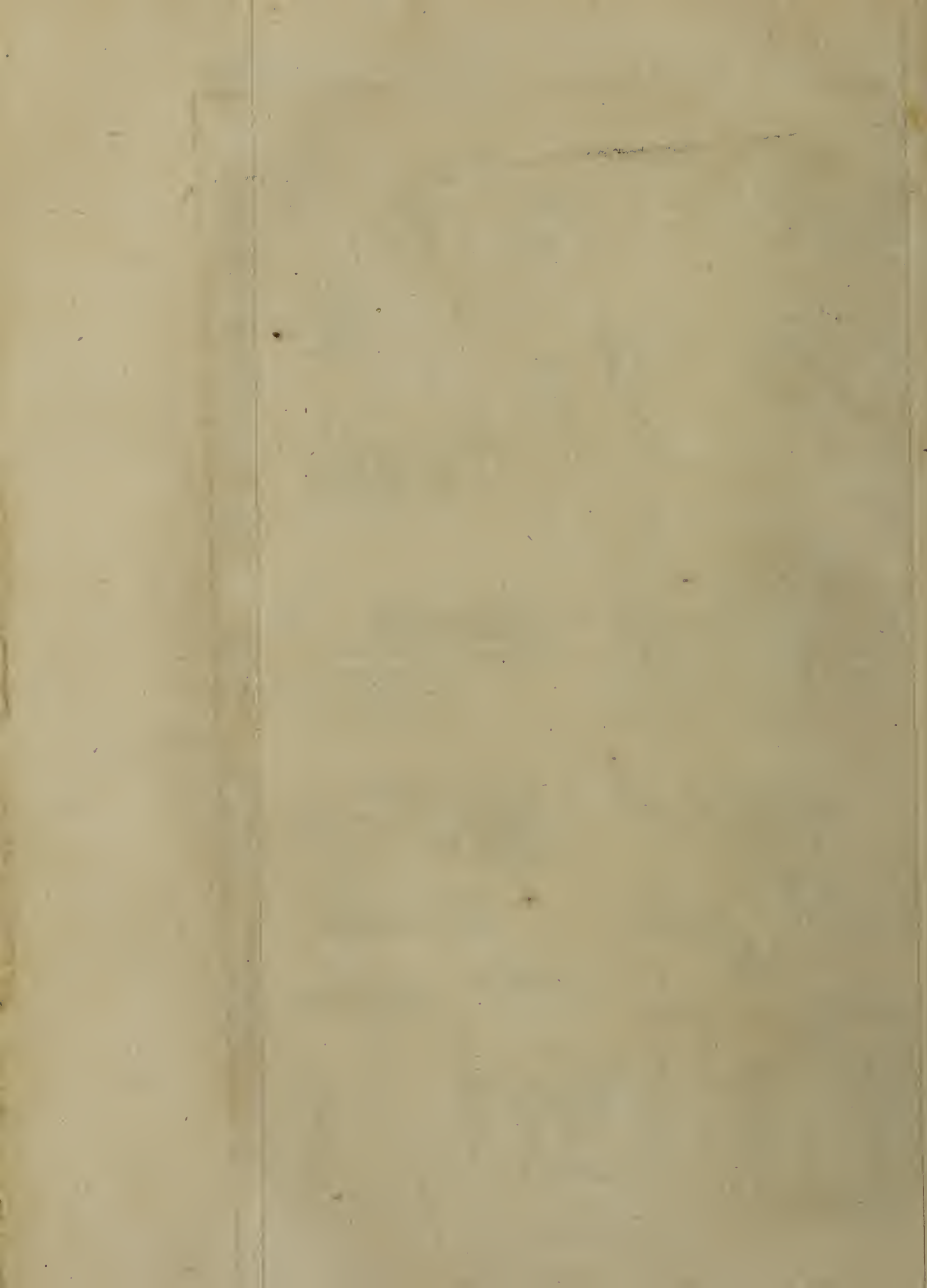
IL suit de la formation de cette surface helicoïde, que si l'on prend sur la ligne génératrice HG un point K entre les deux, le mouvement de ce point tracera une helice KkD/L à distance égale de l'helice extérieure $A_1^{\circ}D_3^{\circ}G$, qui est à la surface du cylindre, laquelle cependant ne lui sera pas parallele, parce qu'elle n'est pas dans le même plan, cette courbe étant à double courbure, & la surface helicoïde étant essentiellement gauche, comme il est clair par sa génération, *c'est ce qui trompe les Ouvriers*, dans les appuis en Tour ronde & dans les Limons tournans & rampans, comme nous le dirons en son lieu.

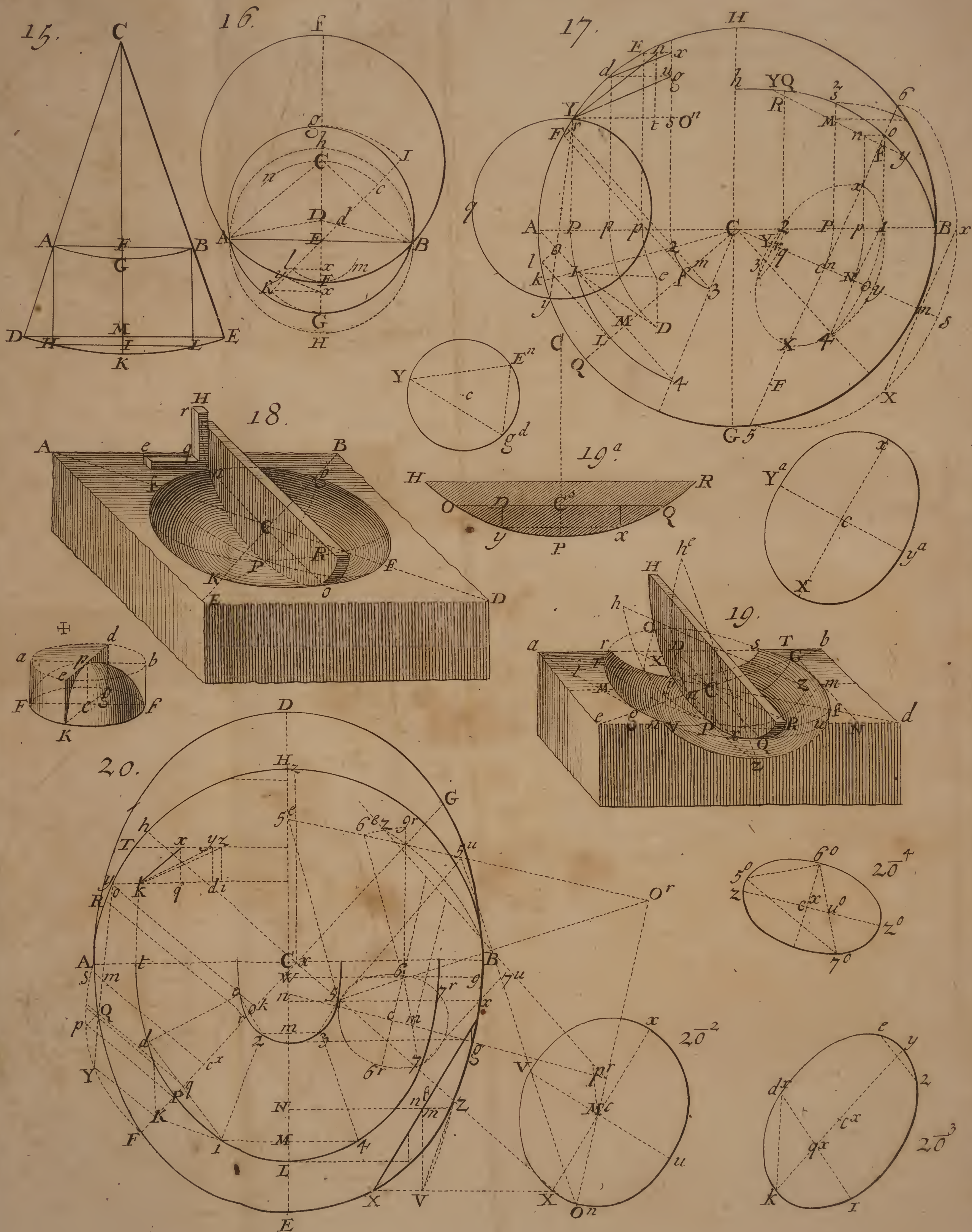
C O R O L L A I R E II.

SECONDEMENT, que tous les points comme, m, K, n , situez entre les deux côtes de la surface sur la ligne generatrice HG, décriront par son mouvement, autour de l'axe HC, autant d'helices differentes, toutes inégalement courbes, comme mDp , KDL , nDo , enforte que celles qui approcheront le plan de l'axe HC seront toujours moins differentes de la ligne droite; jusqu'à ce qu'enfin, si elles en approchent infiniment, elles seront infiniment peu differentes de cette ligne. Ainsi supposant l'axe HC en situation verticale, plus elles en seront éloignées plus elles deviendront inclinées à l'horison, mais toujours d'une maniere uniforme, ce que l'on peut remarquer dans les escaliers à vis, ou les giron des marches sont fort étroits au Collet, & fort larges à la Queuë qui porte dans la tour ronde.

C O R O L L A I R E III.

DE la formation de la surface helicoïde il est aisé de tirer les moyens de former celle qui est en Limace. Il n'y a qu'à supposer un mouvement de diminution à la longueur de la ligne generatrice; par exemple AC, laquelle étant de cette longueur à la base de la limace, doit se raccourcir en s'élevant vers H, suivant un mouvement uniforme du point







A, qui se rapproche continuellement du point C; desorte qu'il forme une spirale en limace, dont le contour est à la surface d'un cône; ainsi au lieu qu'ici on a formé un cylindre pour y tracer l'hélice, on formera un cône pour y tracer la spirale en Limace, comme l'on voit à la Fig. 210. de la planche. 18. Au reste cette surface se formera par un même mouvement de règle, appuyée d'un côté à l'axe, & de l'autre à la limace, sur une partie correspondante à celle de la droite divisée en même nombre de parties, sçavoir de la première de l'axe à la première de l'hélice, de la seconde à la 2.^e ainsi du reste.

Le peu d'usage que l'on fait en Architecture de cette surface, fait que nous ne donnons point d'exemple de la manière de la tailler, d'autant plus qu'elle est suffisamment expliquée dans celle de la formation de l'Helicoïde.

Nous ne donnerons point non plus d'exemple de la manière de tailler la quatrième espèce de surfaces gauches, que nous avons appelé *Sphérolimes*; parce qu'elle est trop composée & trop difficile pour des élémens de pratique, nous la donnerons fort au long dans la suite, lorsqu'il s'agira de l'*Arrière - Vaufrage* de St. Antoine; nous allons commencer par les traits des angles en talud.

CHAPITRE II.

De l'Appareil & Arrondissement des Angles en Talud.

Ceux qui ont écrit de la Coupe des Pierres, n'ont parlé que de celle des voutes, prévenus apparemment qu'il n'y avoit pas de difficulté dans la taille de celles qui sont destinées à être posées horizontalement; cependant il est des cas où l'on a besoin du secours de la Géométrie, je l'ai vû par expérience dans une ville maritime où l'Appareilleur se trouva fort embarrassé pour arrondir un angle en talud, qui devoit en raccorder deux inégalement inclinez, après avoir inutilement tenté les moyens de le faire, il vint m'en demander le *trait*, qu'il ne trouvoit point dans les Livres; j'étois jeune & peu exercé dans son Art, mais avec les seuls principes de Géométrie j'eus bien-tôt trouvé les traits que l'on verra ci-après.

J'ai aussi vû les Tailleurs de pierre se tromper si souvent dans le tracé des angles rectilignes en talud, qu'il m'a semblé à propos de commencer nos *Traits* par celui-là, d'autant plus qu'étant fort simple, il est très propre à l'introduction à la Pratique.

Faire l'Encognure d'un Angle saillant ou rentrant , dont les Faces sont en Talus égaux ou inégaux , avec des Chaînes ou Bossages en Saillie , dont les côtez se terminent à un Plan vertical.

PLAN. 30. CE trait peut être exécuté par differens moyens, avec biveau, ou
Fig. 21. sans biveau de talud. Ayant pris avec la fausse équerre l'ouverture de l'angle d'encognure ABC, on portera quarrément sur un de ses côtez AB, le reculement AG du talud d'une assise, par exemple, 2 pouces si le talud est du sixième sur 12 de haut, pour tirer GE parallèle à AB, & l'on reculera le même angle suivant la diagonale BD, pour tracer l'angle du sommet de l'encognure GEH, si les taluds sont égaux à chaque face; mais comme il arrive quelquefois dans les raccorde-
mens des vieux avec les nouveaux ouvrages, que ces taluds sont iné-
gaux, nous choisirons pour cet exemple celui du raccordement du 12° Hk ou EI, avec le sixième AG ou FE, ce qui donne un reculement d'arête bE, qui ne s'aligne plus avec la diagonale ED; de sorte que l'encognure devient biaise.

Fig. 22. LE plan horizontal de l'encognure étant tracé, on fera les profils des taluds des faces, un pour chacune, puisqu'on les suppose inégaux, pour avoir les biveaux de leur inclinaison, & toute la préparation sera faite.

POUR tailler la pierre on commencera par faire les deux lits de dessus & de dessous parallèles entr'eux de l'intervale de la hauteur de l'assise. Ensuite ayant pris avec la fausse équerre, du compas d'Appareil-
leur, ou avec une fauterelle l'angle d'encognure ABC, on le tracera sur le lit de dessous, puis sur chacun de ses côtez, prolongez jusqu'à l'autre bout de la pierre, on se retournera d'équerre, pour former les joints montans par deux surfaces planes, perpendiculaires aux lits de dessus & de dessous, lesquelles se trouveront aussi perpendiculaires à celles des faces lorsqu'elles seront faites.

Fig. 23. LES joints, c'est-à-dire, les surfaces auxquelles la pierre suivante doit s'appliquer étant faites [par le Problème I.] comme AN, on y appli-
quera le biveau du talud donné, qui convient à chaque face, par exemple, GAE de la fig. 21. en posant une de ses branches sur l'arête Ag du lit de dessous [Fig. 23.] l'autre branche Ax prolongée don-
nera sur le joint l'inclinaison AG du talud, & le point G à l'arête du lit de dessus, par lequel on menera GE parallèle à la ligne AB [par le Probl. I.] en bornoyant deux règles posées sur les lits de dessus & de dessous, l'une en AB stable, l'autre sur le point G, autour
duquel

duquel on la fera mouvoir jusqu'à ce qu'elle couvre exactement celle qui est en AB, bien entendu qu'il faut que ces règles soient prolongées au delà des longueurs de la pierre, sans quoi elle les couvrirait, en en regardant une on ne pourroit voir l'autre.

ON operera de même sur l'autre côté de l'angle Bb ou BH, en se servant d'un biveau plus ouvert ou plus fermé que le premier, selon la différence qu'il y aura du second talud au premier, ce qui donnera une arête de faces BE toute biaise, exprimée à la projection de la fig. 21. par la diagonale bE, qui ne divise pas l'angle AbK en deux également, comme la diagonale BE des taluds égaux, ce qui fait une sorte de difformité inévitable, qu'on apperçoit en regardant l'encognure par devant, vers le milieu sur l'alignement de la capitale; mais dans les Fortifications, où l'on doit ménager la dépense & éviter les démolitions, on doit avoir peu d'égard à cette petite imperfection; il faut quelquefois sacrifier l'agréable à l'utile.

ON peut aussi faire la même chose sans se servir du biveau, en faisant une plumée Aa d'équerre sur les arêtes BA & gA, après avoir jaugé la pierre de hauteur à plomb Aa; puis on prendra au plan [Fig. 21.] le reculement FE du talud, qui donnera sur l'arête aN le point G, d'où l'on tirera GA qui fera le talud, & par le même point G une ligne GE ou GK, parallèle à AB, comme nous venons de le dire, pour avoir l'arête de lit de dessus, par lesquelles paralleles on fera passer une surface plane, qui fera le parement en talud demandé, en abatant tout le prisme triangulaire AGa, LBK, dont la face en trapeze BAGE doit subsister, & le triangle restant BEK doit encore être enlevée pour la face en retour BH.

ON voit que cette operation par équarrissement est plus simple que celle où l'on employe les panneaux, en ce qu'elle épargne la peine de faire le développement des surfaces de la pyramide tronquée, dont cette encognure fait partie, & qu'elle est exacte dans ces sortes d'ouvrages simples.

IL ne s'agit plus à présent que de déterminer la largeur de la chaîne saillante ou à bossages, que l'on fait ordinairement en pierre de taille à ces encognures, pour les fortifier lorsqu'elles sont à des angles saillans, ou par accompagnement de décoration dans les angles rentrans, ce qui est fort aisé par la projection horizontale du haut de l'encognure [Fig. 21.] car si l'on détermine au sommet la largeur de la chaîne ou pilastre $EG = AF$, par les perpendiculaires tirées des points G & E sur AB, la diagonale EB donnera la longueur AB de la base de

cette chaîne en AB , qui sera plus grande que GE , dans les angles faillans, & plus petite dans les rentrans.

ON peut sans faire le plan de la chaîne, en *trouver la largeur par le calcul*; car on connoît ordinairement dans les pieces de Fortification la longueur de la diagonale, qu'on appelle *Capitale*, & celle de la demi-gorge. Alors d'un coup de plume on peut trouver de combien la chaîne s'élargit par le talud en montant dans un angle rentrant, on diminue dans un angle faillant; en disant, *comme la demi-Gorge Ad est à la Capitale dB ; ainsi le talud donné AG ou FE est à la différence FB de la base AB , & du sommet GE de la chaîne de pierre de taille, dont le côté AG doit être dans un plan vertical.*

Ou si l'on mesure la diagonale EB , il n'y a qu'à la quarrer, en ôter le carré de FE , la racine quarrée du reste sera FB , difference des deux largeurs du haut & du bas; ainsi en ajoutant cette difference à celle du sommet de la chaîne, on aura celle qu'il lui faut donner à la base; & au contraire en la retranchant dans un angle rentrant.

IL est visible que l'encognure d'un angle rentrant se fait de la même maniere, en supposant la pierre renversée sens dessus dessous, & ôtant au contraire toute la pierre qu'on laisse aux angles faillans.

La Démonstration de cette pratique est fondée sur le rapport des triangles semblables AdB , EFB rectangles en d & F , & qui ont un angle commun en B ; ainsi connoissant deux côtes, du premier on parvient à la connoissance de ceux qui leur sont homologues dans l'autre.

EN second lieu sur le rapport des profils ou sections triangulaires, faites par des plans perpendiculaires à celui de la base ABC , & passans par différentes directions, l'une par la diagonale EB , l'autre par la perpendiculaire EF sur AB , lesquels triangles ont pour hauteur commune la distance des deux plans ABC , du lit de dessous, & GEH du lit de dessus; par conséquent ces triangles sont entr'eux comme leurs bases EF & EB , qui sont les reculemens qui déterminent l'inclinaison des taluds.

D'ou il suit que si l'angle d'encognure ABC est de 60 degrez, sa moitié ABd étant de 30, le talud de l'arête des faces, ou son reculement BE , fera double de celui d'une face avec son lit de dessous, exprimé par FE ; parce que le sinus FE de 30 degrez n'est que la moitié du sinus total BE .

Remarques sur les erreurs des Ouvriers.

QUOIQUE la coupe d'une encognure en talud soit si simple qu'elle ne suppose aucun *trait*, on remarque cependant que presque tous les Tailleurs de pierres, qui n'y sont pas accoutumés, y font plusieurs fautes.

LA plus ordinaire est, qu'après avoir fait le parement d'une face en talud avec le biveau, posé d'équerre sur l'arête du lit, ils veulent tracer l'arête du retour avec le même biveau, posé dans une autre façon, en couchant une branche sur l'arête du lit & du talud, & l'autre sur la face en talud, qu'ils viennent de tailler, sur laquelle ils tracent cette arête, & abatent la pierre suivant ce trait, par l'arête ou la trace de l'arête du lit du côté du retour, qui est donné par l'ouverture de l'angle de l'encognure à son lit.

DANS cette pratique il y a deux erreurs qui sont plus ou moins grandes, selon que l'angle horizontal, qui est proprement celui de l'encognure est aigu, droit ou obtus.

LORSQUE l'angle est droit, cette pratique n'est fautive qu'autant que le talud est plus ou moins incliné; car s'il l'étoit très peu l'erreur ne seroit pas sensible & pourroit être négligée, mais si le talud est grand, elle donne une fausse inclinaison à l'arête de rencontre des deux faces, & par conséquent un faux talud à la seconde face, qu'elle rend trop couchée.

SI l'angle horizontal de l'encognure est aigu, la seconde face en retour deviendra trop roide, c'est-à-dire, que l'angle de son talud sera plus ouvert que celui de la première, auquel cependant il doit être égal, par la supposition.

Enfin si l'angle d'encognure est obtus, il arrivera au contraire que la seconde face sera trop couchée; cette remarque ne mériteroit pas une démonstration ailleurs que dans une proposition élémentaire de pratique; mais pour éclairer les premiers pas que l'on va faire dans l'Art de la Coupe des pierres, il me paroît qu'il ne faut rien négliger.

Explication démonstrative.

PREMIEREMENT, nous avons dit au troisième Livre, que les biveaux étoient les mesures des angles, des plans & des surfaces entr'elles, dont l'ouverture se doit prendre perpendiculairement à la ligne de leur commune section; or il est clair que le biveau, dans la situation dont

nous venons de parler, n'a aucune de ses branches perpendiculaires à la commune intersection de la seconde face en talud avec celle du lit de dessous ; car quand même l'angle horizontal de l'encognure seroit droit, il n'auroit qu'une de ses branches d'équerre à cette commune intersection, qui est l'arête du lit & de la face, l'autre branche étant couchée sur le talud de la première face, c'est-à-dire, le premier parement qui a été fait ne sera plus perpendiculaire à la même arête de lit & de la seconde face ; donc [par le dernier Lemme du troisième Livre] il ne peut déterminer ni marquer au juste l'angle des plans, & par conséquent l'arête de rencontre des deux faces en talud, qui dépend nécessairement de la juste inclinaison des deux faces ; donc cette pratique est ridicule en tout autre cas que celui d'une encognure à l'équerre & sans talud, d'où les Tailleurs de pierre l'ont prise.

Il est cependant vrai que lorsque l'angle de l'encognure est droit & le talud moindre du 6^e , l'erreur n'est pas fort sensible ; mais elle l'est encore assez pour qu'on puisse la distinguer du vrai profil ; comme on va le montrer.

Fig. 22. Soit [*Fig. 22.*] l'angle d'encognure abR droit, à deux taluds égaux ou inégaux, il n'importe, marquez par les lignes de projection du sommet ge , eb , ayant prolongé be indéfiniment vers T , on fera sur ab pour base l'angle du talud de la face bR en abT , qui coupera la perpendiculaire PT , hauteur de l'assise, au point T , du point P pour centre, & PT pour rayon, on décrira un arc de cercle, qui coupera ba en S , & eg en t , par les points P & t on menera l'indéfinie Py , & par S une parallèle à bR , qui coupera Py au point y ; je dis que la ligne du talud de la face bR , couchée sur le talud de la face be , ne coupera point l'arête au lit supérieur de l'assise eg , éloignée de ab du talud, par exemple du 6^e , qu'on s'est proposé par la position de la projection eg , mais en dedans, en une autre ligne, comme xy à même hauteur, que celle qu'on a fixé à l'assise, de sorte que l'angle du talud couché, couche aussi davantage le talud, & change l'inclinaison de la face sur le lit, qui est alors plus aiguë.

Pour le démontrer il n'y a qu'à faire mouvoir le triangle du talud TbP autour de son côté bP . Il est clair que l'angle TPb étant droit, le point T , dans cette révolution décrira un arc de cercle en l'air, qui est représenté ici par l'arc TSz , lequel rencontrera les plans verticaux sur ba de la première face d'équerre sur le lit, & eg de l'arête de la face en talud, l'un en S , l'autre en t , au dessous du point S , de la quantité aS , c'est-à-dire, au dessous de la hauteur de l'assise qu'on suppose égale à PS ; par conséquent pour que la ligne Pt parvienne

à cette hauteur elle doit être prolongée jusqu'à la ligne Sy , qu'elle rencontre au point y , & par la même raison la projection de l'arête de rencontre des faces sera prolongée au dedans de la première face en α .

D'où il suit qu'une telle position de biveau change les taluds que l'on s'étoit proposé, & les rend tous les deux plus aigus; puisque sur la même hauteur d'assise PT , les largeurs de ses bases horizontales eP , ei augmentent des quantitez gy , fx ; ainsi pour le grand talud transportant gy en Pq , on aura l'angle du talud qbl , au lieu de celui qu'on s'étoit proposé qbt , faisant qL égal à la hauteur fixe PT de l'assise; ce qui montre évidemment qu'on ne doit jamais coucher les biveaux sur les taluds, comme font la plupart des Ouvriers, si l'on n'y prend garde.

SECONDEMENT, pour voir ce qui arrive lorsque l'angle de l'encog- Fig. 21.
nure est aigu, il faut remarquer que la diagonale EB du plan horizontal, étant plus longue que la perpendiculaire FE , qui exprime le talud sur le côté AB , & même plus que le côté FB ; puisqu'elle est l'hypoténuse d'un triangle rectangle EFB ; si l'on prend $Fb = FE$ & Fx égal à la hauteur de l'assise, l'angle Fbx exprimera le vrai talud, lequel étant extérieur à l'égard du triangle bBx , est par conséquent plus grand que FBx , qui est encore plus grand, par la même raison, que celui de l'arête de l'encog- nure sur la diagonale BE , laquelle est, comme nous venons de le dire, plus grande que FE .

PRESENTEMENT si l'on transporte ces differens angles sur un profil, comme à la figure 21, à un même sommet comme B , on verra que l'angle du talud FBX excède celui de l'arête des faces FBx , de la quantité αBX ; par conséquent il diminueroit d'autant l'inclinaison de l'arête, & avanceroit son sommet α en X , de sorte que la face du talud en retour seroit beaucoup moins inclinée qu'elle ne doit être, suivant ce qu'on s'étoit proposé.

3.° Si au contraire l'angle horizontal de l'encog- Fig. 21.
nure est obtus, comme ABO ou ApQ , le côté FE étant plus grand que Fp , l'angle Fbx Fig. 22.
du talud de face, transporté au dedans sur le sommet de l'angle p , donnera un point q au dedans de α , qui fait voir que l'angle du biveau est plus aigu que l'angle $Fp\alpha$ d'un angle αpq ; par conséquent il donnera une section de face plus couchée que celle qui avoit servi à former ce biveau, ce qui est absurde.

IL n'est pas difficile de démontrer que le côté FB , dans l'angle aigu, est plus grand que FE ; que FE est égal à Fb dans l'angle droit; & qu'il est plus grand que Fp dans l'angle obtus; parce que dans le quadrilatere $EFBf$ les angles en F & f étant droits, les

deux autres en B & E seront égaux à la somme de deux droits, & l'angle B étant aigu, la moitié de la somme FBE fera plus petite que la moitié de l'obtus FEf; or au plus grand angle est opposé le plus grand côté; donc FB est plus grand que FE, cette somme est égale à l'angle droit; donc $Fb = FE$ est plus grande à l'angle obtus, & Fp plus petit que FE.

IL est aussi évident que l'angle de l'arête des faces avec la diagonale est toujours plus aigu que celui du talud; parce que sa base est toujours plus grande que celle du talud, la hauteur de l'assise restant la même. La raison est que la base de cet angle en EB, dans l'angle aigu, ou EB dans le droit, & EP dans l'obtus est toujours l'hypoténuse d'un triangle rectangle, dont le reculement du talud EF est un côté.

IL suit de ce que nous avons dit ci-devant I.^o qu'ayant le biveau de l'angle que font les arrêtes du lit avec celle de l'intersection des deux faces, on ne pourroit s'en servir que pour tracer les pierres angulaires, appelées *Ecoinçons*, & non pas les contiguës de la fuite de la droite ou de la gauche; parce qu'il seroit trop *maigre*, c'est-à-dire, trop fermé dans les angles aigus, & trop *gras*, c'est-à-dire, trop ouvert dans les encognures obtuses.

II.^o QU'IL y a quatre sortes d'angles à considérer dans une encognure en taluds, égaux à chaque face, & cinq, lorsqu'ils sont inégaux; savoir, 1.^o l'angle horizontal du lit, que j'ai appelé *Angle d'Encognure* & 2.^o A B C ou a b R. Celui-ci est toujours considéré comme un angle de lignes & non pas de plans.

2.^o L'angle de talud a b T [Fig. 22.] qui est l'angle du plan de la face inclinée avec le lit horizontal; celui-ci est dans une section perpendiculaire à l'autre, que font ces deux plans à leur commune intersection, comme nous l'avons dit au troisième Livre.

Fig. 23. 3.^o L'ANGLE des arêtes de lit & d'encognure ABE. Celui-ci est toujours différent de l'angle du talud, comme nous venons de le démontrer.

4.^o L'ANGLE d'inclinaison d'arête d'encognure avec le lit, mesuré sur la diagonale de l'angle horizontal d'encognure; celui-ci est toujours plus maigre que l'angle du talud, & n'est perpendiculaire au plan horizontal, que lorsque les taluds des faces sont égaux entr'eux. Car lorsqu'il y en a une plus inclinée que l'autre de la face en retour, l'arête d'encognure n'est plus dans un plan vertical mais incliné, ce qui la fait toujours paroître biaise sans remède.

5.° LORSQUE les faces sont en taluds inégaux, il est clair qu'il en faut observer les différentes inclinaisons, & avoir un biveau pour chacune.

6.° ON pourroit compter un sixième angle ABK, formé par l'inter- Fig. 23.
section d'un plan vertical BL & C, supposé d'un côté, au lieu de la face inclinée, avec celui de la face en retour GABK; celui-ci auroit son utilité pour tracer l'encognure en talud, dans une pierre équarrée à angle droit sur son lit. Nous avons donné la manière de le trouver au commencement de cette démonstration.

LA distinction de ces angles n'est nécessaire que pour en connoître la différence. Il suffit d'avoir les ouvertures des deux, sur lesquels il faut se régler pour le tracé, sçavoir celui de l'encognure, sur lequel il convient de former un panneau; parce qu'il s'applique sur les lits, & celui du talud qu'il suffit de prendre avec la fausse équerre; parce qu'il doit s'appliquer en même tems quarrément, sur les faces & les lits; aussi bien que sur les joints montans.

Tout ce que nous avons dit ci devant des angles faillans doit s'appliquer aux rentrans, avec cette différence, qu'alors il faut prendre le haut pour le bas, & ôter dans l'un la matière de pierre ou de bois qu'on laisse dans l'autre.

P R O B L E M E. VI.

Raccorder deux Taluds égaux ou inégaux par un arrondissement dans un angle donné.

ON peut arrondir un angle de deux façons, ou d'un arrondissement cylindrique, qui soit égal en haut comme en bas; ou d'un arrondissement conique, qui diminue, ou augmente en s'élevant sur la base.

Des Arrondissemens Cylindriques.

LES murs qui forment une encognure faillante, ou un angle rentrant, peuvent avoir des taluds différens; quoique suivant l'usage ordinaire ils soient également inclinez à l'horison; comme au sixième, ou au douzième, &c. Il arrive quelquefois que l'un panche plus que l'autre, soit parce qu'ils n'ont pas été bâtis en même tems, soit qu'il y ait eu quelque raison de solidité ou de ménagement, comme de différence de hauteur & de charge.

Premier Cas, où les Taluds sont égaux.

SOIT [Fig. 24.] l'angle donné ABC aigu ou obtus, faillant ou ren- Fig. 24.

trant, qu'on veut arrondir également en haut & en bas. Ayant déterminé le rayon EK de l'arrondissement de la base en arc de cercle, on divisera l'angle donné ABC en deux également par une diagonale BE; ensuite on tracera le plan de chaque assise suivant le talud que donnera leur différente hauteur, si elles sont inégales, par des parallèles aux côtes AB, BC, comme 1 H, 2 m, 3 h, &c. On élèvera sur AB & BC les perpendiculaires KE & kE égales au rayon du cercle, dont l'arc doit former l'arrondissement, en sorte qu'elles se terminent au point E de la diagonale BD. Par ces points K & k on mènera deux parallèles à cette diagonale KN & kn, lesquelles couperont les projections des lits de chaque assise aux points i L & N, par lesquels on mènera des parallèles aux lignes KE & kE, comme LF, lF, ND, nD, les points EgFD seront les centres des arcs d'arrondissement des lits de chaque assise, desquels on décrira les arcs Km k, ii, Ll, Nn, & ainsi de suite, jusqu'à ce qu'on soit parvenu à la hauteur du mur.

Si l'on vouloit connoître le reculement des centres de chaque assise par le calcul, il n'y auroit qu'à faire l'analogie suivante:

Comme le sinus de l'angle ABD, moitié de ABC

Est à la distance perpendiculaire d'une assise à l'autre sur son plan horizontal,

Ainsi le sinus total

Est à la diagonale ou distance des centres de chaque assise.

D E M O N S T R A T I O N.

Puisque l'arrondissement de l'angle doit être d'une égale portion de cercle en haut & en bas, suivant l'hypoténuse; & que cet arrondissement doit être insensiblement réuni aux surfaces planes des taluds, il s'agit de faire un secteur de cylindre scalene, qui soit touché par deux plans inclinez à l'horison; or un plan ne peut toucher un cylindre que suivant son côté droit, qui est essentiellement parallèle à son axe. Donc les deux attouchemens des plans des taluds doivent être deux lignes droites parallèles entr'elles, & à l'axe du cylindre comme KN, kn; mais parce que les lignes AK, 3 N, C k, 3 n sont parallèles entr'elles, elles sont dans le même plan que les lignes KN, kn, & tangentes aux bases supérieures & inférieures du cylindre; puisqu'elles sont [par la construction] perpendiculaires sur les rayons KE, ND & kE, nD; donc ces plans de taluds sont tangens au cylindre, suivant les lignes KN, kn; *ce qu'il falloit faire.*

Il est clair que tous les centres des arcs de cercle des tangentes du solide

solide, coupé parallèlement à sa base $AKmkC$, doivent être dans la diagonale; puisqu'on suppose les taluds égaux. Il n'est pas moins visible que leurs centres sont entr'eux à distances égales de celles des sommets des angles, formez sur cette diagonale par les lignes parallèles, qui expriment les joints de lit de chaque assise, dont elles sont la projection; car si du sommet H on tire sur AB la perpendiculaire HG , on verra qu'à cause de ces parallèles on aura plusieurs triangles rectangles semblables, qui donneront $BG : GK :: BH : HE :: GH : KE = LF = ND :: BH : BE :: HI : Hg$; c'est-à-dire, qu'il y aura toujours même rapport entre le rayon & le reculement, qu'entre le talud de chaque assise & sa diagonale. Ainsi supposant les assises égales, les reculemens des centres seront égaux à la diagonale BH ; alors on aura $Eg = gF = FD = Ki = iL = LN$, & si elles sont inégales on aura $KP = GH : Ki :: LQ : LN$.

C O R O L L A I R E.

PUISQUE la distance des centres des arcs d'arrondissement entr'eux; ou, ce qui est la même chose, celle de la circonférence d'une assise à l'autre, prise sur la diagonale, est égale à celle du reculement d'une assise sur l'autre, mesuré d'angle en angle sur la diagonale, il suit que si l'angle des taluds est de 60 degrez, leur intervalle sera le double du talud, parce que le talud GH fera le sinus de 30 degrez, ou de l'angle GBH ; par conséquent $BH = 2 GH$, ce qu'il est bon de remarquer; comme aussi que la diagonale BH étant toujours plus grande que le talud GH , la base des taluds d'arrondissement prise à la diagonale, sera toujours plus grande que celle du talud des faces, quand même l'angle des faces en talud seroit très obtus; parce que BH est toujours une hypoténuse à l'égard de GH .

Remarque sur les Erreurs des Ouvriers.

ON m'a fait remarquer dans deux Places Maritimes, l'une au Chateau de St. Malo, à la pointe de la Galere, l'autre à un Bastion du Fort St. Louis à St. Domingue en Amerique, des angles aigus de Fortifications arrondis cylindriquement, comme des traits de la Coupe des pierres fort difficiles, dont les Ouvriers ne pouvoient venir à bout, ayant été obligez de les démolir plus d'une fois, & d'en tracer les pierres piece à piece sur le tas; parce qu'en donnant le même talud à l'arrondissement qu'aux faces, il prenoit une telle figure, qu'on ne pouvoit le raccorder. Surpris qu'une chose, qui paroît simple, eût tant de difficulté, j'y réfléchis un moment pour en chercher la raison, & j'aperçûs aussitôt que le talud de l'arrondissement changeoit continuellement, depuis le trait d'équerre IN , sur la naissance N à chaque face

jusqu'à la diagonale gE , ce qui faisoit un parement gauche, quoiqu'une partie d'un corps cylindrique régulier ; mais qui paroît gauche, parce que les quatre angles ne sont pas dans un même plan ; car si l'on tire au lit de dessous de l'assise $2E2$, les lignes DI , DL , DE . & qu'on en retranche les rayons de l'assise suivante, ou du lit de dessus de la même assise, il est clair que IN est plus petit que Lx , & Lx plus petit que Eg . Or il est constant que les surfaces des joints montans de chaque assise doivent être dans des plans verticaux, dont les lignes DI , DL , DE , &c. sont la projection ; par conséquent le joint qui passe en x , doit tomber au lit de dessous en L ; d'où il résulte une nouvelle difficulté, qui ne peut être apperçue par les Appareilleurs qui ne savent point de Géométrie ; c'est que le joint montant, dont Lx est la projection horizontale, ou pour parler comme eux, *le plan*, ne doit pas être une ligne droite, mais une portion d'Ellipse, puisqu'elle est la section oblique d'un cylindre scalene $KmkngN$; à la vérité cette courbure étant très peu sensible, on peut la regarder comme une ligne droite ; cependant c'en est assez pour faire appercevoir dans l'ouvrage achevé quelque besoin de ragrément, si les assises sont fort hautes. Il est visible que cette courbure diminue à mesure que le joint approche de la diagonale DB ; car le joint qui sera dans le même plan, comme pourroit être Eg de la seconde assise, est parfaitement droit ; parce qu'il est dans un plan qui coupe le cylindre par son axe DE . On ne croiroit pas qu'il y eût tant de choses à considérer dans l'exécution d'un ouvrage, qui paroît tout simple du premier abord.

Second Cas des Arrondissemens Cylindriques, lorsque les Taluds des Faces sont inégaux.

Fig. 25.

LA différence de ce cas avec le précédent ne consiste qu'en ce que dans la projection horizontale des assises, qui est plus serrée d'un côté que de l'autre, parce que Ee a moins de talud que Aa , la ligne Bb , qui passe par le sommet de l'angle supérieur EBA , & eba inférieur, ne se confond pas avec la diagonale de chaque angle BC & bC^3 , de sorte que l'axe du cylindre qui doit être parallèle à l'intersection Bb des faces en talud Eb & Ab , forment avec les trois lignes précédentes un parallélogramme $bBCC^3$, incliné à l'horizon.

Pour trouver les centres de l'arrondissement des lits de chaque assise, on portera sur l'axe CC^3 les longueurs FG en CC^3 , & GH en C^3C^3 ; c'est-à-dire, les parties de la ligne FH , qui est celle de l'attouchement des faces en talud, & du cylindre scalene de l'arrondissement, comprises entre les tranches parallèles & horizontales des lits de chaque

assise, comme on a fait au cas précédent, auquel on renvoie le Lecteur pour la démonstration, & les observations qui la suivent; il est d'ailleurs bien clair que l'axe du cylindre, dans lequel sont les centres de tous les arcs de chaque assise arrondie, doit passer par les diagonales BC & bC' de leurs angles EBA , & $e b a$, qui sont égaux; puisque [par la 4.^e du 4.^e liv. d'EUCL.] le centre d'un arc inscrit dans un angle est dans sa diagonale, & à cause que les diagonales bC' & BC sont parallèles & égales, par la supposition, l'axe CC' fera aussi parallèle & égal à l'intersection des faces en talud Bb , & aux lignes d'attouchement de ces faces avec le cylindre en FH & fh .

Remarque sur cet Arrondissement.

IL semble que lorsque les taluds sont inégaux, il ne convient pas de faire un arrondissement cylindrique, mais plutôt un conique; parce que le biais de l'angle, qui se jette tout d'un côté, doit y être plus sensible à la vûe, & en sauver moins la difformité, qu'un arrondissement conique, qui se partage un peu de chaque côté.

Seconde partie, du Problème pour les Arrondissemens Coniques.

LES arrondissemens coniques sont plus naturels aux encognures en taluds que les cylindriques, & le plus naturel, lorsque les taluds sont égaux, est celui d'un secteur de cône Droit, ou parfait ou tronqué.

Du Conique Droit.

CET arrondissement n'a aucune difficulté. Ayant divisé à l'ordinaire l'angle donné ABE [*Fig. 27.*] par la diagonale AD , & ayant déterminé le centre de l'arrondissement sur cette diagonale en C , & tiré CF & CG perpendiculaires aux côtes AB , BE ; on portera sur ces lignes les taluds de chaque assise Fn , no , op , pc , & l'on fera par ces points n , o , p , autant de cercles concentriques à C , qui donneront les panneaux des arrondissemens des lits de chaque assise, jusqu'aux lignes FC , GC , où sont les attouchemens du cône & des surfaces planes des taluds, auxquels l'arrondissement doit se raccorder imperceptiblement.

Fig. 27.

T R A I T E'
Du Conique Scalene.
 Premier Cas.

De l'Arrondissement d'une seule Face d'Encognure.

Nous avons supposé dans le cas précédent, qu'on vouloit arrondir l'angle ABE entierement, je veux dire à distances égales de son sommet B; mais il est des circonstances où l'on ne veut arrondir qu'une partie de l'encognure, seulement pour diminuer la grande foiblesse d'un angle trop aigu, & faire enforte que l'angle mixte de la face arrondie avec celle qui ne l'est pas, soit Droit autant qu'il est possible, c'est-à-dire, que le côté CB & ses paralleles soient perpendiculaires à la tangente TE de l'arc PE de l'arrondissement donné, & de tous ses semblables.

Fig. 26. SOIT [*Fig. 26.*] l'angle donné ABC qu'on veut émouffer. On commencera par faire le plan horifontal de chaque affise par des paralleles à AB & CB, distantes entr'elles de l'intervale ou reculement du talud, qui convient à la hauteur de chacune, comme c^2e , c^3e , c^4e pour la face qui ne doit pas être arrondie, & $f2$, $f3$, $f4$ pour l'autre. Puis ayant pris à volonté un point P, sur AB, pour la naissance de l'arrondissement, on y élèvera une perpendiculaire PC, qui coupera toutes les paralleles de l'autre talud BC, en des points C, c^2 , c^3 , c^4 , qu'on prendra pour les centres des arrondissemens de chaque affise, & leurs distances aux lignes correspondantes à l'autre face, pour la longueur des rayons. Ainsi du point C pour centre, & pour rayon CP, on décrira l'arc EP, qui se terminera à la ligne CB en E. Du point c^2 & de l'intervale $c^2 2$ l'arc $2e$, du point c^3 & de l'intervale $c^3 3$, pour rayon l'arc $3e$, &c. & l'on aura ainsi les projections horifontales des arêtes de chaque lit, qui se termineront à une droite Ee, differente de la diagonale BD de l'angle donné, laquelle fera la projection de l'arête de l'angle des faces courbe & droite en talud.

R E M A R Q U E.

CETTE espece d'arrondissement, qui est souvent très nécessaire, réussit fort bien en exécution, comme je l'ai éprouvé aux chaînes de pierre de taille des encognures de plusieurs réduits que j'ai fait faire dans des Places d'armes rentrantes, où j'ai arrondi une partie de la chaîne & laissé l'autre droite, je veux dire plane, & pour correspondre avec la chaîne plane de l'angle saillant, & faciliter la position & l'alignement de celle de l'épaule; mais il faut avoir grand soin de tracer sur chaque panneau des lits de dessous l'arc du lit de dessus, qui ne lui est pas

parallele, & veiller que les Tailleurs de pierre observent... donne leur écartement vers l'angle, qui augmente le talud ^{Gauche} que à mesure qu'elle approche de l'arête de rencontre des deux faces, parce que les Appareilleurs & les Tailleurs de pierre s'imaginent que le talud doit toujours être égal, & regardent cette difference de parallélisme comme un défaut : Au premier que je fis faire, l'Appareilleur s'imaginant que je n'entendois pas aussi bien son métier que lui, faisoit sans m'en rien dire cette prétendue correction, & voyant qu'à chaque assise il y avoit de grands ragréments à faire, qui augmentoient à mesure qu'il s'élevoit, il se récrioit sur la difficulté de cet ouvrage, qu'il mettoit au dessus de tout ce qu'il avoit vû dans ses voyages ; je fus obligé de faire faire un plomb de talud pour l'arête de rencontre des faces, afin de le conduire, & lui faire sentir la difference du talud des faces planes, & la variation du talud de la partie qui étoit arrondie. Ensuite de quoi l'ouvrage se continua sans ragréments à douze encognures semblables.

QUOIQUE dans cette encognure nous supposions les taluds égaux, sa construction pourroit également servir, si les taluds des faces étoient inégaux.

La démonstration de la régularité de cet arrondissement est sensible à la seule inspection de la figure ; car puisque tous les rayons CE , *ce* sont paralleles entr'eux sur une face, par la construction, & qu'ils sont tous sur la même ligne PC perpendiculaire à l'autre face, il est évident que tous les secteurs de cercle PEC , $2ec^2$, &c. sont semblables ; par conséquent les angles mixtes, qu'ils font sur la ligne Ee , qui est la projection de l'arête de rencontre des deux faces droite & courbe, sont égaux entr'eux, & infiniment peu differens du Droit ; puisque le rayon est toujours perpendiculaire à la tangente de son arc, *ce qu'il falloit premierement faire.*

EN second lieu, parce que la ligne PC est perpendiculaire au côté AB , le point P sera celui de l'attouchement de l'arc PE , & de la tangente AP ; par conséquent la naissance de l'arrondissement est au point où elle doit être, pour que la jonction des surfaces planes Pf , & courbe Pe , soit imperceptible à la vûe, par les raisons que nous avons donné au second Livre.

IL est visible par cette construction qu'on fait une portion de cône scalene, dont le sommet est en S , à l'intersection des lignes PS & ES , qu'on doit considerer comme la projection des deux plans perpendiculaires à la portion de base PES , partie du secteur PEC ; de sorte que la ligne SC représente en projection l'axe de ce cône, qui est par conséquent scalene ; puisqu'il n'est pas perpendiculaire à sa base.

*De l'Arrondissement Conique Scalene d'une Encognure,
dont les Taluds des deux faces sont égaux.*

PAR l'exemple de l'arrondissement conique du cone Droit, on a vu qu'on peut arrondir une encognure faillante par sa base, sans en arrondir le sommet, & dans l'angle rentrant arrondir le sommet sans arrondir la base. Nous faisons voir ici au contraire, que par un arrondissement conique d'un cone scalene on peut arrondir le sommet, sans arrondir la base de l'encognure faillante; & au contraire dans un angle rentrant, arrondir la base sans arrondir le sommet, soit que les taluds des faces soient égaux ou inégaux.

Fig. 28. SOIT [*Fig. 28.*] l'angle ABE, sommet d'une encognure rentrante, ou base d'une faillante, qu'on ne veut point arrondir, ou seulement l'arrondir d'un arc de cercle d'un plus petit rayon que l'opposée FGf; ayant divisé l'angle donné ABE en deux également par la diagonale BD, & d'un centre C, pris à volonté, ou déterminé par la longueur d'un rayon donné CT de l'arc de cercle d'arrondissement, on inscrira cet arc entre les points d'attouchemens T & t, desquels on tirera au point B les lignes TB, tB, qui seront celles de l'attouchement des faces en talud, au secteur de cone TmtB, lesquelles couperont la projection des joints de lit de chaque assise aux points l, k, L, K, par lesquels menant des paralleles lc^2 , kc^3 aux rayons donnez de la base TC, tC, on aura sur la diagonale CB les points c^2 & c^3 , qui seront les centres des arcs d'arrondissement des lits de chaque assise, dont les rayons seront les lignes lc^2 , kc^3 , qui se termineront aux sections des lignes d'attouchement TB & tB, avec les joints des lits 3K, 2l, paralleles à AB, & 3k, 2L paralleles à BE.

*Application de ce Trait à la formation des Glacis
des Fortifications.*

C'EST depuis peu une espece de règle dans les Fortifications, d'effacer les angles des Glacis, tant faillans que rentrans, par des arrondissemens qui élèvent les Goûtieres & rabaisent les arêtes; ce que l'on ne fait pas régulièrement suivant les méthodes ordinaires; voici la mienne.

SOIT [*Fig. 28.*] l'angle donné ABE, rentrant à la palissade du chemin couvert, & son parallele FGf à la queue du Glacis. Ayant prolongé la diagonale BG, je prends à volonté, suivant la convenance de l'ouverture de l'angle donné les longueurs égales GT, Gt de part &

d'autre du point G, puis me retournant d'équerre sur GT, la perpendiculaire TC rencontrant la diagonale GC me donne le point C pour centre de l'arrondissement *Tmt* à la queue du Glacis, duquel je tire les lignes droites au sommet B, autant que je le juge nécessaire, pour me donner des piquets d'alignement & de hauteur, par le moyen de ces bâtons égaux, qu'on appelle *jalous*, & dans quelques Provinces *voyans*, ainsi les lignes d'attouchement BT & Bt sont les termes des parties planes du Glacis, & de la surface conique de l'arrondissement, où se fait une jonction imperceptible de ces deux especes de surfaces; il est visible que pour l'angle faillant l'operation doit être la même, avec cette seule difference que l'arrondissement fait en G auroit été fait vers B.

QUOIQUE ce ne soit pas ici le lieu d'examiner si les arrondissemens conviennent à tous les angles faillans des Glacis; je dirai en passant, que leur utilité est facile à prouver dans les faillans, qui sont débordés, ou pour me servir d'un terme de marine *dépassez* par d'autres plus avancés dans la campagne, comme sont les faillans au-devant des Places d'armes rentrantes; parce qu'ils ouvrent un libre passage aux feux des branches collaterales; mais ceux qui arrondissent les faillans les plus avancés sont des Copistes peu judicieux, qui ne savent pas faire du discernement de l'exigence des différentes circonstances.

Troisième Cas où les Taluds sont inégaux.

AYANT fait la projection horisontale des assises de taluds inégaux, [*Fig. 29.*] on divisera en deux également l'angle donné ABE, pour *Fig. 29.* placer dans sa diagonale BC le centre C de l'arrondissement, qui doit être un secteur de cone scalene tangent à deux surfaces planes Ab, EB; on tirera de ce point C deux perpendiculaires CT, Ct, égales au rayon de l'arc de cercle, qui doit faire le plus grand arrondissement, lesquels donneront les points d'attouchement T & t, des lignes AT & Et; on tirera de ces points au sommet du cone les lignes Tb & tb, qui seront les attouchemens des plans des faces en talud & du cone. Enfin du point C centre de la face, on tirera une ligne Cb, qui sera son axe, dans lequel tous les centres des arrondissemens des lits de chaque assise doivent se trouver, comme dans l'exemple précédent, par la section des lignes LC¹, KC² paralleles à TC; la seule difference de ce cas à celui-là est qu'à cause de l'inégalité des taluds, l'arête de l'angle des plans inclinez bB, ne se confond pas avec l'axe du cone; parce que la projection horisontale de cet axe est inclinée à la diagonale CB de l'angle donné ABE.

Explication démonstrative.

POUR se former une idée nette de cette construction, supposant que l'encognure soit saillante, on peut la regarder comme une portion de pyramide, dont la base de sa surface est l'angle abc , dans laquelle portion de pyramide tronquée on inscrit une portion de cone, tournée en sens contraire, ou renversée à l'égard de la pyramide, & concevoir que ces deux solides sont divisez par des tranches paralleles & horisontales.

OR puisque suivant la Geometrie de l'infini on peut considerer la pyramide & le cone comme une suite infinie de tranches de figures semblables & paralleles à leur base; il est clair que si l'on fait des tranches semblables & paralleles à cette base, c'est-à-dire, renfermées par des surfaces semblables, dont les côtez soient en même raison entr'eux que leurs distances au sommet, ou à la base, ces tranches rassemblées formeront le même solide; puisque les parties prises ensemble sont égales au tout.

IL n'est pas nécessaire de démontrer que tous les secteurs de cercle $CTmt$, $c'lL$, $C'Kk$ sont semblables; puisque, par la construction, tous leurs rayons sont paralleles entr'eux, & que de plus étant compris entre les lignes droites BT , Bz & BC , ils sont entr'eux dans le rapport de leurs distances au sommet du cone b ; puisque $bk : kc' :: Bl : lc'$; donc tous ces arcs sont semblables, proportionels, & tangens aux lignes des joints de lit, *ce qu'il falloit faire.*

C O R O L L A I R E.

IL suit de-là que lorsque les arrondissemens coniques ne sont pas des portions d'un cone entier, mais seulement d'un cone tronqué, on peut varier de différentes façons ces arrondissemens, dans les angles des taluds inégaux, selon les différentes circonstances des points donnez, pour le commencement ou la fin de l'arrondissement, en haut ou en bas, & la grandeur des rayons des arcs de cercle du lit supérieur ou inférieur du cone tronqué. Par exemple:

Fig. 30.

Le rayon CD & l'arc Dmp étant donnez, avec un point X , où l'on veut que l'arrondissement commence ou finisse, il faut trouver les deux lignes d'attouchement des faces en talud avec l'arrondissement conique, & le point X , où il finit de l'autre côté.

AYANT fait la projection horisontale des joints de lit de chaque assise par des lignes droites paralleles à l'ordinaire à leurs bases AB & BE , & tiré les diagonales BC , b_3 des angles ABE & abe , on prolongera la ligne
 Bb

Bb d'intersection des deux taluds indefiniment vers S; ensuite par le point donné X, & par l'extrémité *d* de l'arc d'arrondissement donné, on tirera une ligne X*d*, qu'on prolongera jusqu'à la rencontre de BS en S, d'où par l'autre extrémité D de l'arc donné on menera une ligne SD*x*, qui fera celle de l'attouchement du talud, & de l'arrondissement conique, aussi bien que X*d* de l'autre côté. Enfin du point S par le point *c*, centre de l'arc donné, on tirera une ligne SD jusqu'à l'intersection de la ligne BSC, diagonale de l'angle ABE, cette ligne SC fera l'axe du cone scalene, dans lequel seront tous les centres des assises entre l'espace des deux diagonales BC & *b* ₃ des angles des bases supérieure & inférieure ABE & *a b e*.

POUR trouver les centres de chacune des assises comprises entre ces bases, il n'y a qu'à mener par leurs angles *g* & *i* des lignes *gf*, & *ih* paralleles à CS, & en porter les longueurs *fg*, *bi* sur cette ligne, qui est une partie de l'axe du cone, pour y avoir les points 1 & 2, lesquels seront les centres des arcs K*k*, & L*l*, de l'arrondissement des lits de la premiere & seconde assise.

C O R O L L A I R E II.

Secondement, on peut agrandir ou diminuer l'Arrondissement dans une raison donnée.

ON veut, par exemple, que l'arc *ae* soit à l'arc donné AmE, comme deux est à cinq. On divisera une des tangentes AB ou BE en deux parties, & l'on en portera cinq de D en *a* ou en *e*, & par les points *a* & *e*, & par les extrémités de l'arc donné A & E on tirera des lignes *aAS*, *eES*, jusqu'à la rencontre de DB prolongée en S, comme dans l'exemple précédent. Le point S fera le sommet du secteur de cone scalene, qui fait l'arrondissement, par lequel, & par le centre donné C, on tirera la ligne SC₄, jusqu'à la rencontre de la diagonale D₄ de l'angle *aDe*. Cette ligne S₄ fera l'axe du cone, dans lequel seront tous les centres des assises, entre les points C & 4, compris entre les deux diagonales BC & D₄, des angles ABE & *aDe*. Fig. 31.

POUR avoir ces centres on tirera par les points *f* & *g*, d'intersection des joints de lits, des assises des deux faces en talud, des paralleles à la diagonale BC ou D₄, lesquelles donneront les points 2 & 3, qui seront les centres des assises correspondantes.

Ce *Trait* est celui que j'ai imaginé & fait exécuter à St. Malo, pour arrondir l'angle rentrant du flanc de la droite du Bastion St. Michel, suivant l'intention de l'Ingénieur Directeur (M. Garengneau) qui vouloit sagement y éluder par un arrondissement le choc des flots de la Mer,

lesquels auroient réjailli avec violence dans un angle rectiligne, au lieu que par ce moyen ils ne font qu'y couler en tournant. Cet arrondissement n'a pas moins bien réussi pour y raccorder les taluds inégaux de Flanc qui est au fixième, & de la Courtine qui est au douzième; car à moins que d'en être informé on ne s'en apperçoit pas, tant l'Art a de pouvoir pour cacher des difformitez, en quoi la routine d'un bon Appareilleur, & celle du Sr. D*** Ingénieur, mon Ancien de 16. ans avoient échoué après une tentative.

Jusqu'ici nous n'avons pourvû qu'à la position des centres des arcs de cercles des joints de Lit, & à la longueur de leurs rayons, pour en former les cercles nécessaires à les tracer par différentes portions, comme il convient à la longueur de chaque pierre; il nous reste à donner les moyens de former les joints de Tête, tant pour trouver les biveaux des angles mixtes, que leurs surfaces forment avec le parement extérieur, que pour déterminer la courbure de leurs joints montans.

PREMIEREMENT, à l'égard de l'angle mixte, que les arêtes des lits de dessus & de dessous doivent faire à la Courbe du parement avec la ligne droite du retour du joint, on doit en former le biveau sur la projection horisontale; puisque toutes les assises sont posées horisontalement; mais la direction des lignes des joints de tête, ne peut être prise suivant notre règle du troisième Livre, perpendiculairement aux arcs de cercle, c'est-à-dire, à leur tangente au point de la division, lorsque les taluds sont inégaux; parce que le plan du joint, passant par la direction horisontale, qui sera telle à l'égard d'un des lits, ne peut pas l'être à l'égard de l'autre; puisque les arcs des arêtes des lits de dessus & de dessous ne sont pas concentriques; or puisque tous les joints de tête doivent être des plans verticaux, ils ne pourront être perpendiculaires aux arcs de l'arrondissement, que dans le seul cas où les taluds de faces sont égaux, & l'arrondissement conique d'une portion de cône Droit, comme dans le premier, figure 27. où les lignes CF, CT, Ct sont des joints perpendiculaires aux arcs.

PARTOUT ailleurs où les arrondissemens sont des portions de cône scalene, on ne peut les tirer des centres de chaque arc, sans incliner le joint de tête, excepté le cas où la projection se confond avec celle du plus petit côté du cône.

PUISQUE la direction des joints ne peut être tirée du centre de chaque arc, il paroît naturel qu'on les tire du milieu des deux, qui comprennent les lits de dessus & de dessous de la même assise; ainsi

Fig. 31.

[Fig. 31.] au lieu de tirer le joint *it* du centre 4 de l'arc *ae*, ou du

centre 3 de l'arc IL , auxquels ce joint se termine, il convient de le tirer du point z , moyen entre les deux, & la direction de la coupe sera juste sur le milieu de la pierre, & à-peu-près également faussée, au lit de dessus & de dessous; l'angle $u i V$ fera le biveau de tête du lit de dessous dans un arrondissement concave, & $u t V$ celui du lit de dessus.

SECONDEMENT, à l'égard du joint montant, il est encore visible, qu'il ne peut être une ligne droite que dans l'arrondissement qui est portion d'un cône Droit, ou dans le joint du milieu de l'arrondissement conique de cône scalène renversé, entre deux taluds égaux, comme en mo sur CB , figure 28; parce qu'il n'y a que ces deux cas où un plan vertical puisse passer par l'axe & par le sommet du cône.

DANS tous les autres cas où les taluds des faces sont inégaux, l'axe du cône devient incliné à l'horison; mais quoique incliné il se trouve encore un cas, que nous avons excepté ci-devant, dans lequel la projection de tous les rayons se confond avec celle de l'axe; de sorte qu'ils passent tous par le sommet S , comme aux joints op, pn , [Fig. 31.] où ils se trouvent dans le plan vertical qui passe par la projection de l'axe $4S$, & alors les joints op, pn , sont des lignes droites, puisque leur plan passe par le sommet du cône.

IL resteroit à déterminer la Courbe des joints montans des arrondissemens scalènes, si dans la pratique ils étoient sensiblement courbes; mais parce que la portion est peu considérable, approchant fort de la ligne droite, il suffit que l'on sçache qu'elle n'est pas droite pour y avoir quelque égard.

CEPENDANT comme nous tendons à la perfection, autant qu'il est possible, nous ferons remarquer que ces joints sont toujours des arcs de quelque section conique, qu'il seroit aisé de reconnoître par la projection; car si l'on tire le joint montant, dont la projection est lx , [Fig. 28.] ou Lx [Fig. 29.] du point C centre de la base du cône, & que du point B son sommet en projection on tire une tangente à cette base, qu'elle touchera en d , la ligne Bd représentera le côté du cône; ainsi il n'y aura plus qu'à examiner la direction de lx à l'égard de ce côté; si elle lui est parallèle, le joint montant sera une portion de parabole; si lx étant prolongée rencontre ce côté aussi prolongé au delà de B , ce sera une hyperbole, & si la même ligne rencontre le côté Bd prolongé au delà de d , ce sera une Ellipse; parce que la projection ne change point la nature du triangle par l'axe du cône, ni les sections, elle ne fait que les raccourcir, comme nous l'avons dit au second Livre.

Si ces arcs étoient assez confiderablement courbes pour qu'il fut nécessaire d'en chercher la courbure, nous trouverions assez de données pour les décrire, fuivant les Problèmes du fecond Livre; car la direction du joint fera toujours un axe de la courbe, & l'intervale lx celui de l'abfciffe de l'arc qu'on cherche. Le point z , qui coupe le côté dB au deffus de l fera le sommet de la courbe; parce qu'il est dans la fection commune d'un triangle par l'axe CdB , & d'un plan qui lui est perpendiculaire; on a de plus la bafe, & l'obliquité de l'axe du cone fcilene, qui est la hauteur verticale de l'encognure, dont l'interfection bB des faces en talud est l'hypotenufe, & le point B la projection de l'aplomb. On peut donc décrire ces courbes, ou par la voye de la projection, comme nous l'avons enseigné aux Problèmes du Chap. II. du 2.^e Liv. ou par d'autres voyes fuivant les Problèmes 35. 36. 37. l'arc qui aura xl pour abfciffe fera celui que l'on cherche.

Application du trait fur la Pierre.

LORSQU'ON a trouvé par l'épure toutes les lignes, & tous les angles nécessaires pour en venir à l'exécution de tracer la pierre, il faut encore un peu d'attention & d'industrie pour en faire ufage, & fçavoir connoître s'il est plus avantageux de les tailler par le moyen des panneaux ou par la méthode de l'équariffement. Dans les arrondiffemens dont il s'agit, nous préferons cette dernière, mêlée fi l'on veut de la première.

Fig. 30. Soit pour exemple une pierre à tracer, qui doive occuper l'espace $xqtk$ de l'épure de la fig. 30. que nous fupposons partie d'un arrondiffement concave dans un angle rentrant.

ON commencera, à l'ordinaire, par faire une furface plane, fuivant le Problème I. laquelle fervira pour un des lits de deffus ou de deffous, comme l'on voudra, lequel étant fait on retournera la pierre pour lui en faire un parallele. Enfuite ayant levé un panneau du quadriligne $OKtp$ pour le lit de deffous, on l'appliquera fur la pierre pour y en tracer le contour, & en abatant les parties de la pierre, qui excèdent les lignes tp & KO , on fera les deux joints de tête à l'équerre fur les lits de deffus & de deffous; de forte qu'on en formera une efpece de coin tronqué $AFTB$, fig. 32. enfuite ayant porté fur ces bafes des joints les longueurs tq d'un côté, & Kx de l'autre; par les points q & x on élèvera deux perpendiculaires qQ , xX fur ces bafes par le moyen d'une équerre, lesquelles donneront au lit de deffus les points Q & X ; enfuite on prendra la cerche de l'arc xq de la fig. 30. ou fi l'on veut un autre panneau de lit $oxqp$, différent du premier, po-

fant les points x & q du panneau sur les points X & Q trouvez, comme nous l'avons dit à l'arête du lit de dessus de la pierre, & l'on tracera l'arc XQ suivant le contour du panneau & de la cerche. Enfin on tirera sur les joints de tête des lignes droites tQ & KX , au lit de dessus, & l'on abattra toute la pierre qui excède ces quatre traits; sçavoir les deux arcs opposez Kt au lit de dessous, XQ à celui de dessus, & les deux joints montans, que nous supposons ici droits, quoiqu'à la rigueur ils ne le soient pas, mais des portions d'arcs hyperboliques, à la vérité si peu concaves, qu'on peut les considérer comme droits, leur courbure étant presque imperceptible dans l'exécution, ou tout au plus matiere à un petit ragrément. Au reste si la courbure étoit sensible, nous avons donné les moyens d'y pourvoir. Il ne convient pas d'embroüiller ici une proposition élémentaire de tant de difficultez. Enfin le solide prismatique $KXQt$ étant enlevé la pierre sera achevée, le parement qui doit rester en une sera la surface gauche $KXQt$ concave, si l'angle est rentrant; & au contraire, si l'angle étoit saillant son arrondissement seroit la même surface renversée, alors on conserveroit toute la pierre, qu'il faut enlever dans cet exemple, en prolongeant les joints q , t & xK , vers C , & non pas vers O .

LA Fig. 33. qui représente une pierre convexe peut faire voir d'un coup d'œil, que la maniere de la tracer est la même dans un sens opposé. Fig. 33.

Usage des Arrondissemens des Angles, & Remarques sur les fautes qu'on y trouve souvent.

LORSQUE les angles faillans des Fortifications sont trop aigus, comme de 60 degrez & au dessous, il convient de les arrondir pour leur donner plus de solidité; on doit seulement prendre garde de ne pas laisser une place assez grande à la diagonale, pour qu'un homme puisse s'y cacher à la vûe des parties flanquantes collaterales, à cause des inconvéniens qui en peuvent arriver.

ON peut aussi avoir d'autres raisons d'arrondir les angles faillans, de quelque ouverture qu'ils soient, par la sujétion des lieux. Quelquefois d'arrondir la base sans toucher au sommet du revêtement; comme, 1°. lorsqu'un chemin tourne au pied d'une terrasse, dont on ne veut pas émousser l'encognure au sommet par raison de simetrie, ou de propreté, ou pour y laisser une place de Guérite plus avancée pour la découverte des lieux circonvoisins; alors l'arrondissement doit se faire

en portion de cone scalene , comme à la fig. 27. CfMgC, qui émouffe la pointe du bas fBg , fans toucher à celle du haut SCs.

2°. Si au lieu d'un chemin il passoit à cet angle une Riviere ou la Mer, comme aux Forts bâtis sur les Rochers de la Conchée & du petit Bay, dans la Rade de St. Malo ; alors il convient de faire l'arrondissement en portion de cone Droit, comme CFKGC, de la même fig. par raison de plus grande solidité, pour faciliter le passage des eaux, ou en éluder le choc & les retours, qu'on appelle en terme de marine *Remoux*. Ce changement n'empêche pas cependant qu'on ne conserve l'angle rectiligne du sommet de revêtement, si l'on juge à propos ; en ne commençant l'arrondissement qu'à la perpendiculaire tirée de la projection de cet angle à la base du talud.

Ces raisons d'arrondissement peuvent être communes aux Ouvrages de Fortifications & d'Architecture civile. Dans les premiers il s'en trouve aussi pour arrondir au contraire le haut sans toucher à la base de l'encognure, comme lorsque le revêtement peut être un peu vû de la campagne au sommet, & qu'on doit conserver le pied ; alors il faut que l'arrondissement soit fait en portion de cone renversé comme aux fig. 28. & 29. 3°. Enfin s'il ne s'agit que d'émouffer une arête trop aiguë du haut en bas, il doit être cylindrique, comme aux fig. 24. & 25.

Il est encore à propos de faire attention aux effets des arrondissemens sur les taluds qu'ils alterent.

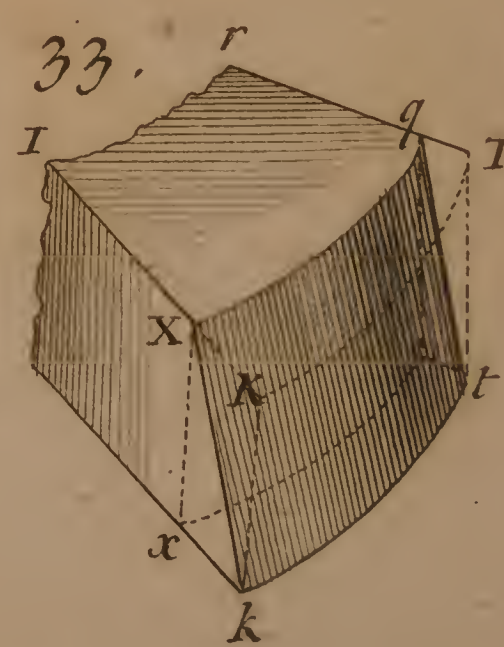
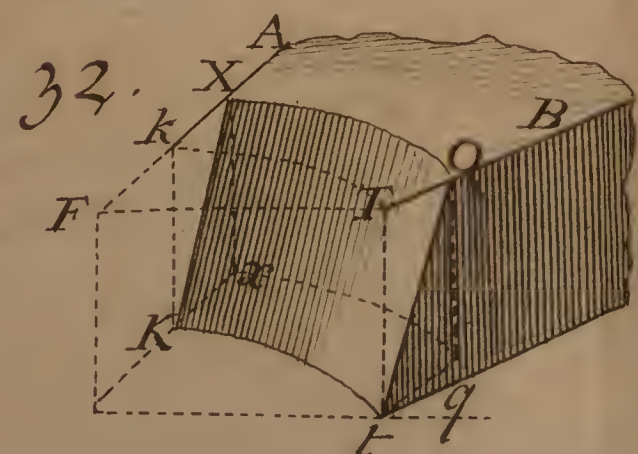
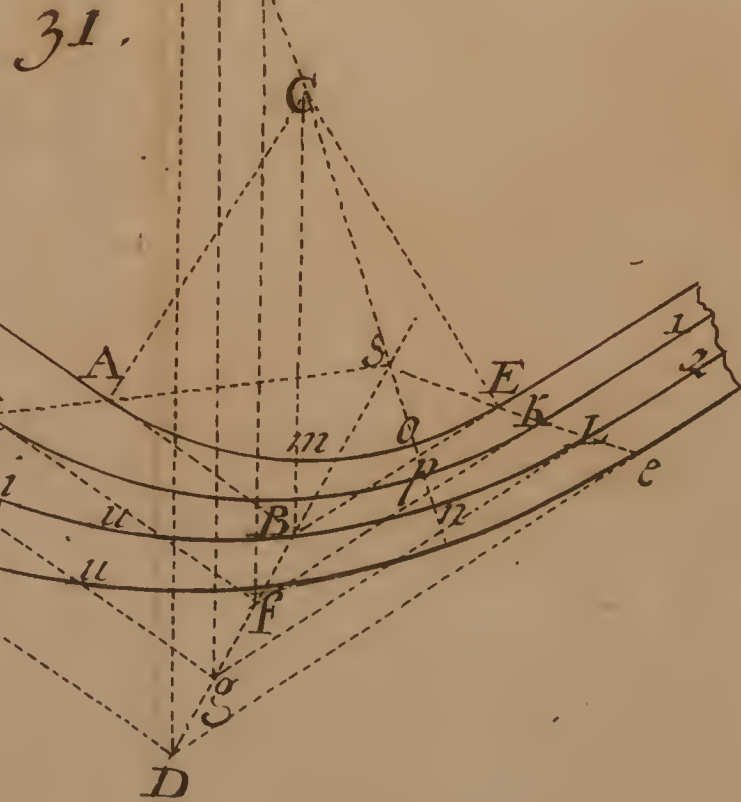
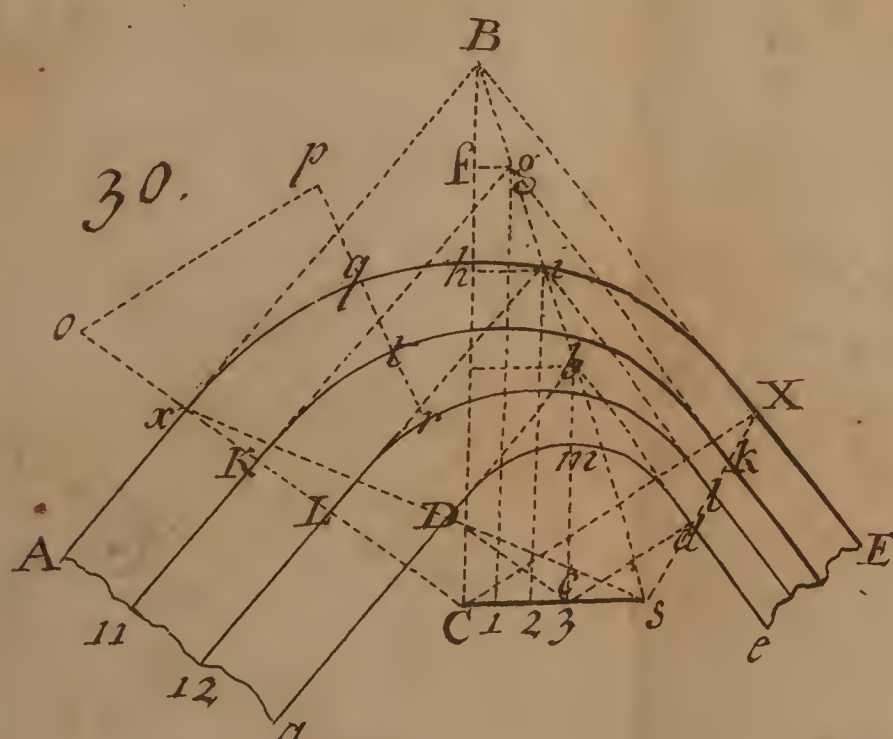
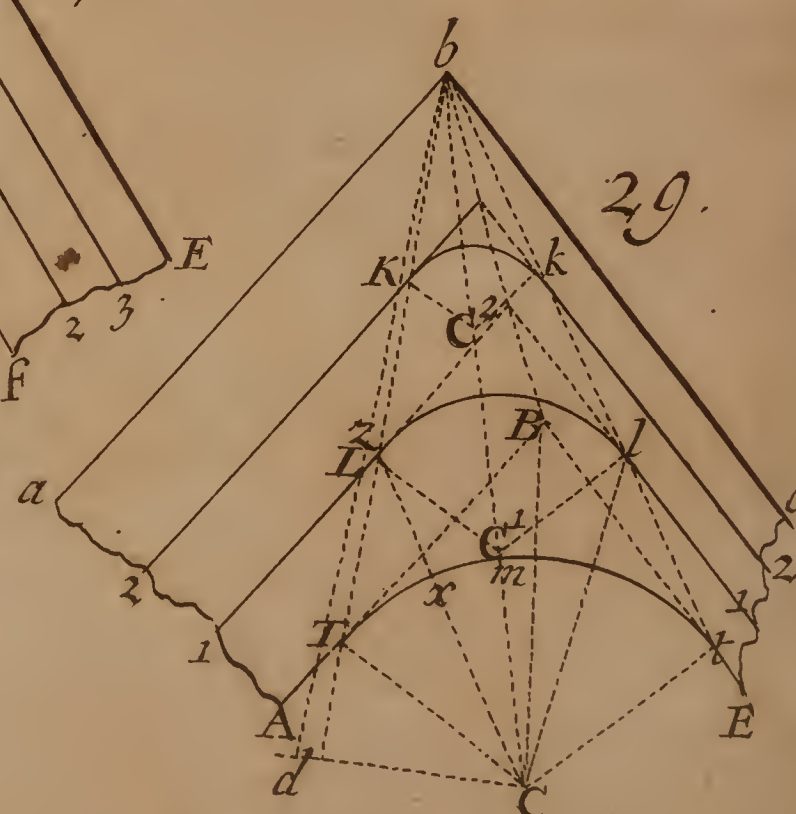
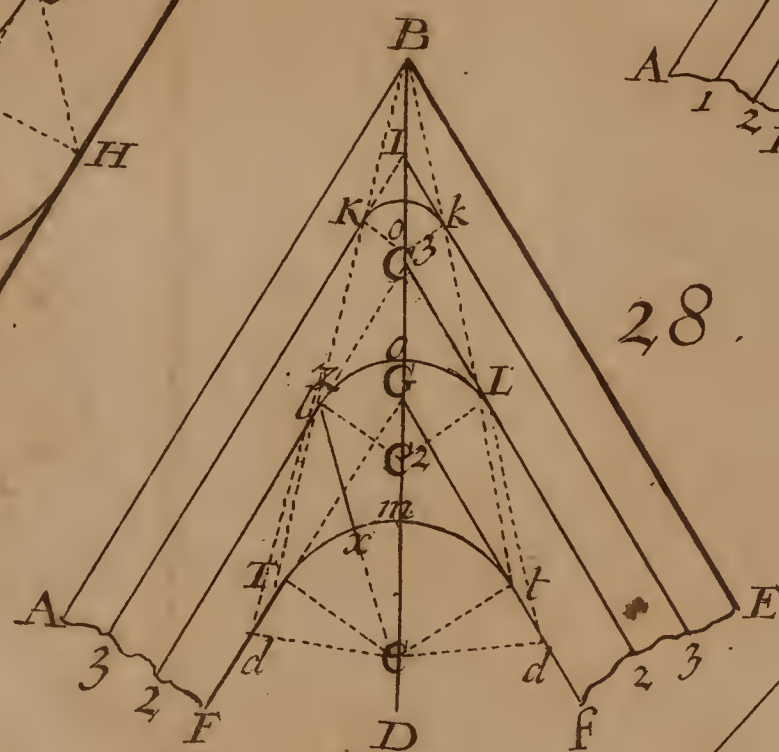
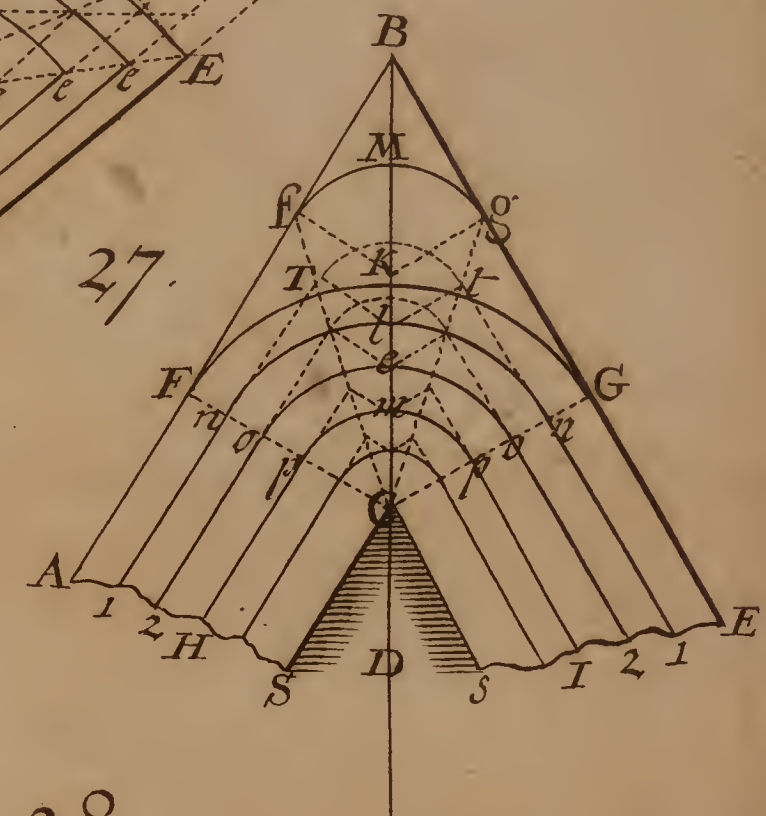
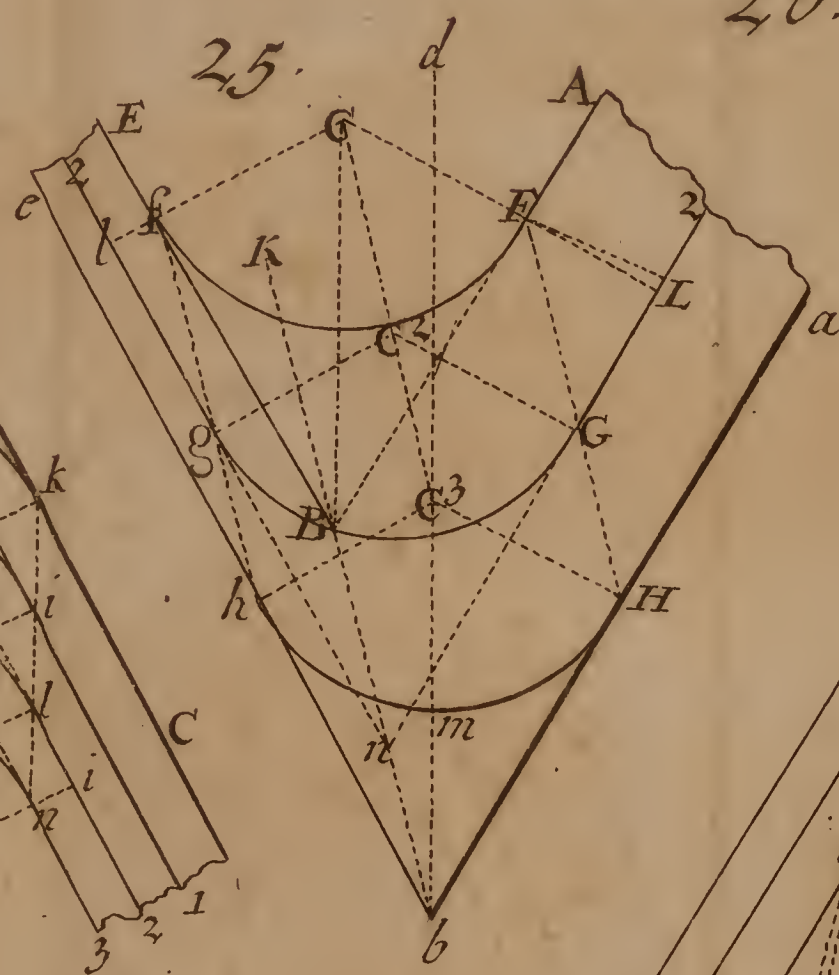
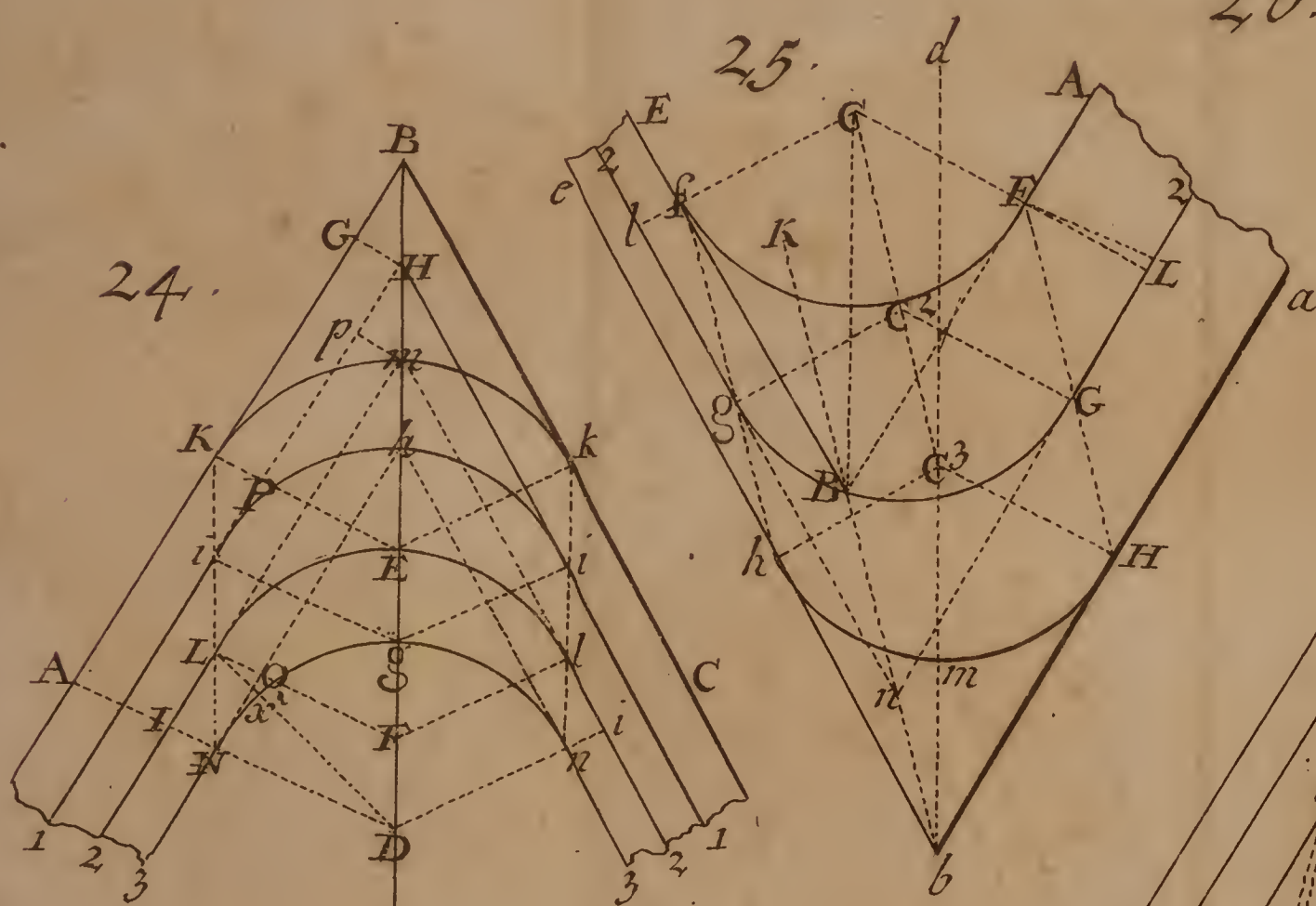
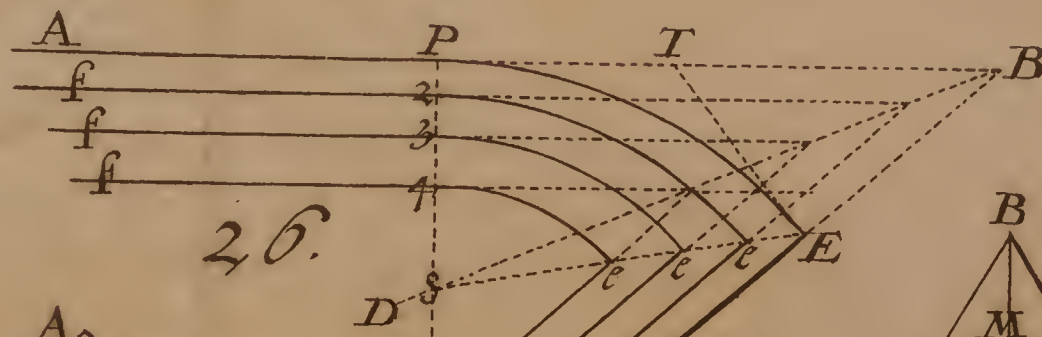
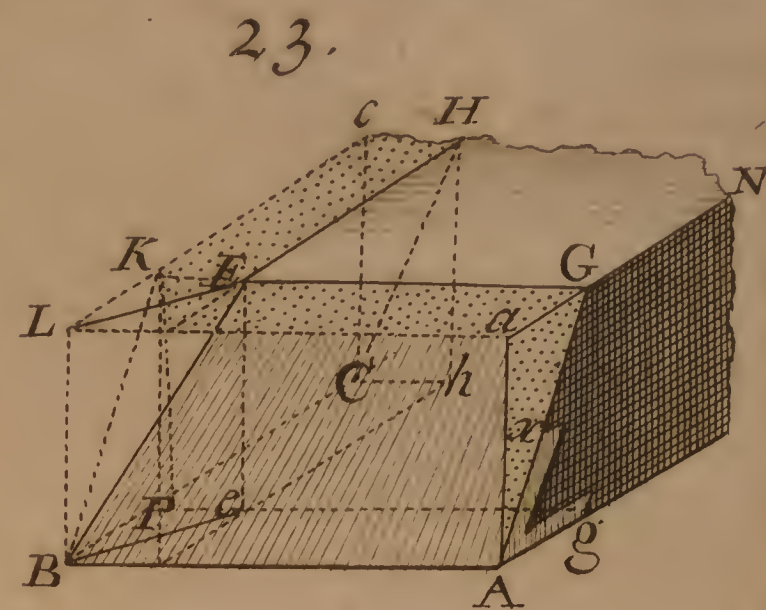
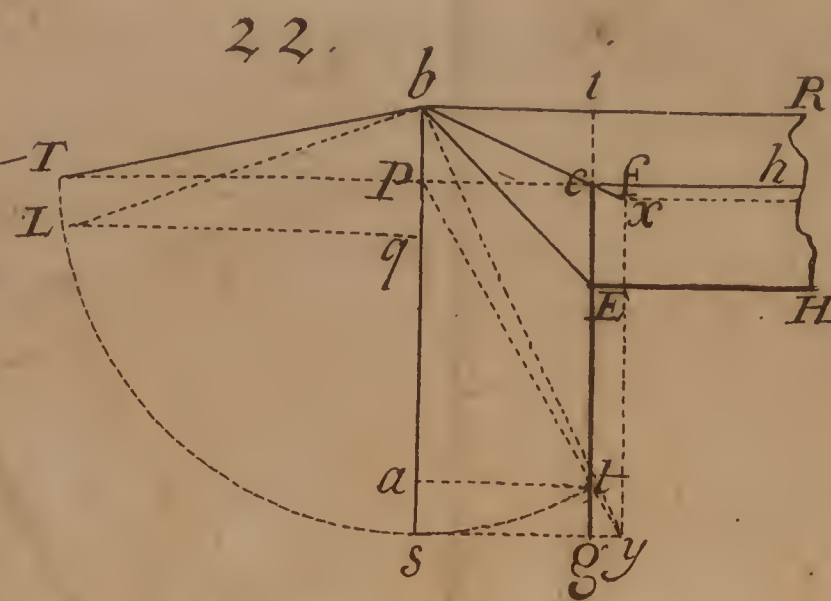
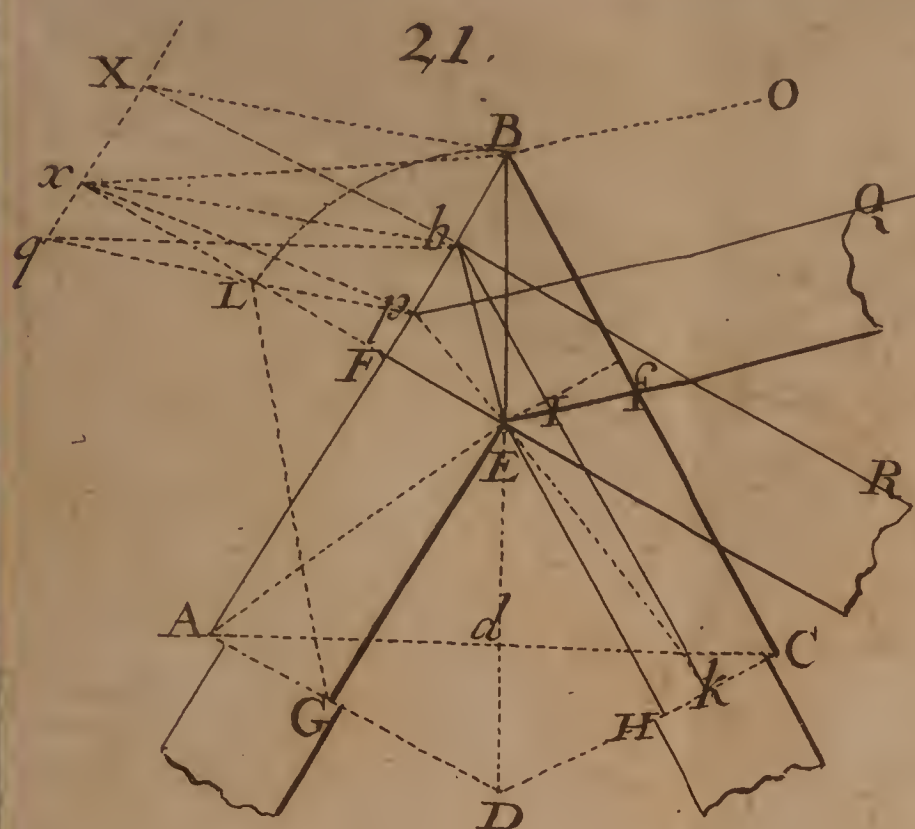
1°. Le conique Droit n'augmente ni diminue le talud des faces, ni dans l'angle rentrant ni dans l'angle faillant.

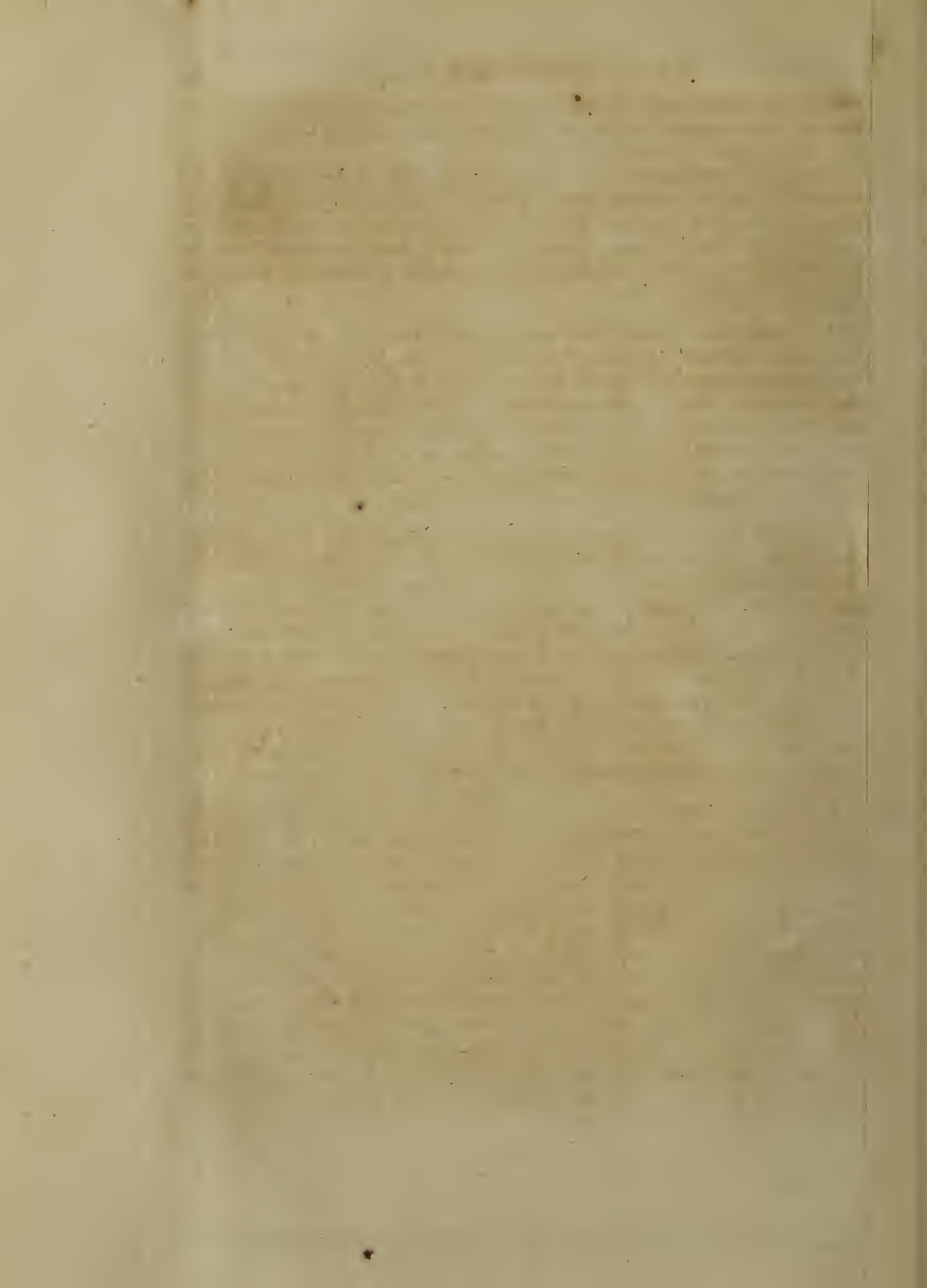
2°. Le conique scalene en situation naturelle, la base en bas & le sommet à celui de l'encognure, diminue toujours le talud, que feroit l'arête de rencontre des faces, si l'angle n'étoit pas arrondi dans l'angle aillant, & au contraire l'augmente dans le rentrant.

3°. Le conique scalene renversé augmente le talud dans l'angle faillant, & le diminue au rentrant, plus ou moins selon la grandeur du rayon de la base du cone.

4°. Le cylindrique augmente le talud au retour des faces, mais non pas celui de l'arête de l'encognure, auquel il est égal dans son milieu.

D'où il suit que ces arrondissemens ont des avantages selon leurs situations ; car en rendant les taluds plus ou moins couchez, ils peuvent ôter ou faciliter l'accès des sommets des encognures des revêtemens, & occasionner ainsi ou empêcher la désertion ; une fâcheuse expérience nous apprend que les Soldats se laissent couler dans les angles rentrants,





lorsque les revêtemens n'ont que 15. à 18. pieds de haut, ils ne l'offeroient si les angles étoient arrondis en cone scalene renversé.

SANS avoir recours à cette raison, on en a de fréquentes pour arrondir les angles rentrans dans les ouvrages qui sont au bord de la Mer, afin que l'eau des *Lames* ou vagues, qui s'y viendroient briser, n'y réjaillissent pas avec violence, mais s'échappent à côté en tournant suivant le contour du parement, comme je l'ai exécuté au flanc du bastion de St. Malo, dont j'ai parlé.

A l'égard des arrondissemens coniques Droits, on en fait à tous les angles rentrans des contrescarpes; & parce que les taluds sont ordinairement égaux de part & d'autre, il ne se rencontre pas de grandes difficultez dans cet arrondissement; mais lorsque les taluds des côtes de la contrescarpe sont inégaux, faute de les sçavoir raccorder, bien des gens sont obligez de trancher le nœud de la difficulté par un resfault, comme je l'ai vû à la contrescarpe de l'angle de la pointe de la Galere du Chateau de St. Malo.

CETTE faute est rare à cause de la rareté du cas; mais il se présente quelquefois une autre difficulté qui embarrasse les gens sans Theorie; lorsqu'un fossé vient en baissant au retour de l'angle flanqué, & que l'on veut que l'arrondissement de la tablette de la contrescarpe au chemin couvert, qui peut être de niveau, ne se sente pas de cette irrégularité. Les simples praticiens tracent un arc de cercle dans le fond du fossé, comme s'il étoit de niveau, & arrivent ensuite au sommet, comme ils peuvent, en Ellipse contre leur intention; il est cependant fort aisé d'y finir par un arc de cercle, il n'y a qu'à tracer au rez du fond du fossé la portion d'Ellipse qui convient à la portion de cone renversé, qui forme l'arrondissement.

LA seconde faute des gens de routine, dont il paroît que le nombre n'est pas petit par la quantité de celles qu'on remarque dans les Places, c'est que pour tracer l'arrondissement, ils prolongent les faces des Bastions & demi-Lunes jusqu'à la contrescarpe, & commençant leur arrondissement aux points que donnent ces alignemens, prennent le centre des arcs d'arrondissement à l'angle flanqué du Bastion ou de la demi-lune. Lorsque ces angles sont Droits cela va le mieux du monde; mais comme ils le sont assez rarement, ces arrondissemens sont toujours un jarret avec les portions droites des contrescarpes, auxquelles ils se réunissent; plus l'angle est aigu ou obtus, plus cette irrégularité est sensible, & comme on voit que cette jonction de droit & de courbe choque la vûe, quelques-uns en corrigent le jarret à vûe d'œil comme ils peuvent, d'autres l'y laissent, croyant que la chose doit

être de même. Nous avons donné au Livre II. les moyens d'y remédier, non seulement pour les jonctions des arcs de cercle avec les lignes droites, mais aussi pour celles des arcs Elliptiques avec des lignes droites, par le moyen des tangentes, comme il convient de faire, lorsque l'arrondissement est Elliptique dans le cas de l'inclinaison du fond du fossé dont nous venons de parler; ce qui arrive souvent dans les Places bâties sur des hauteurs.

Le cas du raccordement des deux taluds inégaux arrive tous les jours aux traverses des Chemins couverts, dont on arrondit un peu les angles; parce que le côté du passage a peu de talud, & celui du parapet extérieur est plus couché; mais parce que ces angles se font en gazon, que l'on coupe comme on veut après qu'il est posé, les Gazonneurs n'y font point embarrassés, quelques coups de louchet en font l'affaire pour contenter la vue; il n'en seroit pas de même s'ils se faisoient en pierres de taille.

C H A P I T R E IV.

Des Voutes Planes, Horizontales ou Inclonnées.

ON peut faire des voutes dont les surfaces sont planes de différentes manières.

- 1.^o Les unes horizontales, qui ne s'appuyent que de deux côtes opposés, qu'on appelle *Platebandes*.
- 2.^o Les autres aussi horizontales, qui s'appuyent de quatre côtes, que j'appelle *Voutes plates*.
- 3.^o Les autres enfin inclinées à l'horison, qui s'appuyent sur deux côtes contigus, qu'on appelle *Trompes plates*.

Il faut remarquer que les pierres qui composent les voutes de ces trois espèces s'appellent *Claveaux*, à la différence de celles des voutes concaves, qui s'appellent *Voussôirs*.

P R O B L E M E VII.

Faire une Platebande.

ON peut tracer l'épure de cette espèce de voute de plusieurs manières, qui reviennent toutes à la même fin, dans lesquelles il y a plus de disposition de goût que de Géométrie, & l'on peut dire que la solution de ce Problème est assez arbitraire pour la détermination de l'inclinaison

naïson des joints en lit; car à considérer la construction de la platebande dans la rigueur Mécanique, pourvû que les claveaux soient pyramidaux, & bien butez ils doivent se soutenir; parce que la partie supérieure est plus grande que l'ouverture inférieure, entre les appuis de ces tronçons de pyramide renversée.

SOIENT les piedroits AM, BO, écartez de l'intervale AB, qu'on appelle, en terme d'Architecture, la *Portée* de la platebande, on la divisera en deux également au point D, par lequel on lui tirera la perpendiculaire EDC, sur laquelle on prendra DC égale à AB, ou bien suivant l'usage ordinaire, on fera sur AB le triangle équilatéral ABS. Du point C, ou S, si l'on veut, on décrira un arc de cercle AFB, que l'on divisera en autant de parties égales, que l'on voudra avoir de claveaux, comme ici en cinq aux points 1, 2, 3, 4, toujours en nombre impair, afin qu'il n'y ait pas de joint au milieu. Par le point C, ou S, comme centre on menera les rayons C 1, C 2, C 3, &c. jusqu'à l'extrados LG, qui sera une parallèle à AB, où se terminera la hauteur de la platebande. PLAN. 31.
Fig. 34

LA direction de ces rayons donnera l'inclinaison des joints en lit, sur lesquels les claveaux s'appuyent mutuellement, comme *nx*, *oy*, *qz*, AG, & l'épure sera faite.

JE baïsse le centre de la coupe un peu plus que le sommet du triangle équilatéral, auquel les Architectes s'assujettissent; parce que la coupe A *a* ou B *b* du fommier en est un peu moins oblique, & celle des claveaux donne des parties un peu moins inégales, & des angles *q* & *a* moins aigus auprès du fommier AL, ou BN; en effet les arêtes du joint de lit de ce premier claveau sont si aiguës ordinairement, qu'elles se cassent à la charge pour peu que la pierre soit fragile. Les Architectes pour obvier à cet inconvenient ont imaginé de faire une portion de joint à plomb comme 1 *r*, qui fait un coude dans le joint 2 1 *r*, & un pli dans le contigu, c'est-à-dire, un angle saillant dans l'un & rentrant dans l'autre claveau.

MAIS il faut remarquer que ce retour d'équerre sur le platfond AB, est autant de retranché de la longueur de la coupe inclinée, qui fait le support des claveaux, & par conséquent une diminution sur la force de la platebande, qu'il ne faut plus compter de *q* en 2, mais de 1 en 2; parce que la partie verticale 1 *r* est inutile pour l'appui.

D'ou l'on doit conclure, que, lorsque les butées des piedroits sont bonnes, il convient de prendre le centre encore plus bas que je ne le propose; parce que les angles des premiers claveaux en deviendront plus

forts, les inclinaisons des lits moins différentes, & les claveaux plus uniformes à la vûë; puisque leurs extradados augmentent sur l'égalité des divisions de la moitié de l'arc FB dans le rapport des tangentes.

QUELQUES Architectes pour plus de simetrie & d'uniformité se contentent de régler l'inclinaison de la coupe des sommiers à l'angle de soixante degrez, par le moyen du côté du triangle équilatéral; après quoi ils ne font plus d'usage du centre S; mais ils divisent l'intrados AB & l'extrados *ab* en un même nombre de parties égales, & tirent les joints de tête de l'un à l'autre par les divisions correspondantes *nx*, *oy*, *qz*; tout cela se peut sans inconvénient.

IL faut seulement remarquer que Mr. de la HIRE, & ceux qui l'ont suivi ont réglé le calcul de la poussée des platebandes sur le système de l'inclinaison des lits des sommiers au triangle équilatéral, ce qui soit dit en passant, pour y faire attention dans la recherche de l'épaisseur des piedroits.

IL nous reste à dire quelque chose des moyens de donner de la solidité à ce genre de voute, où les pierres sont dans une situation plus forcée que dans toute autre.

POUR cela les Architectes se sont avisez de differens expédiens. Les uns font des ressauts ou redens, comme on voit en *gm*, *ef*, *t2* au milieu du joint; mais c'est une difformité qui n'est supportable que lorsqu'ils sont cachez par quelques moulures, comme lorsque la platebande est taillée en Architrave, & que le ressaut est caché sous la saillie d'une face. Pour moi je préfère à cet artifice l'uniformité des joints unis, qui s'affaissent aussi plus également à la charge de la platebande. Je voudrois cependant pour empêcher les claveaux de couler le long de leurs joints en lit y faire de petites cavitez hemisphériques, propres à y loger une balle de plomb d'un pouce de diametre, moitié dans chaque claveau, & y en mettre deux au moins à chaque lit, ce qui est d'une exécution très facile; puisqu'il ne s'agit que d'y pratiquer deux cavitez égales & bien également placées; quoique cette invention soit nouvelle, il me semble que la raison en assure le succès.

D'AUTRES Architectes au lieu de ressaut dans le milieu des claveaux, en font au dessus de l'extrados, qui se surpassent les uns les autres par des crochets, appelez *Croffettes*, en s'élevant jusqu'à la clef, comme on voit en H7x; cet artifice est plus sûr que le précédent, mais il n'est propre qu'à des portes rustiques, & ne feroit pas bien au dessus d'une Architrave.

ENFIN les plus timides fortifient les platebandes par des barres de fer dont ils traversent les claveaux, ou par dedans ou par derriere, ou per dessous, ce dernier est le plus désagréable à la vûe & le plus mauvais: car le fer n'est pas d'une rigidité inflexible, il plie sous la charge, comme on le voit en plusieurs endroits; il faut avouer que le fer est le grand antidote contre les affaïssemens de cette espece de voute, cependant lorsque les butées sont bonnes, & la pierre dont les claveaux sont faits, de bonne consistance, qu'on a soin de décharger la platebande du fardeau qui est au dessus, par une Arcade apparente ou cachée, on peut s'en épargner la dépense mettant en usage l'expedient que je propose.

QUELQUES Architectes au lieu de faire les joints apparens inclinez, comme ils doivent être, les ont fait à plomb, comme on en voit au dedans du vieux Louvre, ce que l'on appelle en *fausse coupe*; mais puisqu'une telle situation de pierres sans support n'est pas naturelle, elle n'est pas belle selon moi; elle ne surprend point le spectateur, & ne fait point admirer l'industrie de l'Architecte par les connoisseurs; on conjecture bien que les claveaux sont soutenus ou par des barres de fer, ou par de *bonnes coupes*; pratiquées au dedans des *fausses*, qui ne sont qu'une trompeuse apparence, comme on voit à la fig. 34.^a

Remarques sur l'exécution.

QUOIQUE le détail de la construction ne soit pas de notre sujet, je crois devoir avertir que quelque exactitude qu'on apporte à l'appareil & à la pose des platebandes, on ne doit jamais les faire horisontales sur leur étayement, mais un peu bombées; parce qu'en ôtant leur support elles s'abaisseront toujours un peu vers le milieu; on ne peut dire de combien doit être cet exhaussement, pour que la charge mette le plafond de niveau; cela dépend, 1.^o de la longueur de la portée, 2.^o du nombre des claveaux, 3.^o de la quantité de la pierre, & de l'adresse des Ouvriers qui la taillent, 4.^o & enfin de l'attention à les poser & ferrer au joint.

ON en voit une de vingt-six pieds six pouces de *portée* à l'Eglise des Jesuites de Nîmes, dont les claveaux n'ont que deux pieds de coupe à la clef & qu'un pied d'épaisseur, M. Gautier dit qu'on lui donna six à sept pouces de bombement en la posant, & qu'elle ne descendit que de trois pouces, après qu'on eut ôté l'Étayement, de sorte qu'elle bombe encore à présent de quatre pouces.

LES Appareilleurs croient qu'il faut que les platebandes bombent

un peu, prévenus qu'elles paroissent bomber en *Contrebas*, quand elles sont exactement de niveau; c'est une erreur que l'optique condamne dans d'aussi petites longueurs que celle qu'on peut donner à leur portée; car celle dont nous venons de parler est peut être la plus grande qui ait été exécutée, encore ne peut-elle l'être à ce point qu'avec bien des précautions, & une qualité de pierre d'une forte consistance.

A propos de pierre forte, je dirai qu'il s'en trouve de telle, qu'on lui fait des tenons & des queue d'aronde, comme à la menuiserie; des témoins oculaires m'ont dit avoir vu en Languedoc des platebandes se soutenir avec très peu de butée, & qu'en ayant approfondi la construction, ils ont trouvé les claveaux liés entr'eux par des tenons à queue d'aronde, logez dans des mortaises, à peu près comme on en voit assez souvent aux bahus des garde-fous des ponts. Fig. 34.^e

Usage des Platebandes.

LES platebandes sont en usage dans toutes les portes de Villes de Guerre, au dessus de l'arcade de la baie cintrée, pour y pratiquer le renfoncement nécessaire à loger le *Chevêtre* du pont levis, lorsqu'il est levé; mais comme ce renfoncement n'a pas une grande profondeur, les claveaux sont liés avec les voussiors de l'Arcade de la porte cintrée, sur laquelle ils sont appuyez; cependant on voit des portes où le centre C de la direction de la coupe des claveaux est plus près de la platebande que le sommet d'un triangle équilatéral fait sur sa portée, comme si l'on avoit craint la poussée & l'affaissement de la platebande, quoique dans cette circonstance on doive placer ce centre beaucoup plus loin; parce que la butée est d'une force infinie au milieu d'un revêtement.

CETTE mauvaise construction peut venir apparemment de l'écartement qu'on a pu remarquer à quelques platebandes de portes de Fortification à demi-revêtement, où l'on n'a pas donné aux piedroits la largeur convenable pour leur butée; autre faute d'ignorance de Théorie. J'en ai vu un effet au Fort de L **, où malgré l'arcade de la baie cintrée au dessous de la platebande, & une barre de fer mise dans la construction, & non après coup, la platebande s'est affaissée, & a fait écarter l'arcade en plein cintre de la baie au dessous, faute de butée suffisante, peut être pour ménager la grace d'un colifichet de pilastre.

Nous donnerons à la fin de cet Ouvrage des règles sûres pour ne pas tomber dans cet inconvénient.

LES Architectes font aussi des platebandes dans le même goût, en faillie au dessus des Arcades, décorées de quelqu'Ordre par devant, pour continuer sans retour les Architraves d'une colonne ou d'un pilastre à l'autre; nous dirons notre sentiment sur cette ordonnance dans une dissertation sur les Ordres d'Architecture à la fin de cet ouvrage.

Quoique le principal usage des platebandes soit de suppléer à la grandeur des pierres, qu'il faudroit employer pour faire les fermetures ou *Linteaux* des portes, & des Architraves d'une seule piece, comme les Anciens le pratiquoient, on emploie aussi le même Trait & appareil à faire les voutes plates entieres aux endroits où l'on n'a pas assez de hauteur, pour y en faire de concaves, dont il faudroit prendre la naissance trop près de terre; c'est ainsi qu'on a vouté les Chapelles souterraines de la nouvelle Eglise Cathédrale de Cadix en Espagne, qu'on a rendu par ce moyen fort belles; les plus larges ont environ 24. pieds, & les claveaux que j'ai vû poser ont trois pieds de queue, d'une pierre pesante, quoique poreuse & percée de trous comme la pierre ponce.

Nous ne disons rien ici de l'application du Trait sur la pierre, elle est trop facile pour s'y arrêter; il ne s'agit que de prendre l'ouverture des angles avec la fausse équerre & l'appliquer sur les faces, ou si l'on veut lever un panneau de chaque claveau en particulier sur l'épure, en tracer le contour sur un parement dressé, & enlever la pierre qui l'excede au retour d'équerre sur les arrêtes de la face; on se contente d'en représenter une à crocette à la fig. 34.^b qui paroît tirée d'une pierre équarrie, où ce qui doit être enlevé, est distingué par des points & des hachures.

On a aussi représenté à la fig. 34.^a un claveau en *fausse coupe* dessiné en perspective, pour en mieux faire voir les différentes surfaces.

Des Voutes Plates.

CE nom est aussi nouveau que l'invention de ces voutes, qui ne sont pas des platebandes, en ce qu'elles butent de quatre côtes, & que les claveaux sont faits tout différemment.

L'EPOQUE de cette invention que nous tenons de M. ABEILLE, fameux Architecte, qui a été dans le Corps des Ingénieurs, est de l'année 1699. suivant la date de l'approbation de l'Académie des Sciences. Voici mes conjectures sur son origine.

SERLIO, à la fin de son premier Livre de Géométrie, qu'il a com-

Fig. 36.

posé à Fontainebleau en 1545. a donné une manière de faire des planchers avec des poutrelles trop courtes pour être appuyées de part & d'autre sur les murs des sales, par le moyen d'une certaine disposition, qui consiste à les faire croiser alternativement, en sorte qu'elles s'appuyent réciproquement le bout de l'une sur le milieu de l'autre, duquel arrangement on voit le premier élément à la fig. 36.

QUAND je dis le premier élément, je n'entends pas celui de tous les arrangemens possibles, qui est le triangulaire qu'on voit à la fig. 35. lequel est sans contredit le plus simple, n'étant composé que de trois pièces, AK, ID, BG, qui s'appuyent réciproquement le bout de l'une sur le milieu de l'autre; mais comme cette disposition donneroit des angles trop aigus si on l'imitoit en pierre, nous n'en tirerons aucun avantage pour la construction des voutes plates.

WALLIS dans ses Oeuvres de Mathématiques en Latin, en 3. vol. in-folio vers la fin du I. a varié de différentes manières l'arrangement des poutrelles pour produire le même effet, parmi lesquels il y en a dont il cite des exemples exécutés en Angleterre.

On ne peut douter que nos voutes plates n'aient été imitées de la Charpente; car si l'on considère chaque parallélograme de l'extrados de la fig. 37. comme une pièce de bois, on verra qu'on a suppléé aux entailles & aux tenons de la fig. 36. par des taluds sur les côtes, & par des coupes en surplomb sur les bouts; les uns & les autres conservant toujours cette figure d'arrangement, que les Architectes appellent à *Bâtons rompus*.

Fig. 37.

MAIS ce qui rend l'invention de cette voute plus ingénieuse que la Charpente, c'est que par le moyen de ces taluds, & de ces surplombs prolongez, on remplit le vuide qui restoit entre les poutrelles dans le parement inférieur, où l'on forme un plafond continu, & d'une figure différente de la Charpente; puisqu'il est tout composé de quarrés parfaits, arrangez de suite en échiquier [Fig. 37a.] qu'on appelle en Architecture *en déliaison*, ce qui rend l'artifice digne d'admiration.

IL n'en n'est pas de même dans la surface supérieure, elle ne peut être continuë; parce que les coupes des taluds restent en partie découvertes, de sorte qu'il s'y forme des vuides en pyramide quarrée *abcd* renversée, dont le sommet *s* est en bas à la croisée des quatre joints; mais cette imperfection donne occasion de faire un compartiment de pavé agréable & varié; parce qu'on peut y mettre des carreaux d'une couleur différente de celle des premières pierres, & si l'on n'habite pas le haut de la voute, on peut se contenter de remplir le fond de ces

pyramides d'un peu de mortier ou de plâtre pour y boucher le passage de l'air, & épargner ainsi une charge inutile à la solidité de la voute.

CETTE interruption de continuité a donné occasion au P. SEBASTIEN, Carme de l'Academie des Sciences, de chercher un moyen de remplir les vuides pyramidaux par des claveaux mixtes, dont les lits sont des surfaces gauches, ce qui cause quelque difficulté dans l'exécution, parce qu'il faut de bons Ouvriers & une grande attention pour faire de telles surfaces concaves & convexes, qui s'ajustent bien l'une dans l'autre.

J'AI trouvé deux autres moyens de les remplir en faisant des surfaces de joints & de lits planes, & une troisième de les faire mixtes, partie planes, parties coniques tangentes aux planes, comme je le dirai à la suite des Traits de M. ABEILLE, & du P. SEBASTIEN.

P R O B L E M E. VIII.

Faire une Voute plate de Claveaux égaux entr'eux, dont les joints de la Doële soient en Echiquier, & ceux de l'Extrados en différens Compartimens.

PREMIERE façon, où l'extrados est en compartiment de *Bâtons rompus*. On trouve ce premier *trait* de l'invention de M. ABEILLE, dans le recueil des Machines de l'Academie des Sciences [Tom. I. pag. 159] d'une manière à laquelle je ne crois pas devoir me conformer, dans ce qui concerne l'épaisseur de la voute, j'en dirai la raison.

L'Auteur veut que le *quarré du parement de Doële des Claveaux* étant déterminé à une certaine grandeur, l'épaisseur de ces Claveaux ait les trois quarts de la longueur du côté de ce *quarré*, & que la coupe des panneaux des joints soit d'un tiers de cette épaisseur.

D'ou il suit une absurdité, que plus les *quarrez* feront grands plus la voute doit avoir d'épaisseur, supposant, par exemple, le côté du *quarré* de 12. pouces, l'épaisseur de la voute seroit de 9, & la coupe de 3, & si au lieu de 12 pouces les *quarrez* en ont 24, l'épaisseur de la voute fera de 18, & la coupe de 6; cependant le nombre des joints diminuë dans la voute; par conséquent l'épaisseur & la coupe, c'est-à-dire, l'appui des claveaux, au lieu d'augmenter devroit plutôt diminuer; ce raisonnement est tout simple, en effet si les *quarrez* avoient trois pieds de côté, y auroit-il de la raison de faire une voute de 27 pouces d'épaisseur?

Je croi donc que l'épaisseur de la voute en une affaire de jugement, indépendante de la grandeur des *quarrez* de la doële, où l'on ne doit avoir égard qu'à la largeur totale, au nombre de ses claveaux, & à la

qualité de la pierre qu'on emploie, qui doit occasionner une plus grande épaisseur qu'on ne juge nécessaire, si elle est cassante, cela supposé.

Fig. 37.^a AYANT divisé le plafond en un certain nombre de quarrez pour autant de claveaux, on tracera l'épure de la doële en Echiquier, sur laquelle on ajoutera celle de l'extrados, comme on le voit ponctué à la figure 37.^a ce que l'on ne peut faire qu'après avoir réglé l'épaisseur de la voute & la coupe, c'est-à-dire, l'inclinaison des lits des claveaux, qui forme leurs appuis, & tient lieu des entailles dans la charpente du plancher de SERLIO dont nous avons parlé.

CETTE inclinaison devrait être réglée à l'angle de 45 degrez, pour que la partie horizontale de l'appui fut égale à la hauteur de l'épaisseur du claveau; cependant à cause que cette inclinaison donne une arête un peu foible, on peut augmenter le nombre des degrez de l'ouverture; mais on augmentera aussi la poussée; parce que la partie horizontale de la coupe, dans laquelle consiste tout l'appui, diminuë à l'égard de l'épaisseur. Suivant la règle cette partie n'étant que *le tiers de l'épaisseur*, l'angle aigu fera de 71 degrez 34', qui a pour tangente le triple du sinus total, ce qui donne un angle fort ouvert, & par conséquent beaucoup de poussée sans nécessité; au reste comme les figures du recueil ne s'accordent pas avec cette partie du discours, on peut soupçonner qu'il y a quelque erreur dans l'un ou dans l'autre.

QUOIQ'IL en soit, la Retombée de la coupe étant déterminée, on la portera de part & d'autre des côtez des quarrez de la doële, & l'on tracera les lignes paralleles, qui se croiseront & formeront la figure qu'on voit au dessus, au chiffre 37.^b composée de rectangles tb, ea , qui auront en longueur le carré de la doële, plus deux fois la retombée en faille, au-delà de chacun des côtez opposez du carré; & en largeur celle du côté du carré, moins deux largeurs de la retombée. Entre lesquels rectangles seront des quarrez vuides $abcd$, qui auront pour côtez le double de la retombée, traversez alternativement par les rectangles de l'Extrados de deux en deux, comme on le voit dans la figure, qui est en cela parfaitement conforme à la charpente de SERLIO, de la figure 36.

Application du Trait sur la Pierre.

COMME tous les claveaux sont parfaitement égaux, excepté les parties de ceux qui entrent dans les murs, où ils n'ont pas besoin de coupe; il nous suffit d'en tracer un pour servir de modele à tous les autres.

AYANT

AYANT fait deux paremens opposez , & jaugez à une pierre de longueur & d'épaisseur convenable , on ajoutera deux fois la retombée pu [Fig. 41.] de la coupe gu , à la largeur us d'un côté du quarré de la doële tracée à la fig. 37.^a pour former un rectangle go qu'on tracera à l'extrados , dans lequel on menera les lignes ke , VT , il , Ff , à distance du point g & Q égale à la retombée pu ; puis ayant repairé au parement opposé de la doële les points u & s par des retours d'équerre , on y fera les lignes ut , sr paralleles à VT , fF , & la pierre sera tracée.

IL ne s'agit plus que d'abatre à la règle des prismes triangulaires , qui formeront les coupes en talud , & en surplomb ; sçavoir $gpntTG$, & son égal $Qsqo$ pour former les deux coupes en surplomb , ensuite $gkuseQ$ & son égal opposé $Gltroi$ pour les coupes en talud , & le claveau sera fait tel qu'on le voit par dessus à la fig. 1.^e , par dessous à la fig. 1.^d , par le bout à la fig. 1.^f & par le côté à la fig. 41.

IL ne reste plus pour la construction de la voute qu'à arranger les claveaux sur un plancher d'Etayement de niveau , dans le même ordre qu'on les voit à la fig. 37.^b s'appuyant réciproquement les uns sur les autres. Il restera un vuide entre quatre marqué $abcds$ en pyramide renversée , dont le sommet , c'est-à-dire , la pointe , est au fond du creu en s , & à la jonction du plafond au sommet commun de quatre angles droits.

Seconde Maniere de Vouteplate sans vuide à l'Extrados par le moyen des Claveaux Mixtes.

SI l'on inscrit la partie faillante du Polygone de la tête du claveau $iKlm$ [Fig. 37.^b] dans un arc de cercle convexe , comme en nop [Fig. 38.^b] & la rentrante mqr dans un arc concave de même grandeur que le précédent , & que l'on opere de même sur les côtez opposez , on aura une figure curviligne , quadrilatere $ntzxypon$ semblable par ses bouts à un tranchet de Cordonnier , laquelle sera le contour de l'extrados d'un claveau , dont l'intrados restera cependant quarré , tel qu'on le voit par dessous à la fig. 2.^d & posé en échiquier , comme à la maniere précédente.

Ce claveau ainsi tracé , on abattra à la règle des figures solides curvilignes mixtes , au lieu des prismes qu'on a enlevé dans la maniere précédente , suivant ce que nous avons enseigné au Chapitre premier pour la formation des surfaces gauches mixtes. Ainsi l'on formera deux surfaces creuses en talud pour les lits de dessous , & deux con-

vexes en furplomb pour les lits de dessus, comme on voit à la fig. 38. en perspective.

QUOIQUE l'exécution de ces surfaces gauches soit très possible, il est cependant vrai dans la pratique qu'il est plus difficile de les former que les surfaces planes, & qu'il est rare qu'elles conviennent assez exactement pour que la convexe s'adapte parfaitement dans la concave; c'est ce qui m'a donné occasion d'imaginer trois autres moyens de remplir les vuides de la voute de M. ABEILLE, plus faciles que celui du P. SEBASTIEN, en ce que les côtez des claveaux sont des parties de surfaces courbes régulières, dont la taille est plus simple que celle des gauches, ou des parties de surfaces planes.

Troisième Maniere, où les Lits des Claveaux sont des Surfaces partie Courbes, partie Planes.

Si au lieu d'inscrire la tête entière du claveau $iKlm$ de la fig. 37.^b on décrit seulement un quart de cercle du point u pour centre, & pour rayon la moitié du vuide um dans la tête faillante en furplomb, & de même du point V pour centre dans le lit rentrant concave $m q$, on aura la base d'un cone scalene, dont le sommet fera en m , les lignes um dans le convexe lm , & Vq dans le concave $m q$ représenteront en projection les axes; par ce moyen les têtes des lits kl , qr restant planes en furplomb & en talud, feront d'une plus facile exécution, & le contour des joints de l'extrados fera un compartiment mixte, aussi agréable au moins que le précédent, où les courbes ne feront aucun jarret; parce que la ligne qui passe par les centres opposez, passe aussi par le point d'attouchement des arcs tournez en sens contraire, & les parties courbes des lits étant des surfaces coniques régulières se pourront exécuter plus facilement.

Quatrième Maniere en Surfaces Planes, où le Compartiment de l'Extrados est composé d'Exagones & de Dodécagones irreguliers.

Fig. 39.⁶ Si l'on ajoute aux têtes des claveaux de M. ABEILLE un triangle, comme dsa au claveau ea de chaque côté des deux têtes, qui soient le quart du vuide $abcd$, on aura une pyramide triangulaire $amds$ [Fig. 42.] qui est représentée droite au claveau renversé d , & renversée au claveau vû par dessus 39.^p laquelle remplissant le quart de vuide, il est évident que les quatre rempliront le tout, & ces quatre triangles ajoutant chacun deux côtez aux quatre du rectangle ae , il en résultera une figure de 12 côtez, telle qu'on la voit sous la fig 39. en 3^e, par ce moyen tous les lits sont des surfaces planes.

QUOIQUE le compartiment fait de ces dodécagones irréguliers mêlez d'exagones, ne soit point désagréable à la vûë, comme on le voit à la fig. 39.^b, on peut encore le varier & changer en celui qu'on appelle en terme de Vitrierie *Pieces de Bornes*, il ne s'agit que d'y graver quelques faux joints, comme l'on voit en *ef*, *gh*, d'où il résulte un mélange de quarrez & d'exagones oblongs.

Cinquième Maniere, dont l'Extrados est en compartiment de quarrez réguliers diagonalement opposés à l'autre de l'Intrados.

Si après avoir tracé les quarrez de la doële, comme on a fait dans *Fig. 40.* tous les traits précédens, on prend leurs côtez pour les diagonales d'autres quarrez, on aura pour épure de l'extrados la fig. 40.^b à l'égard de celle de la doële 40.^a ce qui donnera pour chaque claveau vû par dessus la fig. 4.^c & par dessous 4.^d en projection; les parties triangulaires rentrantes *asd* seront évuidées en pyramides quadrangulaires, dont un côté de la base fera le côté du carré de la doële *ad*, & l'autre l'épaisseur de la voute *aA* [*Fig. 4.^f*] qui est le profil du claveau vû dans sa longueur, comme 3.^f l'est par sa largeur coupée au milieu.

Où il faut observer que la pointe faillante *p* de la fig. 4.^c étant trop aiguë pour être conservée entière, soit en la taillant, soit à la charge, il convient de la renforcer, comme on voit au profil 4.^f en *R, r*; mais parce que cette coupure affoiblit le claveau dans son milieu, il faut y avoir égard lorsqu'on en règle l'épaisseur.

L'Application du Trait de toutes ces Voutes sur la Pierre n'a aucune difficulté; il ne s'agit que de dresser un parement pour y tracer l'extrados, qui est toujours plus grand que la doële, & y inscrire le carré du parement de cette doële, comme il est à l'épure; ensuite ayant retourné la pierre, & l'ayant jaugé pour lui faire un second parement bien parallèle, on fera un des joints à l'équerre, ou seulement deux plumées pour reporter au dessous par des traits d'équerre les quatre angles du carré de la doële, laquelle étant tracée on abattra la pierre qui excède les côtez de la doële & de l'extrados, suivant la nature de la surface plane ou gauche de ses joints en lit, dont les uns sont couchez en talud dans les rentrans, & les autres en surplomb dans les faillans, comme on pourra le voir en jettant les yeux sur les figures qui sont au bas de la planche, où celle qui est marquée en perspective 41.^b représente un quartier de pierre, tracé pour un claveau rectiligne rectangulaire vû par dessus; la suivante 38.^b représente aussi en perspective un claveau de la 2.^e espece mixte, vû

par dessus, les figures à côté du chiffre 42. représentent un claveau tracé pour la seconde espece à extrados en dodécagone, vû par le dessous en *d*, & par dessus en 39.^p Enfin la figure 43. représente de la même maniere en façon de perspective un claveau à extrados, divisé en deux quarez, vû par dessus.

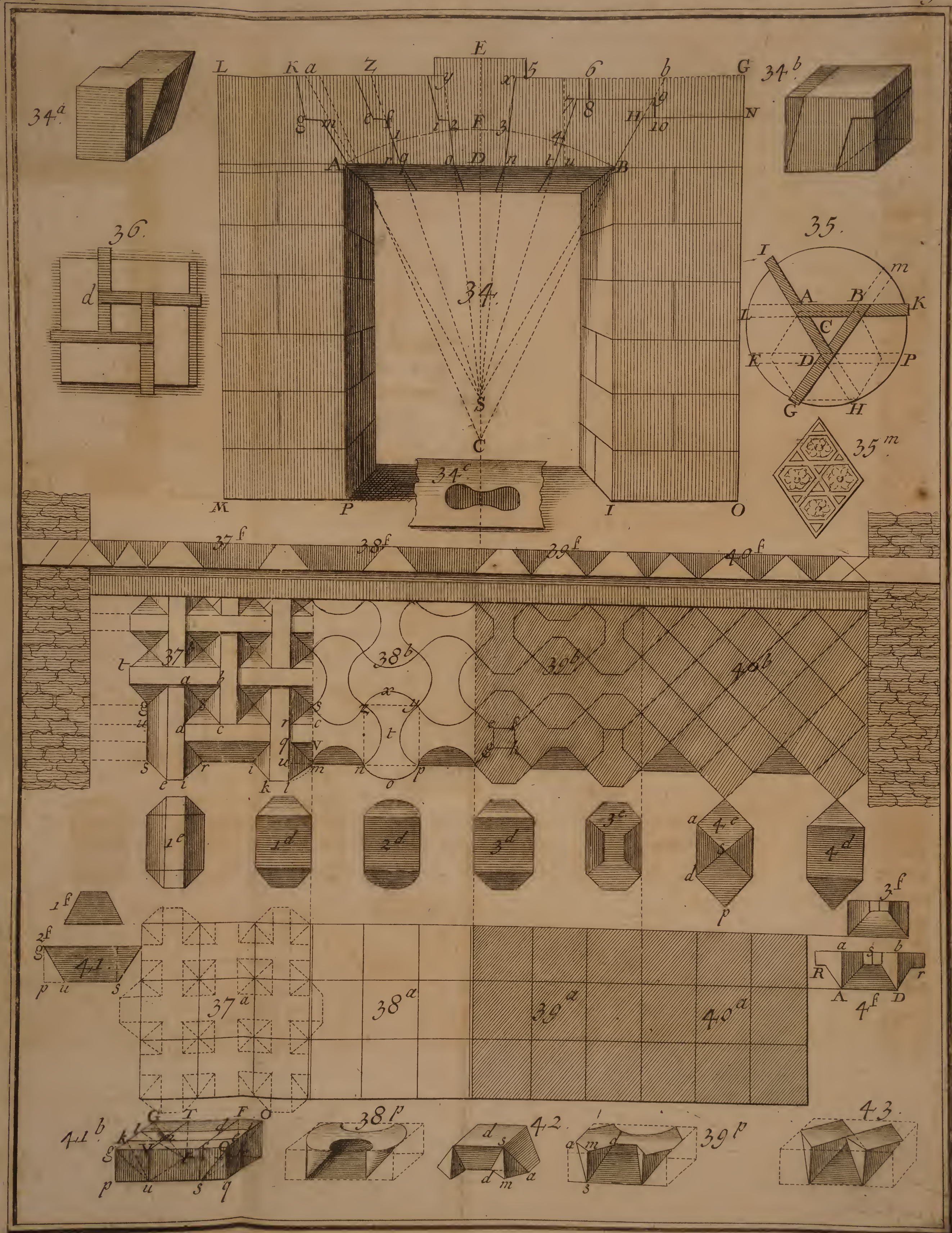
QUOIQUE toutes ces figures donnent une bonne idée de la construction, on peut s'éclaircir encore mieux de leur effet en coupant du Trait.

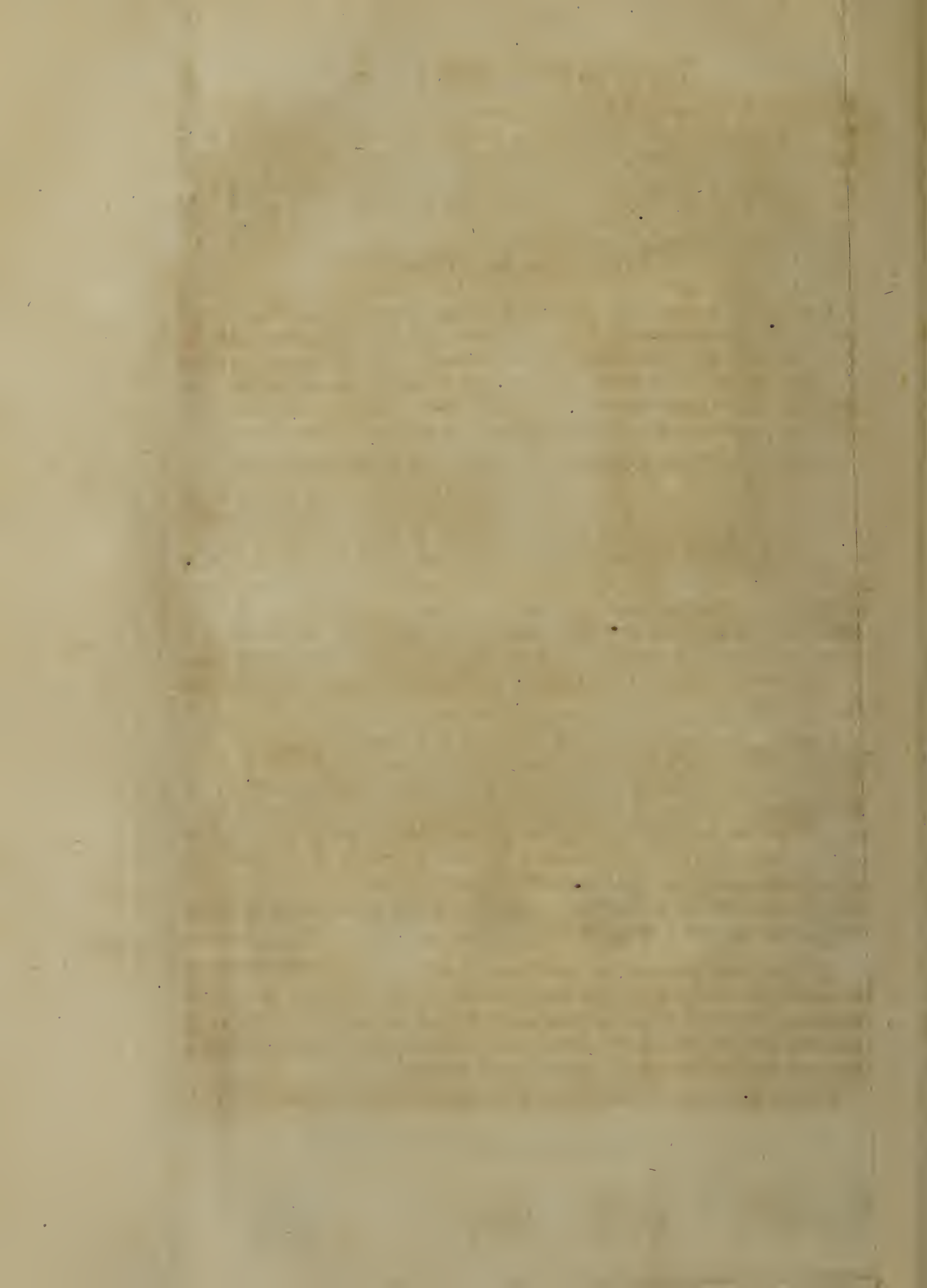
Nous avons dit que l'arrangement triangulaire des poutrelles, qui se soutiennent mutuellement, comme à la fig. 35. étoit peu propre à servir de modele pour des claveaux de voute plate; parce que les angles de fuite sont inégaux, l'un aigu *IDB*, l'autre obtus *IDG*, d'où il résulte des figures dissemblables, & si on les faisoit égaux, il se formeroit six angles au point *D*, au lieu qu'il ne s'en forme que deux en *d* à la figure 36. & si on mêle l'arrangement de triangles équilatéraux & d'exagones, comme à la fig. 35.^m il se formera encore quatre angles opposez au sommet *D*, sçavoir deux aigus de 60 degrez, & deux obtus pour les exagones, laquelle disposition pourroit cependant être exécutée en pierre dans le même système des claveaux de M. ABEILLE, faisant des taluds de part & d'autre de leur longueur, lesquels du côté des angles obtus serviroient de coupe à des claveaux exagones d'une seule piece, qu'on pourroit décharger d'une partie de leur pesanteur en y pratiquant un renfoncement de moulure, & l'orner au milieu d'un Roson, suivant le goût de l'Antique, ce qui feroit un beau plafond, comme on en voit l'idée à la figure 35.^m

Je pourrois proposer une infinité de variations des doëles plates, aussi bien que des extrados; car quoique je les aye fait toutes quarez en Echiquier, rien n'empêcheroit qu'on ne les fit octogones régulières avec des petits quarez entre quatre claveaux; car puisque la force de la voute ne consiste point dans le vuide du quarré *abcd* [Fig. 37.^b] qui n'est qu'une charge inutile, il est clair qu'on pourroit en émousser les angles autour du milieu du quarré, disposé diagonalement, que l'on pourroit remplir d'un claveau, qui auroit à l'extrados la figure d'un autre quarré circonscrit à ce premier.

Si au lieu d'un quarré *abcd* on faisoit un trou rond, il se formeroit à la doële des quarez à pans coupez à oreilles, qu'on pourroit orner de moulures ravalées, & y mettre au milieu un Roson, ce qui déchargeroit aussi la voute d'une partie d'un fardeau inutile.

D'où il est aisé de conclure que les voutes plates, tant en arrangement quarré qu'en triangle, peuvent être variées de plusieurs façons sans





en alterer la première solidité ; puisque tous les vuides qui restent entre les poutrelles de la charpente ne sont remplis aux voutes que d'un fardeau , dans l'espace duquel l'Architecte peut exercer son génie. Il pourroit même donner à la voûte l'arrangement des Bâtons rompus de l'extrados , & ne couvrir les vuides que d'une Dale ou pierre fort mince.

Remarque sur l'Usage.

PUISQUE les coupes des claveaux des *Voutes plates* sont tournées de quatre côtes alternativement , il est clair que ces voutes poussent aussi de quatre côtes , à la différence des *Platebandes* , qui ne poussent que de deux côtes ; d'où il suit qu'elles sont la moitié moins d'effort que les platebandes pour renverser leurs piedroits , & par conséquent demandent moitié moins d'épaisseur de mur , ce qui est un avantage.

CEPENDANT il faut considérer que le poids que les claveaux du milieu ont à soutenir est très considérable ; puisque dans un carré de 36 claveaux les quatre du milieu sont chargés d'un poids égal à quarante fois leur propre pesanteur , suivant le calcul de WALLIS , pour la charpente ; ainsi pour peu que la pierre soit cassante ou *filardeuse* , c'est-à-dire , sujete à avoir des *filz* ou des liaisons naturelles , il y a beaucoup à risquer ; car si un claveau seul vient à manquer , toute la voute tombera , ce qui ne peut arriver à une voute en platebande , où les claveaux sont en liaison , & où ils s'appuyent sur leurs lits & non pas sur leurs têtes , comme dans les voutes plates où elles sont encore affoiblies par leurs corps.

D'où il semble que l'on doit conclure que cette invention est plus ingénieuse qu'utile ; du moins dans une étendue un peu considérable. Je la crois seulement propre à vouter quelques cabinets que l'on veut mettre hors d'atteinte des accidens du feu ; parce que n'étant pas concave , elle ne demande pas plus de hauteur d'étage qu'un plancher ou un plafond de plâtre , qu'on ne peut faire sans mélange de bois. On peut aussi en diminuer la portée en fortifiant sa naissance par une voussure suivant l'usage ordinaire , ce qui est une décoration fort à la mode dans les étages un peu exhaussés.

A l'égard des précautions nécessaires dans la construction , il est de la prudence de ne pas poser les claveaux sur un étayement de niveau , mais un peu bombé vers le milieu , afin que lorsqu'on le décintre le plafond ne bombe pas en *Contre-bas* , l'affaissement étant inévitable , quelque précaution qu'on prenne dans l'Appareil.

Il est encore visible que l'on peut diminuer considérablement la pous-

fée de ces voutes, en faisant aux claveaux des appuis à entrailles; car si l'on pouvoit, comme dans la charpente, ne les pas faire en plans inclinés, il n'y auroit point de poussée, mais seulement de la charge sur les piedroits.

LA démonstration de la solidité de ces voutes dépend de l'examen de l'arrangement Mécanique de ses parties, où l'on voit une suite de leviers, dont les appuis se renvoyent la charge de l'un à l'autre jusqu'aux piedroits, tel est celui de la figure 35. & de la figure 36. où l'on peut se représenter que le vuide qui reste dans cette charpente est rempli par l'élargissement en talud de chaque côté des claveaux pour tenir lieu des entrailles qu'on pratique dans le bois, & recevoir la piece qui croise. Ainsi en réunissant le poids de chacun des claveaux à son centre de gravité, & à son appui sur le suivant, on les réduira à autant de leviers qui s'appuient réciproquement les uns sur les autres, comme dans la charpente, & par gradation on parviendra à la connoissance du poids, dont chacun d'eux est chargé, avec d'autant plus de facilité que la charge tombe toujours au milieu du levier. J'en ferois ici le calcul s'il n'avoit été fait par WALLIS, & s'il s'agissoit ici de Mécanique.

P R O B L E M E IX.

Faire une Voute plate inclinée à l'Horison, qui ne s'appuye que sur les deux côtez inférieurs contigus.

En Termes de l'Art.

Faire une Trompe plate.

ON trouvera peut-être étrange que dans un commencement de pratique j'entre dans les *Traits* difficiles, mais l'ordre des choses le demande; puisqu'il s'agit ici des voutes qui ne sont composées que de surfaces planes, & que nous avons fait précéder des principes qui en ont déjà résolu toutes les difficultez.

Fig. 44. Soit [*Fig. 44.*] le quarré ABCD la projection horifontale d'une surface plane inclinée à l'horison dans un angle rentrant de deux murs, comme on la voit à la figure 45. en petit profil, sur lesquels elle doit s'appuyer.

ON commencera par tracer l'angle de son inclinaison par un profil, dont nous prenons ici la base pour la commodité du trait sur le côté CB, sur lequel ayant élevé une perpendiculaire Ba égale à la hauteur de l'inclinaison d'un des côtez de la Trompe, on tirera la ligne Ca, qui fera la rencontre de sa surface avec le piedroit du mur. Et parce que

les quatre côtez sont supposez égaux, ce profil servira pour tous; c'est-à-dire, que la ligne Ca exprimera la vraie longueur des quatre côtez CA, CB, AD, BD , qui sont raccourcis dans la projection.

Formation de la Figure de la Doële.

LES quatre côtez de la doële étant donnez par le profil, il ne reste plus qu'à trouver les angles qu'ils font entr'eux, dont les opposez sont égaux, & ceux qui sont de fuite sont leurs supplémens à deux droits. Du point C pour centre, & pour rayon Ca , on décrira un arc de cercle ab , dans lequel on inscrira la diagonale AB du plan horizontal en ab ; puis des points a & b pour centre, & pour rayon Ca , on fera une intersection d'arcs en 2b , à laquelle on tirera les lignes a^2b , b^2b , & bC , le Rhumbe, Cb^2ba fera la vraie figure & grandeur de la surface de la doële, dont $ABCD$ est la projection.

Panneaux de Tête, ou Elevation d'une des Faces en Saillie.

AYANT prolongé indéfiniment les côtez AD, CB vers 2H & a^2 , on portera la hauteur Ba en Ba^2 , & deux fois la même de D en 2H ; puis on tirera $a^2, ^2H$, qui fera l'élevation de l'arête de rencontre de la doële & d'une des faces.

PRESENTEMENT pour y marquer les joints de tête des claveaux, on décrira de la pointe C de la trompe un arc AB , qu'on divisera en tel nombre impair que l'on voudra pour autant de claveaux, comme ici aux points $1, 2, 3, 4$, par lesquels on tirera des lignes CI, CK, CE, CF , qui seront les projections des joints de lit; par les points E & F , où ils rencontrent la projection de la face DB , on lui élèvera des perpendiculaires Eg^e, Ff^2 , qui couperont l'élevation $a^2, ^2H$ aux points g^e, f^2 , par lesquels & par le point D , on tirera les joints de tête $f^2, ^24, g^e, ^23$, & on aura l'élevation d'une des faces à laquelle l'autre est égale, par la supposition que la trompe ne soit pas biaise, ni irrégulière.

Panneaux de Doële.

LES intervalles des joints de tête étant trouvez, comme nous venons de le dire, on les portera sur la doële étendue de part & d'autre de l'angle saillant, comme $^2Hg^e$ en $^2bE^2$, & en 2bk ; $^2Hf^2$ en $^2bF^2$ & 2bI ; puis l'on tirera du point C les lignes CI, CK, CE^2, CF^2 , & l'on aura les panneaux de doële.

Nous avons marqué dans la figure la manière de trouver toutes les

longueurs des joints de lit à part, suivant la règle generale des profils des Trompes, où l'on voit que quoique toutes ces lignes soient en effet dans une surface plane, & terminées à une ligne droite a^2b , la suite de leurs profils rassemblez en projection est terminée par une ligne courbe a^2f^2gh , ce qui fait voir la difference des productions de l'arrangement des profils.

Nous avons dit que les joints de tête devoient être tirez du point D, où est l'angle faillant, comme d'un centre; mais rien n'empêche qu'on ne le prenne plus près ou plus loin du centre C, suivant qu'on voudra donner plus ou moins d'inclinaison aux coupes des lits. Il suffit que leur centre soit dans la ligne du milieu CD, qui doit être la commune intersection de tous les plans des lits. Le plus ou le moins d'inclinaison de la doële peut occasionner du changement dans cette disposition.

Nous avons déjà quatre differentes représentations de la Trompe; 1.^o Celle de son plan ou projection horisontale. 2.^o Son profil. 3.^o L'extension de sa doële. 4.^o L'élevation d'une de ses faces. Il ne nous reste plus qu'à trouver les angles que les surfaces planes de sa doële & de ses lits, ou de la doële & de la tête font entr'elles. C'est-à-dire, les biveaux de lit & de doële, ou de doële & de Tête.

Les Angles des Plans pour former les Biveaux.

PREMIEREMENT pour tracer l'angle que fait la surface de la doële avec celle de la Tête. Ayant fait au point C la ligne OCX perpendiculaire à la diagonale CD, on prolongera BD en H à distance égale à D'H, CA en a^1 à distance égale à Ba^2 & DA jusqu'à la rencontre de CO en O; puis ayant tiré Ha^1 on lui fera une perpendiculaire HP, qui rencontrera AD prolongée en P, par où on tirera aussi à la même PA une perpendiculaire PX, qui rencontrera OC prolongée en X; ensuite sur OP prolongée on portera la longueur PH en Pb^1 , d'où l'on tirera une ligne au point X, qui fera avec la précédente l'angle obtus MbL , lequel fera celui que l'on cherche de la Doële avec la Tête, pris quarrément sur l'arête de leur intersection, cet angle est le même à chaque vouffoir de cette Trompe.

SECONDEMENT pour avoir l'angle de la Doële avec les Lits, par exemple, pour le biveau de lit & de doële du joint dont la projection est CE & l'élevation de tête g^2^3 , on élèvera sur CE, au point E la perpendiculaire EG, égale à la hauteur Eg^c de ce joint sur le plan horisontal, & l'on tirera GC, à laquelle on fera la perpendiculaire GQ, qui rencontrera CE prolongée en Q. Sur la même prolongée on transférera

portera la longueur QG en Q^2G ; sur le point Q on fera la perpendiculaire QT sur CQ , qui sera inclinée à l'horizontale OR , en sorte qu'elle la rencontrera étant prolongée hors de cette planche, & par le point 2G on tirera une autre ligne 2Gt , qui concourt au même point par le Problème I. page 286. du troisième Livre, l'angle N^2GV sera celui du biveau que l'on cherche, lequel sera aigu du côté de l'imposte, & obtus du côté de la clef, comme n^2GN , qui servira pour le lit en joint de cette clef, & l'autre aigu pour le lit de dessus du claveau suivant, lequel aura aussi un angle obtus à son lit de dessous.

LES biveaux étant trouvez on a tout ce qui est nécessaire pour tracer les claveaux, par exemple, le second CEF .

Premièrement, on a pour son panneau de doële le triangle $CE^2 F^2$.

Secondement, le panneau de Tête en $^23 gf^2 ^24$ qu'on terminera à volonté aux points 23 , 24 .

Troisièmement, le biveau ou angle d'inclinaison de la doële sur la face est trouvé en MbL .

Quatrièmement, le biveau ou angle des plans de la doële & de son lit de dessus est trouvé en V^2GN ; il faut encore celui du lit de dessous que nous n'avons pas cherché; mais il est aisé de le trouver, de même que le précédent.

POUR appliquer le Trait sur la Pierre on commencera par faire un parement, sur lequel on appliquera le panneau de doële $CF^2 E^2$, en suite on en fera un second sur l'arête $F^2 E^2$, non pas à l'équerre, mais avec le biveau LbM , posé cependant à angle Droit sur cette arête.

CE second parement servira à placer le panneau de tête $^23 g^2 f^2 ^24$.

ENFIN avec le biveau de lit & de doële posé toujours à l'équerre sur les lignes CE^2 , CF^2 , on abattra la pierre qui les excède, & l'on formera les lits, dont le supérieur fera avec la doële une arête maigre, & l'inférieur une grasse, qui font une figure de coin, à peu près semblable à celle qu'on a dessiné à gauche, au chiffre 46. La figure de la droite qui a deux faces représente la clef en perspective.

Explication Démonstrative.

POUR entendre l'explication de la construction de cette voute en Trompe plate, il faut considérer que nous avons étendu la surface du quarré $ABCD$ en un Rhumbe $Cb^2 ba$, que ce quarré représentoit en raccourci par la projection donnée suivant les côtes inclinez; mais parce que la diagonale AB doit être de niveau elle est parallèle à l'horison, & égale à celle du Rhumbe que le quarré hori-

fontal représente, c'est la seule ligne qu'il lui doit être parallèle. L'allongement du Rhumbe donne aussi celui de toutes les lignes qui y sont semblablement posées qu'à sa projection, comme sont les joints de lit CE, CF, &c. lesquels sont terminés aux côtes de ce Rhumbe à des distances proportionnelles à celles de la projection.

A l'égard des faces verticales dont les lignes AD & DB sont la projection, il est clair qu'il en faut faire l'élevation pour les connaître; puisque tous les joints de tête, qui sont dans ce plan, sont confondus par la projection dans la même ligne DB horizontale, laquelle représente l'inclinée $^2H a^2$, dont l'inclinaison nous est donnée par la hauteur trouvée D'H de son angle, par le moyen de la hauteur donnée Ba^2 en Ba sur le piedroit BCa par l'angle de son inclinaison.

Nous avons aussi trouvé les angles des plans suivant nos principes généraux de Goniographie; premièrement, la section de la doële avec l'horizon par la ligne OR; parce qu'il est clair qu'en prolongeant les côtes du Rhumbe inclinez également sur leur projection DA, DB, ils couperont le plan horizontal, dont DACB est partie en O & en z; donc la ligne qui passera par OCz fera la commune section du plan incliné de la doële, & de l'horizontal de la projection.

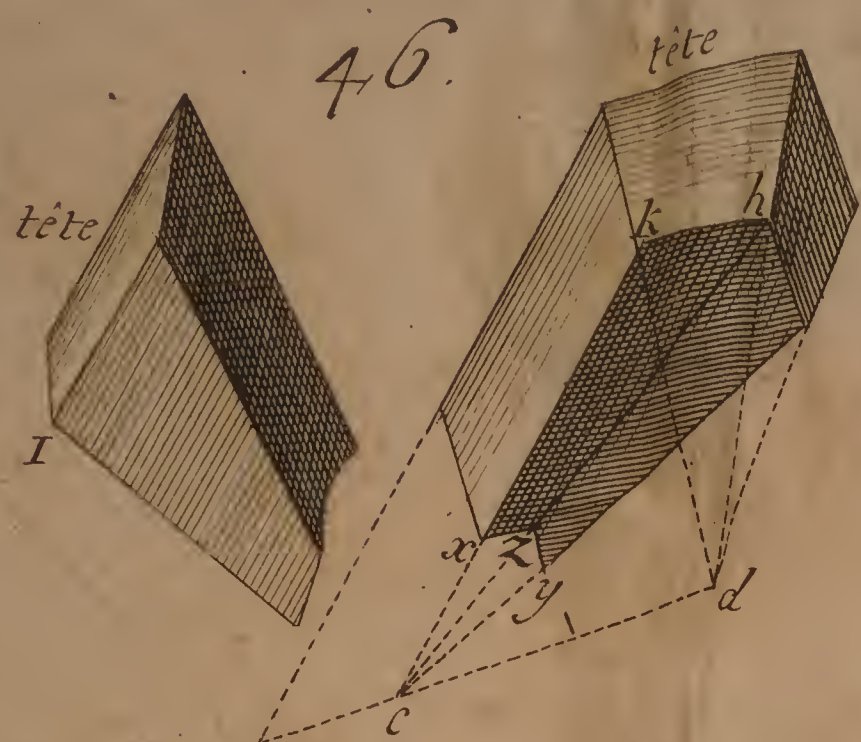
SECONDEMENT, puisque nous voulons que tous les plans des lits se coupent au milieu de la projection suivant la diagonale horizontale CD, cette ligne sera la commune section de tous les Lits avec l'horizon.

Troisièmement, puisque les faces sont verticales, leurs communes sections avec l'horizon seront les lignes de leur projection AD, DB; nous connaissons donc les sections de trois plans, qui forment un angle solide & la hauteur de la perpendiculaire DH; donc par le Problème 13. du 3.^e livre nous trouverons les angles de ces trois plans entr'eux, ce que nous avons fait, comme il est aisé de le voir par la construction, & ce qu'il falloit trouver.

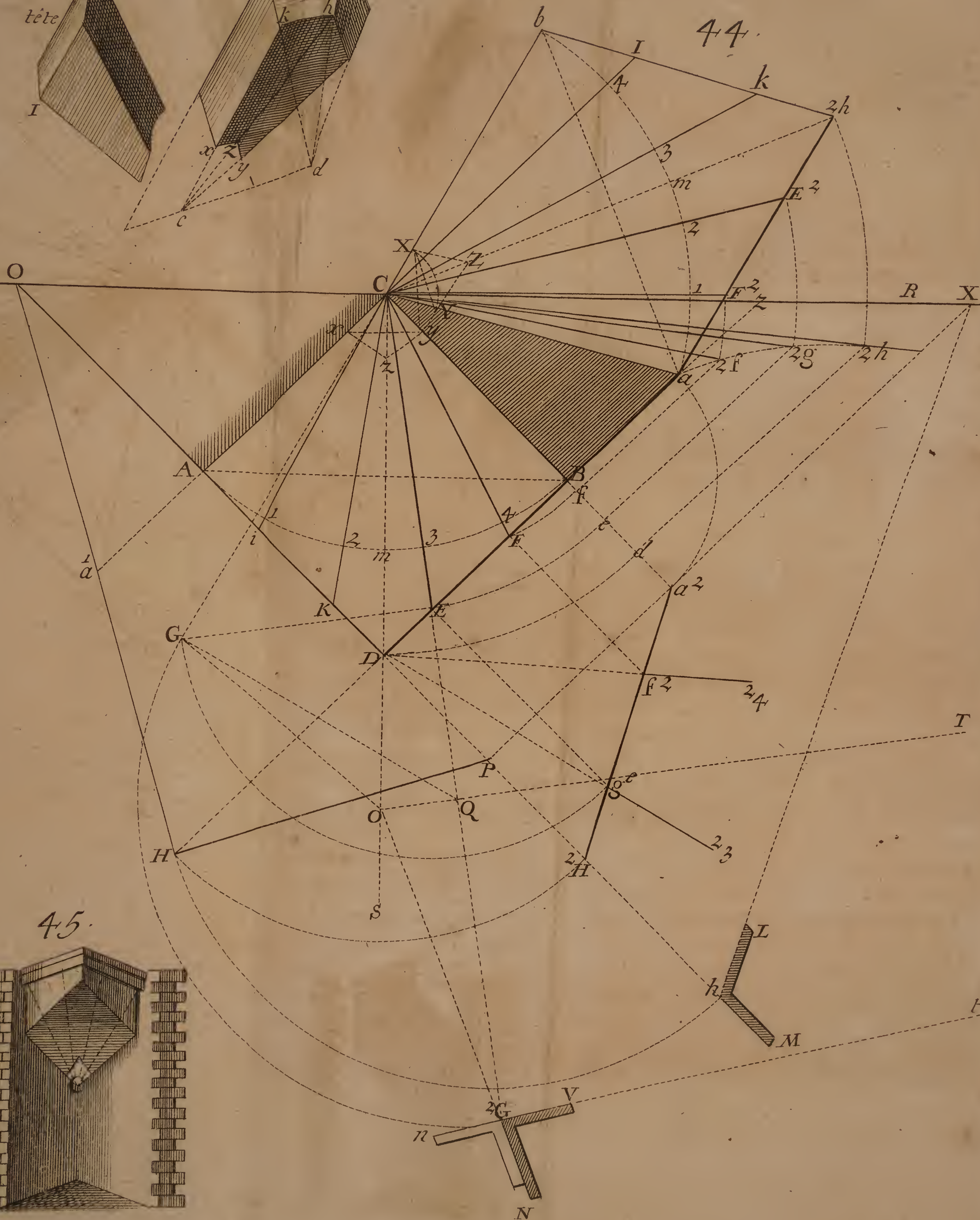
R E M A R Q U E.

A cause que les angles de claveaux réunis au point C deviendroient tellement aigus qu'on ne pourroit les tailler sans en casser la pointe, il est de nécessité indispensable de faire d'une seule pierre tout l'angle $\propto Cy$, ou en partie triangulaire, comme CXY, ou mixte ou à pans, ou en parallélograme, ce qui donne occasion à un nouvel appareil pour les têtes inférieures des claveaux, qui se doivent appuyer sur cette pierre en *Trompillon*.

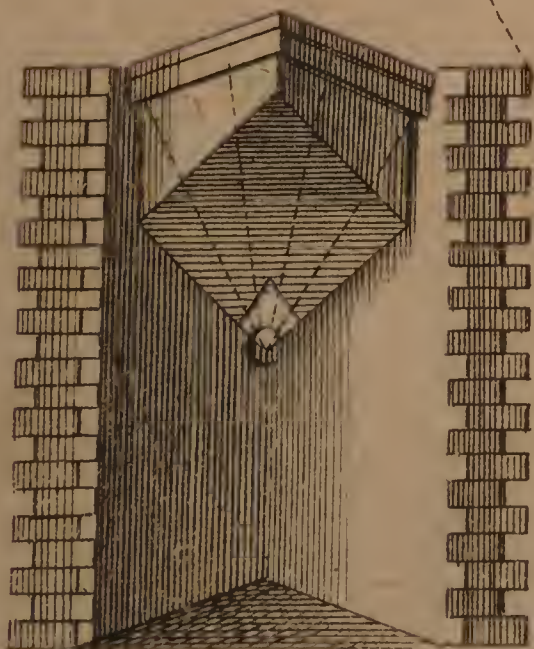
La manière la plus simple seroit de faire ce Trompillon isoscele, rétran-



44.



45.



chant des côtez Ca & Cb une grandeur à volonté égale en CY & CX , & faisant la tête à l'équerre sur l'arête marquée par la soutendante XY de la doële, & de couper de même les têtes inférieures des claveaux. Cependant comme c'est l'usage des Architectes, par raison de beauté, de faire le trompillon de même figure que la trompe, dont il est une partie, on se servira des mêmes biveaux de tête & de doële pour le trompillon que pour les claveaux dont nous venons de parler.

IL y a encore une observation à faire sur la coupe de la Tête, c'est qu'on peut la faire de deux manieres; sçavoir, 1.^o à plomb, lorsqu'on fait le trompillon semblable à la figure totale de la trompe, auquel cas cette coupe devient inutile pour l'appui des claveaux, qui ne le soutiennent plus que sur les lits. 2.^o On peut la faire en coupe à l'équerre sur la doële, & alors elle porte une partie de la charge des claveaux, qui y sont appuyez sur leurs têtes inférieures, de sorte que dans cette construction ils font moins d'effort sur leurs piedroits pour les écarter. Dans l'une & l'autre construction on voit que le lit inférieur de la clef doit être divisé en deux parties, par un angle rentrant xyz [*fig. 46.*] *Fig. 46.* qui doit recevoir le saillant du trompillon.

CHAPITRE V.

Des Voutes Cylindriques.

En Termes de l'Art.

Des Berceaux.

L'ESPECE des Voutes la plus usuelle est sans contredit celle des Berceaux; la construction de celui qu'on appelle Droit, c'est-à-dire, dont la face est perpendiculaire à sa direction, est le premier de tous les *traits* chez les Appareilleurs.

LES Tailleurs de pierre les moins habiles sçavent l'exécuter au moins en plein ceintre; mais leur science ne va gueres plus loin, ils commencent à faire des fautes aux surhaussez & aux surbaissez. Premièrement, en ce qu'ils en tracent le contour avec des portions de cercles mal assemblées, qui font des jarrets à leur jonction; secondement, en ce qu'ils tracent mal les joints de tête, lorsqu'ils font le ceintre d'une maniere plus correcte; par le *Trait du Jardinier*, de sorte qu'on peut avancer qu'ils ont besoin d'être conduits dès les premiers pas qu'ils font dans l'Art dont ils font profession.

Nous allons entrer en matiere par des principes generaux.

Formation Generale des Berceaux.

- Sous le nom de *Berceaux* nous comprenons toutes les especes de voutes qui sont des moities de cylindre proprement dit, dont la base est circulaire ou Elliptique, même celles qui pourroient être de quel-qu'autre courbe, comme de Parabole, d'hyperbole ou de Chaînette, &c. Suivant cette définition nous pouvons expliquer la formation d'un berceau comme celle d'un cylindre, par la trace d'une ligne AB [Fig. 54.]
- PLAN. 34. muë parallèlement à elle-même, autour d'une Courbe quelconque AGD ou BEF; cependant comme il ne s'agit pas seulement ici d'une surface, mais d'un corps d'une certaine épaisseur, qui en comprend deux, l'une concave l'autre convexe, nous exprimerons la formation d'un berceau, par la trace du mouvement du plan rectiligne ou mixte quadrilatere
- Fig. 54. DA, qui se meut autour d'une courbe DHB, en sorte qu'un de ses côtez droits, qui parcourt la circonference de la courbe, soit toujours parallele à lui-même, & que ce plan soit toujours perpendiculaire à la tangente de cette courbe, au point où il la coupe.
- Fig. 55.

LORSQUE le plan generateur est un parallelograme rectangle, comme l'on suppose $aADd$ [Fig. 55.] qu'on représente par un oblique à cause de la perspective, & qu'il est perpendiculaire au plan de la courbe $aa'b$, le berceau formé par son mouvement autour de cette courbe s'appelle *Droit*, de quelque figure que soit la Courbe, Cercle, Ellipse, Parabole, Hyperbole, Chaînette, ou toute autre.

LORSQUE le plan generateur rectangle parcourt un demi cercle suivant les mêmes circonstances, le berceau s'appelle, *Droit & en plein ceintre*; alors ce plan est toujours également éloigné du centre C, & de l'axe du cylindre Cc, telle est la figure que décriroit le mouvement du couvercle d'un coffre sur ses charnieres.

CETTE figure de berceau étant la plus simple & la plus naturelle, est regardée comme la plus parfaite; les berceaux qui s'écartent plus du diametre de leurs bases s'appellent *Surhaussez*, comme s'ils étoient trop exhaussez, tel est celui de la fig. 60. ou AHB, fig. 57. & ceux qui s'en approchent plus s'appellent *Surbaissez*, comme s'ils étoient trop écrasez, tel est A'B, fig. 57. ceux dont le diametre est incliné à l'horison s'appellent *Rampants*, tel est AbB, fig. 61.

PAR où l'on voit que ce mot de *Droit*, ne signifie ni une érection verticale de ses côtez, qu'on exprimeroit par le mot *de-bout*, comme sont les Tours rondes; ni la droiture de ses côtez, qui est commune à toutes sortes de berceaux; ni l'érection verticale de ses faces ou bases, qui est commune aux berceaux *Biais*, ni la projection horisontale de son

axe ; car un berceau peut être Droit sur ses bases , quoiqu'elles soient inclinées à l'horison aussi bien que leur axe ; mais il signifie la *Direction perpendiculaire des côtes ou de l'axe sur une base*. Parce qu'en langage de Geometrie on dit qu'une ligne est *Droite* sur un plan , ou qu'un plan est *Droit* sur un autre lorsqu'il lui est perpendiculaire. En effet puisque le parallelograme aD , qu'on suppose rectangle, est partie du parallelograme aC , qui se meut sur son côté Cc , il est évident qu'étant élevé à la hauteur $2,2$ ou $a^3 A^3$, il fera toujours perpendiculaire à la base ; puisque cette transposition ne change rien à ses angles avec les rayons du cercle AC , $2C$, A^3C , CB . Fig. 55.

C O R O L L A I R E I.

D'où il suit que quoique les surfaces soient l'une concave & l'autre convexe, elles sont formées par le mouvement des lignes droites ; par conséquent qu'elles peuvent être imitées par le mouvement d'une règle comme nous l'avons dit ci-devant.

C O R O L L A I R E II.

2.^o Que puisque suivant les règles de la construction, que nous avons donné au livre précédent, les joints de Tête doivent être perpendiculaires aux tangentes des Courbes, leur direction doit tendre au centre des berceaux en plein ceintre , & leur plan de lit à son axe.

C O R O L L A I R E III.

3.^o Que puisque le berceau Droit est formé par la transposition du même parallelograme , les surfaces de lits sont toutes égales à celles des premiers lits à l'imposte, si la voute est extradossée, c'est-à-dire, si elle conserve la même épaisseur à la clef , comme à l'imposte ; car on peut, en bonne construction, lui en donner moins à la clef ; mais nous la supposerons toujours également épaisse, suivant l'usage le plus ordinaire.

C O R O L L A I R E IV.

4.^o Que les arcs extérieurs ou intérieurs de la Couronne de cercle , qui est la base ou la face du berceau , sont la mesure de l'inclinaison des plans des lits avec l'horison , puisque leur direction tend au centre de cette base.

C O R O L L A I R E V.

5.^o Que les cordes des arcs , compris entre deux lignes, sont toujours avec les joints de tête des angles rectilignes obtus , qui ont un rap-

port constant avec ceux que ces mêmes joints prolongez font au centre de l'arc de face ; parce qu'ils sont toujours égaux à la moitié de l'angle

Voyez le *gle du centre ajouté à un angle Droit.*

Lem. Liv.

111. pag.

378.

Fig. 56.

Pour le démontrer, du point C on mènera une perpendiculaire sur la corde AB, & par le point A, on lui mènera une parallèle EA, qui fera l'angle EAB Droit, & FAE égal à l'intérieur du même côté ACD; donc l'angle FAB du joint de tête, & de la corde d'une doële plate est obtus, & égal à un droit plus à la moitié de l'angle du centre.

C O R O L L A I R E VI.

D'ou il suit que si l'on a l'angle du centre, c'est-à-dire, de la rencontre des plans des lits prolongez jusqu'à l'axe du berceau, on aura celui de ces lits avec la doële, & au contraire si on a celui-ci, par la déduction de l'angle Droit on aura la moitié de celui du centre; & en le doublant celui du centre.

C O R O L L A I R E VII.

7.^o Que puisque les angles des plans ne se mesurent que par des perpendiculaires à leur commune section, ceux des lits & des doèles ne se peuvent connoître que par la supposition d'un berceau Droit, lorsque la direction de ses côtes est oblique sur ses faces, ce qui établit la nécessité de faire un Arc-Droit dans toutes sortes de voutes cylindriques; car quoique la base ne soit pas circulaire mais Elliptique, ou d'autre courbe, on la peut toujours supposer inscrite ou circonscrite au cercle, au centre duquel se mesurent les angles d'inclinaison des lits prolongez, soit que ce centre de leur intersection parvienne au diamètre, ou qu'il soit en dedans ou au dehors, comme dans les coupes Elliptiques, qui sont dirigées sur la tangente, & non pas à l'axe du berceau, contre ce que les mauvais Ouvriers ont coutume de faire.

Fig. 55.

ON peut encore tirer d'autres conséquences de la génération des berceaux pour connoître quelques-unes des surfaces de leurs rencontres avec d'autres voutes; car si l'on suppose le triangle ADk retranché du parallélogramme rectangle générateur aADd [Fig. 55.] le mouvement de la ligne Ak, transportée autour du centre C, formera une portion de cône tronqué. Et si au lieu de ce triangle rectiligne on en retranchoit un secteur de cercle DAi, l'arc Ai formeroit une zone de sphère, ou de sphéroïde si le secteur étoit Elliptique, ou de parabolôïde si la courbe Ai étoit portion d'une parabole; ce qui sert à faire connoître que lorsque les berceaux Droits rencontrent directement d'autres solides, qui ont un axe commun avec le cylindre, tous les panneaux de lit sont égaux entr'eux, ou ils sont des trapezes rectilignes, ou des

trapezes mixtes , ce qui n'est pas inutile d'observer pour la construction. Nous traiterons de leurs irrégularitez dans la suite.

LA generation des berceaux étant bien entenduë, il ne sera pas difficile de les construire de plusieurs portions rassemblées, qu'on appelle *Vouffoirs*. Lorsque le plan générateur sera perpendiculaire à celui de la Courbe, qui sert de base au cylindre ; mais comme il lui est souvent oblique, & qu'il en résulte plusieurs variations, & quelques difficultés, il est à propos de les examiner avant que de passer outre.

Des Variations des Berceaux.

LES Berceaux peuvent varier de plusieurs façons, qui se réduisent toutes à deux.

PREMIEREMENT, par le contour de leurs ceintres, qui peut être de différentes courbes.

SECONDEMENT, par la direction de leurs côtes, à l'égard de leurs faces ou terminaisons.

LA premiere espece de variation peut encore être subdivisée en deux; car les ceintres peuvent être formez d'une courbe *simple*. ou d'une *composée* de portions de courbes.

LES *Courbes simples usitées* se réduisent à deux, qui sont le *Cercle* & l'*Ellipse*, dont nous avons suffisamment parlé au 2.^e Livre, pour n'avoir rien laissé à désirer de ce qui peut concerner leur description, suivant différentes circonstances *données*, & leur division par des perpendiculaires à leurs arcs, en quoi consiste tout l'usage qu'on en peut faire pour le Ceintres; il nous reste à dire quelque chose des autres Courbes qu'on peut leur substituer, & dont les Architectes pourroient faire usage.

Des Courbes des Extrados & des Ceintres inusitez, quoique convenables à la Construction.

Si l'on avoit plus d'égard à l'équilibre des vouffoirs d'un berceau, qu'à la grace du contour de sa doële, il est certain que les ceintres circulaires ne feroient pas les plus usitez; car si l'on veut que les vouffoirs soient d'égale épaisseur entr'eux, plusieurs Mathematiciens ont démontré que la Courbe du ceintre prise au milieu de l'épaisseur de la voute, doit être celle de la *Chainette lâche*, que l'on peut prendre dans la pratique pour la *Parabole*; car ces deux courbes diffèrent si peu entr'elles, que de bons Auteurs s'y sont trompez en les confondant,

comme nous l'avons dit ailleurs, tels sont GALLILE'E, BLONDEL, PARENT, & le P. CASTEL, qui ont en été repris par Mrs LEIBNITZ & BERNOULLI; mais parce que le contour de ces courbes n'est pas agréable à la vûe comme celui du ceintre circulaire ou Elliptique, il semble qu'en faveur de cette beauté on doit faire les berceaux avec des vouffoirs inégaux pour en mieux conserver l'équilibre; quoique jusqu'à présent l'usage des Architectes n'ait pas été directement conforme à cette convenance, on peut dire qu'il l'a été équivalement; car ils remplissent les Reins des voutes avec de la maçonnerie, pour les appuyer lorsque les reins ne sont pas butez par quelques directions de Lunettes qui les croisent. Je sçai bien que cette précaution fait l'effet des vouffoirs inégaux, que nous proposons, mais comme on ne sçait pas quelle est l'épaisseur qu'il faut ajouter aux reins pour les fortifier, il n'est pas inutile de faire connoître celle que la Theorie de la Méchanique des voutes nous indique, pour en faire usage dans l'épaississement des vouffoirs inégaux, ou en les appuyant par une addition de maçonnerie aux vouffoirs égaux.

Des Courbes d'équilibre des Extrados & Intrados des Vouffoirs Polis.

Si l'on suppose qu'une voute doit être faite de vouffoirs extrêmement Polis & glissans, il est démontré qu'ils doivent être de longueurs de queue inégales, & que la courbe du ceintre à la doële ne peut être semblable à celle de l'extrados, ainsi faisant le ceintre de l'intrados circulaire, l'extrados devient une Courbe ondée, qui s'ouvre infiniment, & si l'on prend le ceintre circulaire dans le milieu de l'épaisseur de la voute, celui de l'extrados fera à peu près de même que dans le cas précédent; mais le ceintre de la doële fera une courbe de cette espèce que quelques Géometres appellent *Lenciscate*, qui rentre en elle-même, & se croise en forme de nœud de ruban; nous allons donner la construction de ces courbes.

Premiere disposition où l'Intrados est Circulaire, dont nous ne prenons qu'une moitié pour Exemple.

PLAN. 33.
Fig. 47.

SOIT [Fig. 47.] le demi cercle BM, divisé en parties de vouffoirs 10, 9, 8, 7, 6 égales entr'elles, plus la moitié 6M pour la clef 6, 5. Soit aussi la longueur HM donnée pour l'épaisseur de la clef, il faut trouver celle de chacun des autres vouffoirs 6 i, 7 g, 8 R, 9 s, laquelle augmente tellement leur pesanteur, que tout glissant qu'on les suppose, ils demeurent en équilibre. Sur HC, comme diametre, on fera un demi cercle HIC, qui coupera le ceintre de doële BIM au point I, par lequel on menera IK perpendiculaire à HC.

ENSUITE

ENSUITE on portera la moitié de la longueur de la clef HM sur le diamètre AB de C en d , par où on menera dm parallèle à CH, qui rencontrera le rayon C6 en m , où l'on menera LN parallèle au diamètre AB, laquelle coupera les rayons tirez par les divisions des vouffoirs 6, 7, 8, 9, aux points m, n, o, p , dont nous ferons usage, par exemple, pour trouver l'épaisseur 8R, on portera la longueur op de K en P, puis sur PC comme diamètre, on décrira un arc de cercle PQ, qui rencontrera la tangente Ha au point Q; le rayon CQ transporté en CR, donnera la longueur 8R que l'on cherche.

IL en est de même pour tous les autres vouffoirs. Si l'on avoit cherché la longueur 7g, au lieu de la partie op de la ligne LN, on on auroit pris no , qui répond au vouffoir 78, & l'on auroit fait la même operation, qui auroit donné un rayon Cg; par conséquent son excès sur la doële 7g, ainsi des autres.

SUPPOSANT qu'au lieu de faire des ressauts d'un vouffoir à l'autre, comme *ui*, on mene une ligne HxyzY par les milieux, on aura une courbe d'extrados, qui seroit celle des vouffoirs, qu'on supposeroit fort étroits par leurs têtes, en sorte que les ressauts deviendroient presque imperceptibles, quoique toujours réels; parce qu'il les faut supposer pour la démonstration.

Seconde disposition, où l'on prend le Ceintre Circulaire au milieu de l'épaisseur de la Voute.

Soit pour une moitié le demi cercle ADM, le cintre donné pour le milieu de l'épaisseur de la voute, laquelle épaisseur est donnée à la clef en bm^i . Ayant divisé ce ceintre également en ses vouffoirs aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. & tiré les rayons C1, C2, C3, &c. on portera le quart de la longueur km^i de la clef en Cf sur AB, pour tirer par le point f une parallèle à Cb, qui coupera le rayon C5 en a , par où on menera RG parallèle à AB, qui coupera les rayons en $a, b, c, 2^i, R$; ensuite on prendra successivement les longueurs a & double de aG , ab , bc , $c2^i$, 2^iR , pour les porter sur les rayons correspondans en dessus & en dessous de l'arc donné ADM, sçavoir a & 55^e & 55^i ; ab en 44^e & 44^i , bc en 33^e & 33^i , $c2^i$ en 22^e & 22^i ; enfin 2^iR en 11^e , 11^i , & par les points trouvez 1^e , 2^e , 3^e , 4^e , &c. on tracera à la main ou avec une règle pliante la courbe d'extrados WEb, de même que par les autres points 1^i , 2^i , 3^i , &c. celle d'intrados CF*m*ⁱ, dont la partie CF devient inutile, & même contraire à la construction; parce, qu'elle rentre en dedans du berceau qu'on doit vouter; de sorte que supposant le point F, le plus écarté de la ligne du milieu Cb, ce doit être celui de la jonction du piedroit F*p*, s'il est vertical, c'est-

à-dire, à plomb, comme ils le font ordinairement ; ainsi par cette construction le ceintre ADM se change à l'intrados en un surbaissé $F4^i m^i$, dont l'imposte qui étoit donnée en A est remonté en F.

D E M O N S T R A T I O N.

IL est démontré dans presque tous les traités de Méchanique, & particulièrement dans la Proposition 22 de celui de M. de la HIRE, que les perpendiculaires aux directions des trois puissances en équilibre, qui tirent ou poussent un même point, forment un triangle, dont les côtez expriment le rapport de ces trois puissances ; or dans chaque vouffoir il y en a trois à considérer autour de son centre de gravité ; sçavoir l'effort de la pression des deux vouffoirs collatéraux, qui agissent perpendiculairement à l'inclinaison du joint en lit, c'est-à-dire, à la *Coupe* de la pierre pour le soutenir à peu près comme dans une foule deux hommes en soutiennent un troisième entre deux, & la troisième puissance est la pesanteur du vouffoir, qui fait effort pour s'échapper d'entre deux & tomber. Cela supposé.

IL est clair que dans les constructions de nos Courbes nous avons commencé par former des triangles, dont les côtez sont perpendiculaires à ces trois puissances, tels sont les triangles Cae , Cab , Cbc , Cmn , Cno , &c. car les parties horizontales ae , ab , bc , mn , no , &c. sont perpendiculaires aux directions verticales des pesanteurs, & les parties des rayons Ca , Cb , Cc , Cm , Cn , Co sont perpendiculaires aux directions des pressions ; donc ces triangles expriment les rapports de chacune des puissances.

MAIS parce que nous n'avons besoin pour trouver les longueurs des vouffoirs, que de connoître l'expression de leur pesanteur, il suit qu'ayant déterminé une ligne, qui exprime une longueur de queue donnée en rm ou en ae , on aura la suite des expressions des autres longueurs en mn , no , op , ou pour le second cas en ab , bc , &c. par conséquent les longueurs sont bien trouvées.

C O R O L L A I R E I.

COMME toutes ces parties horizontales sont inégales étant proportionnelles aux tangentes T, t_3, t_4, t_5, th , correspondantes à des parties égales du cercle, il suit que les courbes de doële & d'extrados ne sont pas semblables ; puisque l'on ajoute au dehors des rayons du ceintre circulaire, ou qu'on en retranche au dedans des parties inégales.

COROLLAIRE II.

Si au contraire on fait les parties d'un ceintre inégales, provenant des divisions égales d'une horizontale LN ou GR, alors l'extrados. & l'intrados deviendront paralleles, & l'épaisseur de la voute sera égale, quoique les voussours soient en équilibre, ce qui ne peut être appliqué au ceintre circulaire, mais seulement à celui que l'on feroit de la courbe de la Chaînette lâche, comme il est démontré par plusieurs Mathématicien, & fort nettement par M. COUPLET, dans les Mémoires de l'Academie des Sciences de l'année 1729.

COROLLAIRE III.

Il suit aussi de cette construction, que quoique la courbe donnée du ceintre ne soit pas circulaire mais Elliptique, surhaussée ou surbaissée, & même si peu bombée qu'elle dégénere en ligne droite comme aux platebandes, pourvu que les directions des coupes partent toujours d'un même centre C, il fera toujours vrai que les courbes ou les droites d'extrados & d'intrados mettront l'équilibre entre les voussours, qu'elles comprennent; parce que les directions des puissances restans toujours les mêmes, il fera aussi toujours vrai que les *pesanteurs des voussours seront en raison des différences des tangentes des angles que font les lits*, en commençant au milieu de la clef, comme il est démontré dans la Méchanique de M. de la HIRE, à la Proposition 125.

COROLLAIRE IV.

D'ou il suit, comme l'a démontré M. COUPLET au Mémoire cité, que la surface rectiligne de la platebande $Tbml$ est égale à sa correspondante ceintrée $2^e b m' 2'$, ce qui fournit un moyen facile de faire le toisé de cette surface mixte; & par conséquent celui de la solidité de la voute.

COROLLAIRE V.

Il suit aussi qu'il n'y a aucune espece de voute que les platebandes qui puissent avoir un extrados en ligne droite, & par conséquent que dans le système des voussours infiniment polis, une voute arasée de niveau ne pourroit subsister, quoique l'expérience nous assure du contraire dans les pierres de surfaces raboteuses, & même que cette pratique soit fort usitée.

COROLLAIRE VI.

ENFIN que si les voussours étoient infiniment polis, il faudroit que les piedroits & les coussinets fussent infiniment longs; parce que la

courbe d'extrados bEW ne rencontre l'imposte BA prolongée qu'à une distance infinie, ce qui montre qu'il faudroit une force infinie pour résister à la poussée des voussoirs suspendus, dans la supposition qu'ils soient infiniment glissans, sans aucun frottement, suivant l'hypothese nécessaire pour établir un raisonnement géométrique.

MAIS comme il n'est rien de tel dans la nature, particulièrement dans le genre des pierres taillées pour les voutes, dont les lits les mieux dressés sont toujours fort raboteux, cette spéculation devient inutile pour l'exécution; cependant elle ne l'est pas pour les conséquences qu'on en doit tirer.

Premièrement, que l'usage ordinaire des voussoirs d'égale épaisseur est très défectueux; parce qu'il n'a aucune conformité aux principes de la Théorie, auxquels il doit avoir au moins quelque rapport; puisque les frottemens ne sont pas suffisans pour résister à la poussée & au glissement des voussoirs, & qu'ils ne font qu'en diminuer l'effort.

Secondement, qu'ayant égard aux frottemens des lits des voussoirs, on doit diminuer de l'épaisseur, qui leur conviendrait s'ils étoient infiniment polis, suivant un rapport des tangentes prises sur Tb , dont les longueurs diminueroient dans la raison de la résistance des frottemens, que personne que je sçache n'a encore pû assigner, cette détermination étant trop mêlée de causes Physiques, en ce que les pierres sont plus ou moins dures ou tendres, grenées ou polies, pesantes ou légères, & plus ou moins uniment applanies & dressées dans leurs lits, selon l'adresse de l'Ouvrier.

D'AILLEURS les voussoirs plus ou moins gros comprennent un arc du ceintre d'un plus grand ou plus petit nombre de degrez, ce qui augmente ou diminue le nombre des lits; par conséquent les frottemens.

D'ou l'on peut conclure qu'il est assez difficile de pouvoir bien déterminer une courbe d'extrados; tout ce qu'on en peut dire sûrement c'est qu'elle ne doit pas être la même que celle de la doële, contre l'usage ordinaire de la plupart des Architectes, & la supposition de tous les Livres de la coupe des pierres, à laquelle je me suis cependant conformé, pour ne pas embarrasser les Traits; & parce que je n'ai rien de bien prouvé à substituer à cet usage, dont la seule expérience a fait sentir le défaut.

IL seroit inutile de remarquer ce défaut, si l'on n'y apportoit quelque correction; c'est pourquoi j'ai cru que je devois en proposer une, tirée partie de l'expérience, partie de la Théorie.

PREMIEREMENT, je puis faire remarquer que les anciens Architectes, guidez par la seule expérience & les règles du bon sens, se sont parfaitement rencontrés avec celles de la Théorie, qui n'ont cependant été découvertes que de notre tems ; car si l'on en croit les profils que PALLADIO nous a donné des voutes du Pantheon & de la Galluce, qui sont des plus grandes qu'il nous reste de l'Antique, on trouvera que leur épaisseur prise à 30 degrez au dessus de leur naissance, est environ triple de celle de la clef, ce que l'on peut comparer avec la figure 47, où la ligne EF passant par le point D, a 30 degrez au dessus de la naissance A, du quart de cercle ADM est aussi le triple de l'épaisseur bm .

LES Architectes modernes en ont usé de même ; si l'on en croit aussi les profils gravez par MAROT, du Dôme du Val de Grace à Paris, on y remarquera le même épaississement de la voute à 30 degrez au dessus de la naissance.

Je tiens cependant qu'un si grand épaississement n'est pas nécessaire, & qu'on peut sans crainte le diminuer d'un septième ; en voici la raison : L'épaississement EF vient de la supposition que les voussours soient des corps infiniment polis, mais il s'en faut de beaucoup que nos pierres, quelques fines qu'elles soient & proprement taillées par leurs lits ne soient telles ; puisque nous voyons par expérience, qu'elles ne glissent plus ou très peu, sur un plan dont l'inclinaison est moindre de 30 degrez & au dessous, lorsque la longueur de la coupe du lit est plus grande que la corde de la doële ; ou pour parler plus positivement, lorsque le centre de gravité du voussour ne tombe pas au dehors du plan incliné du lit, sur lequel il est posé ; or en ce cas le côté du lit incliné est à sa projection horizontale, comme 2 est à la racine de 3, ou à très peu près comme 7 est à 6 ; donc il suffit que les reins de la voute à 30 degrez au dessous de la naissance, soient à l'égard de la hauteur de la clef, où est la moindre épaisseur, comme 18 est à 7.

D'où je croi qu'on peut tirer une assez bonne Règle de pratique pour les Extrados, qui est de porter trois fois de suite l'épaisseur de la clef à l'imposte comme bm en AL [Fig. 48.] ou bQ en AO ; puis ayant tiré la corde LH, on élèvera sur son milieu M une perpendiculaire Mc^d , qui coupera l'aplomb du milieu HC prolongée en c^d , où fera le centre de l'arc de l'extrados LeH, lequel arc fera toujours le moindre que le quart de cercle, & ne fera pas équidistant de la doële.

ON pourroit trouver plus précisément la courbe de l'extrados dans un système tout opposé à celui que nous venons d'établir, considérant les voussours comme des corps, qui ne glissent point sur leurs lits, mais qui ne font effort que pour s'écarter & se renverser ; c'est ainsi que

M. COUPLET les a considéré dans un Mémoire, qui a été inferé dans ceux de l'Academie de l'année 1730. dont il ne fera pas inutile de donner un extrait pour les ceintres de demi cercle entier & de 120. degrez.

IL trouve par un long calcul Algebrique qu'une voute de 28 pieds de diametre d'épaisseur par-tout égale, dont l'intrados & l'extrados sont des arcs de cercles concentriques, ne peut avoir moins d'un pied cinq pouces dix lignes & un quart d'épaisseur, qui sont près de 18 pouces, & que celle d'un même rayon de quatorze pieds, qui ne feroit que d'un arc de 120 degrez, pourroit être près de cinq fois moins épaisse, n'ayant que trois pouces trois lignes & trois quarts d'épaisseur.

Si au lieu de considérer la largeur de 28 pieds comme diametre d'un demi cercle, on la considère comme la corde d'un arc de 120 degrez, on n'aura pour son épaisseur que trois pouces & près de dix lignes, c'est-à-dire, seulement environ six lignes de plus.

D'où il suit évidemment, que si l'arc étoit d'un moindre nombre de degrez, & cependant toujours d'un même rayon, l'épaisseur diminueroit encore, puisque la charge diminuë.

CEPENDANT comme dans cette hypotese l'effort de la pesanteur de la voute se fait sur les arêtes des vouffoirs, qui peuvent s'écraser par la charge plus ou moins facilement, suivant la consistance de la pierre, laquelle peut être plus ou moins dure; il croit pour éviter tout accident, qu'il faut au moins doubler & même tripler l'épaisseur trouvée par la formule Algébrique, afin que les points ou plutôt les lignes des appuis se trouvent au quart ou au milieu des lits des vouffoirs & non pas sur les arêtes.

D'où je tire une construction, qui me paroît d'autant plus convenable à la pratique, qu'elle differe peu de la précédente, quoique venant d'une hypotese toute opposée & avec cet avantage, qu'en celle-là nous avons donné à la clef une épaisseur arbitraire sans en connoître la nécessité, & qu'ici nous connoissons la moindre épaisseur, que la prudence d'un Architecte doive hazarder; la voici :

Fig. 48. SUPPOSANT encore le diametre de la voute en plein ceintre de 28 pieds, on portera sur le rayon cb prolongé une longueur de 8 pouces de b en Q , si la pierre est dure, ou bien un pied si la pierre est tendre, & la sixième partie de ce rayon de c en g ; d'où comme centre, & de l'intervale gQ pour rayon on décrira un arc de cercle Qo , qui fera celui de l'extrados de la voute, ce qui donnera à peu près l'épaississement qu'exige la formule doublée ou triplée, comme on le

jugera à propos, en déterminant l'épaisseur de la clef, afin de donner aux appuis la résistance convenable à la charge.

En effet puisque la formule donne pour un arc de 120 degrez, & de 18 pieds de rayon 3 pouces 3 lignes $\frac{3}{4}$, dont le double est 6 pouces 7 lignes $\frac{1}{2}$ en prenant 8 pouces à la clef, on a encore un pouce quatre lignes $\frac{1}{2}$ de renfort à la clef, & la hauteur de 30 degrez, on aura environ un pied trois pouces d'épaisseur, quoique la formule ne demande que 6 pouces 7 lignes $\frac{1}{2}$; par conséquent la force est plus que doublée aux reins. Enfin si l'épaisseur de la formule doublée à l'imposte d'une voute d'égale épaisseur de 28 pieds de diametre ne donne qu'environ trois pieds, & même un peu moins, celle de notre construction sera plus que suffisante pour une voute d'épaisseur inégale, qui diminuë continuellement depuis l'imposte à la clef, enforte qu'elle est déchargée de plus des $\frac{3}{4}$ de la pesanteur qu'elle auroit si elle étoit d'égale épaisseur par-tout.

L'EXTRADOS de la moindre épaisseur étant ainsi supposé & tracé, il sera facile d'en tracer un autre de plus grande épaisseur, s'il est nécessaire par quelque raison de fortifier la voute, comme en *bH* au lieu de *bQ*; puisqu'il n'y a qu'à faire passer par le point *H* un arc de cercle *Hd* concentrique à *Qo*, qui ajoute par-tout une égale épaisseur.

Au reste il ne faut pas regarder cette pratique comme une règle Géometrique absolument conforme aux loix de la Méchanique & de la Statique, mais comme un bon guide pour se conduire dans l'exécution, & ne rien risquer du côté de la solidité.

Nous avons toujours supposé les ceintres circulaires pour plus de facilité; mais s'ils étoient surhaussez ou surbaissez, il faudroit avoir égard au plus ou moins de poussée; sur quoi nous donnerons quelques règles à la fin de cet Ouvrage.

ON peut faire une objection contre la maxime que je viens d'établir, de diminuer l'épaisseur des voutes, depuis l'imposte jusqu'à la clef, c'est que, quoique les voussours ne soient pas des corps polis, ils ne sont pas aussi des corps adherens, comme dans la seconde hypothese, ils tendent à glisser sur leurs lits, d'autant plus qu'ils approchent de la situation verticale; or en diminuant la longueur de la coupe, qui fait la largeur des lits, on diminuë deux choses qui contribuent à les soutenir, l'une c'est le frottement, qui est plus considerable dans une grande que dans une petite surface, l'autre c'est la retombée, qui est d'autant plus grande, que le joint de tête de la coupe est plus long; or cette retombée, qui est une ligne horizontale,

exprime la force qui soutient le vouffoir contre la verticale qui exprime sa pesanteur, par conséquent plus on diminue la retombée, moins on est assuré du support de la clef.

POUR répondre à cette objection on peut premièrement lui opposer la fig. 47. où les règles de la Méchanique & de la Statique nous font voir, que le sommet de la voute doit être la partie la plus mince.

SECONDEMENT, quoiqu'il soit vrai que le frottement soit plus considérable dans une grande que dans une petite surface, qu'il augmente & diminue par la pesanteur des vouffoirs, il est aussi vrai que l'effort pour le vaincre augmente ou diminue, suivant le plus ou moins d'épaisseur.

ENFIN il est visible que la coupe d'un joint de tête d'une inclinaison constante donnera toujours des retombées & des hauteurs de retombées proportionnelles, quoique prolongée ou raccourcie; par conséquent qu'en diminuant l'épaisseur d'un vouffoir, on diminue autant de l'effort du poids qui le pousse en bas, que de la puissance du vouffoir contigu qui le soutient en l'air; puisque l'une de ces puissances est exprimée par la hauteur de la retombée, & la seconde par l'hypoténuse de la retombée.

ON me demandera peut-être ici quelque règle, tirée de l'expérience, touchant l'épaisseur des voutes à la clef, sur laquelle on puisse raisonnablement compter, sans avoir recours au calcul Algébrique, dont tout le monde n'est pas capable, & auquel les causes Physiques ne sont pas sujettes, sans quelque correction, comme dans cet exemple des pierres plus ou moins dures.

A quoi je répondrai qu'il faut premièrement faire attention aux usages des voutes; il en est qui doivent porter de gros fardeaux inégalement dispersés sur leur surface, comme sont les arcs des ponts, sur lesquels passent de pesantes voitures, il en est qui en portent peu, comme des voutes sur lesquelles on appuie quelques pièces de Charpente, il en est qui ne portent rien du tout, comme plusieurs voutes d'Eglises, dont la Charpente porte sur les murs.

1.^o A l'égard des voutes de la première espèce on remarque dans quelques ponts Antiques, que leur épaisseur à la clef est au plus le dixième du diamètre de l'arche, & plus ordinairement le douzième, & que le moins qu'on puisse leur donner suivant le sentiment d'un bon Architecte, Leon Baptiste ALBERTI, est le quinzième.

2.^o Lorsque les voutes ne portent rien il suffit de leur donner moitié moins d'épaisseur, que je réduis à une vingt-quatrième partie du diamètre

diametre, c'est-à-dire, un demi pouce par pied; ma raison est que le voute de la nef de l'Eglise de St. Pierre de Rome, qui est des plus grandes que je sçache, & qui n'est pas même absolument sans charge, puisqu'elle porte une partie de la charpente de la couverture, est à peu près dans cette proportion; car suivant les mesures de M. TARADE, elle a 82 pieds de diametre, & seulement trois pieds six pouces d'épaisseur en brique, ce qui revient à $\frac{1}{23}$ & $\frac{3}{7}$; sur ce principe une voute de 28 pied de diametre auroit 14 pouces à la clef, ce qui paroît assez conforme à la construction ordinaire, pourvû que les Reins soient épaisfis au moins du double à 30 degrez de hauteur au dessus de la naissance, ou butez par quelques lunettes.

Si l'on descend dans les plus petites voutes, comme d'un pied ou deux de diametre, on trouvera une comparaison surprenante des épaisseurs que je propose, avec celles de la Table de M. GAUTIER; puisque pour un arceau d'un pied, il donne 25 fois plus d'épaisseur en pierre dure, & 36 fois en pierre tendre, c'est-à-dire, un pied six lignes en pierre dure, & un pied six pouces en pierre tendre; mais il faut faire attention qu'il pourvoit à la charge des voitures, & moi seulement à la pesanteur de la voute considérée dans ses parties; en effet on cessera d'être surpris qu'un demi pouce d'épaisseur puisse suffire à un arceau d'un pied, lorsqu'on sçaura que des voutes Gotiques en tiers point de 24 & de 25 pieds de rayon subsistent avec une épaisseur de 5 & 6 pouces, laquelle devoit être du double suivant notre règle, prenant le rayon des Gotiques pour diametre ou largeur de la voute, comme il l'est en effet; il est vrai que ce n'est que dans des arcs de 60 degrez; car je doute qu'elles eussent subsisté à 90 degrez, si elles n'avoient eu qu'un ceintre.

De la Chaînette.

S'IL est démontré que le ceintre d'un berceau étant circulaire, on ne peut mettre l'équilibre entre ses voussoirs, qu'en les faisant de longueur inégale, il l'est aussi par l'inverse, que lorsqu'on veut faire des voussoirs d'égale épaisseur, on ne peut les ranger sur une Courbe circulaire; mais sur une autre espece, qui est celle que forme le poid d'une chaîne, ou corde chargée à distances égales de poids égaux, suspendue par les deux bout, & plus ou moins lâche, comme on la veut, pour la distance de la ligne d'imposte, jusqu'au milieu de la clef.

C'EST donc à l'Architecte à prendre son parti dans la construction d'une voute, sur l'égalité ou l'inégalité de son épaisseur, & à voir s'il n'est point asservi à la grace du contour circulaire ou Elliptique. S'il

veut que sa voute soit également épaisse, il n'a rien de mieux à faire qu'à tracer sur un mur à plomb, une ligne qui soit de niveau ou rampante de longueur égale à la largeur de la voute, & abaisser au milieu un aplomb égal à sa hauteur. S'il pend ensuite une corde aux naissances, & qu'il la lâche jusqu'à ce que son milieu parvienne à l'extrémité de la verticale, qui exprime la hauteur renversée, cette corde lui marquera le contour qu'il doit suivre & tracer sur le même mur, cette courbe fera le ceintre demandé, qu'il n'y aura plus qu'à renverser pour le mettre dans sa situation naturelle, comme on voit AGB ou ANB, fig. 50. tournée au dessus en AgB & AmB.

CEPENDANT cette courbe qui convient si bien à l'équilibre des vouffoirs égaux, ne convient gueres à la beauté du contour de la doële; parce qu'elle fait un jarret avec le piedroit à sa naissance en A & B, qui devient d'autant plus choquant à la vûë, que le ceintre est surbaissé, comme on voit en RA^m: Dans ce cas si l'on veut en faire usage, il faut prendre sa naissance, non pas sur le tableau du piedroit en A, mais un peu en dedans, comme en *a*, pour y inscrire un arc de cercle d'un ceintre pris sur la ligne AB, comme AT du centre C pour la moitié de chaînette ATN, en sorte qu'il la touche en un point T pour effacer le jarret, faisant cet arc plus ou moins grand, comme on le jugera à propos, je veux dire d'un plus grand ou plus petit rayon; car pour le nombre de degrez, il est déterminé par l'attouchement à la chaînette; mais cette correction ne fait que transporter le jarret de *a* en T, & le rendre le moins sensible qu'il se peut, elle ne l'ôte pas tout à fait; le cercle & la chaînette sont deux courbes trop différentes pour que l'œil n'en apperçoive pas encore un peu la jonction, lorsque la hauteur qui est ici la profondeur de la voute n'est pas plus grande que sa demie largeur.

Fig. 50. LE ceintre usité qui approche le plus de cette courbe est le Gotique, comme on voit à la fig. 50. où A^{us} est presque confondu avec la chaînette Axg, dont il ne se détache que vers la clef, où se fait l'angle Gotique.

ON peut voir les propriétés de la chaînette pour les voutes dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de l'année 1729. où M. COUPLET les a clairement démontrées.

DANS le système des vouffoirs inégaux on pourroit faire les ceintres des voutes de plusieurs sortes de courbes, dont le contour seroit agréable à la vûë, telles sont, par exemple, l'Ovale de CASSINI, & la Cycloïde pour les surbaïssés ou surmontés, & la Spirale pour les arcs Rampans, & de plusieurs autres.

De l'Ovale de Cassini.

LE contour de la Cassinoïde ressemble beaucoup à l'Ellipse des sections coniques, elle est seulement un peu plus ouverte entre ses axes, comme on peut le voir à la fig. 49. ce qui fait aussi que ses foyers ne s'approchent pas tant des extrémités du grand axe. Fig. 49.

Nous avons remarqué en parlant de l'Ellipse, que la somme des lignes fT & FT , tirées des foyers à un point de la circonférence étoit égale à la longueur du grand axe AB ; dans la Cassinoïde, le produit ou rectangle fait de ces deux lignes est égal au rectangle fait des lignes Af & fB , ou, ce qui est la même chose, de BF & AF .

Soit AB le grand axe, & CD la moitié du petit. Du point C pour centre, & CB pour rayon, on décrira un quart de cercle BH , dans lequel on tirera une ordonnée fd , telle qu'elle soit égale à Df ; en portant CH en Bb , & tirant du point b par D , la ligne Db , qui coupera le quart de cercle HdB en d , par où on mènera df parallèle à CH , qui coupera le diamètre AB en f , ce point f sera un des foyers; puis portant l'intervalle Cf de l'autre côté en CF , on aura l'autre foyer F .

PRESENTEMENT pour trouver autant de points qu'on voudra à la circonférence, comme en T , on cherchera une quatrième proportionnelle à trois lignes données, sçavoir $Bp : BF :: Bf : Bx$, dont la première Bp est prise à volonté, mettant le point p entre C & f . Ce que l'on peut faire facilement en tirant du point B une ligne Bg , qui fasse avec AB un angle quelconque, puis on fera Bg égal à BF ; alors après avoir tiré la ligne pg on lui fera la parallèle fx , qui coupera Bg en x ; la ligne Bx sera la quatrième proportionnelle demandée pour la longueur fT .

AINSI du point F pour centre, & pour rayon Bp on fera un arc de cercle en T , & du point f pour centre, & pour rayon Bx , on en décrira un autre qui coupera le précédent au point T , lequel sera à la circonférence de l'ovale.

LA raison de cette construction est qu'il s'agit de trouver des côtes inégaux de rectangles égaux; or à cause que les rectangles égaux ont leurs côtes en raison réciproque, par la 14.^e du 6.^e Livre d'Eucl. on a fait $Bp : Bg :: Bf : Bx$, ce qui donne $FT : BF :: Bf : fT$; donc $FT \times fT = BF \times Bf$ ou AF , ce qu'il falloit faire.

PRESENTEMENT pour tirer les joints de tête de cette espèce de ceintre, par exemple, pour celui qui passera par un point de division de voussoir comme T ; on cherchera une troisième proportionnelle aux

lignes FT & Tf , en portant la longueur TF en TI , & menant IK parallèle à AB , qui coupera FT en K ; on portera la longueur TK sur fT prolongée en k , par où on tirera kF , à laquelle on menera par le point T la parallèle TN , qui fera le joint de tête demandé.

La raison est que si par le point T on mène tT perpendiculaire à kF , elle fera tangente de l'ovale au point T , par conséquent TN , qui est parallèle à kF lui sera perpendiculaire, ce que M. VARIGNON a démontré dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de l'année 1703.

De la Cicloïde.

La seconde espèce de Courbe qu'on pourroit mettre en usage seroit la Roulette ou *Cicloïde*, dont le contour est agréable à la vûe.

Fig. 51. Soit [Fig. 51.] un ceintre surbaissé à faire, dont la longueur du diamètre horizontal est AB , & sa hauteur sous clef MH , du point C , milieu de MH pour centre, on décrira un cercle $MNH6$, dont on divisera la circonférence en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points au contour du ceintre, par exemple, ici en douze aux points 12M4567, &c. par lesquels & par le centre C on tirera autant de rayons ou de diamètres. Ensuite on menera par le point C une ligne ab parallèle & égale à AB , qu'on divisera en autant de parties égales entr'elles, qu'on a divisé la circonférence du cercle, & par tous ces points on menera des lignes parallèles & égales aux rayons du cercle correspondans aux mêmes divisions; ainsi par le point 5 de cette ligne ab , on tirera la ligne 5, 12 parallèle & égale à $C2$; par le point 4 la ligne 4, 11 parallèle & égale à $C1$, par le point 3 la ligne 3, 16 égale à Cn ou $C6$ sur la même ligne, & ainsi de suite 2, 15 parallèle & égale à $C5$, &c.

PAR les points trouvez A , 12, 11, 16, 15, 14, on tracera à la main ou avec une règle pliante une ligne courbe qui fera la *Cicloïde* demandée.

Si la ligne AB a été faite égale à la circonférence du Cercle $MNH6$, la *Cicloïde* sera celle qu'on appelle du premier Genre, laquelle convient à un arcade, dont les piedroits sont à plomb; si la ligne ME moitié de la base est plus grande que la moitié du contour du Cercle, elle ne peut convenir qu'à des piedroits en surplomb, & au contraire si elle est plus petite que la demie circonférence, comme MD ou Md , à des piedroits en talud; parce que ces dernières rentrent en elles-mêmes; on pourroit aussi les employer en une voute, dont la naissance est ornée d'une Corniche qui a de la saillie, & qui est assez élevée pour cacher une partie de cette naissance.

IL nous reste à donner la maniere de mener une tangente à cette Courbe par un point donné, pour trouver la coupe ou inclinaison des joints de tête des vouffoirs, qui doit être perpendiculaire à cette ligne, comme nous l'avons dit au troisiéme Livre.

Soit [Fig. 51.] le point d , donné pour un joint, par où il faut mener une tangente pour le faire perpendiculaire à cette ligne, on mène-Fig. 51. ra par le point d & H les lignes df & HG paralleles à AB , dont la premiere coupera le cercle générateur en i , on prendra sur df la longueur dg égale à if , & GH égale à fg , la ligne tirée de G par d fera la tangente qu'on demande, ce qui a été démontré par M. de la Hire, dans son traité des Epicloïdes, & dans les Mémoires de l'Academie de 1706.

De la Spirale.

LA troisiéme espece de Courbe qui peut servir à la formation des ceintres, dans les cas où les naissances ne sont pas de niveau, est la Spirale d'ARCHIMEDE ou de VARIGNON, dont nous avons parlé au 2.^e Livre, particulièrement cette seconde, qui peut être variée suivant les occurrences & les points donnez en beaucoup plus de manieres que les sections coniques, par le moyen des courbes génératrices différentes, qu'on peut choisir de telle espece qu'on jugera à propos. La seule raison qui pourra en empêcher l'usage, sera peut être la difficulté de les tracer, & faire passer par des points & des lignes de sommité données; cependant si l'on veut faire attention aux moyens que nous avons donné pour faire passer la premiere révolution par où l'on veut, & lui mener des tangentes par toutes sortes de point donnez, on verra qu'il n'est gueres plus difficile de trouver des arcs rampans de portion de spirales, que de les faire de portion de sections coniques. Je suppose même que l'on se trouve un peu embarrassé; il y a un moyen simple & usité, dont j'ai parlé au même livre, de l'abaisser ou de l'élever par le moyen de la Graticule, faite de parallelogrames plus ou moins oblongs, rectangles ou obliquangles.

ON verra à la figure 52. l'effet d'une portion RbM de spirale cir-Fig. 52. culaire $ARbMdC$ appliquée à un arc rampant, où l'on a ponctué la continuation de cette Courbe, qui est inutile au sujet dont il est question.

POUR moi je trouve que lorsque la ligne de sommité n'est pas parallele à celle de Rampe, qu'elle concourt avec elle au bas, du côté de l'imposte inférieure, que le grand axe de l'Ellipse est incliné d'environ 45 degrez à l'horizontale, il se fait une espece de jarret au dessus de cette imposte, qui ne se trouve point dans le contour de la spi-

rale de VARIGNON. La raison de cette apparence de jarret vient de ce que c'est à cette distance des axes que le changement de courbure des Ellipses est le plus sensible, lorsque les axes sont considérablement inégaux; car la partie de la circonférence vers le petit axe s'applatit, c'est-à-dire, se redresse considérablement, & je suis persuadé que ceux qui compareront l'effet de l'un & de l'autre de ces courbes dans plusieurs cas, préféreront la grace du contour de la Spirale circulaire ou Elliptique appliqué à un arc rampant, à celles des portions de Cercles rassemblées, ou de l'Ellipse même, lorsque les piedroits sont à plomb, & que les lignes de rampe & de sommité ne sont pas parallèles.

Des Courbes Composées.

OUTRE les Courbes simples qui servent à former les ceintres des berceaux, il en est d'autres qui sont composées de deux ou plusieurs portions de Courbes.

PREMIEREMENT, la plupart des voutes surbaissées, surhaussées & rampantes sont faites par les Ouvriers ignorans de portions de Cercles, nous en avons expliqué l'art au 2.^e livre, il est inutile de le répéter ici.

Fig. 50.

2.^o Les ceintres des voutes qu'on appelle en *tiers point* ou *Gotiques* sont aussi composées de deux arcs de cercles, dont les centres A & B [Fig. 50.] sont à distance égale entr'eux & avec le sommet S, comme les trois angles d'un triangle équilatéral, d'où vient le nom de *tiers point* donné aux voutes Gotiques; parce que les bâtimens qui nous restent de l'Architecture des Gots sont la plupart ainsi voutés, & si les arcs de chaque pendentif ne sont pas exactement de 60 degrés, ils en approchent toujours beaucoup.

CETTE construction est désagréable à la vue, à cause de l'angle que forment à la clef les doëles de chaque pendentif; mais elle avoit ces avantages :

1.^o Qu'elle donnoit la facilité d'exécuter les voutes avec de très petits voussoirs, sans façon; car ils étoient souvent à l'équerre sans Coupe, ce qu'on appelloit des *Pendans*.

2.^o Ils coutoient peu de dépense.

3.^o Ils rendoient les voutes légères, & cependant de longue durée, comme nous le prouvent la plupart de nos anciennes Eglises.

4.^o Cette légèreté diminuoit encore la dépense des piliers & piedroits,

qui étoient contenus facilement par quelques arcs boutans aussi légers, mais suffisant pour résister à la poussée des voutes.

Nos ceintres circulaires ou Elliptiques n'ont pas le même avantage, parce que la coupe des vouffoirs auprès de la clef, est si inclinée, qu'elle approche beaucoup d'une ligne aplomb; de sorte que pour augmenter la largeur de la queue à l'extrados sur celle de la doële, on ne peut se dispenser d'allonger cette Coupe, & de faire le vouffoir un peu épais; au lieu qu'aux ceintres en tiers points les Coupes de la clef même sont toujours inclinées à une ligne aplomb d'un angle de 30 degrez, de sorte que sur six pouces d'épaisseur de vouffoir, la queue à l'extrados est élargie de trois pouces, c'est-à-dire, de moitié, ce qui est considérable. Les Architectes de ces tems-là faisoient de grands & bons ouvrages avec beaucoup moins de frais que nous ne faisons aujourd'hui, par la seule disposition de ceintres de leurs voutes, mais ils étoient difformes.

Pour concilier la légereté des voutes avec la régularité de la doële, on pourroit effacer l'angle rentrant que la clef fait en S, par le moyen d'un arc de cercle, qu'on y peut inscrire, en prenant pour termes des points 5, 7, à distance du point S à volonté; si l'on tire 5B ou 7A, le point D où ces lignes coupent l'aplomb SC, donnera le centre de cet arc, qui touchera les côtes du ceintre en tiers point, en effacera l'angle rentrant, & le rendra fort semblable à la courbe de la Chaînette, dont il conservera quelque propriété, sans avoir le défaut de son jarret à l'imposte. Mais après tout, une demi-Ellipse vaut encore mieux que cette composition.

3.^o Il est une autre sorte de ceintre composé de deux portions de Paraboles, que quelques bons Architectes ont mis en usage, & préféré aux compositions d'arcs de cercles ou aux Ellipses; Maître BLANCHARD, qui ne s'embarasse pas des noms, l'appelle l'*Ellipse* ou *Ovale*. En voici le Trait:

Soit [Fig. 53.] la largeur de la voute Dd & sa hauteur IA, on mène- Fig. 53.
ra par le point A une ligne Bb parallèle & égale à Dd, & l'on tirera les perpendiculaires BD, bd. On divisera ensuite BD en autant de parties égales que l'on voudra avoir de points de la Courbe, & BA en un même nombre de parties aussi égales entr'elles, par exemple, ici en 4, supposant BD divisé aussi en quatre, & par les points correspondans de ces divisions, à commencer vers D & B, on mènera des lignes droites 1 11, 2 12, 3 13, qui se croiseront aux points k & l, & formeront une portion de polygone D1k113A, dans lequel on

tracera à la main une Courbe , qui touche ses côtez , telle qu'on la voit seule en *Aghsd* , laquelle Courbe est une Parabole , que les Architectes formoient sans la connoître avant que M. de la HIRE l'eût examinée & reconnuë , comme il l'a expliqué dans les Mémoires de l'Academie des Sciences de l'année 1702.

Si l'on veut trouver les lignes & les points nécessaires pour décrire cette parabole , il n'y a qu'à mener la corde *Ad* , la diviser en deux également en *m* , tirer *mb* qui fera un diametre [art. 47. du Liv. 1. pag. 19.] auquel ayant tiré par le point *b* la perpendiculaire *Ef* , on mènera par les points *A* & *d* les paralleles *AE* , *df* à *mb* , qui couperont *Ef* aux points *E* & *f* . Si l'on porte la longueur *df* sur *dA* en *dF* , on aura le point *F* , qui fera le foyer de la parabole [l. 1. art. 31.] & si par ce point on mene *FX* parallele à *amb* , on aura l'axe , [l. 1. art. 20.] puis divisant *EX* également en *S* , on aura le sommet *S* , de cette parabole ; avec ces données , il fera aisé de la décrire par le Problème X. du 2.^e Liv. pag. 148.

Remarques sur cette espece de Ceintre.

QUOIQUE les deux portions de Parabole , dont le ceintre est composé soient réunies au point *A* , où chacune d'elles touche la même ligne *Bb* ; il est cependant vrai de dire qu'on doit y appercevoir un peu de jarret , particulièrement si la hauteur de la clef *Al* est grande à l'égard de la largeur *Dd* ; de même qu'on en trouve dans la jonction de deux arcs de cercles , dont les rayons sont de longueur bien differente , comme nous l'avons fait remarquer au 2.^e Liv. & encore plus parce que l'uniformité du Cercle est plus propre à ces sortes de transitions. Il semble aussi qu'au sommet *S* de chaque parabole il se fasse un renfoncement un peu trop sensible , comme l'a remarqué M. de la HIRE , qui le trouve convenable lorsque l'imposte de la voute est ornée d'une Corniche , qui cache une partie de la naissance du ceintre ; mais les Architectes y suppléent ordinairement par une portion de surface droite verticale , qu'ils laissent au dessus de la Corniche , pour que sa saillie ne couvre pas une trop grande partie de la naissance de la voute. Alors pour bien faire & éviter ce remede , il faut faire les Corniches des dedans très légères , suivant le conseil de VITRUVÉ , dont nous parlerons dans une Dissertation à la fin de cet Ouvrage. Voilà à peu près ce que l'on peut dire de plus remarquable touchant les variations des Berceaux à l'égard de leurs ceintres.

LA SECONDE espece de Variation des Berceaux , qui vient du changement de direction de leurs côtez sur les faces , & où l'on considere leur

leur situation à l'égard de l'horison peut être divisée en six cas différens.

1°. Lorsque le berceau a son axe de niveau & perpendiculaire à ses faces, c'est-à-dire, lorsque le demi cylindre est Droit, le berceau s'appelle aussi en termes de l'Art, Berceau *Droit* & *de niveau*.

2°. Lorsque le ceintre de face d'un berceau horizontal est dans un plan vertical, mais oblique à la direction des côtez, ou, ce qui est la même chose, à celle de l'axe; alors le berceau est appelé *Biais*.

3°. Lorsqu'à cette obliquité de face à l'égard de l'axe, c'est-à-dire, à la direction du berceau, il survient une seconde obliquité de la face à l'égard de l'horison, auquel elle est inclinée en angle obtus, comme au talud, ou en angle aigu, comme au surplomb, on ajoute au nom de *Biais* celui de la double obliquité, en disant *Biais* & *en Talud*, ou *Biais* & *en Surplomb*.

4°. Lorsque l'axe du berceau est incliné à l'horison, & que sa face est dans un plan vertical perpendiculaire à la direction horizontale, alors la double obliquité à l'égard de l'horison & de la face, s'exprime en termes de l'Art par le nom de *Descente Droite*, où il faut remarquer, que la direction horizontale est exprimée par la projection de l'axe ou des côtez dans le *plan Ichnographique*.

5°. Si la face de la descente, restant verticale, est tournée obliquement à la direction horizontale du berceau, il se forme une triple obliquité qu'on appelle *Descente Biaisée*.

6°. Si à ces trois obliquez; sçavoir, 1°. de l'axe à l'horison, 2°. de l'axe à l'égard de la face, 3°. de la face à l'égard de la direction horizontale de l'axe, il en survient une quatrième, qui est celle de la face à l'égard de l'horison en angle obtus de talud, ou en angle aigu de surplomb, on exprime ces quatre obliquez par le nom de *Descente biaisée* & *en Talud* ou en *Surplomb*.

Nous ne parlons pas ici des berceaux, dont l'axe est en situation verticale, on ne les comprend pas sous le nom de voute, mais de *Tour Ronde* ou *Creuse*, & les obliquez de leur face supérieure ne peuvent varier, que lorsque quelque berceau horizontal ou incliné y aboutit. Nous parlerons de ces rencontres à la seconde partie de ce 4.^e Livre.

Observations generales sur les effets que produisent les variations des Berceaux dans le Trait des Epures.

PREMIEREMENT, il est évident que lorsque les berceaux sont Droits & extradossés circulaires, & leurs faces divisées en voussours égaux,

toutes les surfaces de même espece sont égales entr'elles. Sçavoir, 1.^o les Têtes, puisqu'elles sont, par la supposition des portions, égales d'une même Couronne de cercle, 2.^o les doëles plates & les creuses, lesquelles sont, les unes des parallelogrames rectangles égaux, les autres des segmens de cylindre aussi égaux. 3.^o Les Lits sont aussi des parallelogrames rectangles égaux entr'eux, supposant la voute extradossée d'égale épaisseur; mais si elle ne l'étoit pas, ces parallelogrames rectangles deviendroient inégaux en s'élargissant de plus en plus, à mesure que les lits approcheroient de celui des impostes.

2.^o Si le berceau, étant encore supposé Droit, étoit Elliptique par son ceintre, les surfaces des têtes, quoique provenant de divisions égales des joints au contour de la doële, ne peuvent être égales entr'elles de suite, mais seulement les opposées à même hauteur sur les impostes; parce que les couronnes d'Ellipses, dont elles sont parties, sont inégalement divisées par des perpendiculaires à la tangente de dedans au dehors; ainsi il faut un panneau pour chacune.

3.^o Dans les berceaux biais & descente avec talud ou sans talud, les surfaces rectilignes des doëles plates ou des lits sont nécessairement inégales, quoique l'on fasse celles des têtes égales entr'elles; parce que ces doëles ou lits ne sont plus des rectangles, mais des trapezes ou des Rhumboïdes; ainsi il faut les tracer chacune en particulier.

A l'égard des differences des contours de ceintres qui résultent des variations des berceaux, il est clair qu'elles sont renfermées dans le plus ou le moins d'allongement des Ellipses; puisque les berceaux étant des demi-cylindres, lorsque leurs surfaces sont planes, il n'en peut résulter que des sections cylindriques, tant que le ceintre primitif ne sera que circulaire ou Elliptique, surhaussé ou surbaissé; ainsi le biais, par exemple, ne peut produire dans toutes les manieres de le représenter dans l'Épure, soit en élévation, soit en profil, soit en *plan*, je veux dire en projection horizontale, que des cercles ou des Ellipses. Si l'*Arc-Droit* est circulaire tous les biais donneront des Ellipses, & jamais des cercles; mais si l'*Arc-Droit* est surbaissé ou surhaussé, il peut arriver que quelque situation de biais donnera un cercle, ou dans l'élévation, ou dans le profil, ou dans le plan horizontal; ce que nous avons expliqué au premier Livre en parlant des cylindres scalenes coupez par une section souscontraire.

D'où il suit aussi que si l'arc de face biaisé est un cercle, non seulement ses paralleles seront des cercles, mais aussi ceux qui seront un angle égal au biais de la face, tournez en sens contraire, comme FGB
 PLAN. 34. = ABD sur le même côté BD; ainsi [Fig. 58.] supposant que le pa-
 Fig. 58.

rallelograme AD est le plan horizontal d'un berceau, dont la face AB est biaise & circulaire, non seulement les ceintres qui lui sont parallèles ED, FG lui sont égaux, mais encore FG & ses parallèles EI, &c. sont aussi circulaires, ce qui fait voir que quoique l'Arc-Droit soit très nécessaire pour la formation d'un berceau biais, on pourroit, absolument parlant, s'en passer pour creuser une doële, si l'on avoit les positions parallèles & souscontraires des arcs que chaque voussoir comprend; mais comme la position à angle droit est la plus sûre & la plus commode pour bien placer un cercle, ce moyen n'est pas convenable pour la justesse; parce qu'un angle obtus ou aigu plus ou moins ouvert, causeroit un grand changement au ceintre, quoique les hauteurs sous la clef CH, Mb, nk soient toujours égales.

Si par quelque cas extraordinaire, qui arrive cependant en certaines voutes, le ceintre du berceau étoit de quelqu'autre section conique que le cercle ou Ellipse, comme, par exemple, celui qui est composé de deux portions de Parabole, dont nous avons parlé ci-devant, & dont Maître BLANCHARD fait mention dans sa coupe des Bois, ou bien d'un arc d'hyperbole, comme le ceintre de ce berceau tronqué, qu'on appelle *Trompe érigée sur une ligne droite*, le biais d'une face ou d'un lit donneroit encore une section courbe de la même espece que la première, c'est-à-dire, que les faces biaises ou les lits obliques seroient encore dans leur contour des arcs de parabole ou d'hyperbole, qui différeroient du ceintre primitif en cela seulement, qu'ils seroient un peu plus alongez, ou plus racourcis, suivant le plus ou le moins d'obliquité, ce que nous avons démontré au Theor. III. du premier Livre, pag. 29.

P R O B L E M E X.

Faire un Berceau Droit, Circulaire ou Elliptique, ou Rampant.

LE berceau Droit n'est susceptible d'aucune autre variété, que de celle de son ceintre, qui peut être surhaussé, ou surbaisé, en plein ceintre, ou Rampant.

S'IL est en plein ceintre, les voussoirs sont si uniformes, que lorsque leurs têtes sont égales par la division arbitraire de leur ceintre; qui en a fait un, les sçait tous faire; puisqu'il ne s'agit que de la répétition d'une même chose. Il n'y a quelque diversité entr'eux, que lorsque le ceintre est Elliptique; car en ce cas les voussoirs du premier rang ne conviennent pas au second ni aux suivans; pour ne pas nous arrêter à des choses trop faciles, nous commencerons par donner la construction d'un berceau droit Elliptique, laquelle comprend celle du cir-

culaire , en ce que celle - ci est plus aisée ; & parce qu'on peut y parvenir par les trois méthodes, dont nous avons parlé au Chap. II. nous en ferons l'Épure & l'application du trait des trois manières.

1.^o Par Equarissement.

Fig. 59.
Fig. 60.

SOIT [Fig. 59. & 60.] la face d'un berceau extradossé DHE, dont l'épaisseur de la voute est une portion de couronne de cercle ou d'Ellipse $AbBEHD$, qui a son centre en C , & ses foyers en f & F , si elle est surmontée, c'est-à-dire, verticale suivant son grand axe.

AVANT tracé cette couronne par deux Courbes concentriques & semblables, par le Probl. 7. du 2.^e Livre, & de la grandeur dont on veut faire le berceau, ce qu'on appelle de grandeur naturelle, ou sur un mur, ou sur un plancher, on divisera le ceintre intérieur AbB en autant de voussours que l'on voudra, & qu'il conviendra à la grandeur des pierres que l'on doit employer. Dans tous nos exemples nous ne les diviserons qu'en cinq, pour ne pas multiplier les lignes dans les figures, & éviter la confusion qu'elles causent ordinairement.

Fig. 59.

Fig. 60.

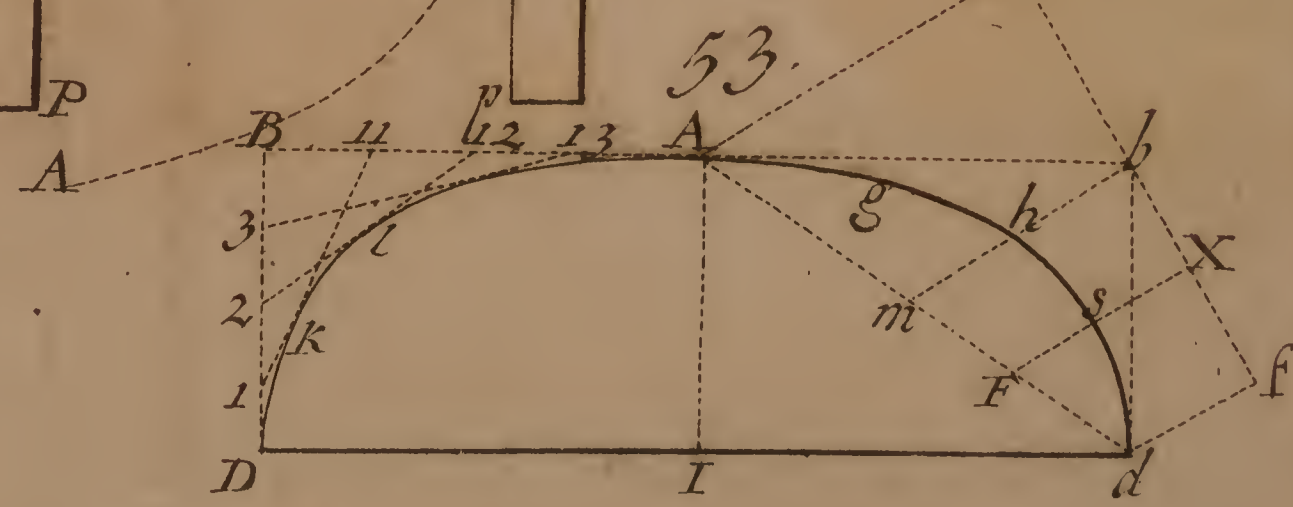
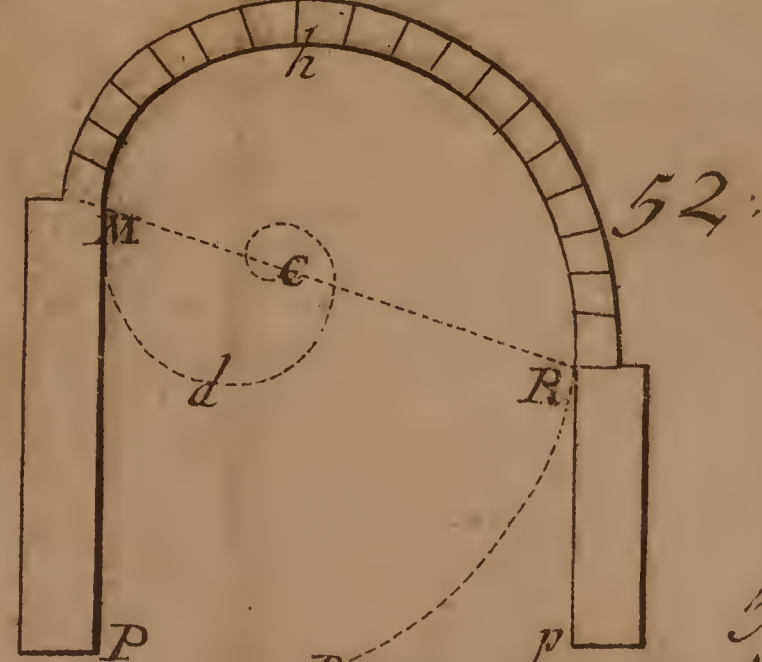
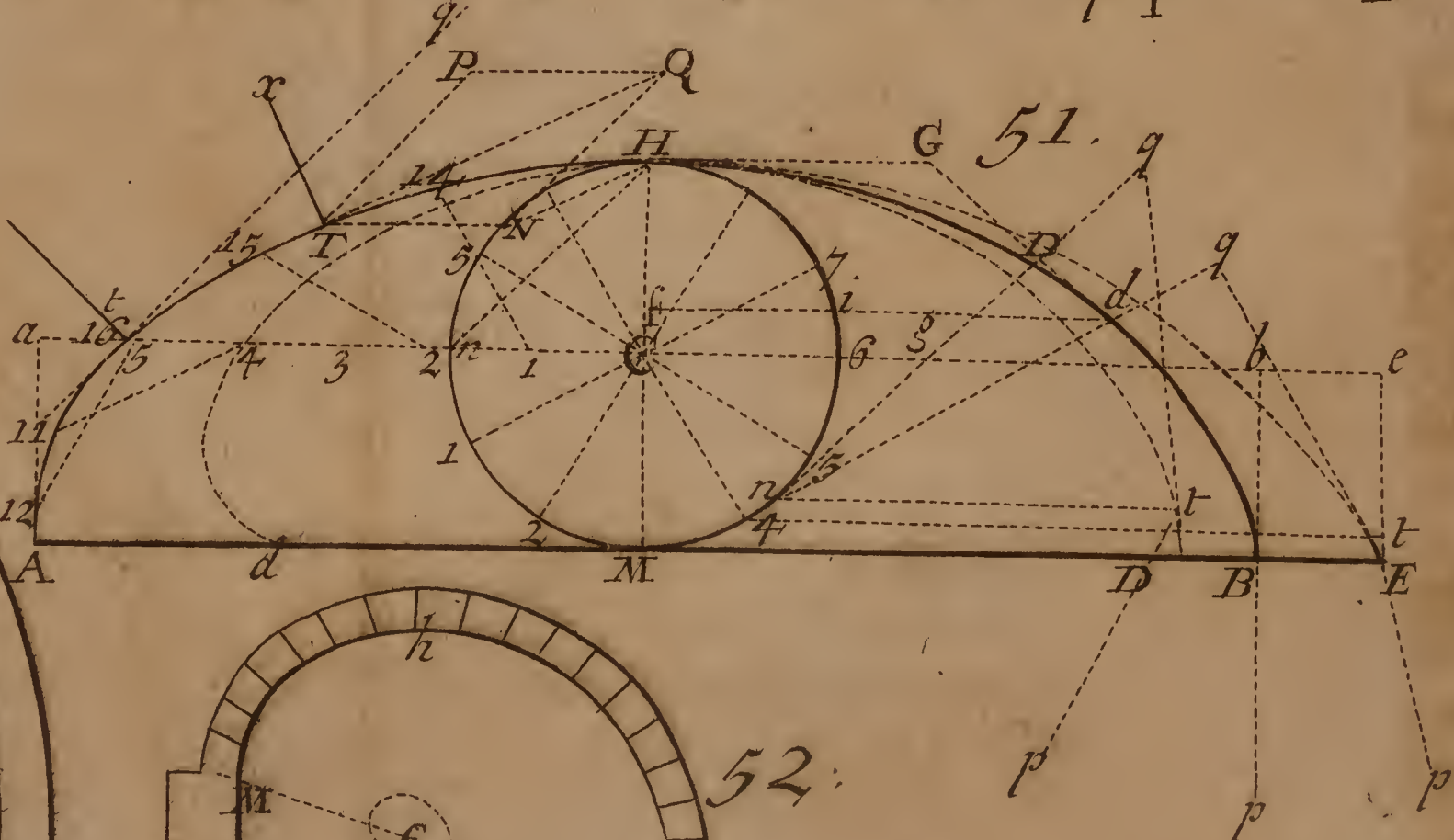
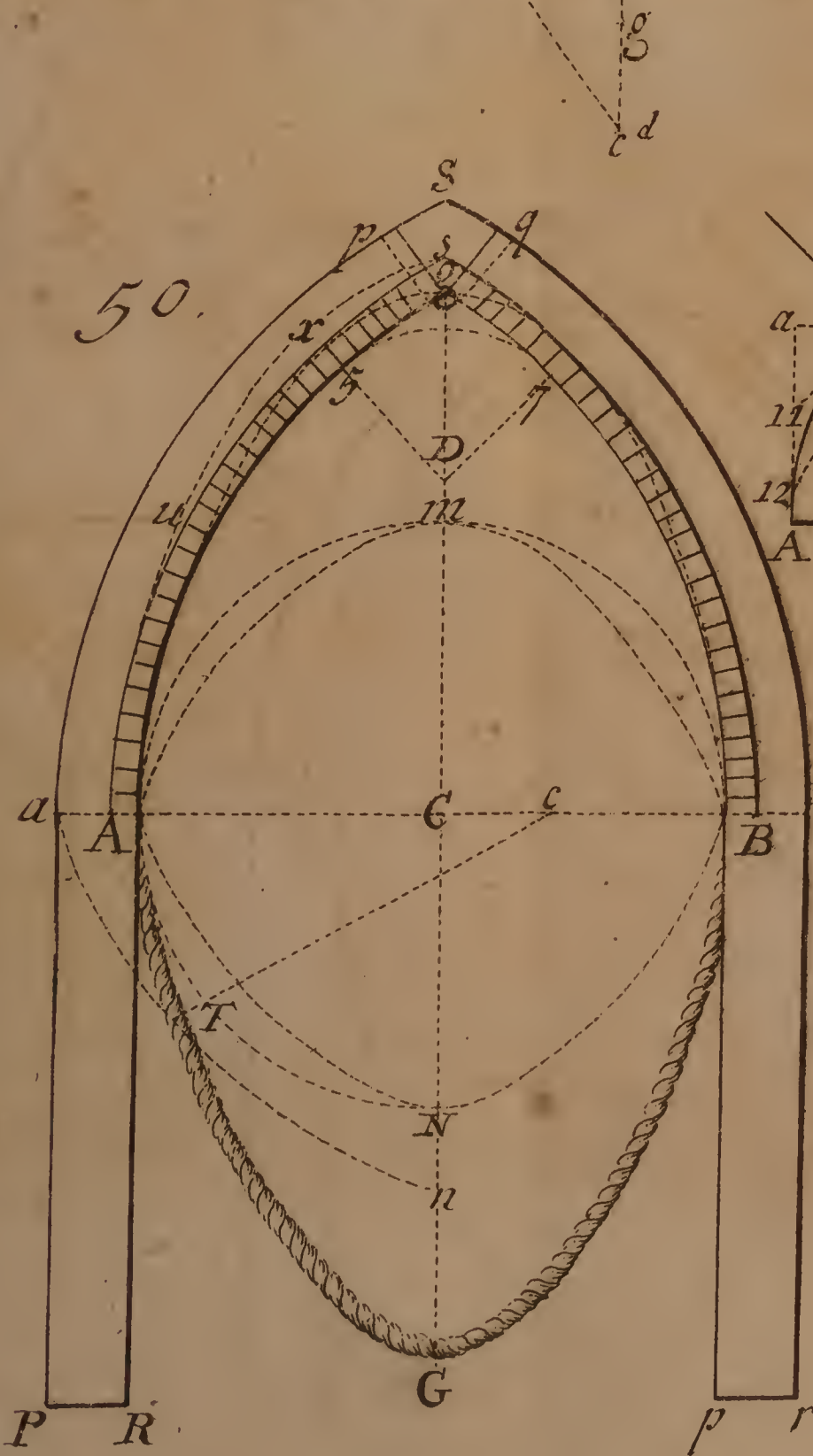
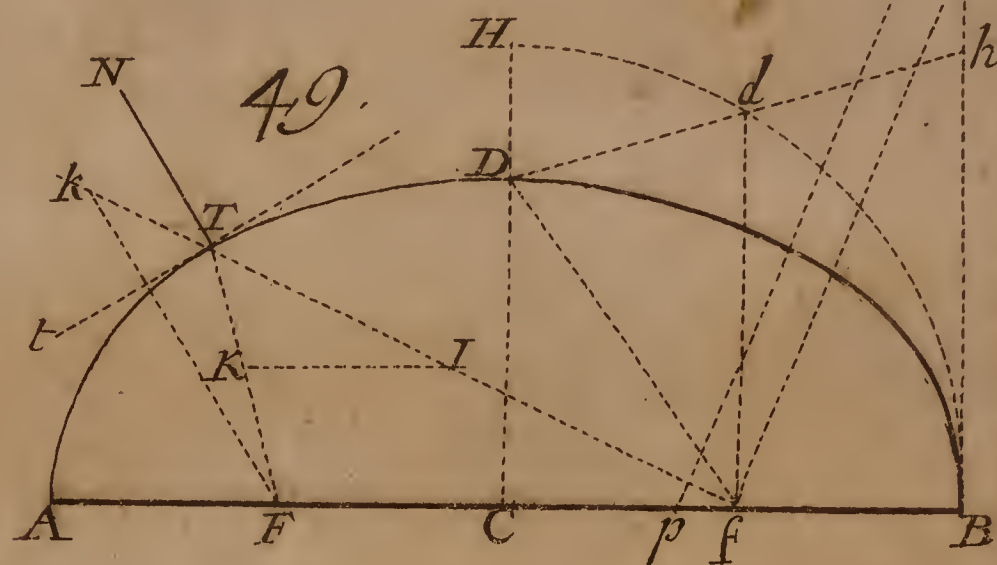
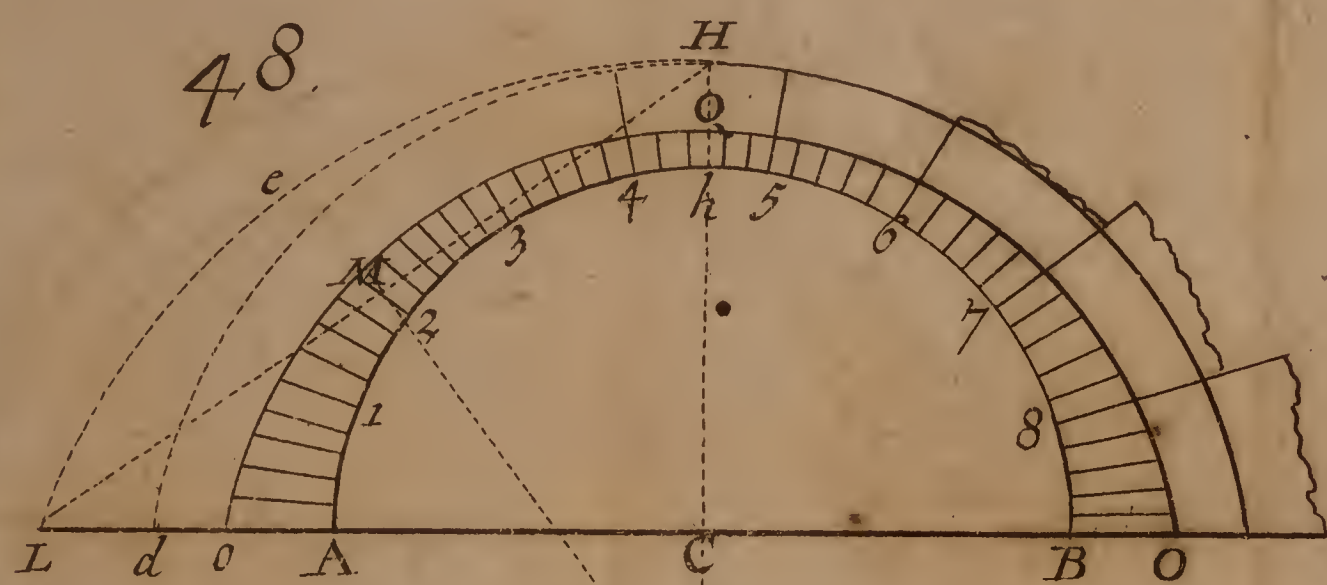
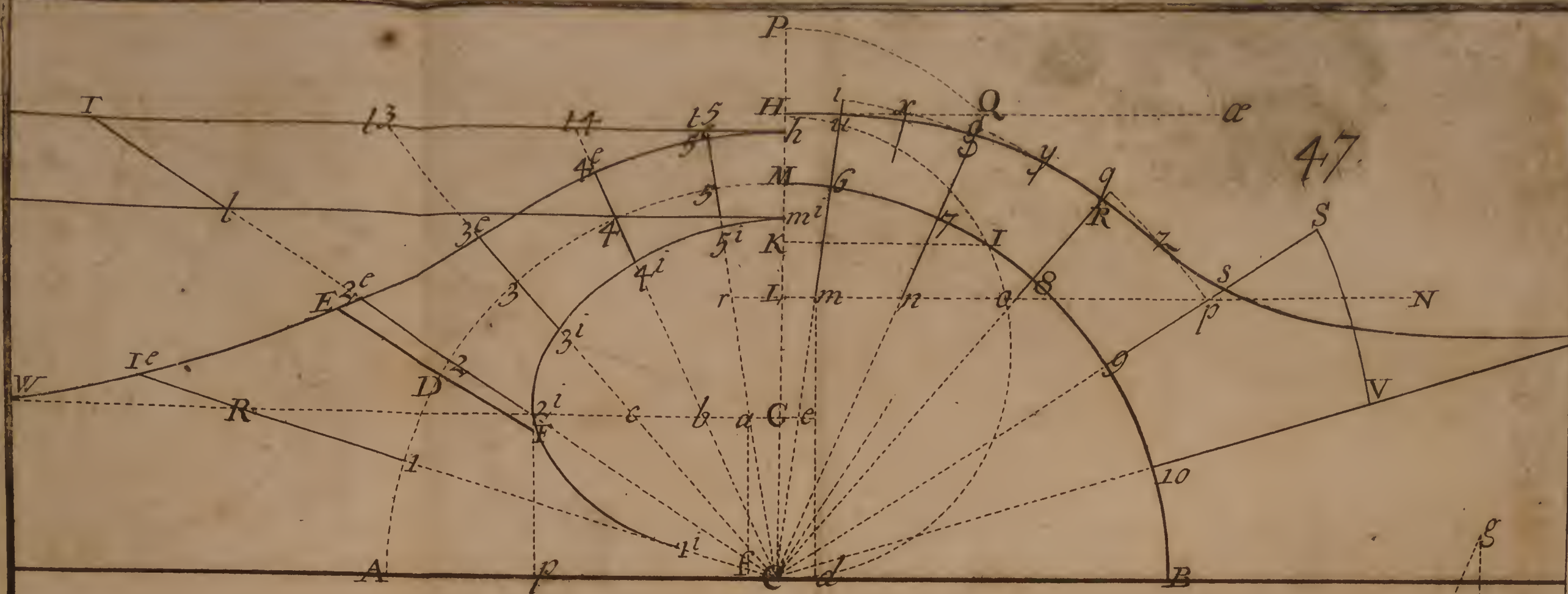
Du centre C , si le ceintre est circulaire, on tirera la direction des joints de tête 1.5, 2.6, 3.7, 4.8, & si la face est Elliptique, des foyers F & f , on tirera par chaque division 1, 2, 3, 4, des lignes qui se croiseront, comme $F1L$, $f1N$, $F2l$, $f2n$, dont on divisera l'angle en deux également, par exemple, du point 1, pour centre, on fera l'arc LN de tel rayon qu'on voudra, la ligne tirée de son milieu M au point 1 fera la direction du joint de tête 1 5; on trouvera de même celle du second & troisième voussour en 2. 6, la moitié de la face suffira pour le tracé de l'Épure, si le ceintre n'est pas rampant, comme il l'est à la figure 61.

Fig. 61.

Si l'arc est Rampant [Fig. 61.] & qu'il soit d'une portion d'Ellipse, comme il convient à la bonne construction, on en cherchera l'axe & les foyers par les Probl. 2. & 20. du 2.^e Liv. & l'on s'en servira pour tracer la coupe des joints de tête, comme à la fig. 60.

S'IL étoit rampant, composé de deux ou plusieurs arcs de cercles de differens rayons, comme il a été enseigné aux Probl. 22. & 23. il est évident que ces mêmes joints devroient être tirez chacun du centre qui appartient à chaque arc.

LES joints de Tête étant tracez, on abaissera des perpendiculaires sur le diamètre du ceintre, de chaque point de division des voussours, ce qu'on appelle des *aplomb*, comme à la fig. 60. les lignes 3 P, 4 p, &c.



& ensuite on tirera des paralleles au diametre, comme $4g$, jusqu'à la rencontre de l'aplomb $3P$ en g ; lesquelles donneront les faillies des retombées, & la difference des hauteurs des points 4 & 3 ; on fera la même chose pour chaque vouffoir, & l'épure sera achevée.

PRESENTEMENT il s'agit d'appliquer le *Trait sur la Pierre* qu'on veut tailler par *Equarrissement* dans une pierre brute, à peu près formée en parallelepipedé, comme on les tire ordinairement aux carrieres. Ayant examiné si sa hauteur est égale à $7i$, & sa largeur à gK , on lui fera deux paremens à l'équerre, un suivant sa hauteur d'aplomb, l'autre suivant sa largeur de niveau, par exemple Dg & FK [Fig. 62.]

POUR mieux faire connoître le rapport d'une pierre d'appareil d'un mur aplomb avec un vouffoir, nous représentons dans cette figure une partie de chacune de ces deux especes; tel seroit un vouffoir, qui entreroit en partie dans un mur, & on le suppose transparent, pour y voir les arêtes que le devant doit cacher.

Ces deux paremens étant faits, on en fera encore deux autres, aussi à l'équerre avec les premiers, pour servir de têtes à la pierre, tels sont FA ou GC , & gB , sur lesquels on portera au long des arêtes gK & Fk , la retombée $g4$ de la fig. 60. & sur les arêtes gI , FD la hauteur de la retombée $g3$, ensuite par les repaires 4.4^o , on tirera sur le lit FK la ligne 4.4^o , & sur le parement FI , la ligne $E3$, par les repaires $E, 3$, ces deux lignes marqueront les arêtes des lits avec la doële.

ON formera ensuite un panneau sur l'épure de la tête $7, 3, 4, 8$ de la fig. 60. avec du bois ou du charbon contourné sur le trait, & on l'appliquera sur la tête gB , posant les angles 3 & 4 sur les repaires 3 & 4 de la fig. 62. pour y tracer le même contour à chaque tête opposée. Enfin on abbatra toute la pierre, qui sera hors du tracé de ce panneau, & à la règle; sçavoir, 1.^o le prisme mixte $Fg43E4^o$, dont la partie $43E4^o$ de la doëlle est une portion de cylindre, qu'on creusera comme il a été dit au premier Chapitre de ce livre, avec la règle & une cerche, pour former la doële.

2.^o La prisme rectiligne triangulaire $EDH73I$, pour former le lit de dessus $E7$.

3.^o Le prisme aussi triangulaire $4k8k4^ox$ pour former le lit de dessous 4^o8 .

4.^o Le prisme mixte $7B8xAH$, pour former l'extrados s'il en est besoin.

ON peut au lieu d'un panneau de tête $3.4.8.7$. se contenter d'un

biveau, si le berceau est en plein ceintre, mais s'il est surbaissé ou surhaussé, comme à la fig. 60. il en faut faire deux, l'un pour le lit de dessus sur l'angle mixte 4. 3. 7, l'autre pour le lit de dessous sur l'angle 3. 4. 8; parce que ces angles des lits avec la doële sont inégaux.

IL est rarement nécessaire de former la surface convexe de l'extrados; mais si la voute est extradossée, on peut le faire de la même manière que la doële à la règle, comme il a été dit au Problème II. Si au lieu de panneau pour tracer l'arc 7, 8, on vouloit se servir de biveau, il en faudroit un concave comme en B', de sorte que se servant de cet instrument, il en faudroit quatre differens pour chaque vouffoir de ceintre Elliptique, sçavoir, deux pour la doële, un au lit de dessus, un à celui de dessous, & autant à l'extrados, ce qui deviendroit fort incommode, & qui montre que les biveaux ne conviennent gueres qu'aux voutes circulaires, dans lesquelles un seul convexe suffit pour tous les vouffoirs de la doële, & un convexe à l'extrados.

LORSQUE l'on fait une voute en plein ceintre seulement avec un biveau de doële, on peut tracer l'arc d'extrados sans le secours d'un panneau ni d'une cerche, en ouvrant le compas de la longueur d'un joint de tête comme 5, 1. [Fig. 59.] & trainant une de ses pointes sur l'arc AI, & tenant l'autre dirigée perpendiculairement à cet arc, en sorte que la ligne qu'on tireroit par ses deux points passât par le centre C, cette seconde pointe tracera l'arc d'extrados. On fait la même chose avec un échantillon, c'est-à-dire, un morceau de bois, coupé de longueur égale au joint DA ou 1, 5.

MAIS il faut bien se garder de suivre cette méthode dans les voutes, dont les ceintres sont surbaissés ou surhaussés, parce que premierement, il seroit assez difficile de tenir ces pointes ou ces échantillons, dirigés perpendiculairement à l'arc, dont les coupes ne tendent pas au centre C, mais à differens points du diamètre AB.

SECONDEMENT, parce que les ceintres de couronne Elliptique ne sont pas équidistans à la doële & à l'extrados, les contours s'approchent vers le petit axe DE, & s'éloignent davantage vers le grand, de sorte que Hb doit être plus long que DA; ce que les Ouvriers n'observent cependant pas, & croient même qu'on ne doit pas observer; quoiqu'il ait été démontré au Theor. 1. & 4. du I. Livre, qu'on le doit, pour operer régulièrement.

ON a pû remarquer que des deux premiers paremens qu'on a formé l'un aplomb, l'autre de niveau, il ne reste rien quand la pierre

est achevée, que les lignes E_3, d_4o_4 , qui font les arêtes des lits avec la doële.

ON voit aussi qu'en suivant cette méthode par équarrissement, la perte de la pierre est très considérable ; car le quadrilatère en trapèze mixte de la tête du vouffoir 3. 4. 8. 7. est inscrit dans un rectangle gB , où il laisse quatre triangles inutiles, sçavoir pour les lits, deux rectilignes 3. 1. 7. & 4. 8. K , & deux mixtes $3g_4$ & $7B_8$, lesquels sont les bases d'autant de prismes de la longueur du vouffoir ; ainsi il arrive souvent que l'on perd plus de moitié du cube, selon que les angles sont plus ou moins ouverts, & que les retombées ont plus ou moins grande raison à leur hauteur ; puisque les prismes de même hauteur sont entr'eux comme leurs bases, ce qui doit faire donner la préférence à la méthode où l'on se sert de panneaux, dont nous allons parler.

Seconde Maniere de faire un Berceau Droit.

Par Panneaux.

LA maniere de tracer les pierres par le moyen des panneaux est estimée la plus difficile & la plus sçavante ; c'est pour quoi les Maîtres Maçons ne reçoivent que celle - là dans les Chef-d'œuvres qu'ils exigent de ceux qui demandent à être reçus dans le corps du métier, c'est le P. DERAN qui le dit, je cite mon garant ; car je ne sçai quel est leur usage à Paris ; il aura pû changer depuis l'année 1643. dans laquelle écrivoit ce Pere ; nous en avons dit notre avis ci - devant.

SOIT l'élevation d'une face de berceau en plein ceintre, comme à la fig. *Fig. 59.* 59. ou surmontée, comme à la fig. 60. ou rampante comme à la fig. 61. il 60. 61. n'importe. Le ceintre étant divisé en ses vouffoirs, & la direction tirée comme à la maniere précédente, on tirera les cordes des arcs $A_1, 1, 2, 2, 3$, &c. & la longueur du piedroit étant donnée toute l'épure sera tracée.

1.^o Les *Panneaux de Tête* sont donnez, puisque ce sont les portions de la couronne, ou d'Ellipse $A b B E H D$ [*Fig. 60*] ou de cercle [*Fig. 59.*] ou d'arc rampant [*Fig. 61.*] coupée par les joints de tête 5. 1, 6. 2, 3. 7, & 8. 4 ; ainsi on n'a qu'à couper du carton ou une planche suivant le contour mixte $DA_1 5$, & ce panneau suffira pour toute la face, si le ceintre est circulaire ; car quand même on feroit des vouffoirs d'inégale largeur, la direction des joints fera toujours le même angle avec la courbe de la doële.

Si le ceintre est Elliptique, comme aux fig. 60. & 61. il faut un panneau pour chaque tête de vouffoir.

Fig. 56.

Secondement les *Panneaux de Doële* sont aussi donnez; car ils sont tous des parallelogrames rectangles, dont la corde A_1 , ou $1.2, 2.3$, &c. est un des côtez, & l'autre est la longueur du vouffoir supposée Aa , prise au plan horisontal, ou bien une partie de cette longueur, telle qu'il convient à la pierre qu'on veut employer, ou à la distribution de la longueur totale Aa ou Bb , pour la propreté de l'exécution, comme lorsqu'on veut observer une espece d'égalité de liaison d'un vouffoir sur l'autre; le modele qui sera fait sur ces deux côtez sera le *Panneau de Doële plate*, qu'il faut tracer sur la pierre avant que d'en creuser la concavité.

Troisièmement, les *Panneaux de Lit* sont aussi donnez sur l'épure; parce que ce sont encore des parallelogrames rectangles, comme Da & Be [Fig. 59.] dont un côté est le joint de tête, & l'autre la longueur du vouffoir qu'on a déterminé pour la doële.

La Fig. 59.^d fait voir le développement du vouffoir & l'arrangement de ses surfaces, tel qu'en les pliant toutes sur les côtez communs, on formera le vouffoir à l'extrados près, dont on ne fait point de panneaux par deux raisons; la premiere, c'est qu'on ne pourroit faire de surface plane qui le couvrit; car une tangente ne parviendroit pas aux côtez des autres surfaces de tête & de lit, entre lesquels elle laisseroit un vuide. Secondement, parce que le panneau, quand même il seroit courbe comme une tuile, qu'il toucheroit les quatre angles de l'extrados, il seroit inutile; puisque les côtez des panneaux de tête & de lit vers l'extrados étant tracez, il n'y a plus qu'à abatre la pierre qui les excède, comme l'on fait dans l'équarrissement.

IL ne reste donc plus qu'à faire les *Biveaux*, qui servent à donner à chaque surface du vouffoir l'inclinaison qu'elle doit avoir avec sa contiguë. Or ce biveau pour les têtes & les doëles est une équerre; puisque le berceau est Droit sur la surface; & quand les deux têtes opposées sont tracées, on n'a que faire de biveau pour situer les lits à l'égard de la doële; puisque leur inclinaison est déterminée par les côtez des joints de tête; de sorte qu'on peut encore se passer de panneaux de lit; puisqu'il n'y a qu'à abatre à la règle la pierre qui se trouve entre les deux joints de tête, & le joint du lit le long de la doële, & faire une surface plane, dont on a trois côtez donnez.

DE sorte qu'au berceau Droit, de quelque courbe que soit son ceintre, on peut se passer de panneaux de lit & de biveau; il n'en est pas de même lorsqu'il y a du biais, comme on le verra ci-après.

LES Auteurs des Livres de la Coupe des pierres pour voir le rapport & la

& la figure des doëles & des lits, ont accoutumé de faire, comme nous l'avons dit, un développement des doëles & des lits, qu'ils mettent sur une même surface, enforte que les panneaux de lit sont supposez couvrir une partie de ceux de doële, comme on voit ici à la figure 59^e, sous l'épure du plein ceintre, cette extension des panneaux ainsi arrangez ne sert de rien, on peut les faire chacun à part, particulièrement dans le cas présent, où un seul sert pour tous ceux de la même espece; quand ils sont inégaux, comme dans les voutes biaises, ils servent à guider un Appareilleur pour la suite; alors il peut les faire sur un morceau de papier; mais il est très inutile de les faire sur l'épure en grand dans cet ordre d'arrangement.

R E M A R Q U E.

Il faut aussi remarquer que les Auteurs des livres de la Coupe des pierres, au lieu des cordes des arcs de tête prennent celles de leurs moitez, pour approcher davantage de la rectification de ces arcs dans leurs développemens, mais cette pratique est très mauvaise; parce qu'élargissant le panneau plus que la doële plate, il ne peut être fait qu'avec une matiere flexible, comme du carton ou du fer-blanc, & ne doit être appliqué que dans une surface creuse, qu'il faut déjà supposer faite, laquelle est cependant à faire, de sorte qu'un tel panneau ne peut servir qu'à terminer une portion cylindrique, déjà faite à propos, mais qui seroit trop large ou trop longue, ce qui est très inutile dans le Trait dont il s'agit.

Nous n'avons pas compris dans les Berceaux Droits, les voutes à *Tiers-Points*, dont on voit la figure du ceintre au nombre 57 en ATB; parce qu'ils ne sont plus gueres d'usage depuis qu'on a abandonné l'Architecture Gotique, & que les berceaux ne sont qu'un composé de deux portions de berceaux en plein ceintre, chacune ordinairement de 60. degrez, enforte qu'elle fait le tiers d'un berceau simple en demi-cercle complet, d'où est venu le nom de *tiers-point*; soit aussi parce que dans cette construction les trois points du sommet à l'angle de la clef, & les deux des naissances aux impostes sont équidistans, comme les sommets des angles d'un triangle équilatéral; cependant on en voit, dont les arcs sont d'un nombre de degrez au dessus de 60. Quoiqu'il en soit il est clair que la construction d'une telle voute ne differe en rien de celle du plein ceintre ordinaire, que dans la position des ceintres, qui ne sont pas au milieu du diametre, & dans la formation de l'angle de la clef.

R E M A R Q U E.

QUOIQUE les voutes Gotiques soient presentement hors d'usage, quel-

ques Ingénieurs les ont employé à couvrir des Magasins à poudre, comptant leur donner plus de résistance aux efforts des Bombes; il est vrai que si leur chute étoit en ligne verticale, ces voutes leur présentant une surface plus oblique, en éluderoient beaucoup le choc; mais parce que les bombes tombent en ligne parabolique, dont l'amplitude est souvent fort grande, elles peuvent frapper l'extrados perpendiculairement à sa tangente, & faire plus d'effort vers la clef qu'aux voutes en plein ceintre, ce que l'expérience a confirmé dans quelques sièges, où les dernières ont plus résisté que les Gotiques; particulièrement à Landau, où les magasins voutez en plein ceintre n'ont pas été perçez par une quantité considérable qui y sont tombées.

Application du Trait sur la Pierre.

POUR en venir à l'*Application du Trait sur la Pierre*, on commencera par dresser un parement qu'on destinera à servir de doële plate, & l'ayant tracé avec le panneau appliqué dessus, on fera aux deux bouts deux autres paremens d'équerre sur les côtez, qui sont communs aux deux têtes, & sur chacun de ces paremens, on appliquera le panneau de tête, qu'on tracera en suivant son contour; ensuite on abbatra à la règle toute la pierre, qui excédera les lignes des deux joints de tête opposez, & le joint de doële & de lit.

AINSI on peut se passer de panneau de lit. On pourroit aussi se passer ici de panneaux de doële, si ceux de tête sont bien placez parallèlement entr'eux, & perpendiculairement à la ligne du milieu de la doële, ou bien tracer seulement au compas & à l'équerre la doële plate; mais il est toujours plus sûr dans la pratique de se servir de panneau; parce que pour peu qu'on varie dans les mesures, on trouve des différences sensibles, quand on vient à poser les voussoirs. On ne sçauroit trop prendre de soin pour l'exactitude; car les Ouvriers sont assez sujets à faire des fautes, sans les exposer à en faire par les moyens, qui les guident moins sûrement.

D'AILLEURS la raison qui peut dispenser de faire des panneaux de lit aux berceaux Droits n'est pas la même pour les doèles; parce que les lits ne se font qu'après qu'elles sont tracées; ainsi leur contour est déterminé, & leurs arêtes faites de trois côtez.

APRES que le voussoir est taillé suivant les surfaces planes de doële plate de tête & de lit, il faut pour creuser la doële concave, abatre le segment de cercle 12, 2b3 [Fig. 60.] que la corde renferme, en faisant une ciselure suivant le trait courbe, & en posant la règle suivant les ciselures des deux bouts parallèlement au joint de lit, on formera cette

doële; cependant pour plus de perfection on se sert encore souvent d'une *Cerche*, qu'on pose bien d'équerre sur les joints de lit, & sur le plan de la doële plate; on voit mieux par ce moyen ce qui manque à la concavité pour la rendre bien régulière, en la promenant dans la même situation. La figure 59^e représente le tracé sur la pierre avant que d'être taillée.

Troisième maniere de faire un Berceau Droit.

Par demi-Equarrissement.

Ce terme comme nous l'avons dit, n'est pas usité dans les livres, parce que la méthode est nouvelle; voici en quoi elle diffère de l'équarrissement ordinaire. 1.^o En ce que à l'équarrissement il y faut au moins deux paremens d'équerre, l'un à l'autre pour y placer les hauteurs des retombées & leurs faillies, ce qui n'est pas nécessaire dans cette méthode. 2.^o En ce qu'à l'équarrissement on peut se passer de panneau par le moyen des biveaux & des cerches; ici il convient d'y en employer quelques-uns, mais moins que dans la méthode qu'on appelle simplement par panneaux; un exemple rendra la chose sensible.

Soit [Fig. 63.] une tête de pierre brute 37984, de figure irrégulière, dont on veut faire le vouffoir de la figure 60, marqué 4. 8. 7. 3. on tirera par le point 4 l'horizontale 4K, & on prendra avec un biveau l'angle K. 4. 3 que l'on portera sur un parement qu'on aura dressé sur la tête de la pierre, qui doit avoir la largeur 4. 3. de la doële plate, & l'on fera une ciselure suivant l'angle K, 4 m tracé par le moyen du biveau, que fait une ouverture de compas d'Appareilleur, ou une sauterelle posée sur l'angle K43 de l'épure de la fig. 60; ensuite on fera un second parement en retour d'équerre à la tête sur la ligne 3. 4, sur lequel on appliquera le panneau de doële, ou si l'on veut par des retours d'équerre sur les angles 3 & 4 on fera un parallélograme rectangle, comme celui de Pp 14. 13 de la fig. 60, & avec les biveaux des angles de coupe 3. 4. 8. & 4. 3. 7, s'ils sont inégaux, comme dans les voutes Elliptiques, on abattra la pierre pour former les lits, après avoir fait à l'équerre la tête opposée à la première.

L'AVANTAGE de cette méthode n'est pas considérable dans l'exemple d'un Berceau Droit, dont l'uniformité ne présente point de difficulté pour tailler la pierre; mais on verra dans la suite des exemples des autres voutes combien elle est commode, & combien elle sert au ménagement de la pierre, & à une plus prompte expédition, que celle de l'équarrissement.

PREMIEREMENT, quant au ménagement de la pierre, il est visible que lorsqu'elle est mal *pratiquée*, c'est-à-dire, d'une figure qui n'approche gueres du parallelepède, il y a déjà beaucoup de perte pour mettre deux paremens à l'équerre, & que s'il avoit fallu équarrir celle dont nous donnons la Tête pour exemple, on auroit été obligé d'abatre en pure perte presque la valeur de la moitié, par la ligne $3x$, qui auroit retranché toute la partie irrégulière $3m4kx$, au lieu que par le moyen de l'angle de la doële avec l'horifon, qui fait toujours un angle obtus $o'4'3'$, on profite de cette partie irrégulière, & si on veut se servir de la hauteur de la retombée $3g$, on peut la prendre sur une des branches de l'équerre, en posant l'autre sur la ligne droite 4 , k horifontale, ce qu'on ne peut faire par la méthode des panneaux.

SECONDEMENT, à l'égard de la prompte exécution, il est clair qu'on épargne le tems qu'il faudroit mettre à dresser toute la partie $g4$, du lit au parement horifontal, & toute celle $g3$ du parement vertical en retour d'équerre du premier, ce qui en certaines rencontres peut avoir son mérite, & qui fait toujours plus que la valeur de la doële, puisque deux côtez $4g$, $3g$ sont plus grands qu'un $4'3'$.

TROISIEMEMENT, quant à la justesse de l'opération, il est certain qu'une corde de doële, qui est donnée, de position immédiate, est toujours plus exactement située que celle qui suppose un angle Droit, & la longueur de deux côtez; puisque pour peu qu'il y ait d'élargissement ou de rétrécissement d'ouverture, l'hypoténuse que l'on cherche sera allongée ou raccourcie, & si un des côtez diffère tant soit peu de la retombée ou de sa hauteur, l'inclinaison de la doële sera altérée; or il n'y a pas plus de difficulté à former un angle obtus avec un biveau, qu'un angle Droit avec une équerre; il faut que l'Ouvrier ait la même attention, de tenir les bras ou branches de l'instrument perpendiculairement à l'arête des deux paremens, dans l'une & dans l'autre opération.

CETTE méthode a encore une avantage, c'est qu'au lieu de se servir de l'angle de l'horifon avec la doële, on peut se servir de l'angle de l'aplomb avec la doële, selon qu'il convient à la facilité d'avoir l'un plutôt que l'autre, ou pour un plus grand ménagement de pierre; car dans l'exemple du quatrième voussoir de la fig. 59. il est visible que le triangle mixte $3V7$, fait par la verticale $V3$, & le joint $3,7$ est plus petit que le triangle $o'4'8$, fait de l'horifontale $o'4$, & du joint $4'8$; de sorte qu'on a le choix de celui qui convient le mieux à abatre suivant l'irrégularité de la première tête que l'on dresse. On verra dans la suite que nous faisons usage de l'un & de l'autre.

Ces pratiques n'ont pas besoin de démonstration, on en a expliqué les raisons au troisième Livre.

Observations sur les Berceaux Rampans.

QUOIQUE les Arcs des Berceaux Rampans soient de même espece de ceintre que les surhaussez & surbaissez, dont les impostes sont de niveau entr'elles; puisque les uns & les autres sont Elliptiques, il y a cependant quelques differences, qui méritent des attentions particulières.

LA première est que si l'on fait une voute extradossée ou un bandeau à la face, on ne peut le faire comme aux autres faces Elliptiques de deux arcs d'Ellipses concentriques & semblables à l'arête de la doële & de l'extrados; lorsque chacune des impostes est formée par un lit, ou par des moulures de niveau; parce qu'alors la ligne de rampe AB de la doële n'est pas de même inclinaison que celle de l'extrados DE, quoique l'une & l'autre passent par un centre commun C; ainsi supposant une ligne de sommité SO horizontale, il est clair que ces deux Ellipses n'auront pas des mêmes diametres conjugués semblablement posés; alors il convient de prendre le ceintre au milieu de la largeur du bandeau, comme en RNM, & de porter au dessus & au dessous la demi-largeur, en la traçant avec le compas fixe, d'un côté sur le trait du milieu, & la pointe de l'autre dirigée suivant la coupe, c'est-à-dire, perpendiculairement à l'arc tracé au milieu. Fig. 61.

LA seconde observation à faire est sur la position des axes de l'Ellipse, qui ne passe pas par les impostes, & par la clef dans les arcs rampans, comme dans les surhaussez & surbaissez, dont les impostes sont de niveau entr'elles.

LES lignes qui passent par ces points sont ordinairement des diametres conjugués, ou des autres diametres, qui sont entr'eux des angles inégaux de part & d'autre de leur intersection; sçavoir un aigu du côté de l'imposte supérieure, & un obtus vers l'inférieure.

D'ou il suit que le contour de la demi-Ellipse, ou d'un autre arc plus ou moins grand, suivant l'inclinaison des piedroits, lorsqu'ils ne sont pas aplomb, étant partagé par le milieu de la clef en deux parties inégales, ne peut être divisé en voussours égaux, comme les ceintres de berceaux ordinaires, ce qui entraîne des irrégularitez inévitables.

Si le hazard fait qu'on puisse diviser chaque côté en parties égales entr'elles, il est clair qu'elles ne seront pas égales en nombre, il y aura plus de voussours dans la partie inférieure que dans la supérieure. Si l'on veut que le nombre soit égal de part & d'autre de la clef, il est

Fig. 64

évident que ceux de la partie inférieure seront plus grands que ceux de la supérieure, comme on voit à la fig. 64. de la planche 35.

IL reste à sçavoir s'il convient de les faire égaux entr'eux dans chaque partie, comme on a fait à la même figure, ou s'ils doivent être tous inégaux suivant une certaine progression.

Si on les fait égaux dans chaque partie, il est visible que la différence de l'un à l'autre devient choquante au sommet, par une trop grande proximité de deux contreclefs, qui en présente de près la comparaison.

Si l'on distribue la différence par une suite continuë, depuis l'imposte inférieure à la supérieure, on pourra considérer l'arc Rampant comme une portion de spirale, prendre un centre & la décrire au dedans, & l'on aura une diminution continuelle. Mais il en résulte, que le couffinet de l'imposte supérieure deviendra le plus petit de tous les vouffoirs.

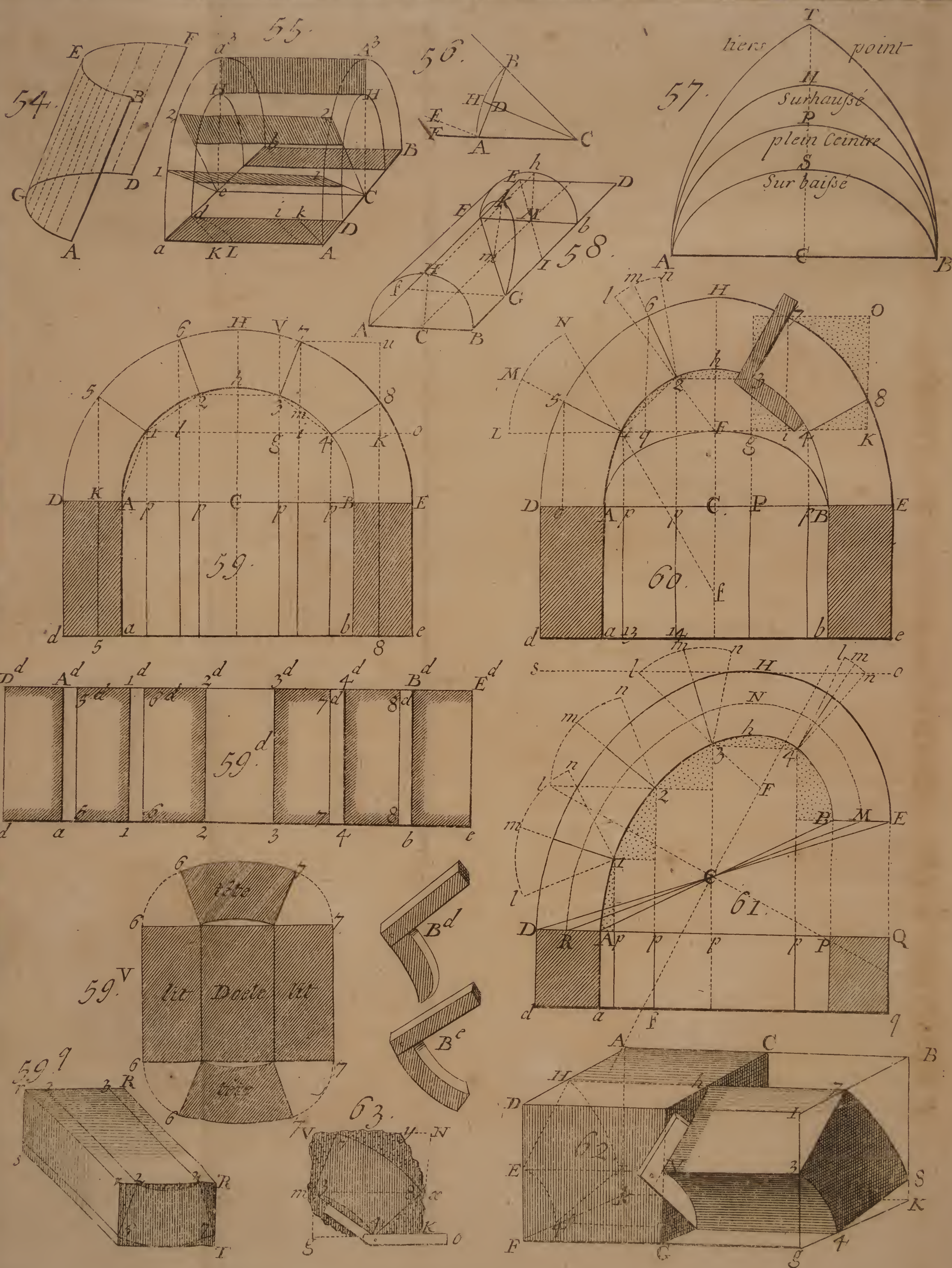
Si l'on veut faire la diminution depuis chaque imposte à la clef, on peut trouver différentes manières pour y parvenir.

L'UNE est de diviser les tangentes moyennes dans l'épaisseur, comme rS , SO , Om en un même nombre de parties égales, depuis les points d'attouchement r , T , m , ou en autant de parties que l'on veut avoir de vouffoirs, comme ici en 7, pour en avoir dans chacun trois & demi, à cause de la moitié de la clef; puis tirant les lignes droites de chacun des points rTm aux divisions des tangentes opposées, les intersections de ces lignes donneront des points x^1 x^2 3^3 , &c. qu'on cherche. Ainsi les lignes $T1^1$, $r1^1$ donneront par leur intersection le point x^1 ; les lignes $T2^1$, $r2^1$ donneront le point x^2 , par où doit passer le second joint de tête, ainsi du reste.

IL faut cependant remarquer que la diminution ne commençant pas à l'imposte, mais au petit axe IC , il faut y suppléer en élevant un peu la première division.

CETTE operation est fondée sur une propriété des tangentes, démontrée dans les traités des sections coniques; sçavoir qu'elles sont en même raison dans les parties comprises entre leurs intersections & leurs points d'attouchement d'un côté à l'autre, ainsi $ST:TO::Sr:Om$.

ON peut faire une division inégale depuis les impostes à la clef, par le moyen des arcs de cercles égaux, laquelle paroît plus convenable que la précédente; parce qu'il n'y faut point de correction.





AYANT tiré une perpendiculaire indéfinie TV_7 à la ligne de sommité SO , par le point d'attouchement T , qui coupera la ligne de rampe RM au point V ; de ce point pour centre & d'un rayon pris à volonté comme VC , on décrira un arc C_78 , qui coupera TV prolongé en 7 ; on fera l'arc $7,8 = C_7$, & l'on tirera la ligne $8V$, à laquelle on mènera par le point M la parallèle MX , qui coupera TV au point X .

ENSUITE du point V pour centre, & du rayon pris à volonté, on décrira un arc $9\ 10$, qui coupera RM au point 9 , & TV au point 10 ; puis du point X pour centre, & d'un rayon aussi pris à volonté, on décrira un autre arc $10\ M$. On divisera l'un & l'autre en parties égales pour autant de vouffoirs qu'on voudra de chaque côté de la clef, & une moitié de plus pour la clef, comme aux points $1, 2, 3, 4, 5, 6$, par lesquelles on tirera des lignes qui rencontreront l'arc rampant en des points, qui en marqueront les divisions qu'on a ponctué & tiré des centres V & X , si l'on juge à propos, ou tous d'un seul centre V .

ON pourroit encore faire une division des parties inégales suivant une certaine progression, par le moyen des arcs de cercles égaux entr'eux, en supposant que le grand axe & les foyers de l'arc rampant Elliptique font donnez.

AYANT tiré par un des foyers, par exemple F , l'horizontale $g7^\circ$, de ce même point F pour centre & d'un rayon pris à volonté on décrira un demi-cercle $gH^\circ 7$, qu'on divisera en autant de parties égales qu'on voudra de vouffoirs, comme ici aux points $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$, ensuite du foyer opposé f pour centre & pour rayon le grand axe Kk , on décrira un arc de cercle $dx\ z'Y$, qui coupera les rayons tirés du centre F aux divisions du demi-cercle en des points $z^1\ z^2\ z^3\ z^4$, &c. desquelles si on tire les lignes au second foyer f , elles couperont l'arc rampant aux points $1\ 1\ 2\ 2\ 3\ 3$, &c. que l'on cherche. Ensuite pour trouver la coupe des joints de tête, passans par ces points trouvez, on mènera des lignes du centre F aux points $z^1\ z^2\ z^3$, &c. & par les points trouvez $r^1\ r^2\ r^3$ on leur mènera des parallèles $1\ 1\ q$, &c. qui seront les coupes demandées pour les joints de tête. Quoique cette maniere soit différente de celle que nous avons donné ci devant à la page 108. Elle n'est pas moins Géométrique, ce que je pourrois démontrer s'il étoit nécessaire.

LORSQU'ON a plusieurs arcs rampans à faire de suite, comme il arrive ordinairement sous les terrasses rampantes, ou sous des grands escaliers, il faut les agrandir ou diminuer dans une même proportion, afin que le rapport des ouvertures soit toujours le même à l'égard de la hauteur des piedroits. Le trait n'en n'est pas difficile à quiconque a des principes de Géometrie; cependant comme on voit des estampes

gravées de la face du Château neuf de St. Germain en Laye, où ces proportions ne sont pas observées, soit que ce soit par la faute du Dessinateur ou de l'Architecte; j'ai cru que je ferois bien de le donner ici, en suivant la même idée d'Architecture.

Fig. 65. SOIT [*Fig. 65.*] la ligne de rampe HB, que je prends ici sous la Phrise, il n'importe en quel endroit, sous laquelle le trapeze ABED est déterminé de largeur horizontale DE, pour y tracer un Arc Rampant avec deux moitiés des trumeaux qui doivent l'accompagner, il s'agit de continuer ces Arcs en même proportion.

AYANT tiré les diagonales AE, BD, on menera par le point inférieur A la ligne Aa parallèle à DE, qui coupera le côté BE en a, par où on menera ax parallèle à BA, qui rencontrera la diagonale AE en x. d'où on menera xF parallèle à DE, & par le point F la ligne verticale FG, qui donnera sur ED prolongée le point G. Le trapeze FA, DG fera celui qui doit suivre le premier ABED; ensuite pour avoir le troisième; ayant prolongé Fx en f à la rencontre de la ligne BE, on menera fy parallèle à BA, & yH parallèle à EG, qui rencontrera la ligne de rampe BE prolongée au point H, d'où abaissant l'aplomb HI, on aura le troisième trapeze HFGI, pour la place du troisième Arc rampant.

PRESENTEMENT pour avoir les largeurs proportionnelles, ayant déterminé celle d'une moitié de trumeau eL, & avec son piedroit eK, qui couperont la diagonale AE en K & L, on menera par ces points des lignes K μ , LV, au point de concour des lignes EI & BH, qui sont convergentes; mais comme ce point est ici hors de la figure, on aura recours au Probl. 1. du 3. Livre. Ces lignes couperont toutes les diagonales des trapezes semblables en des points k, l; m, n; o, p; q, r; s, t; &c. qui détermineront toutes les largeurs des trumeaux & des piedroits, il ne s'agira plus que de mener des verticales par ces points trouvez.

LA hauteur de l'imposte étant aussi réglée en b, pour le milieu du premier trumeau, on en aura la continuation en tirant de ce point une ligne à celui de rencontre des lignes de niveau EI, & de rampe BH, comme ci-devant.

IL faut remarquer que ce n'est qu'en pareil cas de plusieurs Arcs rampans de suite qu'on doit faire les impostes rampantes; parce que cette disposition de lit en plan incliné est contraire à la solidité, du moins en apparence; car les bons Appareilleurs font un joint de niveau.

Explication Démonstrative.

PUISQUE les rapports de la largeur d'une baye à sa hauteur, & à la largeur de ses piedroits & Trumeaux font la principale grace de cette sorte, de piece d'Architecture, il est de la convenance dès qu'on les a réglé de ne les pas alterer, dans la suite des arcs avec lesquels elle doit faire simétrie; or il est clair, par la construction, que tous ces rapports sont conservez dans le triangle ABE du premier trapeze ABDE; puisque la premiere hauteur BE est à la largeur inclinée BA, comme la seconde hauteur AD égale [par la construction] à aE , est à la seconde largeur inclinée ax ou son égale AF, & comme la troisième hauteur FG = fE , est à la troisième largeur inclinée fy = FH. Ainsi des autres rapports de largeur de trumeaux & de piedroits; puisqu'en imaginant les deux lignes de base EI & BH prolongées jusqu'à leurs rencontres, on trouvera par-tout des triangles semblables, formez par les verticales des arêtes des piedroits, & de celles des Avantcorps des trumeaux; *ce qu'il falloit faire.*

LA même raison qui nous a engagé de tracer ici les Arcs rampans de la deuxième Terrasse du Château neuf de St. Germain, nous invite à proposer un changement aux arcs rampans de la Chapelle de Versailles, l'Architecte Jules HARDOUIN, qui a un peu imité dans le Comble & son couronnement le goût Gotique, l'a aussi fort imité dans les arcs rampans des *Arcs Boutans*, qu'il a fait buter presque horifontalement avec la clef en TD, au lieu de prendre la naissance sur un dosseret en MxT, & former un arc rampant complet RETxM, qui auroit eu plus de grace & plus de force. Il est vrai que la corniche C & la balustrade B cachent cette partie de bâtiment, ce qui l'a sans doute déterminé à n'avoir aucun égard à la décoration; car quoiqu'il ne fût pas aussi habile que le fameux François MANSARD son Oncle, dont il a pris le nom, on ne peut disconvenir qu'il ne fût bon Architecte.

DES BERCEAUX OBLIQUES.

TOUT Berceau, dont l'axe n'est pas perpendiculaire à sa face, pourroit être appelé *Biais*, en terme de l'Art; cependant comme il y a des noms destinez pour exprimer différentes obliquitez, on ne doit donner le nom de *Biais* qu'à celui dont la face est verticale, mais inclinée à la direction horifontale. Si l'obliquité consiste dans l'inclinaison de la face, à l'égard de l'aplomb ou du niveau, elle s'appelle *Talud*. Et enfin si elle consiste dans l'inclinaison de l'axe à l'horison, elle s'appelle *Descente*.

LES Berceaux obliques doivent quelquefois être confiderez comme des demi-cylindres scalenes, lorsque leurs faces étant circulaires, sont inclinées à l'axe qui est proprement la direction du Berceau.

QUELQUEFOIS ils doivent être confiderez comme des demi-cylindres Droits, coupez obliquement par leurs faces, lorsque l'*Arc-Droit* est circulaire, & la face surhaussée ou surbaissée; ainsi on ne peut les bien désigner par le mot de *Scalene*; puisque les Berceaux droits, de face Elliptique, sont aussi intrinséquement des demi-cylindres scalenes.

ON peut seulement dire en general, que la difference du Berceau Droit au biais, soit en talud, soit en descente, consiste en ce que le ceintre de face n'est pas égal à celui de l'*Arc-Droit*.

D'ou il suit, 1.^o que dans la construction d'un berceau biais il faut toujours connoître deux ceintres, l'un perpendiculaire à son axe, lequel est l'*arc-droit*, qui d'un berceau biais en fait un Droit, mais non pas toujours un demi-cylindre Droit, l'autre est un ceintre oblique à ce même axe, qui montre l'excès dont le berceau oblique surpasse le Droit.

Secondement, que ces deux ceintres doivent être divisez proportionnellement; puisqu'ils doivent comprendre un nombre égal de vouffoirs, semblablement posez, & séparez par les surfaces des lits, dont chaque direction prolongée doit passer par l'axe du berceau.

Troisièmement, que ces ceintres sont dans une dépendance mutuelle; comme les sections d'un même cylindre, en sorte que si l'un est circulaire, l'autre sera Elliptique; parce que la section souscontraire ne peut avoir lieu entre l'*arc droit* & l'*arc de face*, l'angle de l'un à l'égard de l'axe étant droit & l'autre oblique; enfin que si l'un est oblique, l'autre par la même raison ne peut lui être égal, mais d'une Ellipse plus ou moins alongée, s'il n'est pas circulaire. Cela supposé, nous allons donner la construction des obliques dans leurs faces, à l'égard des axes horisontaux, & ensuite de ceux dont les axes sont inclinez à l'horison.

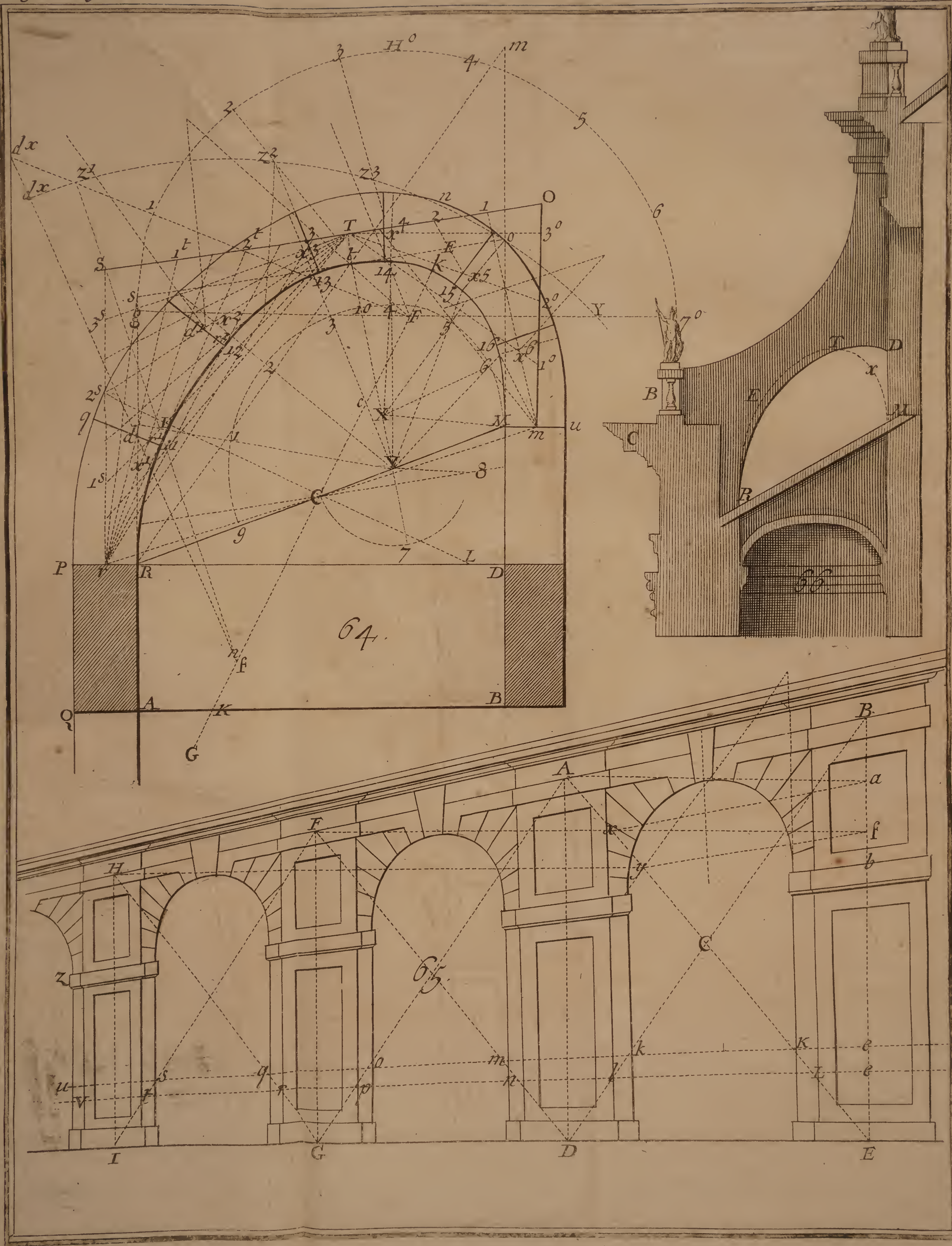
P R O B L E M E XI.

Faire un Berceau Horisontal de face oblique d'une seule ou de deux & trois obliquittez.

Premier cas, où les faces sont simplement biaises sans talud.

fig. 67. SOIT [Fig. 67.] ABEF le plan horisontal d'un berceau, dont la face AB est inclinée à l'axe CN, qui exprime sa direction.

SUR *ab*, comme diametre intérieur de la face à la doële, ayant tra-



cé le ceintre abb en demi-Ellipse ou en demi-cercle, tel qu'on veut ; & l'ayant divisé en ses vouffoirs aux points 1, 2, 3, 4, on tirera les joints de tête 1' 5, 2' 6, 3' 7, 4' 8, du centre C, si le ceintre est circulaire ou perpendiculairement aux tangentes, qui le toucheroient à chaque point de division comme nous l'avons dit ci-devant. Ensuite on abaissera de chacun de ces points des perpendiculaires au diamètre ab , qui le couperont aux points p^1 , p^2 , p^3 , p^4 , par lesquels on menera des parallèles à l'axe CN, prolongées indéfiniment, comme $p^1 r^1$, $p^2 r^2$, $p^3 r^3$, &c.

On en fera de même pour l'extrados AHB, comme la fig. le montre.

Formation de l'Arc-Droit.

AYANT tiré par un point d , pris à volonté, une perpendiculaire dB aux côtes AF, BE, qui coupera ceux de la doële aux points D, R, on prendra cet intervalle DR pour le petit axe d'une Ellipse, & le diamètre ab de la face pour le grand axe, si le ceintre de face est circulaire, & s'il ne l'est pas, mais qu'il soit surbaissé, il peut arriver par hazard que le ceintre de l'Arc-Droit devienne circulaire, mais non pas si l'arc de face est surhaussé ; car alors quoiqu'il arrive DR fera toujours le petit axe d'une Ellipse, & Cb la moitié du grand axe. Avec ces deux lignes on décrira [par le Probl. 8. du 2.^e Livre] une demi-Ellipse DXR, qui coupera les projections des joints de lit qu'on vient de tracer au plan horizontal aux points 1', 2', 3', 4', qui seront au contour de l'Arc-Droit, & qui en marqueront les divisions en vouffoirs, correspondantes aux points du ceintre primitif 1, 2, 3, 4, lesquelles divisions seront inégales entr'elles, quoique provenant de celle de l'Arc de face, qu'on vient de supposer égales entr'elles.

Les joints de Tête de cet arc-Droit seront tirez du centre C', comme s'il étoit circulaire, quoiqu'il soit Elliptique, contre la règle que nous avons donné pour les coupes des faces de cette espece de ceintre ; parce que en la suivant ces joints de tête 1' 5', & 2' 6' ne feroient pas parallèles à ceux du ceintre de face 1' 5 & 2' 6, d'où il résulteroit que les lits feroient des surfaces Gauches, par la définition que nous en avons donné ci-devant, page 7. ce qui les rendroit de difficile exécution, pour que les parties convexes & concaves s'ajustassent parfaitement l'une sur l'autre, c'est pourquoi tous les joints doivent tendre à l'axe du cylindre, les uns au point C pour la face, les autres à C' pour l'Arc-Droit.

IL suffit d'avoir la position des coupes de l'Arc-Droit, lorsque les voutes ne sont pas extradossées. Si elles le sont, il faut déterminer les longueurs de ces joints, en traçant pour l'extrados une Ellipse $d \times B$,

concentrique & semblable à celle de l'arc droit DXR à la doële, par le Probl. VII du 2.^e Livre, laquelle coupera les joints de tête tirez du centre C , par les points $1'$, $2'$, $3'$, &c. aux points $5'$, $6'$, &c. Ou seulement en tirant les projections des joints de lit à l'extrados, qui détermineront ces longueurs par leur intersection avec les coupes des joints de tête de l'arc-droit, comme la projection passant par le point p^5 rencontrera la coupe $1'5'$ au point $5'$, qui détermine la longueur de joint $1'5'$, ainsi des autres provenant de l'extrados p^6 , $6'$, &c.

CETTE dernière operation est ordinairement inutile; parce que les voutes sont rarement extradossées, il suffit d'avoir l'angle de chaque coupe à la doële de l'arc-droit pour avoir le biveau de lit & de doële de chaque vouffoir; parce que cet angle change à toutes les voutes biaises d'un vouffoir à l'autre, ainsi l'angle $D1'5'$ de la première doële plate avec son lit de dessus n'est pas égal à l'angle suivant $5'1'2'$, quoique ces angles proviennent de ceux de la face $a1'5'$, $5'1'2'$, &c. qui sont égaux entr'eux, si le ceintre primitif est circulaire.

ON peut aussi décrire l'arc-droit par plusieurs points, suivant le Problème IX. du 2.^e Livre; c'est la méthode de tous les Auteurs de la Coupe des Pierres, qui portent les hauteurs des retombées de l'arc de face $1p^1$, $2p^2$, &c. perpendiculairement au diamètre DR sur les projections des joints de lit, ou sur des perpendiculaires tirées à part par des divisions proportionnelles à celle du diamètre ab . Cette méthode est bonne pour les doèles plates tirées de division en division; mais comme il faut aussi avoir les arcs compris entre ces divisions, ma première méthode est préférable à celle des Auteurs, en ce qu'elle est plus simple, plus expéditive & plus juste; en effet comme les arcs de tête sont quelquefois un peu grands, ce n'est pas assez de deux points pour les tracer à la main, ils sont obligés de sousdiviser les primitifs $a1$, $1'2$, &c. en deux, aux points m & m , pour en tirer un troisième point de l'arc-droit qu'on cherche, ce qui augmente le nombre des lignes, & la confusion dans les épures. Il faut seulement prendre garde en suivant ma méthode, de tracer l'arc-droit par un mouvement continu, d'observer les précautions dont nous avons parlé au second livre pour éviter les faux contours.

APRES avoir trouvé le contour, les points de divisions de l'arc droit en vouffoirs, & les angles des coupes pour les biveaux de lit & de doële, on n'a plus besoin que de chercher la différence des longueurs des joints de Lit pour former les *Panneaux de doële plate*, qui sont des trapèzes, comme $AdDa$ rectangles à l'arc droit en d & D , dont les longs côtes sont donnez sans alteration à l'épure dans la projection, & leur

distance, qui est la largeur de la doële plate, est donnée par les cordes correspondantes de l'arc-droit; ainsi on a tout ce qui est nécessaire pour tracer ces panneaux, lesquels étant assemblez & rangez de suite donneront la figure $DaMbR$, dont la doële oblique surpasse celle d'un berceau Droit, qui seroit terminé à la ligne DR , laquelle figure est le développement du trapeze de la figure 67. $abRD$. Fig. 68.

POUR donner un exemple de la construction d'une doële plate, soit la projection de celle du premier vouffoir ap^1 , 1^1D , on fera à part une ligne $D1^1$ [Fig. 68.] égale à la corde $D1^1$ de la fig. 67. & ayant élevé aux extrémités de cette ligne des perpendiculaires indéfinies Df , 1^1g ; on prendra à la fig. 67. la longueur Da qu'on portera sur Df , où elle donnera le point a la longueur 1^1p^1 de la fig. 67. sur 1^1g de la fig. 68. qui donnera le point 1^d , ayant tiré la droite $a1^d$, le trapeze $a1^d1^1D$ fera la figure de la première doële plate, ainsi des autres.

S'IL étoit trop incommode de prendre toutes les longueurs des joints de lit, depuis la ligne DR , & que si l'on vouloit se dispenser de faire un panneau. Ayant seulement l'angle aigu ou obtus de la tête, il n'y a qu'à tirer par les points de projection p^1p^2 des perpendiculaires à la direction du berceau Da , qui rencontreront les projections des joints de lits aux points y, z ; alors portant la longueur ya en DY de la fig. 68. on tirera $Y1^1$, qui donnera les angles de tête $DY1^1$ aigu, & $Y1^1E$ obtus & pour la doële plate suivante les angles 1^1z2^1 & $z2^1e$, &c.

Où il faut remarquer que le panneau de la clef est donné dans ses justes mesures, au plan horifontal en $p^2p^33^12^1$, excepté aux descentes.

ON trouvera de la même manière les *Panneaux de lit*, qui seront aussi des trapezes rectangles, par un bout vers l'arc-droit, dont les côtes sont exactement donnez à la projection des joints de lit, il ne s'agit que de les écarter parallelement de l'intervale des coupes de l'arc droit 1^15^1 , 2^16^1 , &c. de la fig. 67.

Où il faut remarquer que les deux premiers lits sont toujours donnez dans leurs justes mesures à la projection horifontale, comme $dAaD$, bBR excepté aux descentes.

SUPPOSONS, pour exemple, qu'on veuille faire le panneau du second lit, dont la projection est le trapeze $p^6p^22^16^1$, ayant tracé à part une ligne 6^12^1 fig. 68. égale à 6^12^1 de la fig. 67. on élèvera à ses extrémités deux perpendiculaires indéfinies 6^1b & 2^1i , sur lesquelles on portera les longueurs 6^1p^6 , 2^1p^2 de la fig. 67. qui donneront les points 6^d , 2^d , le trapeze $6^d6^12^d2^1$ fera le panneau de lit que l'on cherche.

ON peut aussi comme pour les doëles plates en trouver les angles de tête, par le moyen des lignes Vp^5 , up^6 .

Si après avoir fait le développement de la doële comme nous venons de le dire ci-devant pour l'assemblage de tous les panneaux de doële rangez de suite, on range aussi ceux de lit sur les lignes des joints de lit qui leur sont communs, on aura une figure telle qu'on la voit au chiffre 68, que les Appareilleurs appellent *Développement*, dont nous avons parlé au troisième Livre, laquelle est un composé de deux especes de surfaces différentes, dont l'assemblage sur une plane ne sert de rien qu'à montrer d'un coup d'œil les différences des parties; c'est pourquoi nous l'emploierons rarement dans le cours de cet Ouvrage.

Nous l'employons dans ce commencement pour montrer que les panneaux de l'une & de l'autre espece varient dans les voutes biaises d'un côté de la clef à l'autre, dans les ouvertures des angles de leurs Têtes; d'un côté ils sont obtus, & de l'autre ils sont aigus; parce que d'un côté de la clef ils s'allongent dans la partie du haut ou du bas, dans laquelle ils se raccourcissent de l'autre, en sorte que les angles aigus ou obtus de la droite sont les suppléments de ceux de la gauche à distances égales de la clef.

Biveaux.

Fig. 67. IL ne reste plus présentement pour faire usage des panneaux qu'à connoître les angles qu'ils doivent faire entr'eux, & en former les *Biveaux*; il y en a de deux especes, sçavoir ceux de *Lit* & de *Doële*, qui sont donnez par le trait de l'Épure aux coupes de l'Arc-Droit, comme l'angle $Dr' 5'$ marque l'inclinaison des surfaces de la doële plate Dr' , & du lit $r' 5'$, qui est le même plan que celui qui passe par $r' 5'$, laquelle surface est équivalente de deux; sçavoir au lit de dessus du couffinet, & au lit de dessous du premier vouffoir, dont l'inclinaison avec la doële est l'angle $5' r' 2'$ différent du premier, si l'arc-droit n'est pas circulaire, comme il ne l'est pas en effet si la face est en plein ceintre.

D'où il suit que l'angle obtus que font deux doëles plates n'est pas le double du supplément du biveau de lit & de doële d'un des vouffoirs contigus, mais la somme de deux suppléments inégaux.

CET angle obtus des doëles ne peut être d'usage dans la construction, que pour un Poseur qui n'auroit pas de cerche pour se conduire.

LA seconde espece d'angles dont on a souvent besoin pour l'appareil est celle des doëles plates avec leurs têtes, ceux-ci ne peuvent se trouver sur le Trait que nous venons de faire, ni sur le plan horizontal, ni

sur l'élevation & le développement; car quoique la direction horifontale de la doële d'un berceau de niveau fasse un angle Droit avec une section verticale de la face aplomb, cette direction n'étant pas perpendiculaire à la corde, qui est la commune section de la doële plate & de la face, n'est pas aussi perpendiculaire au plan de la face, mais à une seule ligne de cette face dans la situation verticale; ainsi il faut avoir recours au Probl. XIII. du troisième Livre.

ON veut, par exemple, trouver le biveau de la doële plate 3.4 Fig. 67. avec la face, c'est-à-dire, avec la tête 3.7.8.4. ayant prolongé la corde 3.4. jusqu'à ce qu'elle rencontre le diametre horifontal AB, prolongé en o, on menera par ce point o une ligne o Y parallele à la direction BE ou b R, puis par un point b, pris à volonté sur ce diametre, on tirera sur la ligne 3.o la perpendiculaire bq, & sur le même diametre AB la perpendiculaire BY, qui rencontrera la ligne o Y au point Y, puis portant la longueur bq en bL sur le diametre AB on tirera la ligne LY; l'angle ALY fera celui que l'on cherche, comme il est démontré au Probl. cité.

Application du Trait sur la Pierre.

ON peut tracer & tailler un vouffoir de trois manieres, qui conduisent par differens moyens à la même fin. En commençant par la tête ou par le lit; la meilleure est ordinairement de commencer par la doële plate.

AYANT dressé un parement pour servir à une de ces trois surfaces, par exemple, pour la doële plate on y appliquera le panneau qui convient à la place du vouffoir tiré du nombre de ceux qu'on avoit de suite à la fig. 68. lequel sera découpé sur un morceau de carton ou de planche mince, pour en tracer le contour exactement sur le parement dressé. Ensuite prenant le biveau de doële & de lit, ou si l'on veut de doële & de tête, on abattra la pierre suivant l'ouverture de l'angle, observant que ses branches soient toujours posées d'équerre sur l'arête, & après avoir formé cette seconde surface, on lui appliquera aussi un second panneau, ou de lit, s'il s'agit du lit, ou de tête, s'il s'agit de la tête, celui-ci donnera les positions des deux lits, & celui de lit donnera à ses extrémités la position des deux têtes antérieure & postérieure. Ainsi il est plus avantageux de faire la tête en second parement; parce que faisant passer une surface plane [par le Probl. I. de ce 4. liv.] par le joint de tête & par le côté du panneau de doële, on formera les deux lits, terminez du côté de la face seulement, & l'autre se terminera de même, si les faces antérieure & postérieure sont paralleles, ou suivant l'angle qu'exigera le Trait. Voyez la fig. † au bas de la planche 36.

LA doële plate étant faite, il ne reste plus qu'à la creuser suivant le panneau de tête, & pour plus d'exactitude par le moyen d'une cerche convexe, & le vouffoir fera achevé.

Nous avons supposé dans cet exemple, que le ceintre de face étoit primitif & circulaire, & par le rapport des sections cylindriques, il en arrive que l'arc-droit est Elliptique & surhaussé; parce que le cylindre est scalene, dont la section perpendiculaire à son axe est une Ellipse, & non pas un cercle, ce qu'il est bon de remarquer en passant pour sçavoir ce que l'on doit penser sur ce qu'avance M. de la RUE, à la page 18. où il dit, *qu'il est certain que la coupe faite perpendiculairement à l'axe, doit former un cercle, si les bases du cylindre sont parfaitement rondes.* Il n'a pas pris garde que tous les cylindres ne sont pas Droits sur leurs bases, témoin celui-ci.

MAIS si nous avions supposé l'arc-droit DR circulaire, nous aurions rendu le cylindre droit intrinséquement, & sa base AHB, qui est une section oblique, feroit devenue Elliptique.

D'ou il résulte, comme nous l'avons dit ci-devant pour une disposition contraire, que si l'on avoit tracé les joints de tête suivant la bonne règle perpendiculairement à la tangente de la division de l'arc intérieur en vouffoirs, & ceux de l'arc-droit suivant la règle, aussi tendant au centre C^r, il feroit arrivé que les lits auroient été Gauches; parce que les joints de tête de la face, & ceux de l'arc-droit n'auroient pas été parallèles entr'eux, en ce que ceux de l'arc-droit auroient concouru à l'axe, & ceux de l'arc de face n'y auroient concouru qu'à l'imposte seulement; par-tout ailleurs leur direction auroit varié suivant le plus ou le moins d'obliquité de la face.

OR comme il importe pour la commodité de l'exécution de faire les lits en surfaces planes, il faut de nécessité fausser une des coupes, ou celle de face, ou celle de l'arc-droit, ce que la maniere de tracer l'épure par la projection donne, sans qu'il soit nécessaire d'y rien changer. Il faut seulement en ce cas tirer ces projections des joints de lit d'extrados, que l'on pouvoit se dispenser de tirer dans le cas de l'arc-droit Elliptique, dont nous avons fait les joints de tête en fausse coupe, pour que tendant au centre C^r, qui est dans l'axe du berceau, ils soient dans le même plan que ceux de tête à la face.

JE ne prétends pas au reste qu'il soit de nécessité indispensable de faire les lits plans, on pourroit fort bien les faire gauches jusqu'à l'arc-droit; mais de l'arc-droit en continuant ils feroient un pli à l'extrados, d'où ils reprendroient une différente direction; l'inconvenient n'est pas grand

grand; un habile Appareilleur pourroit fort bien se conformer à la règle, lorsque le joint de lit d'extrados ne doit pas paroître. De telles vou-tes extradossées sont rarement vûës par dessus; mais ce feroit se donner une peine assez inutile.

POUR faire les lits plans, lorsque le ceintre de face est surbaissé ou surhaussé Elliptique, & que ses joints de tête sont tracez suivant les règles perpendiculairement à la tangente, au point de chaque division de voussoir, il faut chercher l'inclinaison de la coupe de l'arc-droit comme il suit.

SOIT [Fig. 70.] le joint de tête donné dt à l'arc de face surbaissé AbB , Fig. 70. ayant prolongé cette ligne dt jusqu'à ce qu'elle rencontre le diamètre AB en x , on menera par ce point x une ligne xy parallèle à la direction Cc de la voute biaise, qui coupera le diamètre DB de l'arc-droit DHB au point y ; par lequel & par le point 4 de l'arc-droit correspondant du point d [l'un & l'autre provenant de la projection du même plan gp^4] on tirera la ligne $y4z$, le joint $4z$ fera celui que l'on cherche, lequel est différent de la coupe naturelle au plein ceintre $4'8$ tirée du centre C .

LA même construction servira pour tous les autres joints de tête qu'on peut tirer suivant les règles au ceintre Elliptique AbB .

Explication Démonstrative.

PREMIEREMENT, la démonstration de cette dernière operation particulière est fondée sur la 7.^e proposition du 11. Liv. d'EUCL. car puisque les points d & 4 doivent être supposez en l'air, perpendiculairement au plan $ABFE$, & à même hauteur, ils sont dans une horizontale parallèle à leur projection gp^4 ; laquelle est par la construction parallèle à xy ; donc par la construction citée, les points d & 4 sont dans le même plan que xy , ce qu'il falloit démontrer.

QUANT au reste des operations précédentes, il faut se rappeler les sections des cylindres scalenes que représente les berceaux biaises. Nous avons dit au premier Liv. que si la base d'un tel cylindre qui est ici la face du berceau, étoit circulaire, la section perpendiculaire à l'axe étoit nécessairement une Ellipse; or le diamètre de la base circulaire oblique étant donné, les deux axes de la section perpendiculaire Elliptique le sont aussi, puisque les hauteurs à la clef doivent être égales au ceintre de face, & à celui de l'arc-droit, & que la section par l'axe du cylindre qui est le plan horizontal, donne le rapport du diamètre de la base au petit axe de l'Ellipse, cela supposé.

Fig. 67. Si l'on relève par la pensée le demi-cercle AHB de la face du berceau en le faisant mouvoir sur son diamètre AB, comme sur une charnière, jusqu'à ce qu'il soit perpendiculaire au plan dAB de la projection horizontale, qu'on relève aussi de même l'arc-droit dXB , ces deux plans, qui dans le dessein étoient confondus avec l'horizontal, deviendront verticaux, sans que les points de leurs divisions s'approchent de leur diamètre; de sorte que les perpendiculaires menées à ces diamètres deviendront des *aplombs*, c'est-à-dire, des verticales; par conséquent parallèles entr'elles, quoiqu'elles ne le soient pas dans le dessein à plat; d'où il suit [par la 7.^e du 11.^e d'Eucl.] qu'elles feront dans un même plan, & toutes celles qui les couperont. Or puisque les hauteurs de l'arc-droit ont été faites égales à celles de l'arc de face, il suit que les joints de doële & d'extrados, qui passeront en l'air par ces hauteurs, comme du point 6 à 6_r, & de 2 au point 2', feront à la surface d'un cylindre, & de longueurs égales à celles de la projection, puisqu'elles leur sont parallèles horizontales, terminées par des verticales; donc les mesures des longueurs des joints de lits sont bien prises sur le plan horizontal.

A l'égard des cordes de doële plates lesquelles sont inclinées à l'horison, leur mesure ne peut être prise que dans l'élevation de ces arcs qui sont censés verticaux dans le dessein, quoiqu'ils ne le soient pas.

Il est donc clair que la vraie figure de la doële plate est bien trouvée; puisque les quatre côtes sont données avec deux angles droits & les deux angles obliques de la tête, laquelle figure est différente de celle de la projection horizontale, en ce que les angles obliques du trapèze trouvé sont l'un plus ouvert, l'autre plus fermé qu'ils ne sont au plan horizontal, & les intervalles des côtes parallèles plus grands.

S C O L I E.

On pourroit trouver les côtes des panneaux de doële plate par le calcul si l'on vouloit, car les côtes des joints de lit & de têtes sont proportionels aux faillies & aux hauteurs des retombées, & aux différences des longueurs qui expriment l'obliquité du biais; ainsi,

1.^o Pour trouver la différence de longueurs des panneaux, dont tous les joints de lit sont parallèles à la direction du berceau, on aura cette analogie $AB : Ad :: Ap^i : Az$, c'est-à-dire, le diamètre de la face est à l'avance de l'entière obliquité sur l'arc-droit, comme la retombée est à la différence du joint passant par la première division en vouffoir, laquelle différence Az étant soustraite de l'avance Ad , donnera la longueur $p^i r^i$ du premier joint sur l'imposte. 2.^o Pour avoir la retombée de l'arc-droit, connoissant celle de la face on fera cette analogie $Ba : ap^i :: BD : D r^i$.

3.^e Puisque les retombées des lits sont proportionnelles aux lits dont elles sont les projections [par le Theor. I. du 2.^e livre, chacune dans son arc, ou de face, ou Droit, il suit que les retombées & les lits correspondans entre ces differens arcs sont entr'eux comme les longueurs des diametres de l'arc de face & de l'arc-droit; car si l'on prolonge les joints de tête $\gamma^r I$ en C & $\gamma^r I^r$ en C^r , jusqu'à la rencontre du diametre horizontal dB , on aura $p^s p^r : \gamma^r I :: p^s C : \gamma C$, $\gamma^e I^r : \gamma^r I^r :: \gamma^e C^r : \gamma^r C^r$, mais par l'article précédent les retombées sont entr'elles dans les differens arcs de face & Droit, comme leurs Diametres; donc les largeurs des lits marquées par les joints de tête, qui expriment aussi l'épaisseur de la voute, sont entr'elles comme les diametres passans par ces joints.

C O R O L L A I R E.

PUISQUE les hauteurs des retombées correspondantes de l'arc de face & de l'arc - droit sont toujours égales, par la construction, à l'extrados, comme à la doële, il suit que si l'on suppose une section aplomb par le milieu de la clef, l'épaisseur de cette clef dans l'arc-droit sera égale à celle de l'arc de face; car si des hauteurs égales on ôte des quantitez égales, les restes sont égaux; mais l'épaisseur Hb égale à la largeur du lit Aa de l'imposte, est plus grande que celle dD de l'arc-Droit, donc les *Voutes biaises extradossées*, dont l'arc de face est circulaire sont d'une épaisseur inégale, qui augmente continuellement depuis l'imposte jusqu'à la clef, ce qui est contre la bonne construction, comme nous l'avons dit ci-devant, puisque la partie qui est la plus foible devrait être la plus forte.

CETTE conséquence est une confirmation de ce que nous avons avancé au Theor. IV. du premier liv. où nous avons démontré que les sections planes d'un cylindre creux, qui ne sont pas paralleles à la base, étoient des couronnes Elliptiques, comprises par les contours de deux Ellipses, concentriques & semblables, mais non pas équidistantes.

R E M A R Q U E

Sur les fautes que l'on fait contre la bonne construction, dans le choix du ceintre primitif des voutes extradossées.

IL est clair que lorsqu'on fait l'arc de face d'une voute biaise en plein ceintre, on forme un cylindre scalene creux, dont l'arc - droit, qui est la section perpendiculaire à l'axe, est une couronne Elliptique de ceintre surmonté, qui est plus large à la clef qu'aux impostes, comme nous venons de le démontrer au Corol. précédent; d'où il suit évidemment que les voussours qui devroient y être plus légers qu'aux impo-

stes, suivant les règles de la Méchanique, y font au contraire plus pesans, ce qui entraineroit la ruine de la voute, si les Reins n'étoient pas remplis.

CETTE charge illégitime n'est pas un petit objet, lorsque les berceaux sont très obliques à leurs faces, comme il s'en trouve dans certains réduits de nos Fortifications modernes qui sont à la mode, où l'angle du biais, c'est-à-dire, l'obliquité du passage vouté, est moindre de 60 degrez; alors l'épaisseur au-delà de celle de l'imposte devient une augmentation à peu près du tiers de la charge, si la voute est extradossée; mais comme elle ne l'est pas ordinairement dans nos Réduits, & qu'elle est bien appuyée par 5 & 6 pieds de terre au dessus, cette observation n'est d'aucune conséquence pour nos ouvrages de Fortifications.

CE qu'on en doit inferer est que si une voute de grande obliquité étoit extradossée, il feroit de nécessité indispensable de faire l'arc de face Elliptique surbaissé, pour qu'il en résultât un arc-droit circulaire, ou un peu surmonté, si l'on le croit convenable, ce qu'aucun des Auteurs de la coupe des pierres n'a observé.

IL ne faut pas s'imaginer qu'on évite cet inconvénient en faisant le ceintre de face en ovale, composé d'arcs de cercles concentriques, suivant l'usage des Ouvriers & des mauvais Appareilleurs; car chaque portion de cercle qui est comprise par deux segmens de cercles semblables & concentriques, est une portion de base d'un cylindre scalene creux, dont la section perpendiculaire à l'axe est Elliptique, & si le ceintre a trois centres, ce sont trois portions de differens cylindres.

L'ON se jette de plus dans un autre inconvénient, qui est celui des jarrets, qui se forment à la jonction des arcs, parce que la position des centres n'étant plus dans une distance proportionnelle à celle de la base, les rencontres des arcs ne se font plus aux points d'attouchement, où est la seule jonction régulière, pour effacer tout jarret.

IL est vrai que les Auteurs de la coupe des pierres, qui font des arcs de face composez d'arcs de cercles, ne font pas leurs arcs-droits de pareille construction, mais par des points trouvez; cependant leur Trait augmente encore un peu le surcroît de l'épaisseur, de la partie supérieure de la voute biaisée, dont l'arc de face est ovale, même surbaissé; parce que si l'arc de face étoit une couronne Elliptique régulière, elle feroit plus large aux impostes qu'à la clef, ce qui pourroit, en certains cas, rendre l'arc-droit circulaire & d'une épaisseur uniforme, au lieu que la couronne ovale de contour équidistant, donnera

toujours à l'arc-droit plus d'épaisseur à la clef qu'aux impostes.

IL n'est pas nécessaire d'ajouter à la démonstration du trait du berceau biais, pourquoi on a formé les biveaux de lit & de doële à l'arc-droit plutôt qu'à l'arc de face; nous en avons expliqué les raisons au troisieme livre page 370. où nous avons démontré que les angles des plans devoient se prendre sur des perpendiculaires à leur commune intersection.

Du Biais par abrégé.

LORSQU'ON choisit l'arc-droit & circulaire pour ceintre primitif d'une voute biaise, & que l'on fait les divisions des voussoirs parfaitement égales entr'elles, on réduit le Trait à une operation fort simple, qu'on appelle *Biais par abrégé*, laquelle est tirée du premier Chap. de la 2.^e partie du P. DERAN.

SOIT [Fig. 70.] ABFE le plan horizontal du berceau biais. On prolongera le côté EA vers D, auquel on tirera une perpendiculaire BD, sur laquelle, comme diamètre, on décrira le demi-cercle DHB, qui fera l'arc-droit, & le ceintre primitif du berceau, qu'on divisera à l'ordinaire en ses voussoirs, avec cette circonstance, que nous n'avons pas exigé ailleurs, qu'ils soient tous égaux entr'eux aux points 1, 2, 3, 4, par lesquels on menera autant de paralleles à DE, qui couperont la projection de l'arc de face AB aux points 1^a, 2^a, 3^a, 4^a.

PRESENTEMENT, pour trouver les panneaux de doële, il faut tirer des points A, 1^a, 2^a des paralleles à DB, qui couperont les projections des côtes de la clef p^2e , p^3f aux points k, l, m, n , d'où l'on tirera des lignes de l'un à l'autre k, l, m, n , qui exprimeront l'obliquité de la tête du panneau de doële sur les joints de lit; ainsi supposant une voute d'égale profondeur, comme dans cette figure, & faisant la même chose pour la face EF qu'à la face AB, le trapeze $k l f e$ fera le panneau de la premiere doële, $m n q o$ celui de la seconde, & 2^a 3^a 3^e 2^e celui de la clef. Il n'est pas nécessaire d'en tracer davantage; parce qu'en renversant les panneaux du côté de la gauche, ils serviroient pour celui de la droite, les angles d'un côté étant, comme nous l'avons dit à la fig. 68. les supplémens de l'autre, ce sont toujours les mêmes tournez du dedans au dehors.

POUR former les *Panneaux de lit* on fera à peu près la même chose, avec cette différence, que des points 1^a 2^a, on menera les paralleles à DB jusqu'au côté DE, comme 1^ar, 2^as, qui rencontreront ce côté aux points r & s, par lesquels & par le centre C, on tirera les lignes

rt, su , qui exprimeront l'inclinaison des joints de tête sur les joints de lits; ainsi l'angle Est fera celui du premier lit, $Er u$ celui du second, & supposant la voute d'égale profondeur, le premier lit fera le trapeze $TRrt$, le second $VSsu$, il n'importe des largeurs TR, VS , elles sont arbitraires suivant l'épaisseur de la voute, & ne changent rien aux angles des joints de lit & de tête.

PAR la même raison de l'égalité de voussoirs les panneaux de lit de la gauche peuvent servir pour la droite en les tournant en sens contraire, l'angle obtus étant mis à la place de l'angle aigu.

LE ceintre de face biaise AB , qui doit donner les *panneaux de tête* fera une demi - Ellipse AbB , formée par le diametre AB pour grand axe, & DB pour le petit.

Explication démonstrative.

PUISQUE par la supposition les voussoirs sont tous d'égale largeur; ils le sont tous dans ce sens à la clef, qui est représentée à la projection horizontale, sans aucune alteration de ses mesures; parce que sa corde est de niveau; par conséquent parallele au plan horizontal, il ne s'agit donc que de trouver la difference des longueurs & des angles, que la difference d'inclinaison cause à chaque tête; or puisque les longueurs sont données dans la projection des joints de lit, il est clair qu'en tirant les paralleles $Ak, 1^am, 2^an$, on transporte ces longueurs sur les joints de la clef, par conséquent en tirant les lignes kl, mn , d'une longueur à l'autre, on a la juste position de la tête, les côtez $2^2e, 3^3e$ étant dans leur juste distance respective; donc les *doëles plates* sont exactement tracées.

Remarque sur ce Trait.

IL y a une imperfection dans ce trait, que les joints de tête, qui sont tirez du centre commun C , doivent être tirez perpendiculairement à l'arc de face au point de sa division; parce que la face est apparente, ils ne peuvent l'être suivant cette construction; parce que l'arc-droit DHB étant circulaire, l'arc de face biaise, dont AB est le diametre, sera Elliptique; or nous avons démontré au livre 2.^e que hors des axes les lignes tirées au centre d'une Ellipse ne sont pas perpendiculaires à la tangente de l'arc au point où elles le rencontrent; donc les joints sont mal tirez, ce que le P. DERAN, & M. de la RUE qui l'a suivi n'ont apparemment pas aperçu; car ils n'auroient parlé de ce trait que comme d'une pratique d'Ouvrier difforme, & peu réguliere en ce point.

Des Berceaux à double obliquité de Face verticale brisée en deux directions.

En Termes de l'Art.

DE LA PORTE SUR LE COIN DANS L'ANGLE APLOMB.

DE la construction du premier cas de ce Problème il est aisé de conclure, qu'elle doit être celle d'un berceau, dont la face est angulaire, comme pliée en deux parties, qui forment un angle saillant aCb , ce qu'on appelle *Porte sur le coin*, ou un angle rentrant LMN, ce qu'on appelle *Porte dans l'Angle*, comme on voit à la fig. 69. & en élévation sur l'angle saillant à la fig. 71. Fig. 69.

CAR premièrement, si l'on compare la partie FNE de la fig. 67. à la fig. 69. il est évident qu'il ne peut y avoir aucune différence de construction, depuis l'imposte jusqu'à la clef de part & d'autre des faces de droite & de gauche, si elles sont égales entr'elles; puisque l'angle FNE est une continuation de la fig. 67. dont la moitié FxN est semblable au biais EFG, qui peut être égal à celui de l'autre bout $BA d$, semblable encore à la partie FxN , qui est une moitié de berceau biais tournée à gauche, NE une autre moitié tournée à droite, la seule différence de ce trait avec le précédent consiste à la clef, qui comprend les deux obliques par un angle saillant ou rentrant, dont la diagonale xN [Fig. 67.] ou MC [Fig. 69.] sera dans l'axe du berceau, si les faces aC , bC sont égales.

MAIS si les faces ne sont pas égales, comme si le piedroit La avançoit en X , alors la diagonale de l'angle ne tomberoit plus sur l'axe, & s'en écarteroit d'un côté, ce qui fait voir que la porte sur le coin seroit un composé de deux obliques différentes l'une Cb plus oblique, l'autre XC moins inclinée à la direction du berceau.

D'ou il résulte une inégalité de ceintre dans chaque face, si l'on fait les impostes de niveau entr'elles; car la plus courte XC^n seroit nécessairement surmontée si l'autre étoit en plein ceintre, & si XC^n étoit en plein ceintre l'autre bC^n seroit surbaissée; parce que la hauteur du milieu de la clef étant commune, les demi-diamètres horizontaux XC^n , bC^n sont inégaux, lequel changement de ceintre de face entraîne aussi celui de l'arc-droit, où il peut causer des irrégularitez, s'il n'est pas pris pour ceintre primitif.

POUR éviter toute difficulté en pareille circonstance, il convient de prendre l'arc-droit pour ceintre primitif, comme on vient de le faire au *Biais par abrégé*, & il en résulte à chaque face un ceintre particulier

Elliptique, si l'arc-droit est circulaire, l'une des faces est plus, l'autre moins surbaissée.

TOUTE la différence de la Porte sur le Coin & de la Biaise ne consistant qu'à la clef, on fera l'épure de chaque partie aC , bC , comme au biais de la fig. 67. ou 70. & la rencontre des deux biais donnera au plan horizontal la figure de la doële plate de la clef dans sa juste mesure, telle qu'on la voit en $Mf p^3 C p^3 e$.

Application du Trait sur la Pierre.

AYANT dressé un parement pour servir de doële plate, on y appliquera le panneau de la figure nommée, trouvée à l'épure 69. puis avec les biveaux de lit & de doële trouvez par le moyen de l'arc-droit aDb , comme à la fig. 67. on abattra la pierre pour former les deux lits de droite & de gauche, sur lesquels ayant appliqué les panneaux de lit trouvez, comme aux biais simples, on abattra la pierre à l'équerre sur les demi-faces p^2C & p^3C , pour le saillant, & de même en Me , Mf pour le rentrant, lesquelles deux demi-faces étant faites, on y appliquera le panneau 2 HK 6, qui lui convient pris sur l'arc de face $a 1^2 H$ en 2 H, qu'on retournera pour l'autre face, si les deux sont égales, ou qu'on prendra en 3 b , si le ceintre $b43b$ étoit différent du premier, ce qui ne peut arriver qu'au cas que les obliquités des deux demi-faces soient inégales.

Nous n'avons pas parlé d'un autre cas, qui seroit, que l'arête de l'angle saillant ou rentrant ne se trouvât pas au milieu de la porte; parce qu'il causeroit une grande difformité, qu'il est rare qu'on ne puisse pas éviter. Alors la double obliquité ne se trouveroit pas à la clef, mais à un autre voussoir, & le ceintre des deux portions d'arcs de face ne seroit plus commun en C; supposant, par exemple, le piedroit prolongé en X, & l'angle saillant en g, il faudroit prolonger la portion de face Xg, jusqu'à la rencontre de l'axe ou ligne du milieu MC en z, où seroit le centre de la portion de ceintre Xu, qui conviendrait à Xg, laquelle seroit déterminée par une perpendiculaire $g u$ à Xz élevée sur le point g, & celui de la face bbG seroit toujours au même endroit en C; mais il seroit augmenté au-delà du quart d'Ellipse ou de cercle, d'un arc bG que donneroit la perpendiculaire sur bg au point g. Cet avertissement suffit pour un cas qui ne doit jamais arriver.

Explication démonstrative.

IL est clair que si l'on prend pour ceintre primitif l'arc-droit, & qu'on le fasse

le fassé circulaire, cette porte est un cylindre Droit coupé obliquement de deux sections obliques contraires, qui se croisent à l'axe lorsque l'angle est au milieu. Et si l'on fait les arcs de faces biaises circulaires, c'est un cylindre scalene coupé par une section souscontraire, si les deux faces sont égales; & si enfin l'angle n'est pas au milieu, les faces sont deux portions de section, qui se croisent hors de l'axe, & par conséquent leurs centres ne peuvent être communs; parce que dans les sections cylindriques l'axe passe toujours par le centre des sections Elliptiques, quoiqu'il n'en soit pas de même dans les cônes.

ON a marqué à la fig. 68. par des lignes ponctuées un développement qui peut servir à Trois sortes de traits; sçavoir *ABd* pour le berceau *biais*, *dMB* pour la *porte dans l'angle*; *AMN* pour la *porte sur le Coin*, qui est le même tourné en sens contraire, faillant au lieu du rentrant.

Remarque sur l'Usage.

LA *Porte sur le Coin* est un des Traits de la Coupe des pierres qu'on exécute rarement, & qu'un bon Architecte sçait éviter; parce que lorsqu'on est obligé de placer une porte dans un angle faillant ou rentrant, ce qui arrive quelquefois, on y forme un Pan, comme on a fait aux portes de sorties de l'Enveloppe de Manheim; ou bien on forme ce pan en arrondissement de Tour creuse, pour faire porter l'encognure sur une Trompe en niche, s'il faut conserver l'angle faillant dans la partie supérieure, comme on voit à l'Hôtel de Toulouse, rue des Bons-enfans à Paris; cependant s'il arrive qu'on n'ait pas de hauteur sur la porte pour y pratiquer cette trompe, alors on est obligé de faire une Porte sur le coin. Où il faut observer que l'angle doit être au moins Droit; car s'il est plus aigu, l'appareil aura peu de solidité; parce que les voussours pousseront au vuide, & ne se soutiendront que par la longueur de leur queue; ainsi ce genre d'ouvrage ne convient qu'aux angles obtus, ou tout au plus aux Droits, d'autant plus que la difficulté y devient moins sensible à mesure que l'ouverture de l'angle est plus grande.

D'une Espece de Berceau oblique, dont les Lits ne sont pas dirigés à l'axe.

Appellé en Termes de l'Art.

BIAIS PASSE.

CE que les Appareilleurs appellent *Biais passé*, ou assez mal à propos avec les Auteurs, *Corne de Vache Double*, n'est autre chose qu'un berceau biais, de figure ordinaire, mais dont les joints de lit ne sont pas parallèles; parce que les têtes sont inégales & inverses du devant au derriere.

Erreur des
Auteurs.

PLAN. 37.

Fig. 72.

ON doit donc considérer cette voute comme une portion de cylindre scalene coupé obliquement par les plans des lits, dont les joints de la doële sont par conséquent des arcs d'Ellipses, & non pas des lignes droites comme les trace le P. DERAN, & ceux qui l'ont suivi, tels sont le P. DECHALLES & M. de la RUE, ce qui est incontestable.

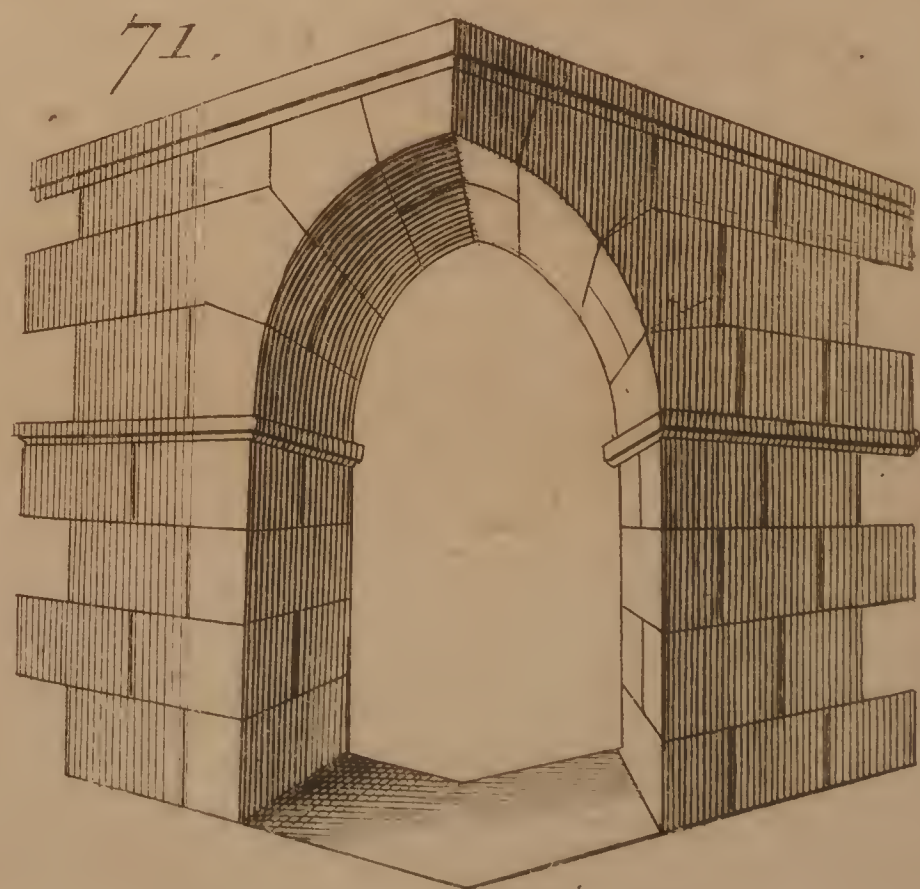
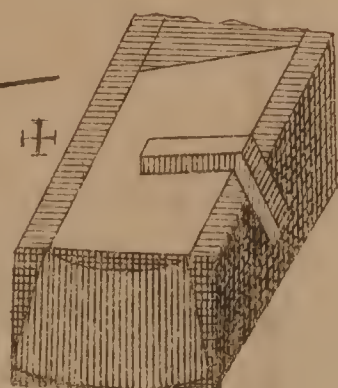
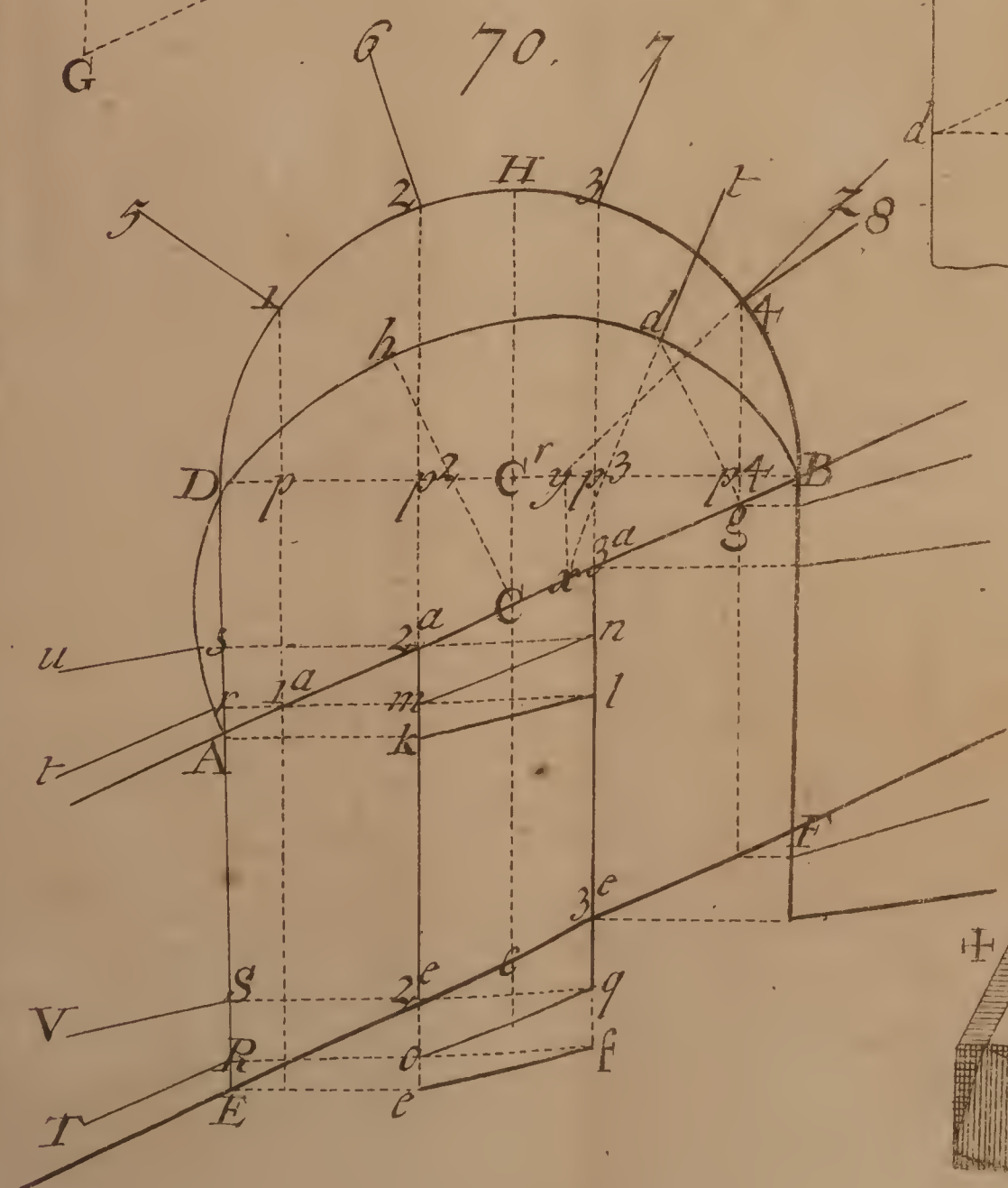
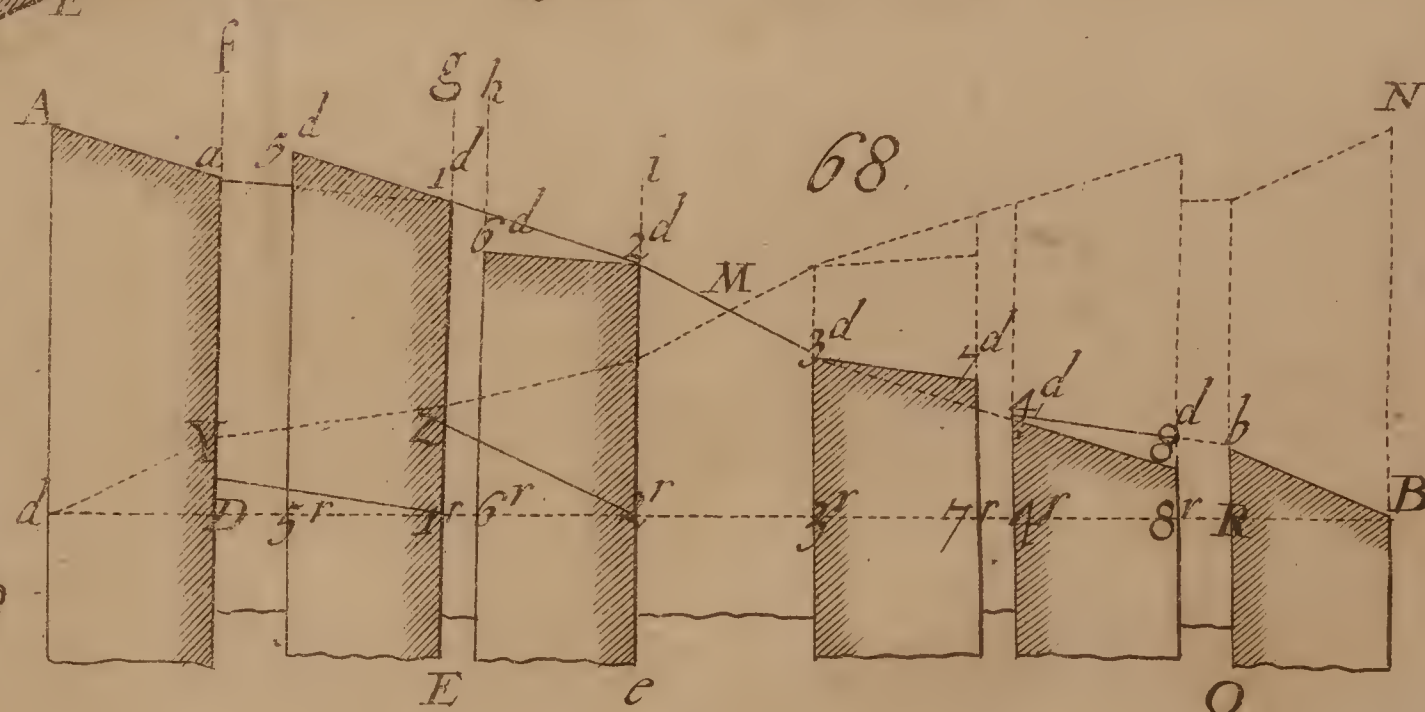
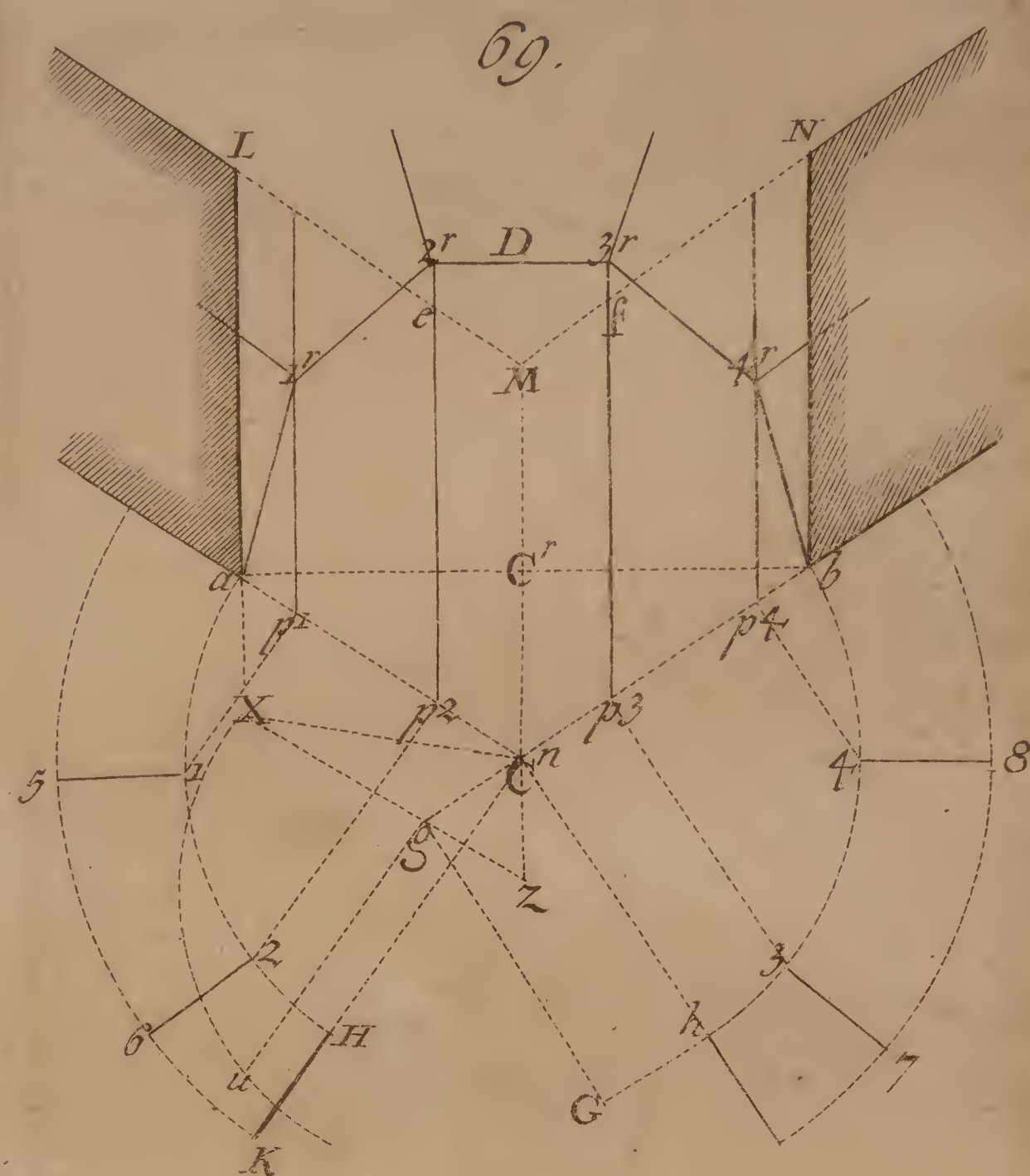
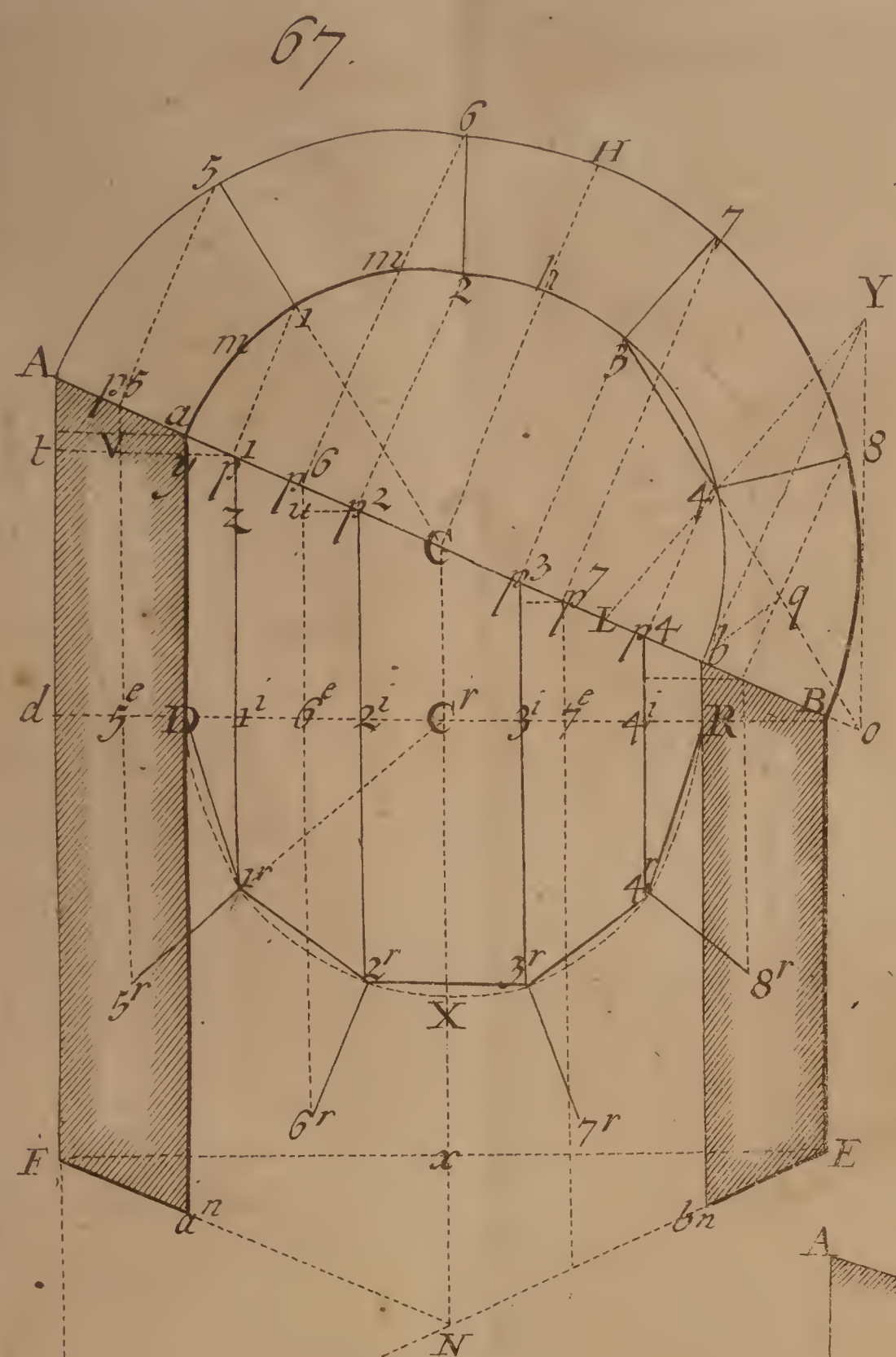
SOIT [Fig. 72.] ABDE le plan horizontal de la voute, qui est le parallélogramme & la seule section par l'axe. Ayant tiré des perpendiculaires Ee , Dd , par les points E & D de la face antérieure ED à la postérieure AB prolongée, on rassemblera sur la même base Ad les élévations des deux faces AB , ED , en décrivant les demi-cercles $A b B$, eHd de leurs ceintres. Puis sur la partie commune eB , comme diamètre, on décrira le demi-cercle eFB , qu'on prendra pour un ceintre primitif, sur lequel on fera les divisions des voussours aux points 1, 2, 3, 4, ou si l'on veut sur le ceintre gothique egB , qu'il ne faut pas cependant considérer comme l'*Arc-Droit*, ainsi que le dit M. de la RUE, qui s'est trompé dans cette expression; car il s'en faut tout que cet arc ne soit *Droit*, puisqu'il est parallèle aux faces qu'on suppose biaises.

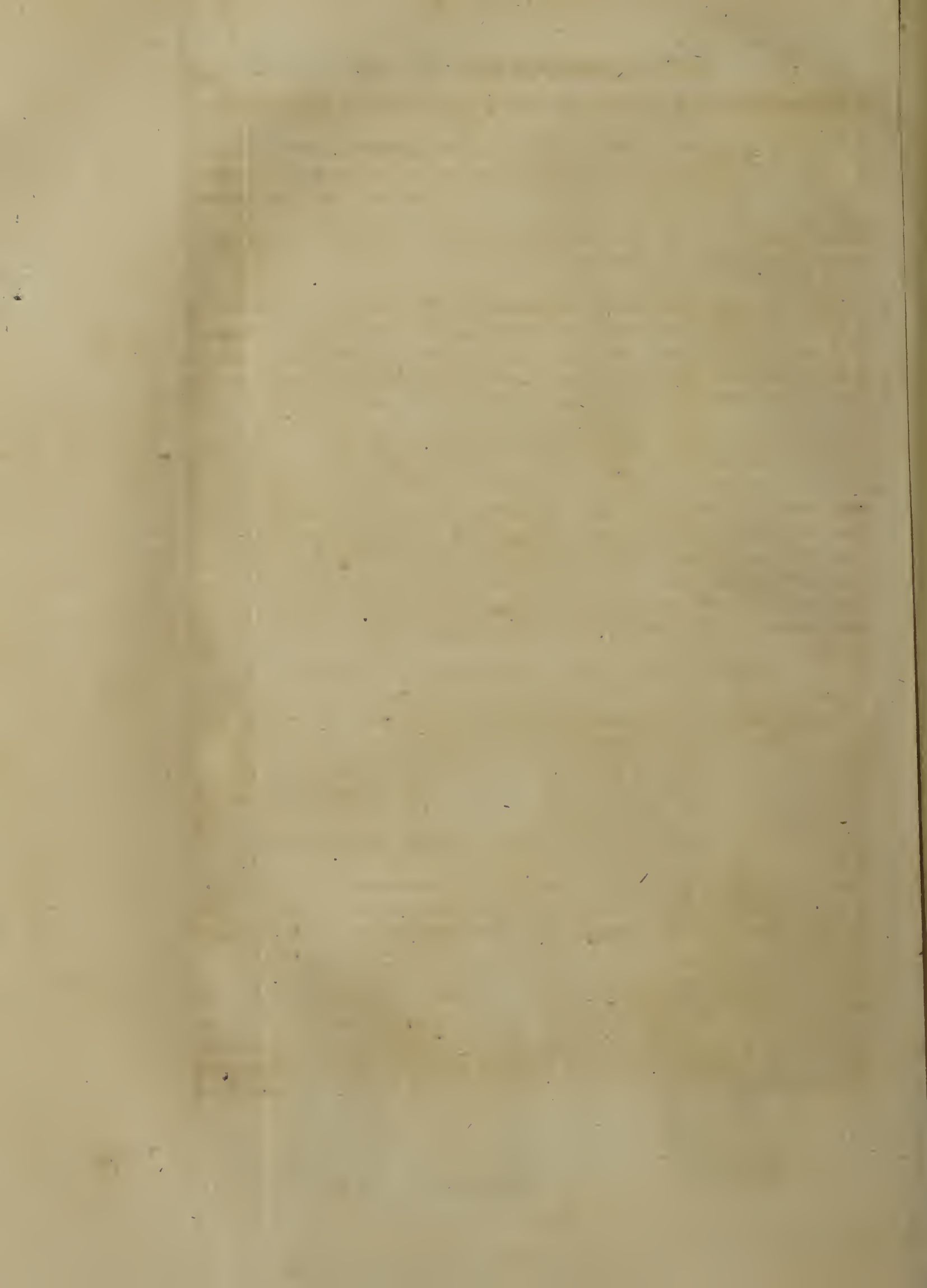
LA division des voussours étant faite aux points 1, 2, 3, 4, on tirera par ces points & par les centres C & C^a des ceintres de faces opposées, les lignes $C^a 1'$, $C^a 2'$; $C 3^a$, $C 4^a$, qui seront les projections verticales des joints de lit & ceux de tête, en les prolongeant vers les points 5^e , 6^e ; 7^a , 8^a , & l'épure sera tracée, pour opérer par équarrissement suivant la manière ordinaire des Auteurs citez.

MAIS il s'en faut de beaucoup que le Trait ne soit fait, si l'on veut opérer exactement, parce qu'au lieu de faire les arêtes des joints de lit & de doële en ligne droite, il faut chercher la courbure d'un arc Elliptique, comme nous allons le dire.

ON tirera par le centre C^a d'un des ceintres de face eHd une perpendiculaire GY sur AB , prolongée indéfiniment de part & d'autre, laquelle rencontrera les côtes du berceau AE & DB prolongez en X & en Y , la ligne XY fera un des diamètres de l'Ellipse qu'on cherche, & son milieu C en fera le ceintre.

ENSUITE ayant pris sur la partie $C^a C^3$ autant de points n que l'on voudra en avoir pour l'arc du joint de lit, comme ici seulement deux n^4 , n^5 , on mènera par ces points autant de parallèles ou , ou aux faces AB ou ED , & d'autres au lit dont il est question, par exemple, pour le lit $C^a 2'$, les lignes indéfinies $n^5 q$, $n^4 C'$, $C^3 q$, dont les longueurs aux points q seront déterminées par l'intersection d'un arc de cercle, comme $2q^3$, $q^9 2$, tracé des centres 5^e , 4^e , C^3 pris sur l'axe du berceau $C C^3$, à l'in-





terfection des lignes ou , on , & pour rayon le demi-diametre AC' .

LES points q , q , q , z & z étant trouvez comme nous venons de le dire, il fera aisé d'avoir la projection horifontale du lit $ppppa^2$ en abaissant des perpendiculaires des points $2'qqq^3$, qui rencontreront les paralleles ou , on aux points $pppp^3$ y & y , mais cette projection n'est pas nécessaire; parce qu'elle redresse le joint, & l'on a besoin de l'arc dans toute sa courbure sans alteration.

C'EST pourquoi on portera les longueurs $C^a 2'$ en $C^a Q'$, $n^5 q$ en $n^5 Q$ & $C^3 q$ en $C^3 D$, & par les points Q' Q^5 Q & D on tracera à la main ou avec une règle pliante l'arc $Q' Q^5 QD$, qui sera la cerche du joint de lit à la doële de dessus du second vouffoir exprimé à l'élevation par la petite ligne $2' 2^a$, qui est aussi celui du lit de la clef.

ON tracera de la même maniere la courbure du joint du premier lit $1^a 1'$, en menant par les points n^5 n^4 C^3 des lignes paralleles au lit $C^a 1'$, comme $n^5 V$, $n^4 V$, $C^3 V$, dont on déterminera les points VV par l'interfection des arcs faits des points 5^e , 4^e C^3 pour centres, & de l'intervale $C^a A$, pour rayon, comme on a fait pour l'autre joint; si l'on porte les longueurs $C^a 1'$, $n^5 V$, $n^4 V$, & $C^3 V$ en $C^a u$, $n^5 u$, $n^4 u$, $C^3 u$, on aura les points u^6 , u , u , 3 , par lesquels on tracera la portion d'arc que l'on cherche, laquelle sera beaucoup moins courbée que la précédente, étant partie d'une Ellipse plus allongée.

Application du Trait sur la Pierre.

AVANT dressé un parement pour servir de lit horifontal vrai ou supposé, suivant l'usage ordinaire pour l'équarrissement, on lui en fera un autre à l'équerre pour servir de face de devant, par exemple, & un troisième jaugé, c'est-à-dire, parallele à celui-ci pour la face de derriere, comme si l'on vouloit faire un vouffoir de berceau Droit; puis ayant tiré une ligne sur le lit de dessous à l'équerre sur les deux arêtes des faces & du lit, on portera à ses extremités sur les deux faces l'arc de tête pris sur l'épure par le moyen de la retombée, lequel pour le premier vouffoir est l'arc $e 1^a$, ensuite sur une des deux faces l'autre arc $A 1'$ en dedans du premier avec son joint de tête $1^a 1'$ prolongé en L .

CHAQUE tête étant ainsi tracée, on abattra la pierre suivant le trait pour le lit de dessus, lequel étant formé on y appliquera la cerche ou le panneau de la courbe $u^6 u^3$, pour tracer l'arête du joint, au lieu qu'au lit de dessous on tirera une ligne droite d'une tête à l'autre, ensuite on abattra la pierre depuis l'arc du devant à celui du derriere à

la règle, qu'on aura soin de tenir toujours parallele à l'arête du lit de dessous, comme on voit à la figure 73. enforte qu'elle coule partie sur l'arc de la plus grande face & partie sur l'arc du lit de dessus, dès qu'elle fera au dessus de la hauteur de la plus petite retombée, sans quoi la doële seroit mal formée.

Fig. 72.

COMME il n'y a pas de joint droit au second vouffoir, sur lequel on puisse se régler pour la position de la règle non plus qu'aux autres vouffoirs supérieurs & à la clef, il faudra tirer sur l'épure des lignes paralleles à AB, qui couperont les arêtes des têtes du devant & du derriere à même hauteur $r 2^a$, ou toucheront la clef comme bH ; puis ayant porté les arcs de tête, que ces lignes comprennent, comme $r' r$ sur la tête postérieure ou de derriere, on tirera dans la doële avec la règle une ligne droite à l'angle de la tête antérieure 2^a , laquelle servira de guide pour achever de creuser la doële, entenant la règle parallele à cette ligne $r 2^a$, & la faisant couler en cette situation sur les arêtes des têtes & des lits.

Fig. 74.

ON en usera de même pour la clef en y , traçant une ligne RE, comme on voit à la figure 74. où nous l'avons représentée faite & renversée, & où l'on voit qu'il faut commencer par faire comme une clef de berceau droit, dont la doële plate seroit le parallelograme rectangle $C' a^2 a^3 s^3$ formé par des perpendiculaires à AB, tirées par les points des retombées, abaissées sur ce diametre par les points $2^a 3^a$, puis ayant ainsi formé la clef d'un berceau droit $s^2 a^2 a^3 s^3$, $6. 7. 7. 6$, on portera sur les arêtes de lit & de têtes opposées la longueur $2' 2^a$ prise à l'élevation, & par les point $2^a s^2 3^a a^3$ on tracera la ligne courbe Q'D trouvée pour l'arête du second lit à la doële, comme nous l'avons dit, par le moyen d'un panneau levé sur l'épure, la pierre étant abatuë à la règle, posée sur les arêtes, & coulante parallelement à la ligne de foy RE, on creusera la doële avec toute la régularité possible.

Remarque sur la fausseté de l'ancien Trait.

ON voit par ce que nous venons de dire, que le Trait que donnent tous les Auteurs de la Coupe des pierres, ne pouvoit former une surface de berceau régulier, mais d'un cylindre très irrégulier; puisque chaque vouffoir fait à la règle avec des arêtes de doële droite étoit une portion de cône scalene, lesquelles étant assemblées devoient faire des arêtes faillantes entre les deux têtes, à peu près en côtes de melon; il est vrai que les arêtes des lits auprès des impostes sont très peu courbes; mais elles le deviennent très sensiblement à mesure qu'elles approchent de la clef.

2.° Remarque sur l'imperfection & l'inutilité du Trait.

PREMIEREMENT, il est visible que si le biais est considerable, on perd beaucoup de pierre dans l'operation du biais passé, comme le montrent les fig. 73. 74. & †. où l'on a distingué par des hachures, ce qu'il faut abatre.

2.° On perd beaucoup de tems à former ces parties de surfaces, qu'il faut ensuite enlever.

TROISIEMEMENT, je ne vois aucune nécessité de faire cette voute par des lits obliques, qui rendent les têtes des voussoirs inégales de part & d'autre de la clef & des joints de lit courbes, une voute biaise par têtes égales, & lits droits, tels que nous venons de le dire au cas précédent du berceau biais, ne seroit-elle pas plus belle & plus régulière ?

ON peut dire que le *Biais passé* dans son origine est un enfant de l'ignorance, qui a eu recours à un mauvais artifice pour faire un berceau biais de la même manière qu'un berceau Droit, j'en fais si peu de cas que je n'en aurois pas fait mention, si tous les Auteurs de la coupe des pierres n'en avoient parlé comme d'un trait utile, en quoi ils ont fait voir ou peu de science, ou tout au moins peu d'amour pour l'exactitude; cependant le dernier cité l'exige rigidelement ailleurs, comme lorsqu'il rejette les panneaux des voutes sphériques pour une difference d'un joint droit à un courbe, qui n'est pas plus sensible, que celle du biais passé, dont je parle.

Explication démonstrative.

IL est démontré, comme nous l'avons tant de fois répété, que la section d'un cylindre quelconque, coupé par un plan qui croise son axe est une Ellipse ou un cercle; ainsi puisque les lits du biais passé croisent l'axe, si on les prolonge, il est déjà évident que leurs joints à la doële sont des portions d'arcs Elliptiques.

2.° Il n'est pas moins clair que le plan horizontal ABDE, coupant le cylindre par son axe, le coupe en deux également; par conséquent [par la 18^e du 11.^e liv. d'EUCL. que les plans des lits 1^{er} C^a, 2^{er} C^a couperont l'horizontal suivant une perpendiculaire C^a C^a; puisque les lignes 1^{er} C^a, & 2^{er} C^a sont les intersections de ces lits avec un plan vertical, auquel les lits sont perpendiculaires.

3.° Que la commune intersection de ces lits prolongez avec le plan horizontal est un diametre de la section, puisqu'il doit rester autant du

cylindre au dessous du plan horifontal qu'au dessus, s'il étoit continué, & que ce diametre est terminé par les côtez horifontaux du berceau AE & DB prolongez; donc la ligne XY est un diametre de l'Ellipse.

4.^o Enfin il est clair que toutes les sections ab , ab paralleles à AB, perpendiculaires au plan ABDE feront des cercles ou des Ellipses semblables & égales au ceintre AbB, & que toutes les lignes nq paralleles à 2. C^a & nV paralleles à 1.³ C^a sont par la 8. du 11.^e d'Eucl. dans les mêmes plans que les lits, par conséquent que leurs intersections avec les cercles sur ab , ab , &c. seront au contour de l'Ellipse, qui est la section du lit; or ces lignes couperont les cercles au-delà du point X en deux points, comme Hq⁹ en q⁹ & en Z, 3.⁷ q⁸ en q⁸ & en z; par conséquent l'Ellipse passera au-delà du point X, ce qui montre que le diametre XY n'est pas un axe. Enfin ces lignes en s'écartant du point X arriveront à un point où elles ne couperont plus les demi-cercles des sections ab ; mais une d'entr'elles ne fera plus que le toucher en T, comme la ligne TG^c.

5.^o Enfin puisque toutes les lignes nq sont perpendiculaires à la commune intersection des lits GY, si on porte leurs longueurs sur des lignes nu , nu , qui lui sont aussi perpendiculaires, on représentera exactement sur le plan horifontal, que je prends pour celui de la direction de l'épure, la demi-Ellipse XQDY, qui se forme en l'air dans la doële par l'intersection du second lit, ainsi des autres, & par conséquent les arcs Q'D $u^6 u^3$, qui en sont des parties correspondantes à l'étendue de la voute ABD, sont les arcs des joints de lit, ce qu'il falloit trouver.

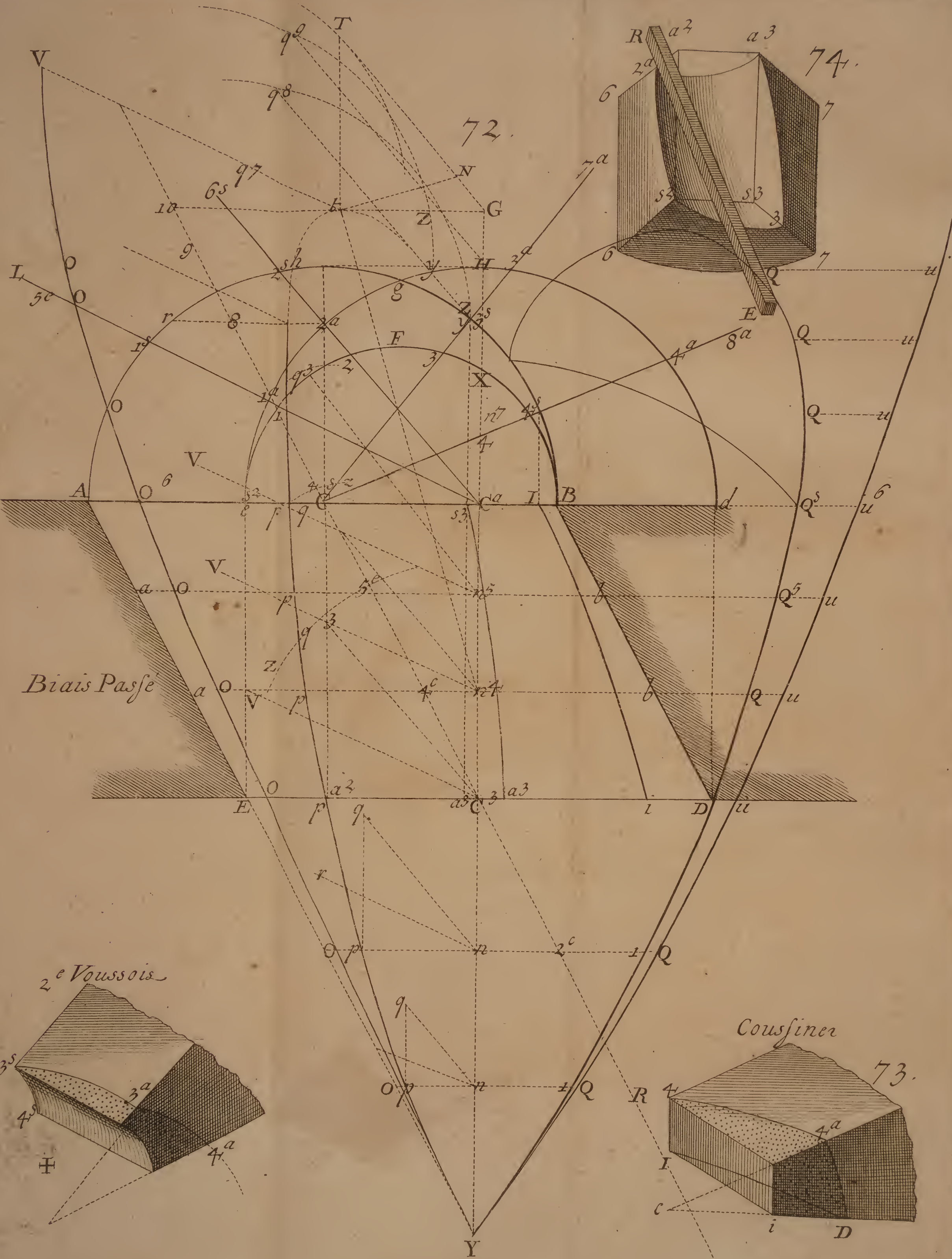
2.^e *Cas de l'obliquité des Berceaux de niveaux, qui consiste dans l'inclinaison de leur face à l'horison.*

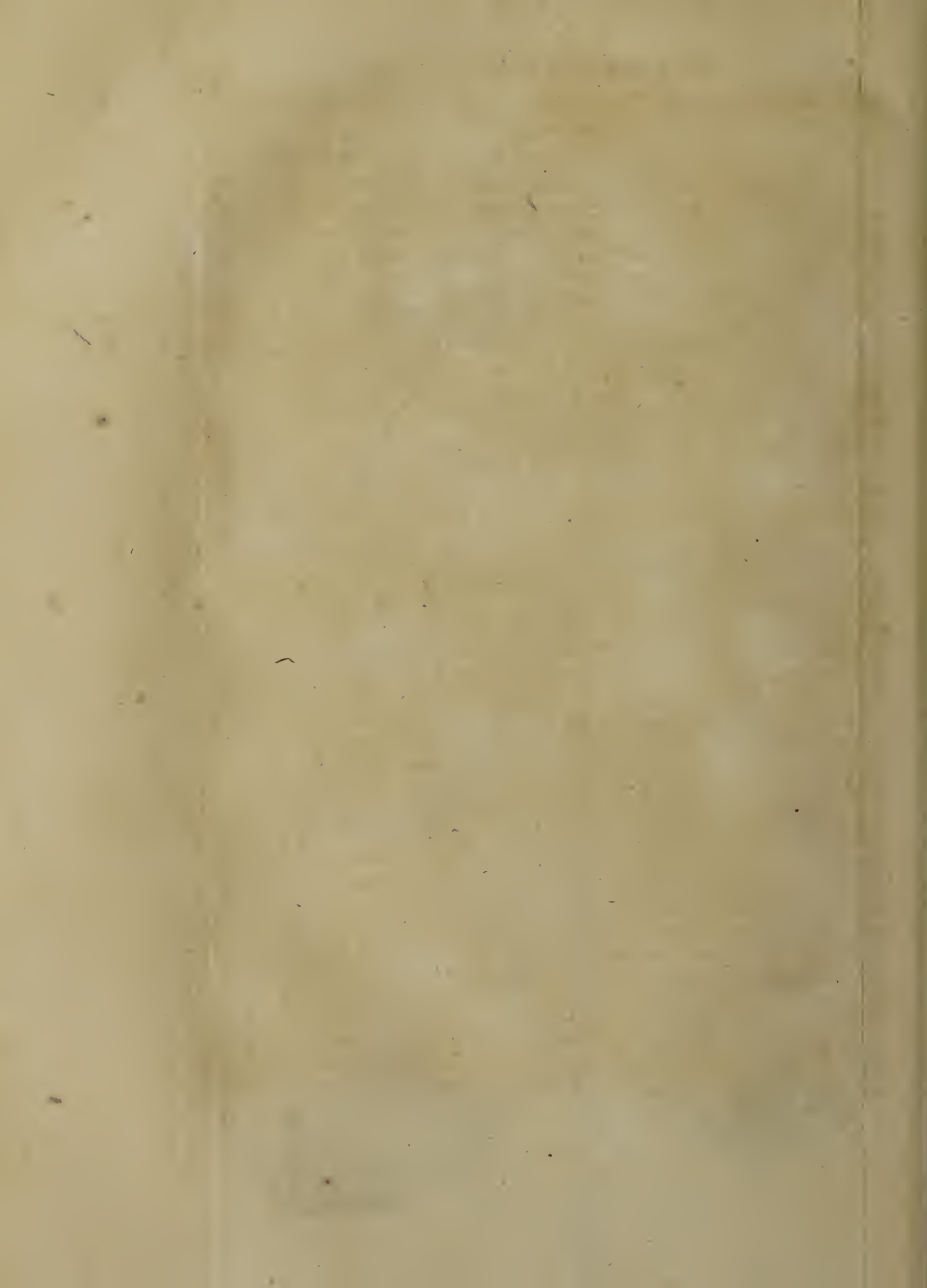
En Termes de l'Art.

Berceau ou Porte Droite en Talud.

Nous avons considéré dans le cas précédent l'obliquité de la face d'un berceau à l'égard de sa direction seulement. Ici nous supposons le diametre horifontal de la face perpendiculaire à la direction du berceau, mais la face inclinée à l'horison est par conséquent à l'axe qui est de niveau.

Si l'on veut supposer l'obliquité égale dans l'un & l'autre cas, enforte que l'angle de la face verticale biaise, fait avec l'axe horifontal, soit égal à celui de la face inclinée à l'horison, à l'égard d'un axe perpendiculaire à son diametre, on reconnoitra, que le berceau biais sans





talud, & le berceau Droit avec talud ne font dans le fond que le même tourné différemment autour de son axe.

POUR faire sentir cette vérité soit [Fig. 75.] un cylindre ABRD, ou droit ou scalene, il n'importe, nous le supposons ici droit pour plus de facilité; si l'on fait mouvoir le trapeze ABRD, qui est la section par l'axe sur son milieu Cx , en sorte que d'horizontal qu'étoit ce trapeze il devienne vertical en $CxrG$, il est clair qu'il se formera un demi-cylindre de face en talud; car le rayon CB, qui étoit horizontal, sera incliné à l'horison en Cb suivant l'angle $\propto CB$, transporté en $\propto Cb$, où la projection le fait disparaître, les deux côtes de l'angle étant l'un sur l'autre, & continuant de faire mouvoir ce trapeze, le diamètre horizontal qui étoit en AB se tournera en EF, où il redeviendra encore simplement biais, mais en sens contraire. Enfin si l'on continuë de le faire mouvoir encore d'un quart de révolution, le diamètre AB se rangera en ab , d'une inclinaison aussi contraire à celle du talud; car le point B, qui étoit monté en b au dessus du cylindre, sera descendu au dessous, & le point a , qui étoit au-dessous, se trouvera au dessus; de sorte que la face biaise verticale se changera en *surplomb*.

D'où il suit que si le cylindre est Droit, la section par AB étant une Ellipse le grand axe AB sera dans un plan vertical à la face en talud ou en *surplomb*, & le petit axe $H\theta$ dans l'horison; ainsi de *surbaissé* qu'étoit le ceintre du biais, il deviendra *surhaissé* au talud & au *surplomb*; mais si le ceintre est scalene, il n'arrivera par cette révolution aucun changement à la face; parce qu'elle sera toujours un cercle, ce sera à l'arc-droit, qui deviendra sujet aux mêmes changemens dans le scalene que l'arc de face dans le cylindre Droit. Car supposant le cylindre droit, la section DGRr perpendiculaire à l'axe Cx , laquelle est ici représentée en perspective, sera un cercle, & DIRK sera une Ellipse, si le cylindre est scalene, ce qui est clair par tout ce que nous en avons dit ci-devant; il est donc évident qu'un berceau en talud n'est autre chose qu'un berceau biais, tourné sur son axe, ou plutôt qu'un berceau en talud est un composé de deux moitiés d'un berceau biais, prises depuis la clef à l'imposte, & de l'imposte à l'opposé de la clef, du côté de l'angle obtus CBR, & qu'un berceau de face en *surplomb* est de même un composé de deux moitiés de berceau biais, pris du côté de l'angle aigu CAD; par conséquent que le Trait du berceau biais convient au berceau en talud & en *surplomb*, en mettant l'imposte à la clef.

Il semblera peut être ridicule que je parle ici des berceaux en *surplomb*, comme d'une chose usuelle; parce qu'il est contre la solidité de faire une face de mur en *surplomb*; cependant on peut considérer

ainfi , & on le doit , toutes les têtes des vouffoirs des berceaux qui en rencontrent d'autres ; puisque , lorsqu'on travaille par panneaux de doële plate , on fait un parement en furplomb avant que de creuser la doële de l'enfourchement. Ce furplomb est peu confiderable au couffinet , mais il augmente à chaque rang de vouffoir , jusqu'à ce qu'enfin il devienne horifontal à la clef. Il ne fera pas inutile de faire attention à cette remarque , qui est une introduction à ce que nous avons à dire des *Voutes composées* dans la seconde partie de ce Livre.

Je pourrois encore ajouter ici , qu'il n'est pas fans exemple de voir des bâtimens en furplomb , fait exprès , il s'est trouvé des Architectes , qui ont voulu se distinguer par des constructions qui paroissent impossibles. J'ai vû à Boulogne en Italie , la Tour carrée de la Carzenda , qui furplombe au moins de 9. pieds , quelques-uns disent de 11. les portes & fenêtrés ceintrées dans un pareil bâtiment sont des berceaux en furplomb ; & à Pise il y a une Tour ronde ornée tout autour d'Arcades , laquelle a 188. pieds de hauteur , & furplombe de 15. ce sont des monumens de bizarrerie qu'on ne doit pas imiter. Il y a cependant plus lieu de croire que ce sont des effets du hazard , causez par l'inégalité de l'affaiffement du terrain que ceux de l'intention des Architectes.

PAR cette remarque qui réunit les berceaux biaux sans talud à ceux qui sont en talud ou en furplomb , il est visible qu'on peut faire un berceau droit en talud , comme un simple berceau biaux. Il ne s'agit pour en faire le trait que de prendre l'imposée du biais pour la clef du talud.

IL arrive de cette différente position de la face que les lits & les doëles se racourcissent à mesure que les vouffoirs approchent de la clef , au lieu que dans le simple biais de face verticale ils s'allongent d'un côté & se racourcissent de l'autre ; de sorte que les angles des joints de lit avec ceux de tête sont aigus d'un côté & obtus de l'autre , ici ils sont toujours aigus , par la raison que j'ai donné ci-devant , que la face du berceau en talud n'est qu'une répétition de la moitié du biais , pris du côté de l'angle obtus CBR , ce qui est visible , en portant de suite deux fois le développement de la doële Mb de la figure 68. de la Plan. 36. sans égard aux divisions des vouffoirs.

CE que nous disons de l'arc de face doit s'appliquer aussi à l'arc-Droit , qui suit le sort de l'arc de face , auquel il est relatif , soit que le berceau soit Droit ou moitié d'un cylindre scalene. Ces observations présumées , le trait du berceau en talud se fait plus facilement , étant confidere comme s'il étoit biaux , que suivant l'ancienne méthode. Toute naturelle qu'est cette construction , elle est nouvelle ; je suis le premier qui la mets en usage,

SOIT

SOIT [Fig. 76.] l'angle DCH celui du talud de la face donnée, DR le demi-diamètre du berceau à l'extrados, & Dr à la doële, perpendiculaire à DC; par les points R & r on mena les lignes RH & rh parallèles à DC, qui couperont le profil du talud CH en h & H. Sur CH & Ch comme rayons, on décrira du centre C deux quarts de cercles concentriques A 5 H, B 1 b, qu'on divisera en vouffoirs à commencer du point A, par exemple, ici en deux & demi, qui font la moitié de cinq, aux points 1, 2, b, d'où l'on abaissera des perpendiculaires 1p, 2p, sur le rayon CA, & d'autres perpendiculaires 11^f, 22^f, 5 5^f, 6 6^f, sur le rayon CH, par lesquels on mena des parallèles à CD, 1^fg, 2^fi, qui représenteront les projections horisontales d'une moitié de voute biaise sans talud, & les verticales d'une moitié de voute droite en talud, supposant que l'on fasse mouvoir le trapeze CHFX sur son côté CX, jusqu'à ce que le point H soit élevé en l'air perpendiculairement sur le point T, & que le rayon CA, perpendiculaire à CH le soit aussi à l'axe du berceau CX en position horisontale.

ALORS le rayon CH élevé ainsi en l'air sur CT sera dans la situation naturelle du talud donné, de même que ses parallèles 1p, 2p, qui sont dans le même plan.

CELA supposé, il ne s'agit plus pour achever le trait que de faire l'arc-droit sur le rayon Dr, ou toute autre ligne perpendiculaire à CX.

ON portera la longueur CB de D en d, la distance 1^r 1^f de E en 1^r, & de 2^r 2^f de e en 2^r, l'on tirera les cordes d' 1^r, 1^r, 2^r, & la demi-corde 2^e de la clef pour avoir les biveaux de doëles plates, & au dehors de ces cordes un arc Elliptique surbaissé d 1^r 2^r r, qui sera l'arc-droit demandé, & l'Épure sera faite pour une moitié. Il ne s'agit que de doubler l'opération.

1.^o LES *Panneaux de doële* seront des trapezes rectangles à l'arc-droit, & obliquangles à la face, & dont tous les côtéz sont donnez; par exemple, pour les deux premiers au dessus du couffinet, qui sont égaux entr'eux, & représentez à la projection verticale par CDE 1^f, on a les côtéz CD, E 1^f dans leur juste mesure, & au lieu de DE, qui est racourci par cette projection, on prendra la corde d 1^r de l'arc-droit, au lieu de C 1^f, qui est aussi racourci, la corde B 1, & l'on aura le trapeze BDd^r 1^r [Fig. 81.] ainsi des autres panneaux de doële 1^r d^r d^r 2^r, excepté celui de la clef, qui sera un parallelograme rectangle d^r 2^r 3^r d^r [Fig. 81.]

Fig. 81.

2.^o LES *Panneaux de Lit* seront aussi donnez, par exemple, pour le premier, représenté à la face par la ligne 1 5, on aura le trapeze E 1^f 5 L, dont les côtéz 1^f E, 5^f L, sont dans leurs mesures; il ne s'agit

que de faire l'intervalle EL, du plan vertical, égal à $1' 5'$ de l'arc-Droit, déterminé au point $5'$ par la section de la ligne $5' 5'$ parallèle à $1' 1'$ avec le joint de tête $1' 5'$ tiré du point D, centre de l'arc - droit.

Nous avons rangé de suite à la fig. 81. tous les panneaux de doële & ceux de lit par dessus, suivant l'usage ordinaire des Auteurs de la Coupe des pierres, ce que nous ne ferons plus dans la suite, comme chose peu nécessaire, nous nous contenterons de développer les doèles.

*Les
Biveaux.*

3.^o LES *Biveaux* ou angles des plans des *Lits* & de *Doële* sont donnez à l'arc - droit comme dans le trait du simple biais, celui du premier vouffoir à l'imposte est $k d 1'$, le second au dessus $d 1' 5'$, & ainsi des autres.

4.^o LES *Biveaux* de *Doële* & de *Tête* se trouveront aussi comme au trait précédent, où l'on peut remarquer que toute la différence de ce trait au précédent ne consiste qu'à l'arrangement des points de division des vouffoirs sur l'épure, qui commence au milieu où étoit la clef de l'autre & qui se répète de suite, les deux côtes de la clef du berceau en talud étant égaux entr'eux, au lieu qu'aux simples biais ils sont inégaux, l'un est aigu, l'autre obtus, & suppléments l'un de l'autre.

Explication démonstrative.

LA seule explication de la nouvelle manière que je propose, fait voir évidemment qu'un berceau en talud n'étant qu'une répétition de deux moitiés de berceaux biais du côté de l'angle obtus, chacun d'un quart de cylindre oblique, tourné d'un quart de révolution autour de son axe, il ne doit y avoir d'autre changement de construction à faire au trait de ci-devant du simple biais, que celui de la division des vouffoirs, sçavoir, que celle du biais commence & finit au diamètre de plus grande obliquité, qui répond au petit axe de l'Ellipse de l'arc-droit & celle du talud au diamètre Droit, je veux dire, perpendiculaire à l'axe oblique, qui répond au grand axe de l'arc-droit.

Où si l'on veut considérer cette différence à l'égard de la projection dans le berceau biais, on se sert de l'horizontale, c'est-à-dire, en termes de l'Art, du *Plan*, & au berceau en talud dans cette nouvelle méthode je ne me sers que de la verticale, c'est-à-dire, du profil.

Je vais cependant ajouter ici le trait ordinaire, avec plusieurs changemens, pour ne pas répéter seulement ce qui a été dit, mais perfectionner beaucoup l'opération.

Seconde maniere de faire la Porte ou Berceau Droit en talud par la projection de l'Arc de Face.

DANS la précédente hypotese du berceau biais tourné sur son axe, on suppose nécessairement que l'arc de face est incliné à son axe, comme il l'est en effet ; mais rien n'empêche qu'on ne puisse aussi supposer un ceintre primitif vertical dans la construction du berceau en talud, lequel ceintre seroit la base du cylindre Droit sur cette base Elliptique ou circulaire, c'est-à-dire, qu'au lieu de prendre l'arc de face pour primitif on peut prendre l'arc-droit, ce qui cause une petite inégalité dans les divisions de l'arc de face en ses voussoirs, si ceux du ceintre primitif sont égaux entr'eux, de là vient que les Auteurs de la Coupe des pierres font une distinction du talud ainsi fait, & du talud où l'arc de face couché est primitif, qu'ils appellent *par têtes égales*. Cette observation fait voir qu'on peut coucher sur le talud ou ne pas coucher les hauteurs des divisions du ceintre primitif, comme on va le dire dans le trait.

Soit [Fig. 79.] iSn l'arc de face à la doële circulaire ou Elliptique, Fig. 79. il n'importe, nous le faisons ici circulaire pour plus de commodité du trait. Soit aussi [Fig. †] l'angle TaL celui du talud de la face, qu'on Fig. † suppose donné au sixième ou au dixième de la hauteur, ou à tout autre rapport, tel qu'il plaît à l'Architecte. On portera le demi-diametre CS de a en t , d'où on abaissera une perpendiculaire tz sur aL , qui la coupera en z , la longueur az fera la moitié du petit axe d'une Ellipse, qui doit être la projection horifontale de l'arête de rencontre de la doële & de la face. Avec ce demi-axe & le grand axe in , qui est le même que le diametre de l'arc de face à la doële, on fera [par le Probl. 7. du 2. liv.] l'Ellipse izn , de même par l'extrados on portera le demi-diametre CB sur aT de a en T , d'où abaissant une perpendiculaire sur aL , on aura ab pour la moitié du petit axe d'une Ellipse HbO , dont le grand axe HO est donné, laquelle Ellipse fera la projection de l'arête de face à l'extrados. à côté de la Fig. 76.

Où il faut remarquer que ces deux Ellipses ne sont pas paralleles, quoique les arcs de face HbO & iSn d'où ils dérivent, le soient entr'eux, la raison est que leurs intervalles Hi & nO à l'imposte étant horifontaux ne sont pas racourcis par la projection, mais bien l'intervalle BS , qui est incliné à l'horifon.

PRESENTEMENT, il sera facile de trouver toutes les divisions des voussoirs dans la projection comme dans l'élevation, il n'y a qu'à prolonger les *aplombs* $1p$ $2p$, jusqu'à ce qu'ils rencontrent l'Ellipse izn en $1'$ $2'$, puis du point C pour centre, on tirera par les points $1'$ $2'$ les

T ij

lignes $1' 5' 2' 6'$, $3' 7' 4' 8'$, qui feront les projections des joints de tête.

La projection de la face étant faite, il reste à former l'arc-droit à la doële, qui fera encore Elliptique si l'arc de face est circulaire, le grand axe de cette Ellipse fera encore *in* ou son égal DR, & le petit axe fera la perpendiculaire *tz* de la fig.†. S'il s'agissoit de l'extrados, le grand axe feroit HO, & le petit Tb; mais on peut se dispenser de ce dernier si l'on veut; parce que si du centre C on tire les joints par tous les points $1'$, $2'$, $3'$, $4'$, où les aplombs $1p$, $2p$, &c. prolongez, coupent l'Ellipse DbR, on aura les angles des biveaux des lits avec la doële, dont on a besoin pour l'application du trait sur la pierre. Cette manière est encore plus simple & plus expéditive que celle de faire la projection de l'arc de face, & l'arc-droit par plusieurs points cherchez, comme l'enseignent les livres de la Coupe des pierres.

Fig. 79.

Au lieu de faire l'angle du talud TaL à part, on peut prolonger le côté Ko en A, mener BA parallèle à Ho; puis du point o pour centre & pour rayon OA, on fera l'arc AT, qui coupera la ligne inclinée suivant le talud OT au point T, d'où tirant Te parallèle à BA ou HO, jusqu'à la rencontre de Ao en e, on aura la hauteur Oe au lieu de CB ou OA, qui sera diminuée de l'intervalle eA; il est clair par cette construction que la hauteur eO est égale à la hauteur Tb.

ON trouvera de la même manière la hauteur SO au lieu de la hauteur SC ou a O, dont elle sera diminuée de l'intervalle s a.

Si le ceintre primitif HBO n'étoit pas supposé incliné suivant le talud OT, mais aplomb, comme l'arc-droit, représenté par la ligne AO en profil, il est évident que l'intervalle de cet aplomb au talud se prendroit sur les lignes horizontales BA & Sa, prolongées en x & en y, jusqu'à la rencontre de la ligne OT, prolongée s'il le faut en x, & que les intervalles de la ligne de base HO à la demi-Ellipse de projection horizontale HbO deviendroient plus grands; parce que au lieu de eT on prendroit Ax pour l'extrados, & au lieu de st on prendroit ay pour l'arc de la doële; en ce cas l'arc de face deviendrait surhaussé, au lieu qu'au cas précédent il étoit en plein ceintre, & on n'auroit pas besoin de former l'arc-droit, puisqu'on suppose qu'il est le primitif.

Pour tracer les demi-Ellipses de projection HbO, *izn*, par plusieurs points, suivant la méthode ordinaire qu'on trouve dans les Livres de la Coupe des pierres, on cherchera les hauteurs de chaque retombee, comme nous avons fait pour trouver les demi-axes Cb & Cz, en faisant la même opération avec les hauteurs $1P$, $2p$, qu'avec BC & SC, pour avoir les projections $P 1'$, $p 2'$.

c'est-à-dire, en les portant sur la ligne OT, ou directement avec le compas, ou par renvoi, ou en tirant des perpendiculaires à H_o par les points 3 & 4 jusqu'à la verticale OA. Ensuite faisant un arc de cercle du centre O jusqu'à la ligne OT, qu'il coupera en n , d'où tirant nn parallèle à OH, on aura les hauteurs diminuées On ou OV , qui sont des ordonnées de l'Ellipse izn de l'arête de la doële. On en fera de même avec les hauteurs 5Q, 6q pour l'Ellipse Hbo de l'Extrados.

La projection de l'arc de face en talud étant donnée & l'arc-droit, il est visible qu'on a toutes les mesures nécessaires pour former les panneaux de doële, de lit & de tête, & les biveaux de l'inclinaison de la doële avec les lits. C'est tout ce qui est nécessaire pour former & tailler les vouffoirs.

1.° Pour les *Panneaux de doële*, il s'agit de former des trapezes, dont les côtez parallèles, qui sont les projections des arêtes des joints, sont donnez au plan horizontal, entre les projections de la face & l'arc-droit; ainsi pour la première on a le côté iD & $1'd$, pour la seconde doële les côtez $1'd$, & $2'd$, &c. & pour leur distance perpendiculaire les cordes de l'arc-droit $D1'$, $1'2'$, $2'3'$, &c.

2.° Pour les *Panneaux de lit* on a les mêmes lignes de projection des joints de doële d'un côté, & pour le côté parallèle la projection de l'extrados 5^t D, $1'd$, pour le premier lit au dessus de l'imposte & 6^t v, $2'd$ pour le second, & leurs intervalles perpendiculaires à l'arc de face pris en $1'5$, $2'6$, égaux entr'eux.

3.° Les *Panneaux de tête* sont donnez à l'arc de face $H i 1'5$ pour le couffinet, $5' 1' 2' 6$ pour le second vouffoir, &c.

4.° Les *Biveaux* ou l'inclinaison du lit avec la doële sont donnez à l'arc-droit aux angles $D1'5'$, $1'2'6'$, &c.

Si au lieu de cette forte de biveau on aimoit mieux se servir de celui de la doële plate avec la tête, il seroit aisé de le trouver suivant notre méthode générale du Probl. 14. du 3.° Liv. par exemple, pour les vouffoir 7^t 3^t 4^t 8 on prolongera la corde 3^t 4^t, jusqu'à ce qu'elle rencontre en W le diamètre HO prolongé, auquel on tirera par ce point W une perpendiculaire Wx , du même point W on tirera une ligne au point 3^t, qui passera par le point 4^t, si la projection est bien faite, par lequel point 4^t on élèvera une perpendiculaire $4'y$, égale à la hauteur de la retombée $p4$; puis on tirera la droite yW , à laquelle on fera au point y la ligne yg perpendiculaire, qui coupera $W3'$ au point g. Ensuite par le point g on mènera gG perpendiculaire à Wg ,

qu'on prolongera jusqu'à ce qu'elle rencontre Wx° , ce qui n'arrive pas dans cette figure, où la rencontre se trouve au dehors de la planche. Enfin ayant porté la longueur yg en gY sur Wg prolongée, on tirera la ligne YX à la rencontre des lignes Wx° & gG , l'angle ZYX fera celui que l'on cherche.

POUR remédier à l'inconvénient du peu d'étendue de la planche, où l'on ne peut avoir le point de rencontre des lignes Wx & gG , il n'y a qu'à prendre sur la ligne yW un point 9 à volonté, plus près de W tirer 9.10 parallèle à yg , & par le point 10 la parallèle à YX , qui coupera la ligne Wx° en x° , qui est dans l'étendue de la planche. Ensuite portant l'intervale 10.9 sur Wg , comme on a fait yg en gY , on tirera du point 11 en x une ligne qui donnera le même angle de biveau que donneroit XYZ dans la première opération, ce qui est clair; parce que les parallèles donneront toujours des triangles semblables; par conséquent des angles égaux.

Application du Trait sur la Pierre.

AYANT dressé un parement pour servir de doële plate, on abattra la pierre suivant les traces du panneau de doële qu'on y aura appliqué avec un des biveaux. Si l'on veut se servir des panneaux de lit, on prendra le biveau de *Lit* & de *Doële*, suivant lequel on abattra la pierre à angle obtus le long des joints de lit; ensuite on appliquera sur chacun de ces nouveaux paremens les panneaux de lit de dessus & de dessous, lesquels donneront les positions des joints de tête, suivant lesquels abattant la pierre de l'un à l'autre on formera une surface, où l'on appliquera le panneau de face pour tracer les arcs des arêtes de la doële, qu'on creusera avec le biveau mixte de lit & de doële pris sur l'arc-droit. On tracera aussi avec le même panneau l'arc de tête à l'extrados, si on en a besoin, comme lorsque la voute est extradossée, ou que la face est ornée d'un bandeau ou d'une Archivolte.

Si l'on veut s'épargner la peine de faire des panneaux de lit, après avoir tracé le contour de celui de doële, il faut commencer par abatre la pierre suivant le biveau de doële & de tête pour former un second parement, qui sera pris pour une partie de la face, sur laquelle ayant appliqué & tracé le contour du panneau de tête, qui donne la position de la coupe, on abattra la pierre à la règle, posée d'un côté sur l'arête du lit, & de l'autre sur celle du joint de tête, & l'on formera ainsi les deux lits, dégauchissant le joint d'une tête antérieure avec celui de la postérieure, alors la pierre sera achevée, si la voute n'est pas extradossée, par exemple, celles qu'on laisse brutes ou qu'on

recouvre de terre ou de maçonnerie, ou bien les portes dans un mur qu'on élève encore au dessus de la clef par lits de niveau.

Si cependant, ce qui n'est guères usité, on lui fait un extradoss, on n'a qu'à mener des parallèles aux arêtes du lit de doële en traînant un échantillon ou le compas ouvert, comme nous l'avons dit ailleurs au mot *Trainer* du premier Tome.

Si l'on veut faire un développement de la doële totale, pour voir *Fig. 81.* l'effet d'un coup d'œil; ayant pris pour directrice une ligne DR à volonté, on portera sur sa longueur les cordes de l'arc-droit rangées de suite, savoir $D 1^r$, $1^r 2^r$, $2^r 3^r$, &c. puis ayant tiré par chacun des points $D d^r$, d^r , d^3 , d^4 des perpendiculaires à la directrice DR, on prendra sur le plan horizontal les longueurs comme $DB = Di$ de la *fig. 79.* $d^1 1^r = d 1^r$, $d^3 2^r = d 2^r$, $D n b = C 3$, ainsi de suite, en répétant de b en E les lignes & points donnez depuis B vers b , pour avoir un entier développement de l'arc de la doële & de la face $B b E$.

Les panneaux de lits se feront par la même méthode, en remarquant qu'ils ont déjà chacun une ligne commune avec la doële, & que les têtes de ces panneaux font toutes un angle aigu avec cette ligne de joint de lit à la doële, excepté le premier lit horizontal de l'imposte, qui n'est point altéré par le talud, & qui est dans ce cas un rectangle $mABD$ égal à celui du plan horizontal $MHiD$. Le second panneau de lit se fera en portant la longueur $D 5^r$ du plan en $d^1 u$, d'où l'on tirera $u 5$ parallèle à DR, puis du point 1^r pour centre & de l'intervalle $1 5$ du joint de tête du ceintre primitif HBO, on fera un arc de cercle, qui coupera la droite $u 5$ au point 5 , par où tirant $5 L$ parallèle à $1^r d^1$ on aura le trapeze $L 5 1^r d^1$, qui sera la surface du premier lit, ainsi des autres. On peut aussi prendre l'intervalle $L d^1$ à l'arc-droit $1^r 5^r$, si l'on a prolongé les aplombs de l'extrados $5 5^r$, jusqu'à la rencontre du joint $1^r 5^r$ de l'arc-droit, lequel doit être plus court, parce qu'il est dans un plan perpendiculaire à l'axe.

Remarque sur l'Usage.

Ce Trait est un des plus usuels dans les Fortifications, où tous les murs de revêtements sont en talud; ainsi toutes les portes & autres ouvertures des murs de revêtement d'Escarpe ou de Contrescarpe sont des portes droites en talud, lorsqu'il n'y a point d'obliquité de sujétion; le cas arrive plus rarement dans l'Architecture civile, où les murs sont ordinairement aplomb.

Troisième Cas des Berceaux obliques horizontaux, lorsque les faces ont une double obliquité, l'une à l'égard de la direction, l'autre à l'égard de l'horison.

En Termes de l'Art.

Berceau, ou Porte Biaise & en Talud.

LE seul énoncé de ce titre expose qu'il s'agit ici de la composition des deux cas précédens réunis dans un même berceau, où la face n'est ni perpendiculaire à l'axe de niveau, c'est-à-dire, à la direction horizontale, ni verticale oblique à cette direction, mais inclinée à la direction & à l'horison.

POUR concevoir l'effet de cette espece de berceau biais, il faut reprendre la figure 75. & se représenter celui de la variation que cause le mouvement d'un cylindre de base oblique tournant sur son axe.

Nous avons dit pour expliquer celle du cas précédent du talud sans biais, que supposant l'axe horizontal & la plus grande obliquité AB dans un plan vertical, le changement du simple biais au talud sans biais, étoit l'effet de la révolution d'un quart de la circonférence, prenant la clef du biais pour l'imposte de la voute de face en talud; or il est clair que si la révolution est moindre du quart, ou plus grande, la base du cylindre, qui représente la face du berceau sera en même tems encore inclinée à sa direction, puisque le diametre vertical n'a pas assez tourné pour prendre une situation horizontale, ou qu'ayant trop tourné il l'a passée. Alors elle sera aussi inclinée à l'horison; parce que le diametre horizontal AB du simple biais, n'a pas assez tourné pour reprendre une situation contraire EF à celle qu'il avoit auparavant AB, ce qui ne peut arriver qu'après une demi-révolution complete; ainsi lorsque le point B est parvenu en *e*, le point A se placera en *f*, & la face sera moins oblique à la direction; parce que l'angle *bCe* est plus petit que *bCB*, mais elle sera inclinée à l'horison; parce que le point B est monté en *e*, & le point A descendu en *f*, au dessous du plan horizontal EAFB, de la quantité d'un arc BS, dont *eB* est le sinus verse; ainsi l'on peut dire que le berceau biais & en talud est une modification de situation, composée de l'obliquité *be* à la direction $\propto C$, & de la hauteur *es* sur l'horison, dans un plan vertical ESB qui est l'arc-droit, suivant le rayon *bs* de cet arc & SC de la base, qui est représenté dans la projection par *eC*.

C O R O L L A I R E I.

D'ou il suit qu'une telle situation de face produit pour les panneaux des

des vouffoirs les deux effets des obliqueitez simples, du talud & du biais des deux traits précédens ; ſçavoir qu'elle alonge les joints de lit depuis un côté de la clef jufqu'à l'impofte, & les raccourcit de l'autre ; que les doëles plates font d'un côté de la clef des Romboïdes, dont les angles oppofez font de même efpece aigu & obtus, & que de l'autre ils font de différente efpece, l'un aigu l'autre obtus, au lieu que dans le ſimple biais les changemens des doëles & des lits, de même que dans le ſimple talud, font uniformes de chaque côté de la clef à hauteurs égales.

C O R O L L A I R E II.

D'ou il fuit encore que ſi l'arc de face gEG eſt circulaire, ſurhauffé ou ſurbaiſſé, droit ſur la baſe, c'eſt-à-dire, d'une Ellipſe dont le diamètre horifontal ſoit un des axes, l'arc-Droit du Berceau biais & en talud ſera une efpece de rampant DSR, c'eſt-à-dire, une demi-Ellipſe, qui ſera plus couchée d'un côté que de l'autre ; parce que ſon diamètre horifontal ne ſera pas un des axes, mais un diamètre conjugué à celui qui paſſera par le milieu de la clef, avec lequel il ſera des angles inégaux de part & d'autre, l'un aigu l'autre obtus, comme le ceintre $D:R$ de la fig. 77. on en ſentira la raifon après la conſtruction du trait.

Soit [Fig. 77.] $gGrd$ le plan horifontal d'un berceau biais & en talud, dont la face gG eſt oblique à la direction Cc' , ſuivant l'angle $c'CG$, & inclinée à l'horifon, ſuivant l'angle donné TaL . Sur gG comme diamètre ayant fait le ceintre de l'arc de face gEG circulaire ou Elliptique [nous le ſuppoſons ici circulaire] avec ſon concentrique pour l'arête de la doële $\mathcal{A}bB$, & l'ayant diviſé en ſes vouffoirs aux points 1, 2, 3, 4, on abaiffera des perpendiculaires de ces points ſur gG , qu'on prolongera un peu au delà ; puis on cherchera la moitié du petit axe de l'Ellipſe, qui doit être la projection de chaque ceintre à la doële & à l'extrados, comme au cas précédent, en portant le rayon CE en aT de la fig. † & Ch en at ; puis abaiffant ſur la baſe du talud aL les perpendiculaires Tb & tz , on aura ab pour demi-axe de l'extrados, & az pour demi-axe de la doële ; & avec les grands axes gG , $\mathcal{A}EB$ on décrira, par le Probl. VII. du 2.^e Livre, les demi-Ellipſes geG , $\mathcal{A}HB$, qui ſeront les projections des arêtes de la doële & de l'extrados de l'arc de face, leſquelles ſeront coupées par les perpendiculaires $1p$, $2p$, &c. prolongées aux points $1'$ $2'$ $3'$ $4'$, par leſquels & le centre C on tirera la projection des joints de tête $1'$ $5'$, $2'$ $6'$, $3'$ $7'$, $4'$ $8'$.

ENSUITE par les mêmes points $1'$ $2'$ $3'$ $4'$, $5'$ $6'$ $7'$ $8'$, on tirera des

parallèles à l'axe Cc' , jusqu'à une perpendiculaire DR , placée à volonté, qu'elles couperont aux points 21 22 23 24.

CETTE ligne DR fera prise pour un des diametres de l'arc-droit, & on trouvera l'autre en prenant au profil du talud [*Fig. †*] la perpendiculaire tz , qu'on portera sur la ligne $H2$, qui passe par le milieu de la clef de 2 en S , d'où on tirera SC' , qui sera le diametre conjugué d'une demi-Ellipse rampante, laquelle sera l'arc-droit que l'on cherche, avec ces deux diametres DR & SC' , on la tracera par le Probl. VIII. ou ce qui est plus commode par les Probl. 5. & 7. du 2.^e Liv. puis on tirera les cordes $D1'$, $1'2'$, $2'3'$, &c. par les points d'intersection de cette Ellipse, & de la projection des joints de lit. Enfin du centre C' on tirera les joints $1'5'$, $2'6'$, &c. & le trait sera fini.

A U T R E M E N T.

SUIVANT l'usage ordinaire des Apareilleurs instruits par les livres, on cherche les points des Ellipses de la projection de la face & de l'arc-droit sur le profil TaL , en portant sur aT toutes les hauteurs $1p$ $2p$, &c. des divisions pour avoir des perpendiculaires, comme Tb & ba , tz & za , c'est-à-dire, qu'on fait autant de profils qu'il y a de hauteurs de division; mais comme les divisions sont souvent trop loin l'une de l'autre pour tracer exactement une Ellipse par ces points trouvez, ils sont obligez de multiplier encore ces operations en faisant des sousdivisions au milieu de chaque tête de voussoir, pour trouver un plus grand nombre de points; ce qui augmente aussi le nombre des lignes & l'embaras du trait, il est bien plus simple, comme je viens de l'enseigner. Au reste cette méthode comprend l'ancienne; car il n'y a qu'à faire pour toutes les lignes $1p$, $2p$, &c. ce qu'on a fait pour EC & bC , toutes les lignes sur La comme ba , za serviront pour la projection, & toutes les perpendiculaires à La comme Tb , tz serviront pour l'Arc-Droit.

Explication Démonstrative.

Si l'on fait mouvoir le demi-cercle ou demi-Ellipse gEG sur son diametre gG , jusqu'à ce qu'il soit incliné au plan $dgGr$ suivant l'angle du talud donné TaL , il est visible que le point E sera posé verticalement sur e comme Tb est au profil sur b par la construction. De même le point b sur H ; & puisque la projection d'un cercle est une Ellipse par le Theor. II. du 2.^e livre, l'Ellipse geG sera la projection du demi-cercle gEG , & $ÆHB$ celle de $ÆbB$.

SECONDEMENT, puisque les points e & H , milieux des projections de

la doële & de l'extrados, s'écartent du plan vertical passant par l'axe CC' , l'un de la longueur Hm l'autre de en , il est clair que le milieu de la clef n'est pas le milieu du Berceau; cependant le nombre des voussours doit être égal de part & d'autre, suivant la division de la face AbB ; donc il faut qu'ils soient plus serrez d'un côté que de l'autre, & par conséquent que l'arc-droit soit panché; or dans ce cas le cylindre étant supposé scalene, parce qu'on a fait l'arc de face circulaire, la section perpendiculaire à son axe est une Ellipse, dont les axes sont l'un dans le plan passant par l'axe du cylindre, à sa plus grande inclination sur la base en $C'X$, l'autre au plan qui coupe celui-ci perpendiculairement en $C'Y$, le premier cas est celui du biais sans talud, & le second celui du talud sans biais; donc dans le biais & talud les axes de l'Ellipse de l'arc-droit ne sont ni dans le plan horizontal ni dans le vertical, par conséquent un tel arc est couché d'un côté en façon de rampant; *ce qu'il falloit démontrer.*

Il est aisé de conclure par l'inverse, que si au lieu de l'arc de face on avoit pris l'arc-droit circulaire, pour ceintre primitif, la même irrégularité seroit tombée sur la face; car alors le milieu de la clef passant par m , les parties $\mathcal{A}em$ & Bm de l'arc de face $\mathcal{A}emB$ seroient inégales, à cause de l'inégalité des angles $\mathcal{A}Cm$ obtus, & BCm aigu.

D'où il suit que l'Architecte doit se déterminer au choix d'un ceintre primitif, suivant l'attention que mérite l'ouvrage au dedans ou au dehors.

LORSQU'IL s'agit d'une porte, l'arc de face doit être préféré à l'arc-droit pour la régularité; parce que l'un est plus apparant que l'autre, mais s'il s'agissoit d'un berceau habité au dedans, l'arc-droit devroit être préféré à l'arc de face. Enfin si l'un devoit être aussi apparent que l'autre, on pourroit en faisant l'un & l'autre Elliptique, un peu incliné de la moitié de la difference, jeter l'irrégularité sur l'un & l'autre, & le rendre presqu'insensible par cet artifice.

LORSQUE l'obliquité du Berceau est double par une face brisée en deux directions à l'égard de l'axe, comme dans les portes *sur le coin* ou *dans l'angle*, on ne peut se dispenser de choisir l'arc-droit pour ceintre primitif, par les raisons que nous dirons ci-après, lorsque nous parlerons de ces portes; voici la difference que ce choix cause dans l'opération du trait.

SOIT [Fig. 80.] le demi-cercle DHR le ceintre primitif d'une face *Fig. 80.* biaise & en talud LEO , ou seulement d'une portion LEA , il n'importe. Ayant prolongé le diametre RD vers L° , & élevé une perpendiculaire sur un point a pris à volonté, on fera l'angle BaT égal au

complement de celui du talud TaL^o ; puis par tous les points de divisions du ceintre primitif 1, 2, 3, 4, on tirera des paralleles à DR, qui couperont aT en des points $1f$, $2f$, qui donneront entre eT & aB , les reculemens $1fu$, $2fV$, TB du talud, qui conviennent à chacun de ces points. Ensuite ayant pris à volonté sur LO un point T^a , pour y élever une perpendiculaire, on y portera de suite tous les reculemens ou intervalles des lignes eT & aB , qui conviennent aux divisions 1, 2, H, du ceintre primitif DHR, par exemple, $1fu$ en $T^a 1^a$, $2fV$ en $T^a 2^a$, bk en $T^a n$, & par tous ces points on menera des paralleles à LO, qui couperont les aplombs prolongez $1P$, $2p$, HCE aux points A 1^t , 2^t , N, qui seront les projections des divisions de l'arc de face, & des points au contour de la portion d'Ellipse, qui est celle de l'arc de face.

ON auroit bien pû se contenter de tracer cette Ellipse par le moyen des deux demi-petits axes; qu'on cherche pour le reculement du talud, & les deux moitez du grand axe donnez, comme nous avons fait dans les cas précédens; mais j'ai jugé à propos d'en chercher des points pour donner une pratique meilleure que celle qu'on trouve dans les Livres de la Coupe des pierres, particulièrement de celle de M. de la RUE page 12. où il donne un exemple *pour tout*, d'une maniere peu correctement énoncée; car ce qu'il appelle *Section 21*. qui doit *couper la ligne du biais par le milieu* n'est rien moins que cela, c'est un point d'attouchement qui ne doit rien couper; mais faisant grace au discours, cette pratique est très défectueuse, en ce qu'elle n'est qu'un pur tâtonnement, comme il en convient, en ajoutant que si on n'ajuste pas bien pour la section, il faut *rabaisser ou relever une des pointes du compas au long de l'aplomb*; voici le Problème.

Fig. 183.

IL s'agit de placer la ligne donnée ab dans un angle donné cED , perpendiculairement sur le côté cE , en sorte que les deux points a & b soient l'un dans la ligne cE l'autre dans la ligne ED . La pratique de l'Auteur est de prendre avec le compas l'intervalle ab , de mettre la pointe b sur ED à l'aventure en x , & de faire un arc gf , qui doit toucher cE & non pas la couper par une *section*, comme le dit le livre. Il est visible que si le point x est trop loin l'arc gf ne touchera rien, que si il est trop près comme en z , il coupera la ligne du biais, & donnera deux points de section uv ; alors le rayon ab placé en zv ne fera plus perpendiculaire à cE , donc il faut avancer & reculer la pointe du compas jusqu'à ce qu'elle se trouve à juste distance, ce qui fait perdre bien du tems, & à la fin ne donne pas un point d'attouchement connu. J'aurois mieux mécaniquement faire couler une équerre sur cE , & tenant une des pointes du compas sur son côté & sur la ligne cE , l'autre pointe rencontreroit DE en un point y .

POUR le faire Géométriquement, on tirera par un point pris à volonté sur cE une perpendiculaire cB égale à ab , si par l'extrémité B on mène une parallèle à cE , elle coupera DE au point y qu'on cherche, duquel on abaissera exactement une perpendiculaire égale à ΛB . Je ne me ferois pas arrêté à si peu de chose, si pour un cas qui tombe souvent en pratique, un Auteur suivi n'avoit donné aux Ouvriers un mauvais exemple *pour tout*.

AU LIEU de poser les reculemens du talud perpendiculairement à la base *Fig. 80.* LO de la face, il feroit aisé de les poser sur les projections des joints de lit, qui sont obliques à cette face, avec autant de justesse, & plus de commodité pour l'opération en faisant une correction à l'angle du talud donné TaL° .

SOIT NZ le reculement du talud égal à celui du profil Kb , provenant du milieu H de l'arc-droit DHR , lequel NZ doit rencontrer en N la ligne du milieu HA , dont nous avons trouvé le point N , d'intersection de ces deux lignes, comme on vient de le dire ci-devant *fig. 83.* il n'y a qu'à porter sur bk prolongée, la longueur NA du plan en bz , & tirer par les points z & a la ligne za , l'angle zaL° fera celui du talud changé, de façon que tous les reculemens BT , bK , &c. étant prolongez en TY , bz pourront être portez sur les projections des joints de lit, & sur le milieu de la clef en AE , & BN au lieu de Ey , NZ , perpendiculairement à LA .

La démonstration de la justesse de cette pratique est visible par la similitude des triangles YTa , Zba , qui donnent toujours des parties YT , zb à ajouter aux reculemens TB , bk , lesquelles leur sont proportionnelles. Car $YT:TB::zb:bk$, ou bien dans le plan $EN:NA::yz:za$ [par la construction] *ce qu'il falloit faire.*

LE trait étant fait tel que nous venons de le décrire en toutes sortes de circonstances, il sera aisé de former les panneaux, & trouver les biveaux de la même manière qu'il a été dit pour les berceaux & portes en talud.

PREMIEREMENT les *Panneaux de doële* sont donnez pour leur longueur *Fig. 77.* au plan horizontal, & pour leur largeur à l'arc-droit, comme dans tous les autres Traits. La longueur est terminée d'un côté de l'arc-droit DR , & à l'autre à la projection Elliptique de la face ΛEHB , & la largeur se prend toujours à la corde de l'arc-droit; ainsi pour le 2.^e voussoir on aura les côtes parallèles $1'21$ & $2'22$, & la distance de ces lignes perpendiculairement fera la corde de l'arc-droit $1'2'$.

SECONDEMENT, les *Panneaux de lit* seront encore des trapezes rectangles à l'arc-droit & obliques au joint de tête. Les premiers aux impostes sont donnez au *plan* de la fig. 77. à droite c'est le trapeze RBGr, & à gauche *dgÆD*. Le premier lit au dessus aura pour longueurs les lignes 5^e & 1^r 21 prises au *plan*, & leur intervalle perpendiculaire fera le joint de tête 5,1, pris à l'élevation.

3°. Les *Panneaux de tête* sont donnez à l'élevation, comme ici 1^r 5^e 6^e 2^e.

4°. Enfin les *Biveaux de lit* & de doële sont donnez à l'arc-droit, c'est pour le lit de dessous l'angle 2^r 1^r 5^e, & pour celui de dessus 1^r 2^r 6^e, qui n'est pas égal à l'autre à cause de l'obliquité de l'arc-droit DSR.

L'application du trait sur la pierre sera la même que dans les cas précédens, ayant fait un parement pour y appliquer le panneau de doële on abattra la pierre avec le biveau de lit & de doële, pour placer sur les deux seconds paremens les panneaux de lit, & l'ayant tracé on abattra la pierre suivant leur contour, & sur la tête dont ils donneront les joints. On appliquera le panneau mixte de tête pour y tracer les portions courbes des arcs devant & derriere, puis avec une cerche de la partie convexe de l'arc-droit, qui convient à la doële, on creusera à la règle la partie concave de la doële, pour laquelle on avoit déjà fait un parement plat.

Remarque sur les Portes Biaises & en Talud.

QUOIQUE les tableaux des portes biaises & en talud soient parfaitement aplomb, l'inclinaison oblique de leurs arêtes avec la face les fait paroître pancher, à moins qu'on ne les regarde d'un peu loin, lorsqu'on est placé dans le milieu de la direction du biais.

D'ou suit naturellement un raisonnement contraire à celui de DAVILIER, qui faisant mention de ces piedroits en surplomb, dont parle le Vitruve, usitez par les Anciens, comme on voit encore au Temple de la Sibille à Tivoli, & par quelques modernes, comme par Julien Sangallo en deux endroits du Palais Farnese, & par Vignole à celui de la Chancellerie à Rome, conclud que si cette maniere de Porte étoit supportable, ce seroit plutôt dans les murs en Talud d'une Citadelle qu'à la face d'un bâtiment d'Architecture civile; parce que les piedroits sont disposez à arbuter contre la Platebande. Il est visible au contraire que les arêtes de face en talud ou les piedroits aplomb paroissent déjà se rétrécir vers le haut, par le seul effet de la perspective, qui resserre les objets paralleles à mesure qu'ils s'éloignent; ce seroit donc augmenter cette apparence, que d'y ajouter un surplomb aux piedroits; par conséquent augmenter la difformité. Voyez la fig 78.

*Des Berceaux Biais & en Talud à deux Faces obliques,
qui font un Angle Saillant ou Rentrant.*

En Termes de l'Art.

Porte sur le Coin ou dans l'Angle en Talud.

LA construction que nous avons donné ci-devant de la porte sur le coin, ou dans l'angle sans talud, en prenant chacun de ses faces pour une moitié de berceau biais, feroit une suffisante introduction pour celle qui a du talud, s'il n'y avoit quelques nouvelles difficultez à celle-ci de plus qu'à l'autre.

Premièrement à cause de l'obliquité de l'arc-droit du berceau biais & en talud, dont l'arc de face est circulaire, on ne peut répéter la construction précédente pour chaque face de la porte, sans que la voute fasse un pli à la doële vers la clef. La raison est que l'arc-droit feroit composé de deux moitez d'Ellipses, couchées en façon d'arc rampant RYM, dont la rencontre feroit un angle en M, comme les voutes Gotiques en tiers point. Fig. 77.

Secondement, il s'en suivroit une grande inégalité de division dans les têtes des voussours, qui se resserreroient en approchant de la clef; car quoique l'arc de face d'un pan de la porte, telle que feroit GEC, soit divisé également aux points 4, 3, &c. il est visible que les projections des joints de lit, qui en résultent, s'écartent de l'imposte BR, à mesure qu'ils approchent de la clef suivant l'inclinaison de l'arc-droit RYM; de sorte que la clef se trouve rétreffie de chaque côté de la distance MS, qui est la difference du milieu M, entre les deux impostes, & du milieu S de la clef de l'arc-droit DSR. Ainsi elle est moins large que le voussour attenant, de deux fois l'intervale MS.

Troisièmement, si pour éviter le pli de la doële à la clef, on laissoit l'arc-droit rampant comme dans le biais en talud, il résulteroit une autre difformité sur les faces de la porte sur le coin, en ce que l'une feroit en plein ceintre, par exemple, GEC, dont la projection est GeC & le demi-diametre GC, & l'autre dont le demi-diametre feroit Cq, deviendroit surhaussée & beaucoup plus étroite dans le raport de CB à Cq.

Pour remedier à ces trois inconveniens on prend pour ceintre pri- Fig. 80.

mitif l'arc - droit DHR, qu'on peut faire circulaire ou Elliptique, comme on le juge à propos, ayant égard à l'effet qu'il doit produire pour les ceintres secondaires des faces LA & AL, qui deviendront plus ou moins surbaissées, si l'arc-droit est en plein ceintre, suivant le plus ou le moins d'obliquité des faces AL & AL sur l'axe AC, ensuite on operera de la même manière que nous l'avons dit ci-devant pour les reculemens, que donne le talud aux divisions de la face sur les demi - diametres des ceintres LA & LA, de la droite & de la gauche.

AYANT fait une perpendiculaire Ee ou T^a g sur la face LA prolongée, s'il le faut, on y portera sur une perpendiculaire T^a e^a les reculemens du profil 1 f a, 2 f V, b k, TB en 1^a 2^a b^a g, par où on tirera des parallèles à LA, qui couperont les projections des joints de lit aux points 1^r 2^r N & E, par lesquels & par le point A on tirera les projections de joints de tête 1^r 5^r, 2^r 6^r, &c. en un mot on fera chaque moitié de la porte sur le coin, comme la moitié d'une porte biaise en talud, dont l'arc - droit est le ceintre primitif.

IL reste à former les arcs de face brisée L 6 e, l 7 e.

PAR les points de projection 1^r 2^r N trouvez, comme nous venons de le dire, on mènera des perpendiculaires à la base LA, qui la traversent, comme Nn Ee, 2^r 2, 6^r 6, 1^r 1, sur chacune desquelles on portera la longueur qui lui convient, prise au profil du talud T a L°, par exemple ab en 2n, aT en ye, a2f en 22, &c. & par tous ces points Q 1 2 n on tracera une portion d'Ellipse, qui sera l'élevation de l'arête de la doële à l'arc de face, on fera de même pour l'extrados.

ON pourroit aussi tracer ces quarts d'Ellipse par les Probl. VIII. & V. & VII. du 2^e Livre par le moyen des diametres conjugués LO pour l'extrados avec le demi - diamètre AE doublé, & QU pour la doële avec le double de AN; car quoique les faces soient égales entr'elles, & d'une régularité apparente, ce sont cependant des moitiés d'un arc rampant, ou plutôt couché en façon de rampant, comme il est visible en jettant les yeux sur la demi - Ellipse QN^u de la doële, ou LEO de l'extrados d'une face de berceau biais & en talud, qui ne seroit pas recoupé par un pan AL ou Aq, ce qui paroît encore en tirant du centre A la ligne Ae à l'extrados; parce que l'on voit que l'angle L A e du demi - diamètre LA, & Ae du quart d'Ellipse L 5 e est aigu.

LA projection LEA & l'élevation L 5 e de l'arc de face étant données pour chaque pan de la porte sur le coin, il est aisé d'en faire les panneaux de lit & de doële, comme d'un simple berceau biais & en talud.

La seule difference qu'on y remarquera est la figure de la clef, qui sera telle qu'on la voit dans le dessein en perspective, où il est écrit *Clef*, qui est composée de huit surfaces, sçavoir de deux faces, qui font un angle saillant en talud, deux qui font un angle rentrant aplomb, deux qui sont inclinées en coupe pour les lits, une concave pour la doële & une convexe pour l'extrados, si la porte étoit extradossée, ce qui n'arrive gueres; car on termine plutôt le dessus par un lit de niveau pour la suite des assises au dessus de la porte.

IL est évident que tous ce que nous venons de dire du trait de la porte sur le coin peut s'appliquer à celui de la porte *dans l'angle*, il n'y a qu'à renverser la projection horisontale de la face QNA de la doële en IXC^d, de même celle de l'extrados pour faire le talud dans l'angle rentrant, au lieu qu'on l'avoit fait ci-devant sur le saillant, ce qui ne change en rien les panneaux de doële & de lit, ni les biveaux, qui sont seulement tournez en sens contraire.

Ces sortes de portes sont si rares dans l'exécution, qu'il n'est pas nécessaire de s'arrêter à un plus grand détail; il suffit de jeter les yeux sur la fig. 82. pour en voir l'effet.

POUR l'explication du Trait, il suffira de dire, que l'on doit se représenter les arcs de face de chaque pan de la porte, comme mobiles sur leur base LA, autour de laquelle faisant plus d'un quart de révolution, comme sur un axe horisontal, les points *e* & *e*^o qui sont en bas dans la figure séparez & écartez se réuniront en un seul E, au dessus de la ligne LA en l'air, à la hauteur du demi-diametre CH du ceintre primitif, qui est ici l'arc-droit DHR, & leurs demi-diametres *eA* & *e*^oA, qui sont en deux plans se réuniront dans l'arête de rencontre, dont la ligne AE est la projection horisontale.

Quatrième Cas des Berceaux, lorsqu'ils sont inclinez à l'horison.

PROBLEME. XII.

Faire un Berceau de face plane en situation quelconque, dont l'axe soit incliné à l'horison.

En Termes de l'Art.

Faire toutes sortes de Berceaux en Descente.

Nous ne mettons à part les Berceaux en *descente*, que pour ne pas surcharger le Problème précédent d'un trop grand nombre de cas;

car l'inclinaison de l'arc d'un berceau n'étant qu'un accident de corps cylindrique, considéré comme ayant une certaine situation à l'égard de l'horison, ne change en rien la figure, elle ne fait que donner un nouveau nom au berceau simplement *biais*, qui ne signifie aucune nouvelle propriété particulière à la voute, considérée en elle même à l'égard de ses parties; mais seulement un changement de leur situation à l'égard de l'horison.

POUR faire sentir cette vérité nous pouvons reprendre l'exemple de notre berceau *biais par tête*, de la fig. 75.

SI l'on fait tourner ce berceau comme un cylindre de base oblique à son axe, en sens contraire du mouvement que nous lui avons supposé au-tour de cet axe, pour former une face en talud, par exemple de E vers B, au lieu que nous l'avons fait tourner de B vers E, il est évident que par la révolution d'un quart de sa circonférence la base ou face, qui étoit en talud, se couchera en surplomb, qui est la situation opposée, & alors si on incline le cylindre suivant son axe, sans changer de situation à l'égard des côtes, en sorte que la face qui étoit en surplomb se redresse en situation verticale, le cylindre aura pris la figure d'un berceau en *descente Droite*.

2.^o Si on incline encore davantage l'axe, alors la face devenant inclinée au plan vertical on représentera la figure d'un berceau en *descente Droite & en talud*.

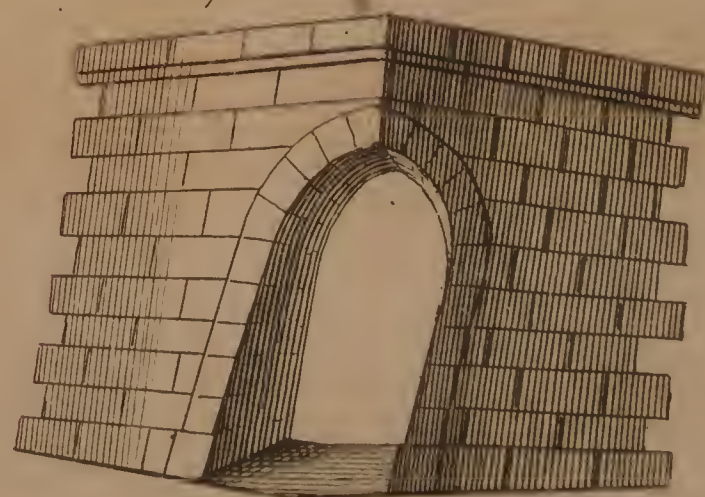
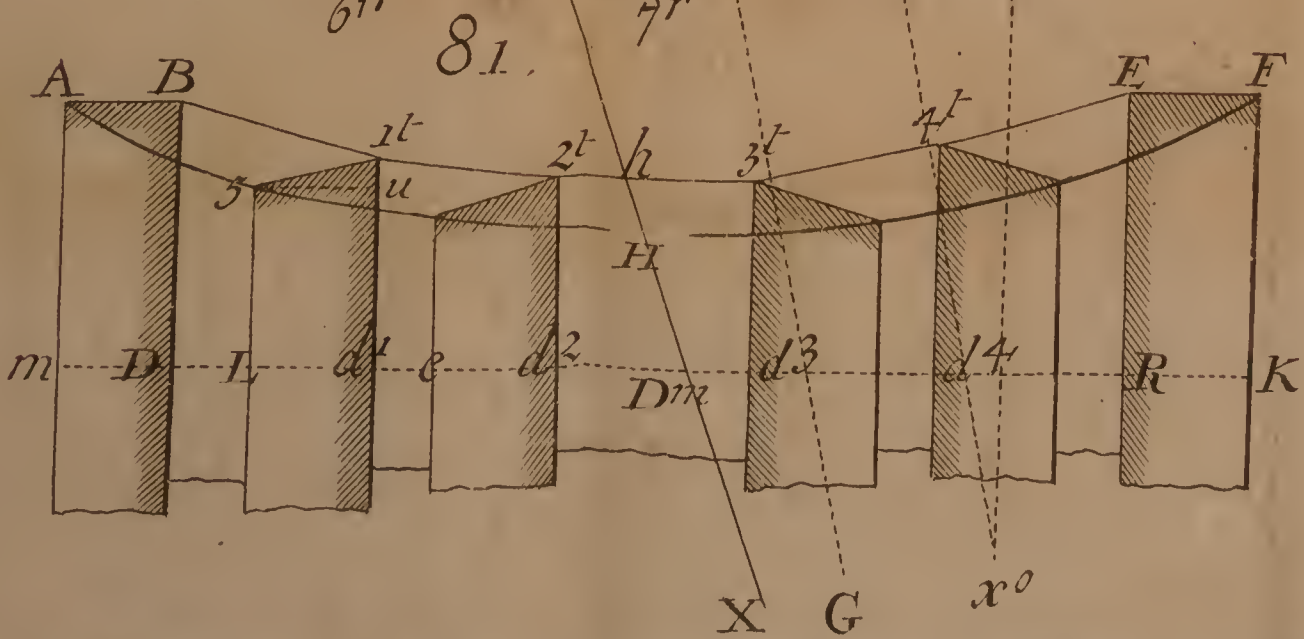
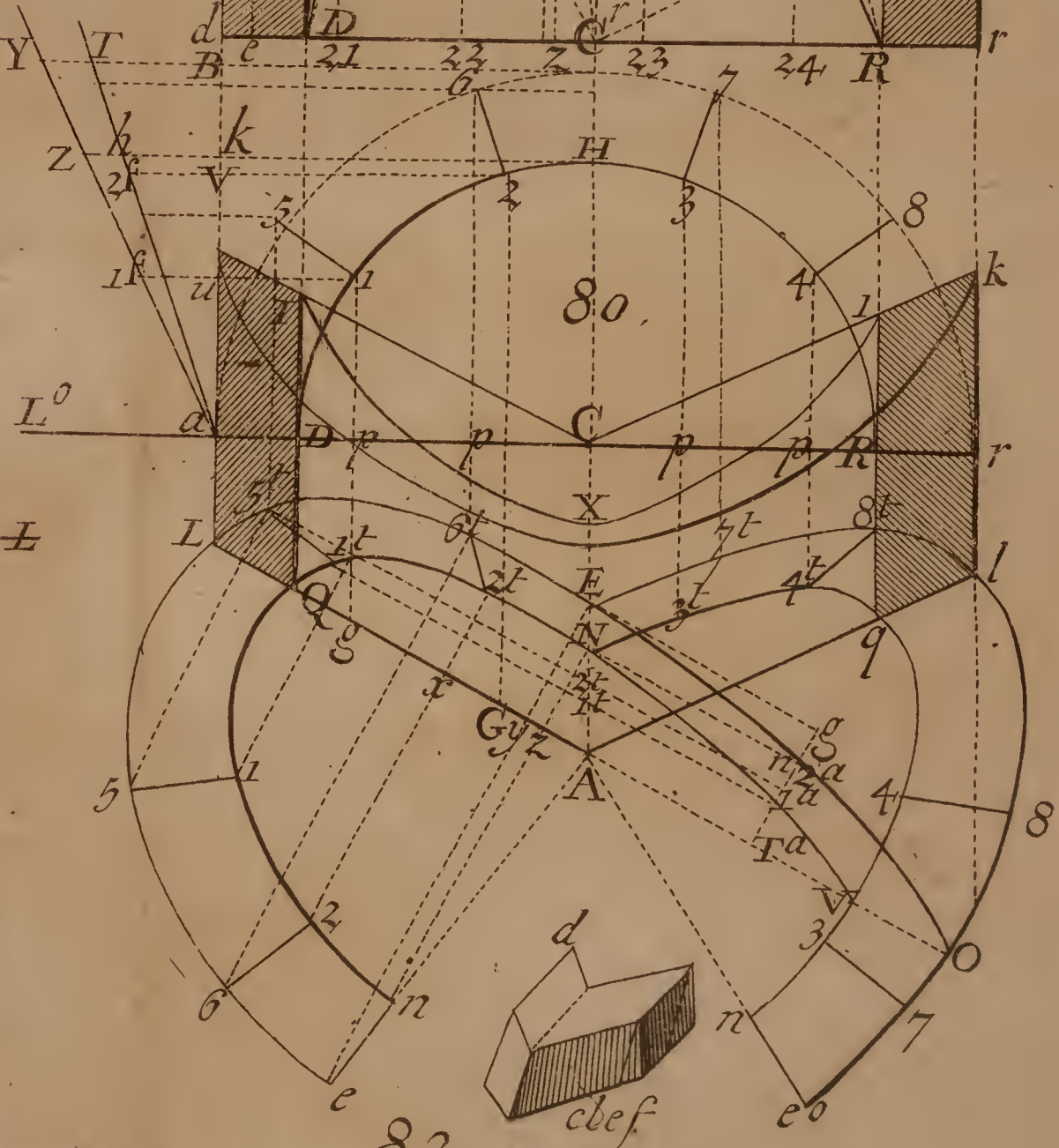
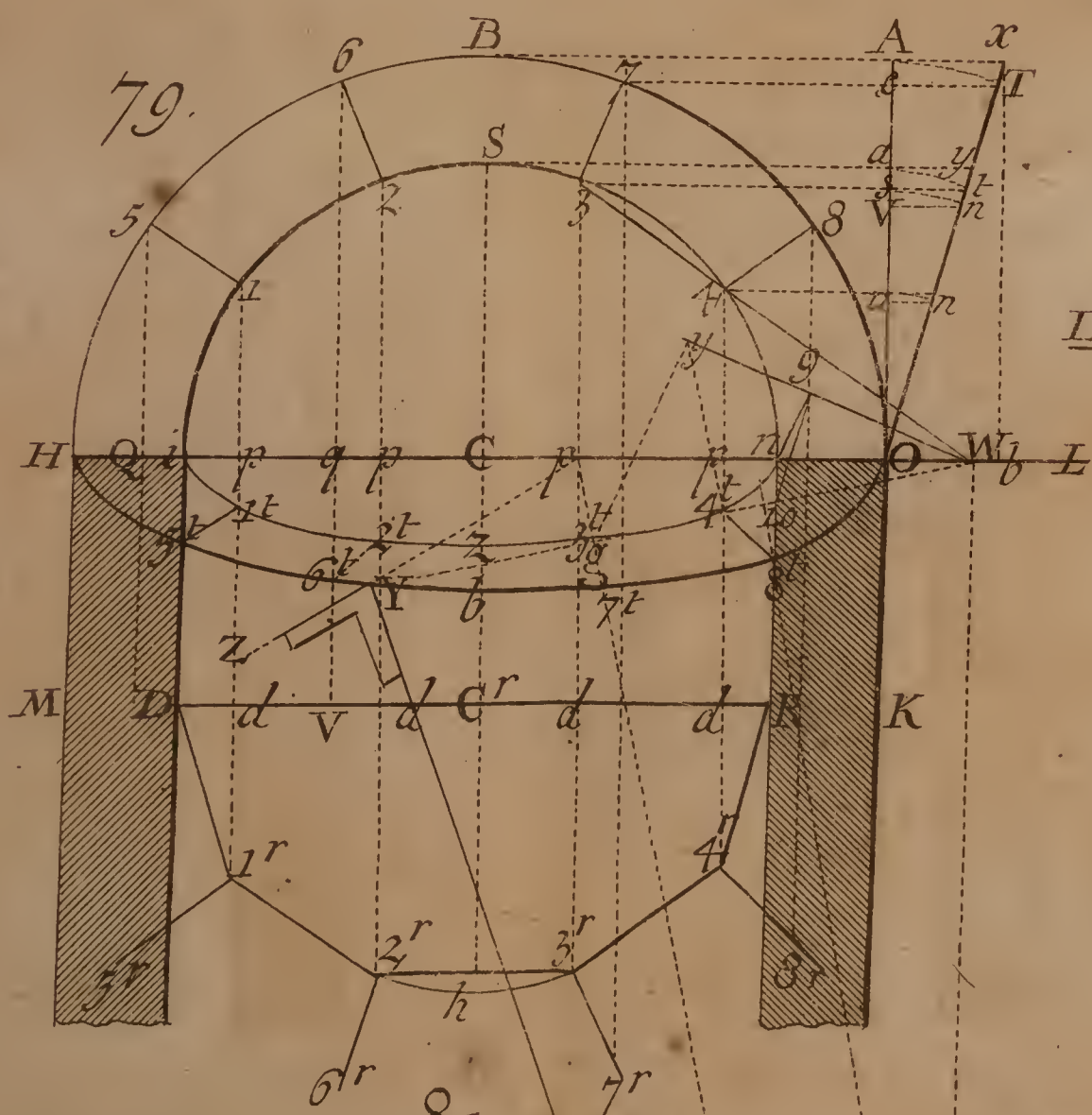
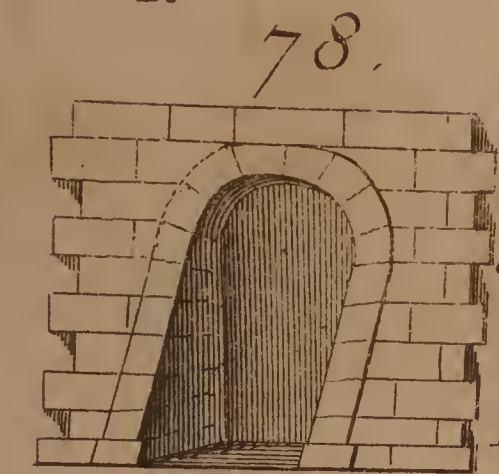
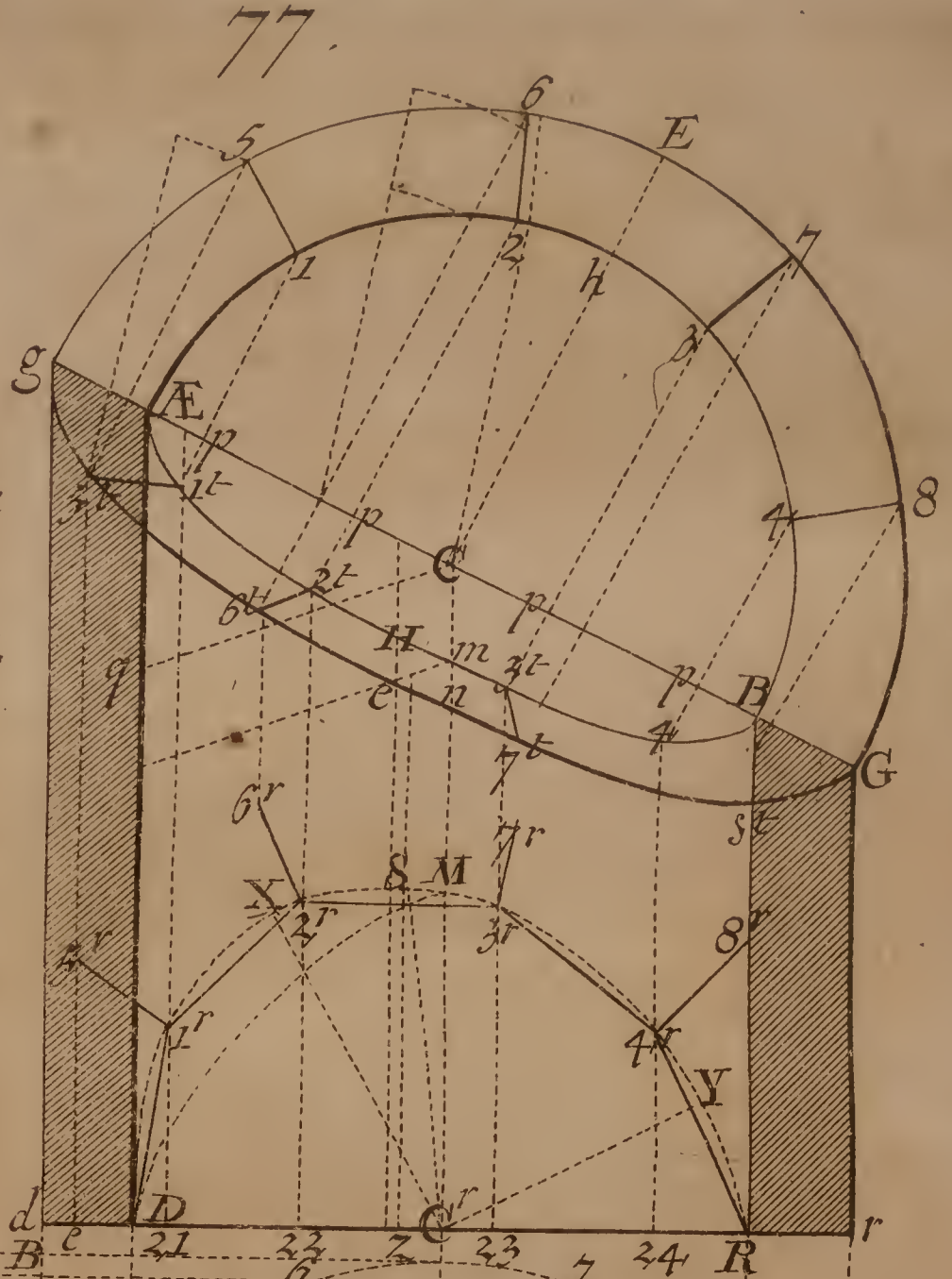
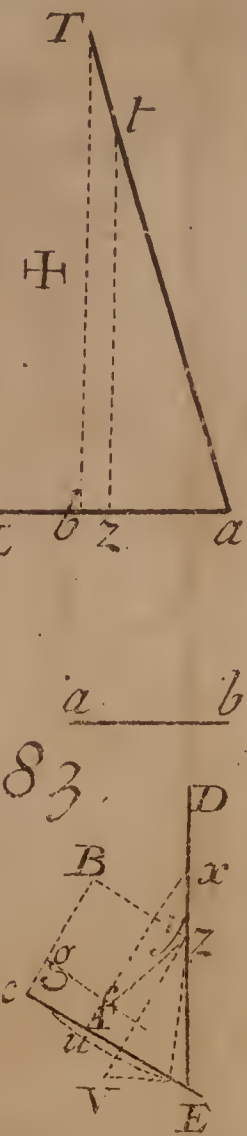
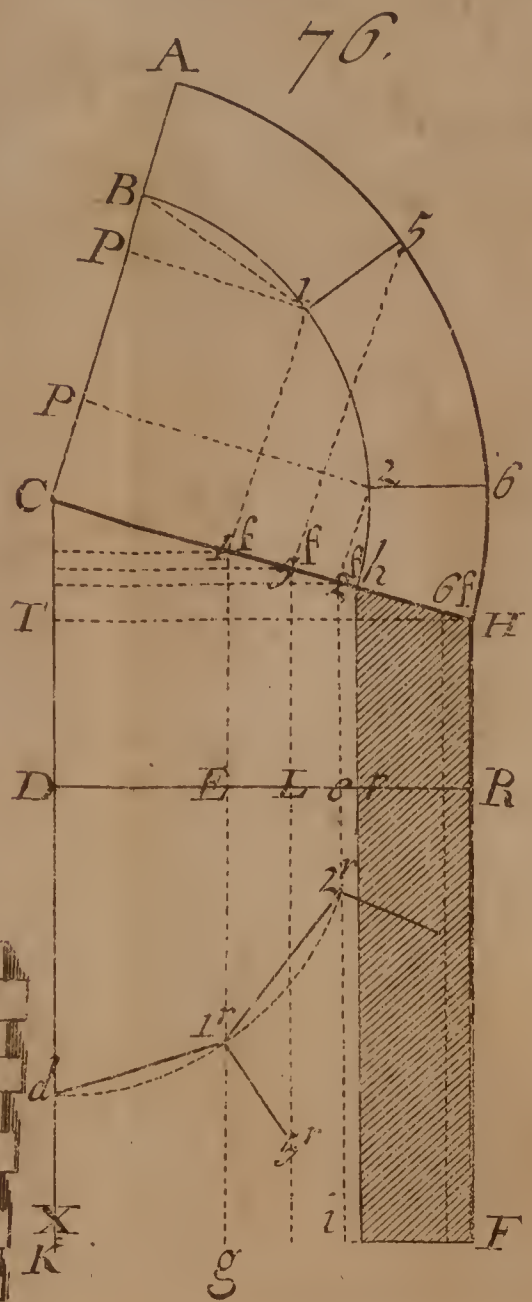
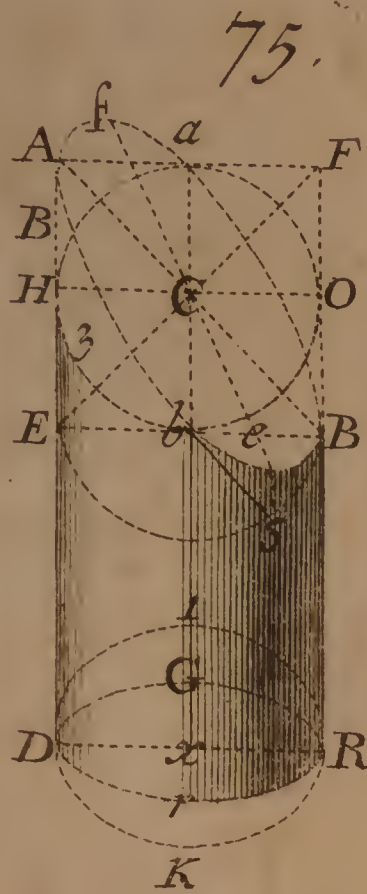
3.^o Si tenant l'axe du cylindre incliné on le tourne un peu sur un côté, en sorte que la base soit encore verticale, on aura l'image d'un berceau en *descente biaise sans talud*.

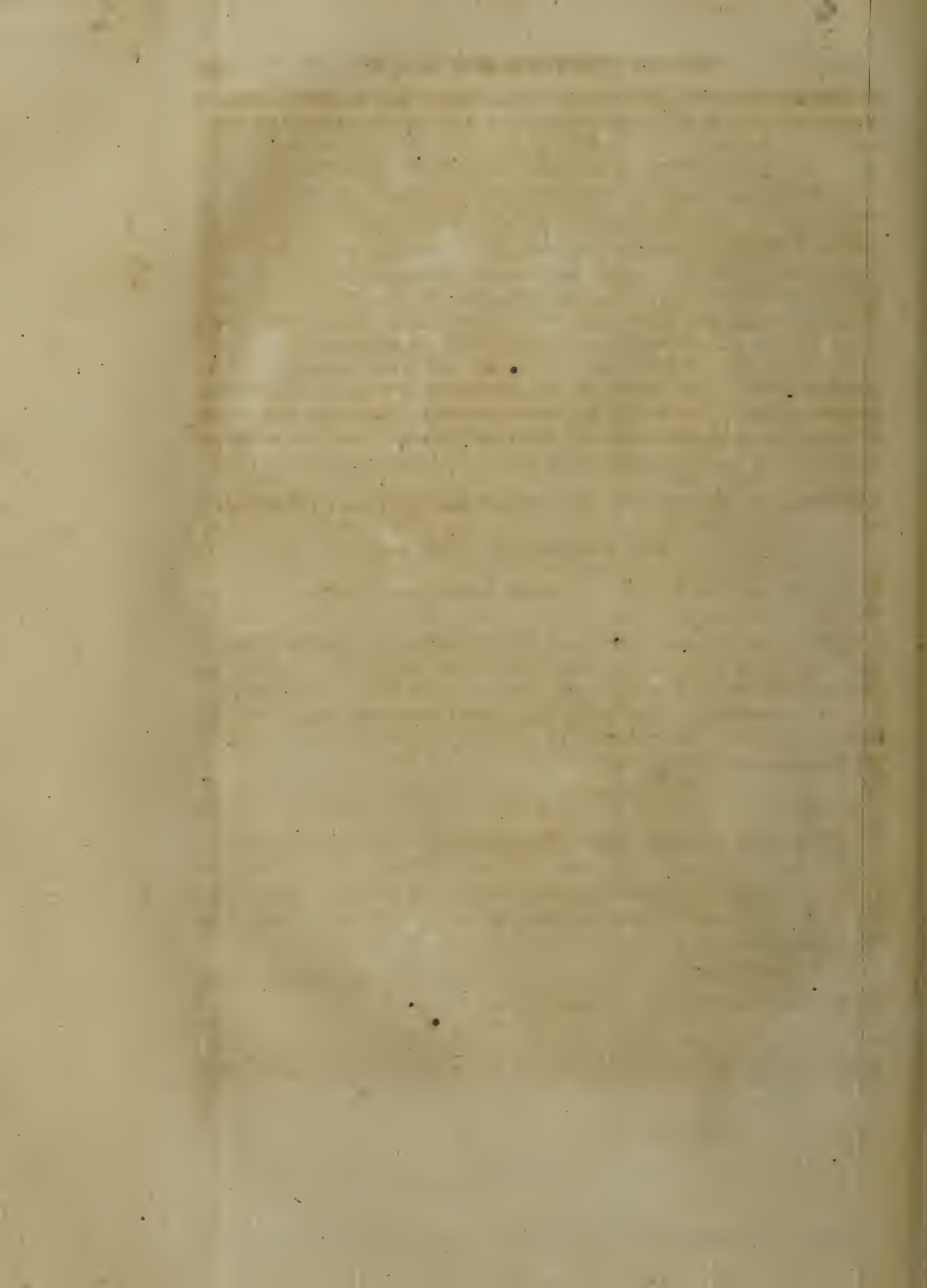
ENFIN si dans la même situation, on incline encore un peu l'axe, en sorte que la face biaise se couche à l'égard du plan vertical, on aura la figure d'une *descente biaise & en talud*.

C O R O L L A I R E.

D'ou il suit qu'il n'y a rien à considérer dans les descentes de plus que dans les berceaux biais, que l'inclinaison du plan passant par son axe, & par ses impostes, que DESARGUES a nommé *plan de chemin*, & les Architectes ordinaires *plan suivant la Rampe*.

OR comme cette inclinaison ne change en rien la figure de ce plan, dont on connoît les côtes, il suit qu'on peut faire toute sorte de descentes, par les mêmes moyens qu'on fait les Traits des berceaux biais





horizontaux, il n'y a qu'à faire une supposition que le plan suivant la rampe est horizontal, & agir en conséquence comme nous allons faire.

A V E R T I S S E M E N T.

Nous devons avertir le Lecteur, que nous ne considérons ici les Descentes, que comme terminées par des faces planes, dont nous appellons l'inférieure *face de montée*, & la supérieure *face de descente*, sans entrer dans aucun des cas où elles rencontrent d'autres voutes de même, ou de différente espèce, en quoi nous ne suivons pas l'exemple des Auteurs qui ont traité de cette matière, pour ne pas compliquer deux choses très distinctes, qui n'ont point de connexité nécessaire; notre raison est, premièrement, pour ne pas embrouiller les Traits. Secondement, pour ne nous pas écarter de l'ordre que nous nous sommes proposé de traiter des voutes simples, avant que d'aller à la composition de la rencontre de deux ou plusieurs, ce que nous remettons à la seconde partie de ce Livre, qui fait le troisième Tome.

Première Espèce de Berceaux inclinez à l'Horison.

En Termes de l'Art.

Des Descentes Droites.

ON appelle *Descente Droite* tout berceau incliné à l'horison, dont la direction de la face est perpendiculaire à celle du berceau, considéré suivant la direction horizontale de son axe; c'est-à-dire, suivant sa projection horizontale. D'où il suit qu'il peut y avoir de deux sortes de descentes Droites, l'une dont la face est aplomb, & l'autre dont la face est en talud ou en surplomb.

P R E M I E R C A S.

Descente Droite par Devant & par Derrière.

Soit [Fig. 84.] le parallélograme ROA'B de la moitié du plan horizontal d'une descente droite, laquelle suffit, puisque l'autre moitié lui est parfaitement égale. Fig. 84.

Soit OC la hauteur dont le berceau s'élève par un bout au dessus de l'horison RO, & RC la ligne de Rampe.

Du point C pour centre, & pour rayon Rb moitié de la largeur horizontale du berceau à la doële, si on veut le faire en plein cein-

tre, on décrira le quart de cercle $h1a$ pour moitié du ceintre primitif, qui se terminera en b sur OC prolongée; & en a sur CA parallèle à RO , & on lui fera le ceintre concentrique d'extrados, si l'on veut, $H5A$. On divisera cette moitié de ceintre en ses vouffoirs, par exemple, ici pour 5 en deux & demi aux points 1, 2, b , par lesquels, du centre C , on tirera les joints de tête 1.5, 2.6.

PAR les mêmes points 1 & 2 on menera des parallèles à OR , comme 2f, 1g, qui couperont la verticale OH aux points f & g , par lesquels & par les points b & H on tirera des parallèles à la ligne de rampe RC , comme HE , be , fF , gG , qui couperont la verticale RE aux points E , e , F , G , & le profil de la voute sera fait.

IL faut présentement transposer le plan horifontal $ROA'B$ suivant la rampe RC , ce qui n'en change pas la figure, mais seulement un peu la longueur, pour laquelle on prend RC au lieu de RO .

PAR les points R & C ayant tiré deux perpendiculaires à la rampe RC , on prendra sur ces lignes les largeurs du plan horifontal Rb & RB , & l'on tirera les lignes $b a'$, $B A'$, qui formeront le plan suivant la rampe, suivant lequel nous devons operer, comme s'il étoit horifontal, pour trouver les longueurs & les distances des projections des joints de lit, lesquelles donnent les moyens de tailler les vouffoirs par équarissement ou par panneau, ce qui réduira cette descente droite à une autre espece, dont l'énoncé est celui-ci.

Berceau horifontal Droit sur sa direction, en Surplomb par devant, & en Talud par derriere.

PAR les points 1 & 2 ayant abaissé des perpendiculaires sur CA , qui la couperont en k & i , on portera la longueur Ck en Cp & Ci en Cp' , & par les points p & p' on menera des parallèles à RC , prolongées indéfiniment de part & d'autre, qui seront les projections des joints de lit sur le plan de rampe.

ENSUITE par les point f & g du surplomb CH , on menera des perpendiculaires à RC , qui rencontreront les projections des joints de lit correspondans, prolongez aux points 2' & 1', & la ligne de rampe, qui est le milieu de la clef en b' , la courbe menée par ces points b' 2' 1' a' , sera la projection de l'arête de la doële, avec l'arc de face qui avance par le surplomb au delà de sa base $C a'$.

ON tracera de même la Courbe de l'arête de l'extrados & de la face, si on en a besoin, mais on pourra s'en passer comme nous le dirons ci-après.

PAR la même manière on trouvera sur le plan de rampe le reculement de l'arête de doële avec la face de montée au bas de la descente, que nous considérons au contraire de la première comme en talud. Il ne s'agit que de tirer par les points eFG des perpendiculaires sur RC , prolongées jusqu'à ce qu'elles rencontrent les projections des joints de lits, correspondans à ceux du profil; ainsi celle qu'on tirera par F , qui provient du point 2 du ceintre de face, coupera la projection, qui vient du même point au point f' , & celle qu'on menera par G , qui provient du point 1, donnera sur $P^1 g'$ le point g' , la courbe c, f, g, b fera la projection du reculement du talud.

IL faut présentement former l'arc-droit de la descente, lequel sera surbaissé, si le ceintre de face est en plein ceintre, dans le rapport des lignes Ch à Cd , qui est le même que celui de la rampe à sa projection horizontale; car à cause des parallèles RC , eb l'angle OCR est égal à Che , les angles en d & en O sont droits; donc $Ch : Cd :: CR : RO :: Cg : Cu :: Cf : Ct$; ainsi prenant une perpendiculaire à RC où l'on voudra, comme en eC' , on a toutes les hauteurs des joints, il n'y a qu'à porter sur la base & sur ses parallèles, les largeurs horizontales, qui sont constantes & égales dans l'arc de face & dans l'arc-droit.

ON portera donc la longueur Ca' en $Cr ar$, Cp^1 en $U 1'$, Cp^2 en $T 2'$; le quart d'Ellipse mené par les points $e 2, 1' ar$ fera l'arc-droit qu'on cherche.

IL ne reste plus à présent qu'à faire le développement de la doële pour en avoir les panneaux en doële plate.

PAR les points F, G, R , on tirera des perpendiculaires à RC vers a^d sur Ra^d , on portera de suite les cordes de l'arc-droit $a' 1'$, $1' 2'$, &c. nous en avons mis ici la moitié à commencer au point m pris à volonté, ce qui a donné les points n^2, n^1, a^d , par lesquels on tirera des perpendiculaires à Ra^d , lesquelles seront coupées par les parallèles, qui passent par les points F & G aux points $1^d 2^d$.

LES deux angles $Pa^d 1^d$, $a^d 1^d n^1$ formeront la tête du premier panneau de doële de face de devant, & leurs supplémens $Qa^d 1^d$, $a^d 1^d n$ formeront la tête du premier panneau de doële plate de la face de derrière, qui est considérée comme en talud d'un angle égal au surplomb de la première.

LES panneaux de doële étant faits, on fera ceux de lit par le moyen de l'extrados $H\gamma A$, ou en prenant à volonté une longueur de joint comme 2.6 ou 1.5 plus ou moins, par exemple, pour celui-ci on menera par le point γ une perpendiculaire à CH , qu'elle coupera en x ,

par où on menera $\propto Y$ parallèle à EH, & qu'on reproduira depuis le point Y par un retour d'équerre en Yy ; puis ayant pris avec le compas la longueur du joint de tête 1^r5, on posera une de ces pointes au point I^d, & l'on fera de l'autre un arc, qui coupera la ligne Yy au point y , par lequel si l'on mène y' parallèle à la rampe RC, on aura les têtes des deux panneaux de lit pour les faces de montée & de descente, sçavoir pour la première Sy 1^{re}, & son complément $z y$ 1^{re} pour la descente.

Pour s'épargner la peine de faire les panneaux de lit on peut se servir du biveau de doële plate & de tête, qu'on trouvera suivant notre méthode générale, dont voici l'application à la figure précédente pour le second vouffoir.

PAR le point 1, base de ce vouffoir on menera l'horizontale 1L, qui coupera le joint de lit du profil supérieur fF au point L; par le point 2 sommet de ce vouffoir on tirera $2x^1$ perpendiculaire à la corde 21, qui coupera 1L au point x^1 , par où on tirera la perpendiculaire x^1S , qu'on fera égale à x^1L , ensuite ayant porté la longueur $x^1 2$ en $x^1 y^1$. On tirera du point S la ligne Sy^1 , qui formera avec x^1L l'angle Sy^1L , qui est celui du biveau qu'on cherche, & le trait sera fait.

Application du Trait sur la Pierre.

AYANT dressé un parement destiné à servir de doële plate on y appliquera le panneau qui lui convient, pour y en tracer exactement le contour. Ensuite avec le biveau de *doële & de lit* pris sur l'arc-droit à l'ordinaire, comme *a* 1^r 5^r pour le premier vouffoir, ou 1^r 2^r 6^r pour le second, on abattra la pierre en surface plate pour y appliquer le panneau de lit qui lui convient, lequel étant tracé donnera les joints de tête, suivant lesquels on abattra la pierre en surface plane pour y poser le panneau de l'arc de face.

Ou sans se servir de panneaux de lit, après avoir tracé la doële plate on abattra la pierre suivant le biveau de doële & de tête, qu'on fera comme il a été dit au berceau en talud & en surplomb, pour tracer la tête suivant son panneau, & par le moyen des lignes de joint de tête & de joint de lit, on peut former la surface plane, qui fait le lit par le Probl. I. comme nous l'avons tant de fois répété, ce qui est exprimé par la fig. 85.

Il faut remarquer que par le seul profil joint à l'arc de face avec ses aplombs & l'arc-droit, on peut trouver tous les panneaux sans le secours d'aucun plan ni de l'horizontal, qui ne peut donner ici au-

cune mesure, ni de celui de rampe, qui n'en donne pas de nouvelles qu'on ne trouve au profil.

1.° Les longueurs des joints de lit sont données au profil. 2.° Leurs intervalles de la doële à l'extrados sont donnez à l'arc de face par la longueur des joints de tête. 3.° Leur obliquité, c'est-à-dire, celle de leurs côtes parallèles est donnée par les perpendiculaires sur RC, comme Yz donne la longueur Gz, qui est la différence de la tête en rectangle, comme elle seroit si le berceau étoit droit.

AINSI les longueurs des joints de lit, leur intervalle à la doële sur l'arc-droit, & leur différence d'avance par les perpendiculaires, comme Rr pour l'obliquité RGr étant donnez, on peut former les panneaux de doële. Enfin les panneaux de tête sont donnez à l'arc de face; donc on peut se passer de tout *Plan*, moyenant le profil; mais pour rendre le Trait plus suivi & plus sensible, il convient de faire le plan horizontal; parce qu'il sert de guide pour empêcher qu'on ne se trompe.

Le principal usage du plan de rampe RB' A' C supposé horizontal, quoiqu'il ne le soit pas, est pour tailler les voussours des berceaux en descente, par voye d'équarrissement, comme il est aisé de le voir; puisque ce plan de rampe est le même à l'égard de la voute, que le plan horizontal à l'égard d'un berceau de niveau, dont les faces seroient en talud & en surplomb.

Second Cas des Descentes Droites.

Descente Droite mais en Talud par devant & Aplomb par derriere.

Soit [Fig. 86.] le parallelograme ROA'B la moitié du plan horizontal d'un berceau en descente, dont RC est la ligne de rampe, & OC la hauteur sur l'horison. Soit CT le profil de la face inclinée, suivant l'angle du talud donné LCT; on fera CA perpendiculaire sur CT, & du point C pour centre, on décrira pour moitié du ceintre de face de descente un quart de cercle, si on le veut en plein ceintre, ou un quart d'Ellipse, si on le veut surhaussé ou surbaissé; nous le supposons ici circulaire A12t à la doële, A5T pour l'extrados, & divisé en ses voussours aux points 1, 2, c'est-à-dire, en deux parties & demie pour cinq voussours au demi cercle.

PAR les points 1 & 2 on menera des perpendiculaires à CT, qui la couperont aux points f' g', & par les points T, t, f', g, on me-

nera des paralleles à la ligne de rampe RC, qui couperont la verticale BH aux points H^b, F & G, par lesquels on menera des parallele à l'horizontale OR, comme G 1^e, F 2^e, qu'on fera égales à celles de l'arc de face f^e 2, g^e 1, Ca, leurs extremités donneront les points b^e 1^e 2^e b, par lesquels on tracera le quart d'Ellipse surhaussé, qui est la moitié du ceintre de face de montée, à laquelle l'autre moitié est égale.

IL reste à présent à former le ceintre de l'arc-droit, qui doit être surbaissé à l'égard du ceintre de face dans le raport des rayons CT à CD, dont la difference n'est pas grande dans cet exemple.

AYANT tiré une perpendiculaire à la ligne RC, où l'on voudra, comme bC', on portera la longueur du rayon de l'arc de face Ca en C'a', sa parallele g^e 1 en n 1', sur le joint de lit G g', & f^e 2 sur n 2', & par les points b 2' 1' a' on tracera la demi - Ellipse surbaissée, qui fera le contour de l'arc - droit.

ON a donc trois ceintres differens, sçavoir celui de la face de descente circulaire, celui de l'arc-droit surbaissé, & celui de face de montée surhaussé, lesquels avec le profil de coupe par le milieu de la vouute TR, suffiroient pour trouver tous les panneaux nécessaires pour tailler les vouffoirs, comme nous l'avons dit pour la descente droite précédente, sans qu'il soit nécessaire de faire aucune projection, ni sur le plan horizontal, qui ne peut donner aucune mesure, ni sur le plan de rampe, qui n'en donne point de nouvelle; puisque celle des longueurs des joints de lit sont dans leur juste mesure sur le profil.

CEPENDANT comme ce plan sert à présenter à la vûe une projection du talud de la face de derriere, & du surplomb de la face antérieure, qui est cependant en talud à l'égard du plan horizontal R A', on fera bien de le faire de la même maniere que nous l'avons dit à l'exemple précédent avec les developemens des panneaux de doële, ce que la figure montre sensiblement, sans qu'il soit nécessaire d'y ajouter une nouvelle explication, qui ne seroit qu'une répétition du premier cas de la descente droite; il faut seulement remarquer ici que quoique le rayon CA de l'arc de face en talud paroisse incliné à l'horison dans cette situation, il ne le sera du tout point en œuvre; car puisqu'il doit être perpendiculaire au plan de projection par l'axe TCR, & qu'il l'est, par la construction; au rayon CT; si l'on fait mouvoir le quart de cercle TA sur son rayon CT, le point A tombera sur C, qui sera alors la projection de toute la ligne CA, laquelle sera aussi perpendiculaire à la ligne de rampe RC; car si une ligne est perpen-

diculaire

diculaire à un plan, elle la fera à toutes celles qu'on peut mener dans ce plan, qui passeront par le point C ; donc le rayon CA qui est ici incliné à l'horizon, devient en œuvre horizontal, & perpendiculaire à la direction horizontale de la voute RO, ce qui constitue la nature des descentes Droites.

Explication démonstrative des deux cas précédens.

PREMIEREMENT, nous ne faisons aucun usage de la projection horizontale dans les descentes, par la raison que nous avons donné touchant cette espèce de représentation, qu'elle raccourcissoit tous les objets qui n'étoient pas parallèles au plan de description, & comme la rampe RC est plus longue que le niveau RO, il suit que tous les joints de lit qu'on pourroit tracer dans le plan horizontal seroient trop courts dans le rapport de RO à RC.

POUR suppléer aux mesures que l'on trouve ordinairement dans la projection horizontale, on a recours à la projection verticale, faite sur un plan vertical par l'axe, ou parallèle à la direction de la voute; ainsi tous les joints de lit de la représentation étant parallèles à ceux de la réalité dans la voute, sont tracez dans leur juste mesure, & leurs avances ou reculemens les uns sur les autres à l'égard de la ligne de rampe RC, étant désignées par des perpendiculaires Yz & Gr sur la ligne RC, donnent des triangles rectangles YGz, GRr, qui sont les excès ou les défauts dont les surfaces planes des lits & des doëles plates surpassent des parallelogrames rectangles, qui seroient des figures convenables à un berceau Droit de niveau; c'est pour quoi on a mené des perpendiculaires à RC par les points FYG, qu'on a prolongé indéfiniment vers B^d & vers a^d pour avoir les reculemens ou les avances des têtes des panneaux; & parce que dans les triangles, dont nous venons de parler, il y a deux côtez raccourcis par la projection verticale, qui sont la représentation des lignes inclinées au plan vertical; on est allé chercher la longueur d'un de ces côtez, comme Gr sur r' a' de l'arc-droit, qui est parallèle à ce côté, quoique dans la figure il ne le soit pas, parce qu'on ne le doit exprimer que sur un plan qui ne soit pas raccourci.

C'EST pourquoi l'arc-droit e r' a', & l'arc de face H; A ne sont pas dans leur situation naturelle à l'égard du profil; il faut les imaginer se mouvoir en tournant sur leurs rayons, qui sont dans le plan du profil CH & C'e jusqu'à ce qu'ils deviennent perpendiculaires à ce plan RH. Fig. 84.

A l'égard de l'usage que nous faisons du plan de rampe comme d'un plan horizontal, nous en avons déjà rendu raison, en expliquant

les différentes positions d'un cylindre oblique sur sa base, il suffit de remarquer qu'il nous sert à trouver les courbes Elliptiques, ou seulement leurs moitiés; puisque ces sortes de berceaux ne varient pas dans leurs côtes, qui sont les projections inclinées des têtes de la voute, sçavoir $b' 2' 1'$, $1' a'$ pour la partie de descente, qu'on considère comme en surplomb, quoique dans sa vraie situation elle soit verticale, & $C' f' g' b'$ pour la montée, qui est considérée comme en talud à l'égard du plan de rampe RC.

LES arcs de cercle AA' , aa' , $1p^1$, $k p^2$ font voir le rapport des retombées des points 1 & 2, sur le rayon CA, avec la tête du plan incliné CA'.

Usage du ON peut, comme je l'ai déjà remarqué, se passer de ce plan & de
Trait par ces projections; mais outre qu'elles font prévoir l'effet des panneaux
équarrisse- de doële dans leur suite naturelle, c'est que ce genre de projection in-
ment. clinée peut servir à tailler la pierre par *Equarrissement*; si l'on ne veut pas
 se servir de panneaux, on prendra les longueurs des voussours sur ce
 plan RA', les obliquez des têtes par les biveaux de rampe RCH, &
 les panneaux de tête, comme, par exemple, pour le second vou-
 soir en $\gamma 1 q 2 \phi$, ou en panneau ou avec des biveaux mixtes $\gamma 1 2$,
 ou des biveaux d'aplomb, comme $q 2 \phi$, tenant les branches parallèles
 au plan de la face.

Fig. 84.

*Seconde espece de Berceaux inclinez, à l'Horison, dont
 les faces sont obliques à leur direction horizontale.*

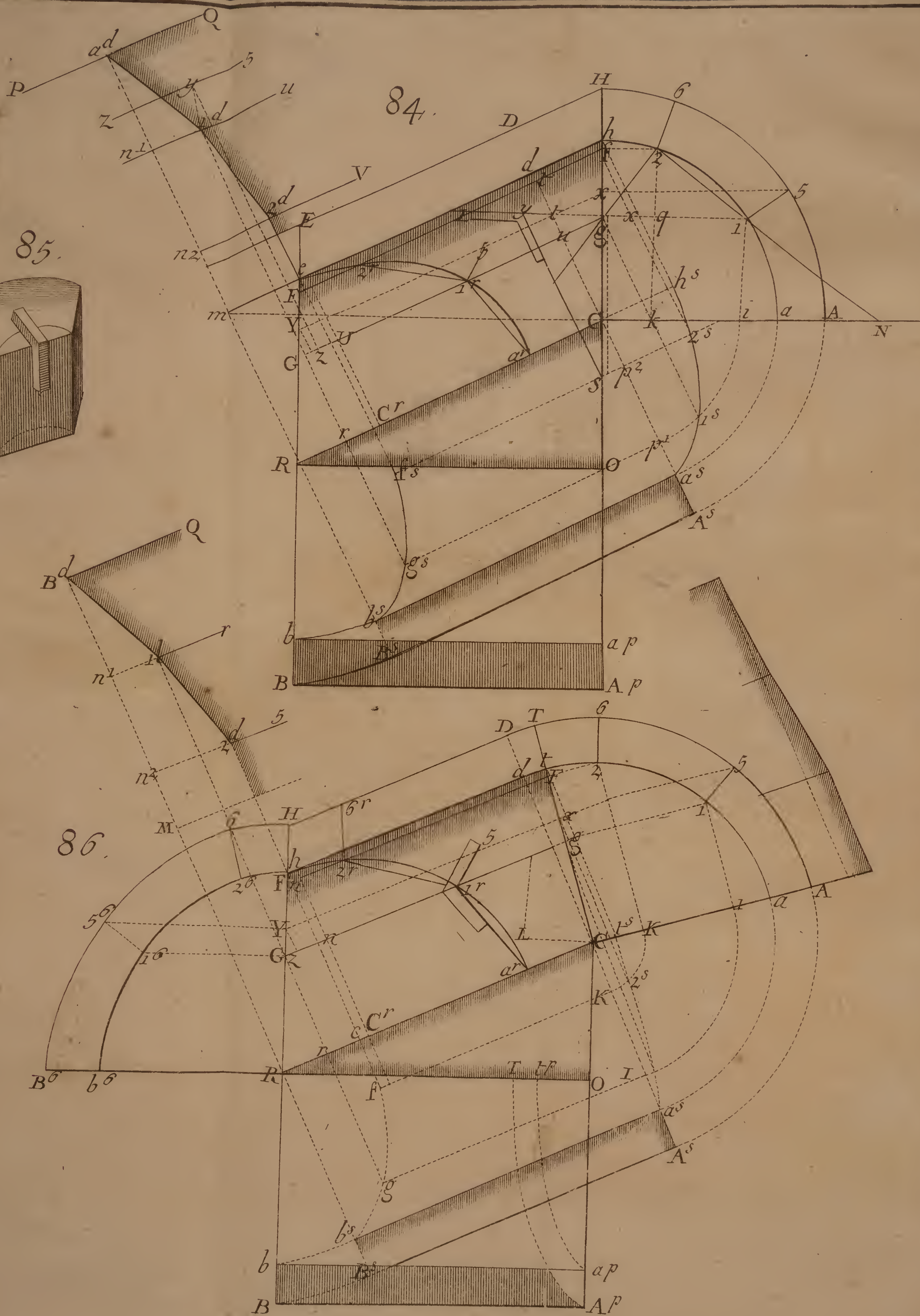
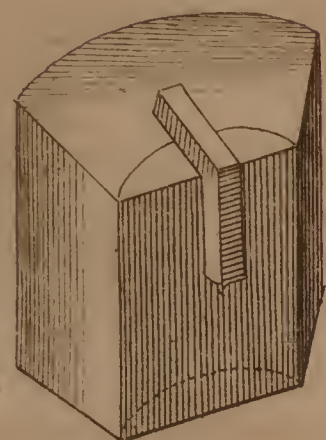
En termes de l'Art.

Des Descentes Biaises.

Nous faisons encore deux classes des descentes biaises, l'une de celles dont la face est aplomb, l'autre de celles dont la face est en talud.

IL faut se rappeler ici ce que nous avons dit du changement de position d'un cylindre oblique, laquelle peut le rendre semblable à toutes sortes de biais & descente, quoiqu'il demeure toujours le même dans la figure intrinsèque; cela supposé:

LA *Descente Biaise* est un berceau dans lequel il faut considérer trois sortes d'obliquez, dont deux viennent de la position de sa face; sçavoir, 1.^o celle de la face sur la direction horizontale du berceau, laquelle est comme au berceau horizontal, simplement biais par tête.



2.^o Celle de la même face sur l'axe du cylindre, laquelle lui est commune avec le berceau horizontal en talud.

3.^o Celle de l'inclinaison de l'axe à l'horison, qui lui est commune avec la descente droite.

Si l'on rassemble l'effet de chacune de ces sortes de positions de face, on connoîtra d'abord celui qui doit résulter de celle-ci, pour la formation des panneaux, & pour l'espece de projection, sur laquelle il faut en prendre les mesures.

Premierement, que de même que dans le simple biais horizontal, les panneaux de doële & de lit s'allongent au-delà de l'arc-droit en descendant d'un côté de la clef, & se raccourcissent de l'autre.

Secondement, que de même qu'au berceau horizontal en talud, mais en sens contraire que produiroit le surplomb, la tête du panneau de lit, qui passeroit par le milieu de la clef, n'est pas un rectangle, mais elle se raccourcit à la doële autant que celle en talud se raccourcit à l'extrados, & à toutes les autres têtes à proportion.

Troisièmement, que de même qu'à la descente droite on ne doit mesurer la longueur des joints de lit, de doële, ou d'extrados que sur la projection verticale, c'est-à-dire, sur le profil ou *Coupe* suivant la direction.

IL faut de plus remarquer une irrégularité inévitable dans les descentes biaises, qui arrive ou dans l'arc-droit ou dans l'arc de face. C'est que l'un des deux arcs, ou celui de face ou l'arc-droit deviennent rampans, c'est encore une suite de la conformité qu'elles ont avec les berceaux biaises & en talud, où dans certaines circonstances l'arc-droit devient incliné, comme rampant, si l'arc de face est circulaire; ici à cause de l'inclinaison de l'axe du berceau, non seulement l'un ou l'autre de ces arcs devient rampant par la figure, c'est-à-dire, par l'inclinaison des ordonnées à son diamètre, mais encore par la différence du niveau de ses impostes, dont l'une est plus élevée que l'autre au dessus de l'horison.

Pour exposer sensiblement la mutuelle dépendance des ceintres, qui entraînent une espece d'irrégularité dans l'un des deux d'une descente biaise, lorsque l'on en fait un de contour circulaire, nous avons représenté en maniere de perspective deux bouts de cylindre, à la *PLAN. 40.* fig. 87. & fig. 88. inclinez à l'horison suivant une pente RM ou Rm, *Fig. 87.* dont *om* exprime la hauteur, & RO la base horizontale. *Fig. 88.*

Soit le parallelograme vertical HxCS, qui coupe la moitié du cylindre jusqu'à son axe Cx, & le trapeze LMRE la section du cylindre

par l'axe suivant la ligne de rampe RM , & perpendiculairement au plan vertical $H \propto CS$, dans laquelle section la ligne LM exprime l'obliquité de la base du cylindre LHM sur sa direction horizontale OR , ou sa parallèle Ve , ou si l'on veut encore au plan vertical passant par l'axe $\propto C$, ce qui revient au même.

DANS cette situation, si l'on suppose le cylindre Droit, mais coupé obliquement par cette base LHM , on reconnoitra que l'arc-droit, qui est la section LDK perpendiculaire à l'axe $\propto C$, est circulaire, & que son diamètre LK est une ligne de niveau, parce qu'il est perpendiculaire au plan vertical $H \propto CS$, c'est-à-dire, que les naissances de cet arc sont de niveau.

IL n'en est pas de même de la section oblique LHM , car le point M , qui est dans la ligne de rampe RK prolongée, est autant élevé au dessus de L qu'il est au dessus de K , qui est de niveau avec le point L ; donc les naissances L & M de l'arc LHM , ne sont pas de niveau entr'elles; par conséquent cet arc est de cette espèce de ceintres irréguliers, que nous appelons Rampans.

Si l'on fait une application de cette figure à celle du berceau biais en descente, on reconnoitra que si l'arc-droit a ses impostes de niveau, l'arc de face les aura de différentes hauteurs.

Fig. 88. PAR un raisonnement inverse [*Fig. 88.*] si au lieu de supposer un cylindre Droit, on suppose un cylindre scalene, dont la base dHm est circulaire, mais oblique au plan vertical $SHCc$, la section $ds k$, faite par un plan perpendiculaire à l'axe Cc fera une Ellipse, dont les naissances d & k , qui sont cependant dans les mêmes côtes du trapeze $NdmR$ passant par l'axe, & par les naissances de niveau d & m de la base de cylindre, seront à des hauteurs inégales; car la naissance k sera toujours au dessous du point m , qui est de niveau avec d , comme à la section semblable $eNSR$, le point R de niveau avec e sera au dessous du point N ; donc [par la supposition] k avec le point d .

DONC si l'arc de face d'une descente biaise est de niveau, l'arc-droit sera rampant, & les naissances de la voute à droite & à gauche seront l'une haute l'autre basse, ce qui est une difformité souvent insupportable.

D'ou il suit qu'on ne peut éviter un arc rampant ou à la face, ou à l'arc-Droit; c'est à l'Architecte à voir s'il doit préférer la régularité de la face d'entrée à celle du dedans, ou s'il doit jeter l'irrégularité sur la face pour rendre les dedans de la voute plus beaux.

LA même relation des ceintres se trouve dans les descentes dont les

faces sont en talud ; car la variation que cause le talud ne se fait pas aux impostes , mais à la clef , où le sommet tombe un peu en arriere de ce qu'il auroit été , [si la face avoit été élevée aplomb ; ainsi les inconvéniens des descentes biaises avec talud ou sans talud sont à peu près les mêmes , le seul changement que le talud peut y faire , c'est que rapprochant le ceintre de face de la situation de l'arc - droit , il occasionne une moindre difference de contour. Cela supposé , nous allons donner les Traits des descentes biaises quelconques , suivant notre nouveau système , qui supprime l'obliquité de la descente , en supposant le plan de rampe de niveau & les faces en talud ou en surplomb.

*Premier cas des Descentes Biaises , lorsque les faces
sont aplomb.*

ON peut faire les descentes biaises , comme tous les autres berceaux biaux de deux manieres, en choisissant pour ceintre primitif l'arc de face ou l'arc - droit.

*Premiere disposition où l'arc - Droit est donné pour
Ceintre primitif.*

En Termes de l'Art.

*Descente Biaise Rampante par devant & droite
par derriere.*

SOIT [Fig. 89.] le trapeze ABDE , le plan horisontal de l'intérieur de la voute en descente biaise , dont RM est la ligne de rampe , & OM celle de la hauteur totale des coussinets. Fig. 89.

ON commencera par faire le plan de rampe par le moyen de l'horisontal donné , lequel étant trop court ne peut servir à prendre des mesures de longueur.

PAR le point D du jambage le moins avancé , pris à la doële , ou si l'on veut K pour l'extrados , on tirera une perpendiculaire à la ligne RO , qu'on prolongera jusqu'à la rencontre de la rampe RM en F , d'où se retournant d'équerre sur RM , on tirera Fk , qu'on fera égale à la largeur RG du plan horisontal , & l'on tirera Mk pour diametre de la face , ensuite ayant fait kg parallele & égale à RG , on aura pour le plan de rampe le trapeze RMkg à l'extrados , ou abde à la doële.

PRESENTEMENT , sur le diametre intérieur ae égal au donné AE , on décrira un demi - cercle abe , ou une demi - Ellipse surhaussée ou surbaissée , telle qu'on la voudra pour ceintre primitif, qu'on divisera en ses vouffoirs aux points $1, 2, b, 3, 4$, par lesquels on menera autant de paralleles ps, ps à la ligne de rampe RM , indéfinies & prolongées un peu au delà de Mk , & la ligne du milieu bC jusqu'en RG , qu'elle coupera au point N .

POUR terminer ces paralleles qui doivent être des projections de lit sur la Rampe , on menera par le point a de la doële la ligne an parallele à RG , qui rencontrera CN au point n . On portera Cn en Ct , puis [par le Probl 7. du 2.^e Livr.] on fera une demi-Ellipse ate avec les axes donnez ae, nt , laquelle coupera toutes les projections aux points $1' 2' 3' 4'$, où seront celles des divisions de la face de montée sur le plan de rampe , où elle produit l'effet du talud.

POUR avoir aussi la projection de la face de descente sur le même plan, on décrira une autre demi-Ellipse bsd par le moyen des diametres conjuguez bd & nt [par le Probl. 8. du 2.^e Liv.] faisant entr'eux des angles égaux à ceux de la rampe RM , ou du milieu SN sur RG , laquelle demi - Ellipse dsb , coupera les projections des joints de lits aux points $1', 2', 3', 4'$, où seront celles des divisions de la face en ses vouffoirs.

QUOIQUE nous ne cherchions ici que les avances des faces de descentes & les reculemens de celle de montée à la doële, il faut en faire autant par l'extrados pour s'en servir à former les panneaux de lit, comme il a été dit ci-devant à la page 165.

IL ne s'agit plus que d'en trouver les hauteurs des divisions , ce que l'on peut faire de différentes manieres, 1.^o par un profil de la face, comme dans les traits ordinaires des Livres de la Coupe des pierres, 2.^o ou sans profil, suivant ma nouvelle maniere, qui est beaucoup plus simple, & dont le Trait est moins embarrassé de lignes, on fera seulement le profil de l'arc-droit comme il suit:

SUR GR prolongée on portera NR en RI , du point I on abaissera sur RM la perpendiculaire IC' , qui la coupera au point C' , d'où comme centre & du demi diametre Ca pour rayon on décrira un quart de cercle, $L2' a'$, sur lequel on portera les divisions $a1, a2$ en $a, 1', a' 2'$, par lesquelles & par I on menera des paralleles à la rampe RM indéfinies $p 1', q 2', IH'$.

ON tracera ensuite du point C' , milieu de FM pour centre la demi-Ellipse XbY avec les diametres conjuguez, l'un bd pour la doële ou

M k , pour l'extrados & l'autre LN pour l'extrados, ou deux an pour la doële inclinez entr'eux, suivant un angle fC^*H que nous allons chercher.

PAR les points F & M on menera les lignes M m , F f paralleles à l'horizontale RO, puis lui ayant fait C *H perpendiculaire, on ouvrira le compas de l'intervalle cM pour l'extrados, ou cb pour la doële, & posant une des pointes en C * , on fera avec l'autre de part & d'autre des arcs qui couperont F f en f' , & M m en m ; par les points m & f on menera mf qui est le diamètre conjugué au demi-diamètre C H .

AINSI [par le Probl. 8. du 2^e. Livre] on tracera cette demi-Ellipse rampante, qui fera l'arc de face auquel il ne manque plus que d'y marquer les divisions en voussoirs, correspondantes à celles de l'arc-Droit LC * , qu'il sera très-facile de trouver; car si par les points pQ , où les projections verticales des joints de lit P p , Q q coupent le demi-diamètre vertical C *b on mène des paralleles au diamètre mf , où pour la doële XY, elles couperont la demi-Ellipse X bY aux points 1 f , 2 f , 3 f , 4 f , où sont les divisions demandées, par lesquelles & par le centre C * on tirera les coupes des têtes 1 f 1 e , 2 f 2 e , &c.

PAR le moyen de ces paralleles qui sont des ordonnées, on auroit pû tracer l'arc de face par plusieurs points, en portant sur chacune les retombées prises sur la ligne bd , comme c 1 u en p 1 f & p 4 f ; c 2 u en Q 2 f & Q 3 f .

SI la face de descente étoit apparente, & qu'on voulût lui faire les coupes de tête suivant les règles des joints perpendiculaires à la courbe, on le pourroit, mais il faudroit alors changer la direction des joints de tête de l'arc-Droit, qui deviendrait fécondaire, comme nous l'avons dit ci-devant, pour que les lits ne soient pas gauches.

IL ne reste plus présentement qu'à former le ceintre de face de montée qui sera surhaussé, & dont les impostes feront de niveau, quoique celui de face ait été fait rampant.

PAR les points R, p , q ayant tiré des perpendiculaires à RI, qui est le profil de cette face, on portera sur chacune les largeurs horizontales de l'arc-Droit à chaque division de voussoir, c'est-à-dire, les retombées, qu'on peut prendre sur le ceintre abe , au profil en 1 $1'$ 1 $2'$.

AINSI l'on portera Ca, ou ce qui est la même chose, Cr a' en RV, 1 $1'$ en P 1 u , 1 $2'$ en q 2 u , & par les points V 1 u 2 u L on tracera une demi-Ellipse, qui sera la moitié du ceintre de face à laquelle l'autre sera égale.

ON pouvoit tout d'un coup tracer cette demi-Ellipse par le moyen

des demi-axes donnez ; ſçavoir RL & Ca doublez pour en faire les axes.

Le Trait étant ainſi fait , il eſt viſible qu'on y trouvera toutes les meſures néceſſaires pour former les panneaux.

PREMIEREMENT, pour ceux de *Doële plate*, on a les longueurs des joints de lit, qui en font les côtez ſur le plan de rampe, par exemple pour le ſecond vouſſoir $1' 1'$, $2' 2'$, & leurs avances ou reculemens de l'un à l'égard de l'autre ſe prendront par les diſtances de ces points au diametæ ae , ou à la perpendiculaire Fk , à l'égard des largeurs, qui ſont l'intervale des côtez des panneaux. Nous avons tant de fois dit qu'elles ſe prennent à l'arc-droit, comme aux cordes $a' 1'$, $1' 2'$, qu'il ſemble inutile de le répéter.

POUR mettre ſous les yeux la ſuite des panneaux de doële plate par un *développement*, par exemple pour les angles des têtes de doële de face de deſcente, on peut, comme nous avons fait à la fig. 89. prolonger la perpendiculaire Fk indéfiniment, ſur laquelle on portera de ſuite les cordes de l'arc-Droit $a 1'$, $1' 2'$, en $f^d, 1', 2', 3'$, &c. par où ayant tiré des perpendiculaires à la directrice $f^d d'$, qui ſont des paralleles à la rampe RM , on lui menera par tous les points de la projection de la face $b 1' 2' 3' 4'$ des perpendiculaires qui les rencontreront aux points $b^d, 1', 2', 3', 4', d^d$, par leſquels ſi l'on mene des lignes droites de l'un à l'autre, on aura le développement de la partie des doèles plates, qui eſt vers la face de Deſcente.

ON en uſera de même pour les têtes de ces mêmes doèles plates à la face de montée, en prolongeant ea & lui menant par les points de la projection $1' 2'$ des paralleles à ae prolongées indéfiniment, puis ayant pris à volonté un point A^d ſur ea prolongée, on portera de ſuite les cordes de l'arc-droit $a 1'$, $1' 2'$, $2' 3'$, &c. aux points o^1, o^2, o^3 , &c. par leſquels on menera des paralleles à RM , qui couperont les perpendiculaires à la même ligne aux points $1^d, 2^d, 3^d$, &c. par leſquels menant des lignes droites de l'un à l'autre, on aura le développement des têtes de doële à la montée que l'on cherche ; ainſi on aura les angles des doèles du haut & du bas.

ON n'a plus à former que les panneaux de lit, comme il a été dit au trait précédent des deſcentes droites.

Les panneaux de tête ſont donnez aux ceintres des faces de montée & de deſcente.

L'application du trait ſur la pierre ne differe en rien de celle des deſcentes Droites, tracées ſuivant le même ſiſtème, dont nous venons de parler, c'eſt-à-dire, que ſi elle ſe fait par panneaux, on commencera par

par la doële plate, & par le moyen des biveaux de lit & de doële, pris à l'arc-droit, on formera pour secondes surfaces celles du lit, auxquelles on appliquera leurs panneaux pour tracer les ouvertures des angles de têtes de descente ou de montée.

ON peut même s'épargner les panneaux de lit en cherchant les biveaux de tête & de doële, comme il a été dit au dernier Problème du 3.^e Livre, en commençant par la tête & la doële.

Si on veut tailler les voussoirs par équarrissement on le peut par cette méthode, & non pas par l'ancienne sans une longue operation & beaucoup de perte de pierre. Ici le plan de rampe servant de plan horizontal on fera la descente biaise comme un berceau biais en surplomb, & la montée droite comme un berceau Droit en talud, comme nous l'avons expliqué au trait précédent.

Explication Démonstrative.

IL y a une chose de plus à considérer dans ce Trait que dans les descentes Droites, c'est l'inégalité du niveau des impostes de la face de descente, dont on a déjà donné la raison en expliquant la fig. 87.

PUISQUE les impostes de l'arc-droit sont de niveau, & que le plan de cet arc-Droit aussi bien que celui de rampe quoiqu'inclinez tous les deux à l'horison, sont supposez perpendiculaires à un plan vertical, leur commune intersection & toutes leurs paralleles feront des lignes horizontales; mais à cause que le plan de la face de descente, qui est vertical & oblique, tant au premier vertical qu'à celui de l'arc-droit & à celui de rampe, leur commune intersection ne peut être parallele à la première; par conséquent elle ne peut être de niveau comme elle. La raison en est bien sensible, car au dessus de la ligne Fk , qui est de niveau, la rampe continuë de monter jusqu'en M , quoiqu'elle ne change pas de hauteur en k ; par conséquent la ligne Mk doit être inclinée à l'horison d'une hauteur égale à la difference des points F & M , qui est la même que celle des points f & m .

Si la face de montée étoit oblique à l'horizontale RO , il est clair qu'elle feroit aussi rampante d'une imposte à l'autre, par la même raison.

Remarque sur cette Disposition.

QUOIQ'IL se trouve une difformité dans la face de descente biaise, dont les naissances de l'arc-droit sont de niveau, en ce que le ceintre de cette face devient rampant, on ne peut disconvenir que ce ne soit

la disposition la plus naturelle pour l'usage interieur, parce que les impostes se suivent à hauteurs égales sur les marches ou sur la rampe, & sont de niveau entr'elles, dans les parties directement opposées; il arrive seulement qu'à l'entrée il faut faire un Palier de niveau dans l'espace du triangle FMk , ou au moins des marches tournantes, parce que le feüil de la porte ne peut être rampant comme la ligne des impostes.

Si au contraire les impostes de la face étoient de niveau, il arriveroit que dans l'intérieur elles deviendroient d'inégale hauteur dans les parties diametralement opposées, de sorte que les marches en seroient plus près d'un côté que de l'autre, cependant pour ne pas faire une entrée difforme, on peut quelquefois faire une disposition contraire à la précédente, telle que nous allons l'expliquer.

Seconde Disposition de la Descente Biaise, où le Ceintre primitif est pris à la face de Descente.

En Termes de l'Art.

Descente Biaise par devant & droite par derriere, dont les naissances du ceintre de face sont de niveau.

DANS la disposition précédente nous avons représenté la descente biaise comme un demi-cylindre Droit, coupé obliquement par le plan de la face de descente; ici nous faisons un cylindre scalene, qui a pour base la face de descente, lorsqu'elle est en plein ceintre, & pour arc-Droit une demi-Ellipse rampante par ses impostes.

Fig. 90. SOIT [Fig. 90.] le trapeze $ABDE$, le plan horisontal de la voute à la doële ou à l'extrados, & l'angle de rampe donné BAF . Pour ne pas embroüiller le dessein de trop de lettres & de lignes, nous supprimerons ici l'épaisseur des piedroits & de la voute en dedans.

PAR le point D du piedroit le plus court, on tirera une perpendiculaire DG au côté AB , qu'on prolongera jusqu'à la rampe AF , qu'elle coupera au point F , par lequel on tirera FM parallele à AB , & égale à GB , & par le point M , on menera MR parallele à AF , qui rencontrera AE au point R , le trapeze $AFMR$ représentera en profil le plan de rampe, qui est doublement incliné à l'horison, sçavoir, 1.^o suivant la direction de ses côtez paralleles AF , RM . 2.^o Suivant la direction transversale de E en A , qui est exprimée à son profil par la hauteur verticale AR .

D'ou il suit que le plan de cette rampe n'est pas semblable au plan

horizontal dans les têtes de la face de montée, comme il l'étoit dans toutes celles des Traits précédens, que faisant la projection de la voute sur ce plan, les lignes verticales lui deviendroient inclinées, & qu'enfin si on fait la projection sur un plan incliné, mais supposé perpendiculaire au vertical passant par l'axe du berceau, on ne pourra prendre des mesures de largeur horizontale sur cette projection, comme aux autres Traits des descentes, où nous avons considéré le plan de rampe comme horizontal; ainsi pour en faire cet usage nous prendrons le plan de rampe pour horizontal, & le plan vertical passant par l'axe pour incliné à l'horison; cela supposé :

POUR faire le plan de rampe dans toute son étenduë, ayant tiré par le point F une perpendiculaire à RM indéfinie. Du point M pour centre & d'une ouverture de compas, égale à BD, on décrira un arc qui la coupera au point *d*, par lequel on menera *d e* parallèle & égale à FA; puis on tirera *e R*, le trapeze RM*d e* fera la figure du plan de rampe dans toute son étenduë.

PRESENTEMENT il faut tracer les avances du surplomb de la face de descente, & les reculemens de celle de montée.

AYANT divisé FM en deux également en *c*, on y élèvera la perpendiculaire *c b*, qu'on fera égale à la moitié de BD; puis avec les axes, BD & FM, on décrira [par le Probl. 7. du 2.^e Liv.] la demi-Ellipse F*b*M. *Profil de face.*

ENSUITE du point *c* pour centre & *c b* pour rayon, on décrira le quart de cercle *b m*, ou si l'on veut une demi-Ellipse telle qu'on la voudra pour ceintre de face, qu'on divisera en ses voussours aux points 1, 2, &c. par lesquels on menera des parallèles à MF, qui couperont la demi-Ellipse F*b*M aux points 1^f, 2^f, 3^f, 4^f, où seront les hauteurs des divisions de la face en voussours sur son profil, par lesquels on menera des parallèles indéfinies à F*d*, pour en avoir les projections sur le plan de rampe par le moyen de ce profil; ensuite on décrira sur M*d* un demi-cercle MH*d*, ou une demi-Ellipse telle qu'on a fait à la moitié du ceintre de face ci-dessus; puis l'ayant divisé en ses voussours, aussi comme ci-dessus *m* 1, *m* 2, aux points 1, 2, 3, 4, on abaissera de chacun de ces points des perpendiculaires sur M*d*, lesquelles rencontrant les parallèles à F*d* donneront les points 1^r, 2^r, 3^r, 4^r, où seront les avances du surplomb; ainsi la demi-Ellipse MS*d* représentera sur le plan de rampe la projection inclinée de son arête à la doële ou à l'extrados.

PAR les points trouvez 1^r, 2^r, 3^r, 4^r on menera des parallèles à la rampe RM, qui seront les projections des joints de lit sur le plan de

Reculemens en talud. rampe. Il reste présentement à trouver les reculemens du talud de la face de montée, & le ceintre de cette face.

PREMIEREMENT, pour le reculement ayant mené par tous les points $1^f, 2^f, 3^f, 4^f$ des paralleles à la rampe, qui couperont EA prolongée aux points $1^m, 2^m, 3^m, 4^m$, on menera par ces points des paralleles à Fd , qui rencontreront les projections des joints correspondans aux points $1^f, 2^f, 3^f, 4^f$, par lesquels on tracera la demi-Ellipse RTe , qui fera la projection de l'arête de la doële de la face de montée.

POUR trouver les angles des têtes des panneaux de lit, il faut chercher les avances de l'extrados sur ceux de doële à la face de descente, & les reculemens à la face de montée, comme il a été dit à la page 165.

Ceintre de montée.

POUR tracer le contour du ceintre de cette face de montée dans toute son étendue, sur BA prolongée, on prendra AK égale à AE, & l'on tirera KR, qu'on divisera en deux également en C^m , par où on élèvera une perpendiculaire à AK, sur laquelle on portera les hauteurs des retombées de l'arc mb , sçavoir P_1 ou c_1^a en $C^m 1$, p_2 ou c_2^a en $C^m 2$, & ch en $C^m I$, puis par ces points on menera des paralleles à RK pour trouver les hauteurs des divisions des vouffoirs au ceintre de montée, qui fera une demi-Ellipse rampante, qu'on pourra faire par le Probl. 8. du 2. Livre, par le moyen des diametres conjugez, donnez KR, & deux fois ch demi diametre vertical, cette demi-Ellipse KIR coupera les lignes paralleles à KR, menées par $1^m 2^m$, aux points $1^{\sim} 4^{\sim}, 2^{\sim} 3^{\sim}$.

ON remarquera que je propose toujours de tracer les ceintres comme les demi-Ellipses, par le moyen des diametres conjugez, pour n'être pas obligé, comme les Auteurs des anciens Traits, de faire des sousdivisions de vouffoirs en deux parties égales, nécessaires pour augmenter le nombre des points donnez, lorsque les vouffoirs sont si larges qu'il reste un grand intervalle de courbe d'une division de tête à l'autre, ce qui multiplie tellement le nombre des lignes d'une épure, qu'il est difficile d'en éviter la confusion.

ON peut aussi trouver ces mêmes points, & par conséquent aussi le contour du ceintre de montée, en menant par les points $1^m, 4^m, 2^m, 3^m$, provenant des points $1^f 2^f 3^f 4^f$, des paralleles à AK, qui couperont les précédentes, paralleles à KR aux mêmes points $1^{\sim} 2^{\sim} 3^{\sim} 4^{\sim}$.

Ou bien on menera par les points $p^1 p^2$ des retombées du ceintre primitif MHd des paralleles à RM, qui couperont Re aux points l^1, l^2, l^3, l^4 , on portera ensuite les distances de ces points au point R, sur le diametre rampant RK, comme Rl^1 en RL^1, Rl^2 en RL^2 , &c. &c.

par les points L^1 , L^2 , &c. on menera des paralleles à C^mI , qui couperont les ordonnées passant par $1''$, $2''$, aux points 1^c 2^c , &c. qu'on cherche.

IL ne nous reste plus présentement qu'à former l'arc-Droit, qui est aussi une demi-Ellipse rampante, mais moins exhaussée que celle du ceintre de montée, que nous venons de faire.

ON a déjà sur le plan de rampe un de ses diametres qui passe par les impostes, lequel est $g^r d$, & l'on trouve l'autre qui passe par la clef en menant par le centre c , du profil de la face, une ligne CX , parallele à la rampe RM , qui représentera l'axe du cylindre, & par un point C' , pris à volonté sur cet axe, on lui menera une perpendiculaire, qui coupera ih au point O , la ligne $C'O$ fera la moitié du diametre conjugué à celui qui doit passer par les impostes, dont il sera facile de trouver les angles de conjugaison, comme il suit.

Du point C' pour centre & d'une ouverture de compas, égale à la moitié de $g^r d$, on fera de part & d'autre des arcs, qui couperont l'un la ligne AF en d^r , l'autre RM en g^r , l'angle $d^r C'O$ ou son supplément $OC^r g^r$ fera celui que l'on cherche, par le moyen duquel & les longueurs des diametres donnez on décrira une demi-Ellipse [suivant les Probl. 8. ou 9. du 2.^e liv.] laquelle coupera les paralleles des projections verticales des joints de lit provenant des divisions 1^f , 2^f , 3^f , 4^f aux points correspondans 1^r , 2^r , 3^r , 4^r , par lesquels du ceintre C' on tirera les joints de tête $1^r 5$, $2^r 6$, &c.

ON peut encore trouver le diametre de l'arc-Droit, & son angle de conjugaison, d'une autre maniere, sans le secours du plan de rampe sur le plan horifontal. Ayant tiré par le point B , le plus avancé du biais, une ligne Br , parallele à celle de rampe RM , on lui menera par le point G une perpendiculaire Gq , qui la coupera en q ; puis ayant porté la longueur Gq sur GB en GQ , on tirera la ligne QD , qui sera le diametre qu'on cherche, & l'angle GQD celui de la conjugaison du second diametre, qui passe par la clef de l'arc-Droit.

Si l'on veut tracer cet arc par plusieurs points sans avoir recours aux Problèmes citez, on peut en trouver plusieurs points, en menant par les divisions de la ligne ch , 1^a , 2^a , des paralleles à la rampe RM , jusqu'à la ligne $C'O$, qu'elles couperont en a & b , par où on menera des paralleles au diametre $g^r d^r$, qui rencontreront celles qui proviennent des divisions du profil de la face de descente 1^f , 2^f , 3^f , 4^f , aux points 1^r , 2^r , 3^r , 4^r , par où on tracera la courbe rampante de l'arc-Droit, & le Trait sera achevé.

PRESENTEMENT il est visible que l'on a tout ce qui est nécessaire pour former les panneaux, & tracer la pierre.

PREMIEREMENT, les longueurs de ceux de doële sont données en deux endroits, sçavoir sur la projection verticale du profil, & sur le plan de rampe aux lignes $1' 1'$, $2' 2'$, &c. qui sont les joints de lit.

LES avances de surplomb & les reculemens de talud se trouvent aux mêmes points $1'$, $2'$; $1'$, $2'$, comparez par la distance à une perpendiculaire $g'd$ qui les traverse tous; enfin leurs intervalles de largeur sont donnez à l'ordinaire, par les cordes de l'arc -Droit $d' 1'$, $1' 2'$, &c. par conséquent toutes les figures des doëles plates sont faciles à décrire.

LES panneaux de lit se trouveront par les mêmes moyens en faisant une seconde épure d'avance de la face de montée, & de reculement de celle de descente, semblable à la première pour l'extrados, si l'on a commencé par la doële, comme il convient, ou pour la doële, si l'on avoit commencé par l'extrados, comme dans cette figure, ce qui a déjà été répété dans les Traits précédens.

ENFIN les biveaux de lit & de doële plate sont aussi donnez à l'ordinaire aux angles de l'arc-Droit $1' 5 1'$, $1' 5 6$, &c. Ainsi on peut tracer la pierre par panneau.

A l'égard de la maniere de tracer la pierre par équarrissement, qui est très aisée par notre nouveau système dans tous les Traits précédens, elle se trouve un peu plus embarrassée dans celui-ci, à cause que la double obliquité du plan de rampe ne nous permet pas de le considérer comme un plan horizontal; parce qu'il est incliné suivant sa largeur, outre son inclinaison en longueur. Il faudroit pour l'équarrissement que les aplombs fussent perpendiculaires aux diamètres supposez perpendiculaires à ses côtes, & ils ne le sont pas. Ainsi il faudroit faire une projection horizontale exprès, ce qui rendroit le trait trop composé.

CEPENDANT on pourroit le faire en posant les retombées du ceintre primitif MHd sur des lignes parallèles au diamètre de face Md , qui est horizontal, lesquelles sont par conséquent de niveau en œuvre; mais non pas sur d'autres diamètres qui sont inclinez, ce qui n'est pas de difficile exécution; parce qu'il ne s'agit que de faire couler la fausse équerre ouverte de l'angle edM au long du côté ed du plan de rampe, & mesurer les retombées suivant le bras parallèle à dM .

Explication démonstrative.

Nous avons démontré au 2.^e Livre, que les projections des cercles quelconques verticales, horizontales ou inclinées étoient des Ellipses, & que celles des Ellipses étoient d'autres Ellipses plus ou moins allongées ou resserrées, & quelquefois des cercles. Or toutes les bases ou sections des berceaux en descente, qui se font ici en trois endroits; savoir, 1.^o à la face de descente, 2.^o à celle de montée, 3.^o à l'arc-Droit, sont des cercles ou des Ellipses; donc les projections des faces inclinées au plan de rampe, sont des demi-Ellipses, qui ont été bien décrites par les axes ou diamètres donnez, ou par des points trouvez par le moyen des divisions proportionnelles des axes & des diamètres de la courbe projetée, & de celle de sa projection, ce qui est visible; parce que toutes ces divisions ont été faites par des lignes parallèles entr'elles, suivant les loix de la projection énoncées au 2.^e Liv. pag. 209.

QUANT AUX diversitez des différentes dispositions du ceintre primitif pris à des naissances de niveau à l'arc-Droit, ou à celui de montée, comme à la fig. 89. ou à la face de descente, comme à la fig. 90. nous en avons déjà donné l'explication par celle des fig. 87. & 88. il reste seulement à rendre raison de la pratique qui a été donnée pour trouver le diamètre rampant des impostes de l'arc-Droit, & son angle avec le demi-diamètre conjugué passant par le milieu de la clef.

Il faut se représenter [Fig. 90.] la ligne Br , comme abaissée, & Fig. 90. transportée avec la même ouverture d'angle GBr égal à celui de rampe [par la construction qui fait Br parallèle à RM] dans un plan vertical sur AB , alors la ligne Gr , qui étoit couchée sur l'horizontal, deviendra verticale, & dans ce même plan elle n'y fera plus représentée que par un seul point G ; or comme l'arc-Droit doit être dans un plan perpendiculaire à la direction de la rampe rB , qui est parallèle à l'axe du berceau, sa section avec le premier vertical par AB fera dans une perpendiculaire Gq , qui coupe la rampe en q plus haut que le point r ; ainsi le triangle GqD représente en raccourci la partie du plan de l'arc-Droit, qui est audessous du plan horizontal, passant par une imposte D , & par un point G vis-à-vis, qui est au dessus de l'imposte de la longueur Gq ; mais comme ce triangle qui doit être rectangle est raccourci par son côté qD , on a transporté Gq en GQ , pour avoir l'angle Droit DGQ , que fait le plan de l'arc-Droit dans son intersection avec le vertical passant par AB , & l'intersection QD du plan de l'arc-Droit avec le plan de rampe, laquelle intersection est le diamètre de l'arc-Droit; puisque le plan de rampe coupe le cylindre par l'axe; par conséquent par le centre de l'arc-Droit; donc ce diamètre est bien trouvé.

IL est aussi visible que le plan vertical passant par la clef & par l'axe est parallele au vertical passant par AB ou Br côté du cylindre ; par conséquent l'angle DQA est celui de la conjugaison des diametres de l'arc - Droit ; *ce qu'il falloit trouver.*

R E M A R Q U E.

LA comparaison des hauteurs des naissances des voutes se fait naturellement du premier coup d'œil aux parties opposées perpendiculairement , qui sont vis-à-vis les unes des autres dans les piedroits , & cette comparaison est d'autant plus facile , que les piedroits sont longs & inégaux , c'est-à-dire , lorsque la voute est plus longue & plus biaise ; ainsi cette dernière disposition où les impostes de la face de descente sont de niveau , entraîne infailliblement une difformité dans l'intérieur , de sorte qu'elle ne convient qu'à celles où l'on doit avoir plus d'égard à la décoration de l'entrée qu'à la régularité intérieure , comme aux descentes de caves.

LA fig. 91. montre le développement de la doële à la face de montée RK, qui est rampante ; celui de la face de descente étant moins irrégulier , on ne l'a pas mis , faute de place , d'autant plus que la construction en est la même qu'à la fig. 89.

*Second cas des Descentes Biaises, lorsque les Faces
sont en Talud.*

LA difference que la nouvelle obliquité du Talud des faces cause entre cette voute & la descente simplement biaise , consiste 1.^o en ce que la projection de la face de montée sur le plan de rampe augmente le reculement en talud , & que celle de la face de descente diminue l'avance du surplomb. 2.^o En ce que la projection verticale raccourcissant au profil le talud de la face , il faut une préparation pour en trouver les mesures. Au reste le trait est susceptible des mêmes effets que produit le changement du ceintre primitif.

Première disposition où l'on prend l'arc-Droit pour ceintre primitif.

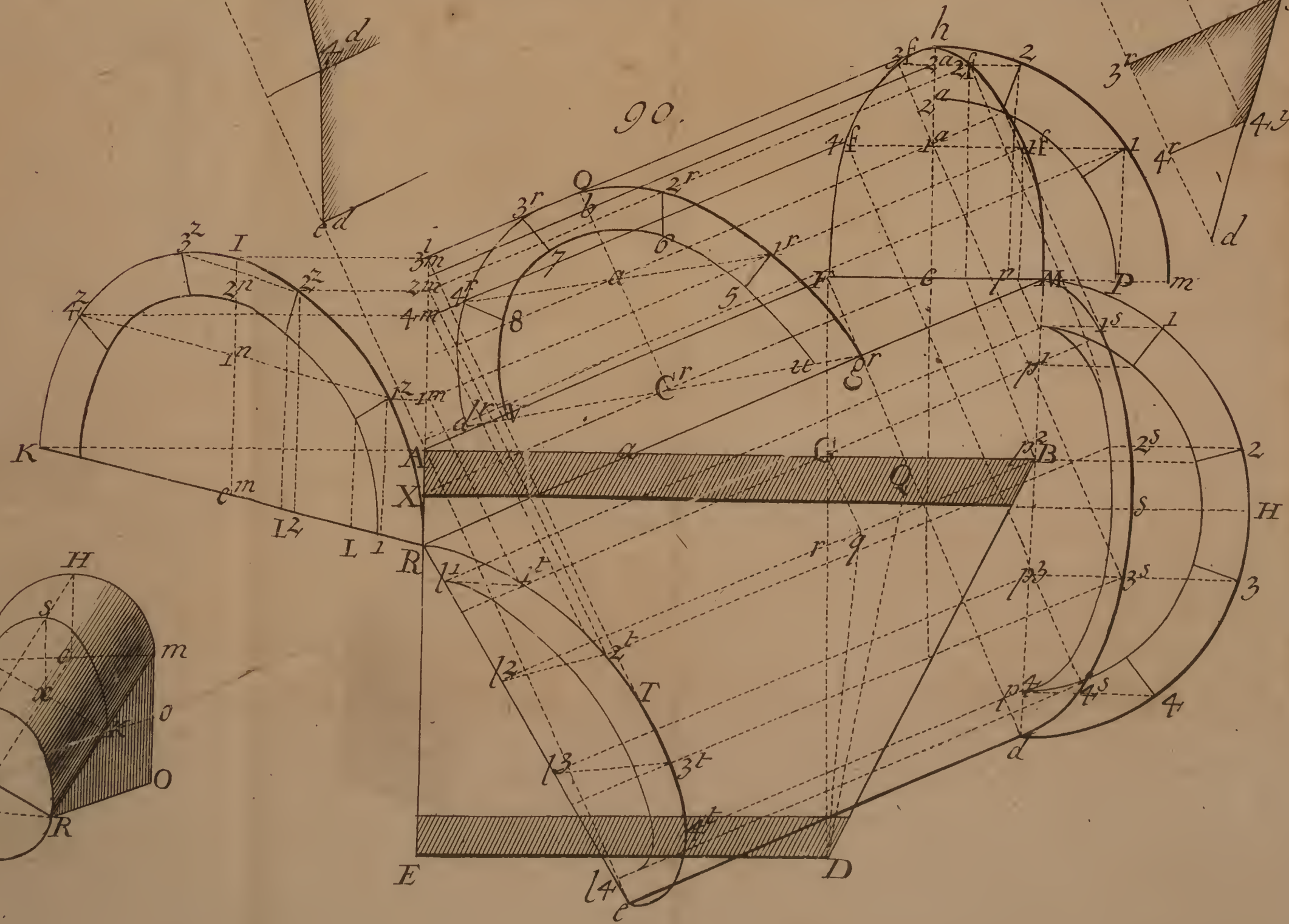
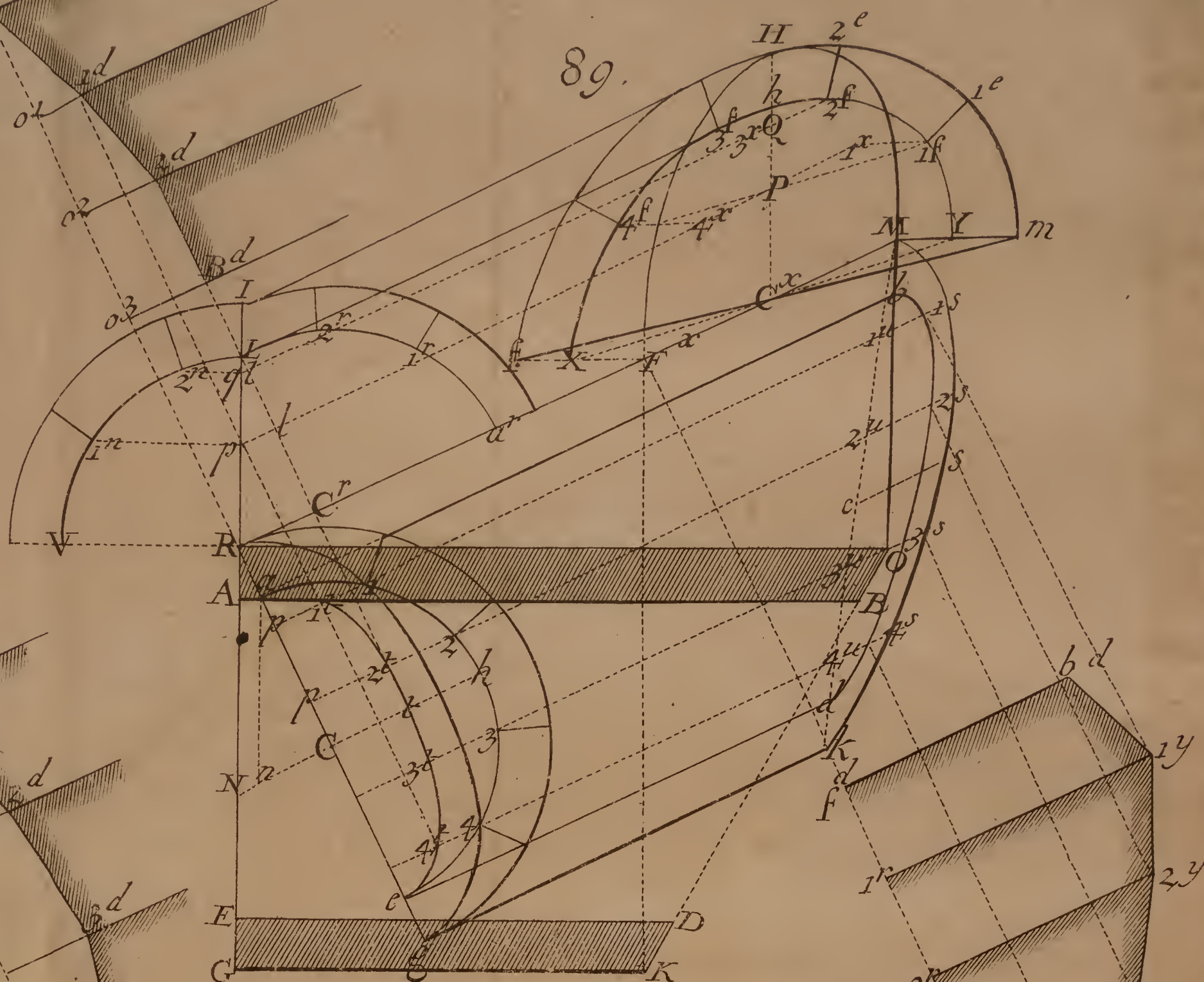
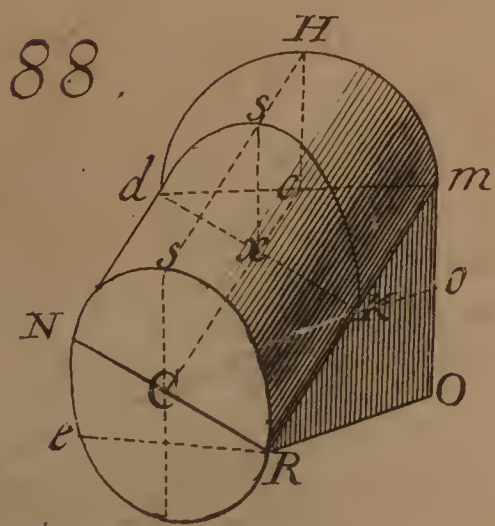
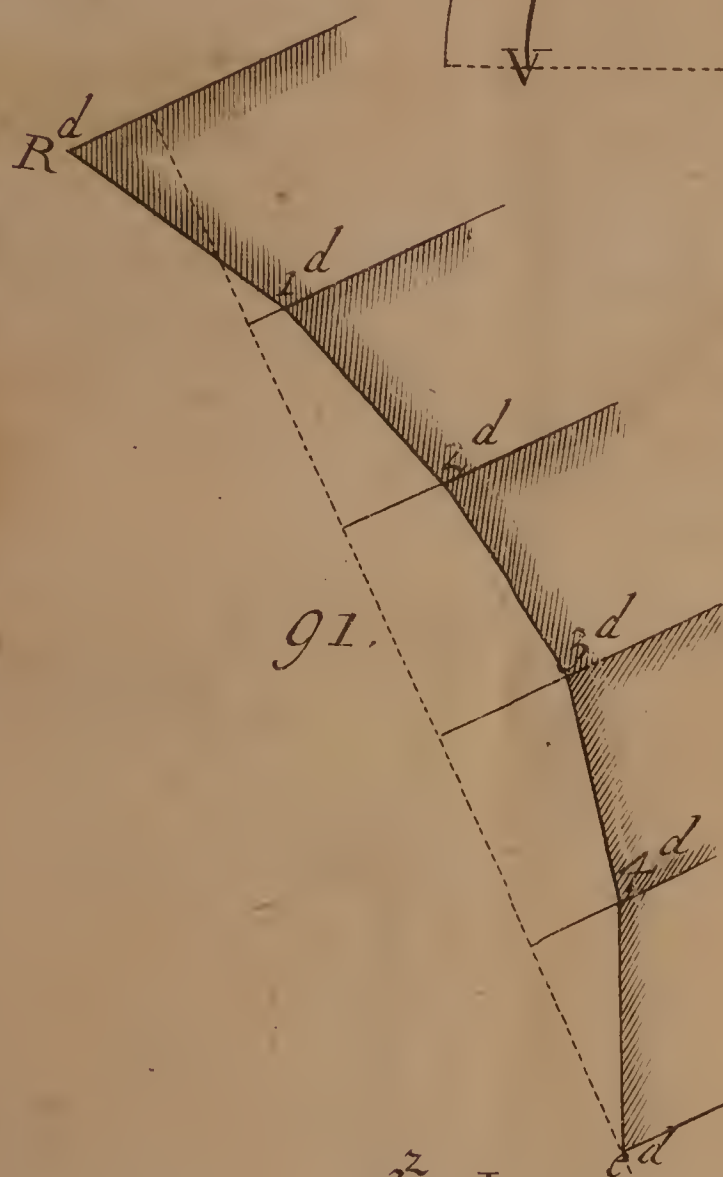
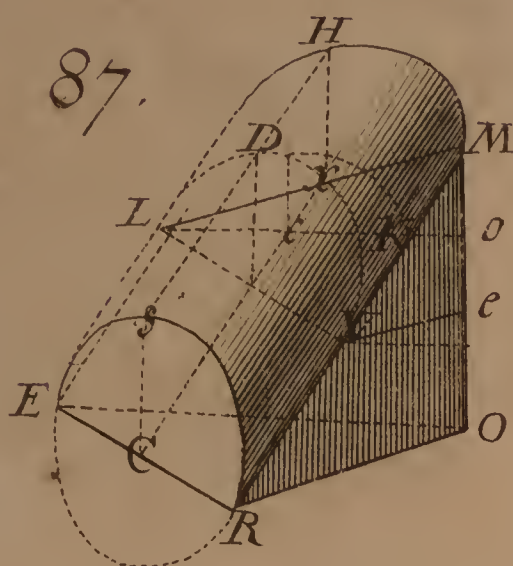
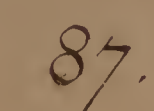
En Termes de l'Art.

*Descente Biaise en Talud, rampante par devant &
droite & en Talud par derriere.*

Fig. 92.

SOIT [Fig. 92.] le trapeze ABED le plan horizontal de la descente , AM l'inclinaison de la rampe , & BM sa plus grande hauteur.

ON



ON formera comme au trait de la descente biaise, page 173. le plan de la rampe $AMde$, le ceintre primitif AHe avec les projections des divisions des voussoirs 1, 2, 3, 4 en $p^1 q^1$, $p^2 q^2$ prolongées, & l'arc-Droit $C'Td'$ avec les projections verticales de ses divisions, comme à la fig. 89. qui couperont le profil de la face de montée AT aux points $m^1 m^2 T$, par le moyen desquels on tracera la projection en talud $Ab'e$, comme à toutes les montées précédentes.

Jusqu'ici la construction a été la même qu'à la fig. 89. à cela près qu'on a pris l'inclinée AT au lieu de la verticale Az du profil de la face de montée.

PRESENTEMENT il faut faire le profil de la face de descente, & chercher la valeur de son demi-diametre en talud bK , ce qui n'est pas si aisé ; il y faut une préparation.

ON fera dans une fig. † à part, l'angle aigu du biais horizontal abd , Fig. † & par un point P , pris à volonté, une perpendiculaire PL au côté bd , sur laquelle on fera au point P l'angle du talud donné LPV ; on tirera ensuite Pn parallèle à ba , & par le point L une perpendiculaire bL à la même ab qui coupera Pn au point n . On fera nb égale à LV , & l'on tirera bP ; enfin on fera au point n sur Pn l'angle Pnm , dont le côté nm coupera Pb au point K .

ON divisera ensuite FM en deux également en K , & l'on portera Fig. 92. la longueur Kz de la préparation de K en X , par où on fera Xb per- & Fig. † pendiculaire à AB , laquelle coupera Tb au point b , que l'on cherche, la ligne bK fera le profil du diametre de la descente, qui est encore raccourci par la projection, c'est pourquoi il en faut encore chercher la valeur par la préparation, menant Ko parallèle à np , & ayant porté no en Lg , on tirera gk parallèle à LP , qui coupera VP en k , la longueur Vk fera le diametre du ceintre de face conjugué au diametre Md ; il ne s'agit plus que de trouver les angles de leur conjugaison pour décrire la demi-Ellipse de face de descente en talud.

PAR le point b du profil on tirera une perpendiculaire à la rampe AM , qu'on prolongera jusqu'à la rencontre de Cs en s , par où on tirera la ligne QH^2 perpendiculaire à Md ; puis du point c , milieu de Md pour centre, & pour rayon ky , on fera un arc qui coupera QH^2 au point H^2 , l'angle dcH^2 fera celui que l'on cherche, par le moyen duquel & les diametres donnez on décrira [par le Probl. 8. du 2.^e Liv.] la demi-Ellipse MH^2d , qui fera le ceintre de face de descente en talud.

POUR avoir au contour de ce ceintre les divisions des voussoirs, pro-

venant de celles du ceintre primitif de l'arc - Droit, il faut tirer par les points q^1 & q^2 des paralleles à cH^2 , qui couperont l'arc de face aux points 1^e , 2^e , 3^e , 4^e qu'on cherche, ou bien tracer une demi-Ellipse Msd avec les diametres conjuguez Md , & deux fois cs , faisant entr'eux l'angle dcs ; cependant comme les demi-Ellipses très resserrees sont sujettes à des imperfections dans l'exécution, il convient mieux de chercher chaque avance par le profil. En effet si l'angle du talud est égal en profil à celui de la rampe, cette demi-Ellipse devient infiniment étroite, enforte qu'elle se confond avec le Diametre Md .

D'ou il suit que si ce même angle est plus ouvert, au lieu des avances en surplomb, la demi - Ellipse de projection sur la rampe passera en dedans du diametre Md , & se change ainsi en projection de talud.

PAR tous les points q , où les projections des joints de lit coupent le diametre de face de descente Md , on menera des perpendiculaires à la rampe AM , qui la couperont aux points $Xxxx$, par lesquels on menera des paralleles à Kb , qui couperont les profils des joints de lit, provenant des points de l'arc - Droit $1'$ $2'$ aux points f^1 , f^2 , f^3 , f^4 qu'on cherche, par lesquels tirant des perpendiculaires à la rampe, jusqu'aux projections des joints correspondans, on aura les points s^1 , s^2 , s^3 , s^4 , par lesquels on tracera la demi - Ellipse de surplomb MSd .

Si l'on n'avoit pas les divisions du ceintre de face de descente, qui ont été trouvées par le moyen des ordonnées, comme nous venons de le dire, on pourroit les trouver en tirant par tous les points d'avance $1'$, $2'$, $3'$, $4'$ des perpendiculaires au diametre Md , qui donneront les mêmes points 1^e 2^e 3^e 4^e ; enfin tirant du centre c les joints de tête par tous ces points, on aura les panneaux de face de descente.

LES panneaux de lit & de doële se formeront, comme à toutes les autres descentes, par le moyen des longueurs des projections des joints de lit & de tête.

LES biveaux de lit & de doële se prendront aussi à l'arc - Droit.

L'ELEVATION de la face de montée $N^m A$ se fera par le moyen des divisions de la ligne de profil de talud AT , en faisant $C^n = AT$, $m 1^n = Am^1$, $M 2^n = Am^2$, &c.

Explication démonstrative.

IL y a deux choses à trouver dans le Trait de cette espece de voute de plus qu'aux descentes simplement biaises, comme étoient les précédentes.

PREMIEREMENT, l'inclinaison de la face en talud, que le profil ne

donne pas exactement; parce qu'il la donne suivant la direction de la voute, elle doit être mesurée, comme nous l'avons dit au 3.^e Livre, page 369. perpendiculairement à la commune intersection de la face, & du plan vertical passant par le diamètre rampant Md , ce qui rend le talud LkV plus aigu que celui de l'angle gKb du profil; parce que la hauteur zb étant commune, ses angles sont entr'eux comme nk est à Lk [par la construction] c'est-à-dire, comme la base nk du talud suivant la direction de la voute est à la base Lk du même talud, pris sur une ligne horizontale, perpendiculairement au diamètre BD dans sa projection.

Il est aussi clair, que le triangle Lnk ayant ses trois côtes perpendiculaires aux trois côtes du triangle du biais NBD , il lui est semblable; par conséquent que pour avoir la position de la base Lk , si on fait l'angle du talud hors de la position où on l'a mis, il n'y a qu'à ajouter à l'angle Droit VLk l'angle NDB , ou tout d'un coup faire cet angle égal à EDB .

Il reste à démontrer que l'angle des diamètres conjugués de l'arc de face de descente rampante a aussi été bien trouvé.

Il est clair par la construction & par les règles de la projection inclinée, que le point s représente le point b du profil; parce que bs a été faite perpendiculaire à CS , milieu du plan de rampe. Il est aussi visible par la même règle de projection, que le point Q , sur le diamètre Md représente les points s & H^2 , & que sa représentation peut être dans tous les points de la ligne QH^2 , comme au point s , par où elle passe; mais un diamètre quelconque doit passer par le centre de la section qui est en c ; donc il doit passer en cH^2 ; par conséquent l'angle dcH^2 ou son supplément McH^2 est celui de la conjugaison du demi-diamètre cH^2 à l'égard du diamètre Md , ce qu'il falloit trouver en second lieu.

Remarque sur le Trait des Descentes biaises, de face rampante.

Il y a une observation à faire dans ce Trait, qui est échappé au P. DERAN, je ne parle pas de M. de la RUE, parce qu'il l'a passé sous silence, c'est que l'angle du biais ABD ou EDB ne doit pas être pris sur le plan horizontal sans une correction, qui mérite attention.

On menera par le point F de l'imposte inférieure du profil, une ligne FO parallèle à AB , & par le point M une ligne MO parallèle à

bk , qui rencontrera FO au point O; la ligne iO , qui excède l'aplomb du point M, fera la longueur qu'il faut ajouter au dehors du piedroit AB sur son alignement, en la portant de B en b , l'angle ABD fera celui du biais réformé au niveau de l'imposte inférieure; si la base AB ne peut être allongée, il faudra porter cette longueur iO en dedans, pour diminuer l'obliquité du biais de la quantité nécessaire, pour racheter par le talud la hauteur de l'imposte supérieure M de l'arc rampant.

LA raison en est sensible si l'on fait attention, que le talud doit reculer le point M en dedans du point B, sur lequel il étoit aplomb; or comme le seuil de la baye de la descente doit être de niveau entre les piedroits de la voute, il suit nécessairement qu'un des piedroits soit plus haut que l'autre de la hauteur iM aplomb, de la distance MO mesurée en talud, par conséquent qu'il sera plus avancé en O que en M; puisque le talud couche le piedroit en dedans.

*Seconde disposition de la Descente Biaisée en Talud,
où le Ceintre primitif est pris à l'Arc de face sur
un Diametre horizontal.*

En Termes de l'Art.

*Descente biaisée en Talud, dont l'Arc de face est de
niveau par ses impostes.*

CE Trait est si semblable à celui de la seconde disposition de la descente biaisée sans talud, qu'on peut dire, qu'il ne s'agit que d'un peu plus ou moins d'avance de surplomb, & de reculement de talud sur le plan de rampe; parce que le talud de la face de descente diminue l'avance du surplomb, & le talud de la face de montée augmente le reculement que produisoit déjà la face de montée sur le plan avant que d'être en talud.

Fig. 93.

Ou il faut remarquer que si le talud de la face de descente, pris en profil AC^f , faisoit un angle droit avec la direction de la rampe RM ou AC^f , ce qui peut arriver, quoique le plan de face de descente soit biais à cette direction, l'avance considérée comme surplomb sur le plan de rampe s'évanouiroit, & la projection de la face de descente sur ce plan se confondroit alors avec la ligne Droite Md, il n'y a donc rien dans ce trait de plus qu'à celui dont nous parlons, que l'inclinaison des faces en talud, dont il faut trouver la projection sur le plan de rampe, comme on a fait au précédent, dont celui-ci est l'inverse.

SUR le milieu k de la projection horizontale de la face BD, ayant fait

la perpendiculaire kL , on fera l'angle LkV égal à celui du talud donné, puis on portera sur kV la longueur du demi-diamètre CH du ceintre primitif MHd , qui donnera le point V , par lequel on mènera VL perpendiculaire à Lk , qui donnera le point L , par lequel on tirera Lb perpendiculaire à AB prolongée indéfiniment, en sorte qu'elle rencontre la ligne MF au point X . On portera au dessus de ce point sur la même ligne prolongée la hauteur LV en Xb .

ON tirera ensuite par k la ligne kC^f , qui coupera la projection verticale du diamètre horizontal du ceintre primitif en C^f , par où & par le point b on tirera C^fb , qui fera le profil du demi-diamètre CH .

PAR le point b on tirera bT parallèle à la rampe, jusqu'à ce qu'elle rencontre le profil AT du talud de la face de montée, le trapeze $ATbC^f$ représentera le plan de la section de la descente aplomb par la clef, sur lequel on trouvera toutes les hauteurs des joints de lit, comme il suit.

ON tirera par les points pp des parallèles à dF , qui couperont FM , en des points f & f , par lesquels on mènera des parallèles à C^fb . Ensuite ayant porté les hauteurs des retombées p^1, p^2 en ku, kv , on mènera par les points u & v des parallèles qui couperont LK aux points x & x , par lesquels on mènera des parallèles à Lb , qui couperont C^fb aux points O & o . Enfin tirant par ces points des parallèles à C^fb donneront en profil les points de division de l'arc de face $1^f, 2^f, 3^f, 4^f$, qui déterminent les avances de ces points sur le plan de rampe, ensuite par ces mêmes points on mène des parallèles à bT , elles couperont le talud de montée AT aux points $1^m, 2^m, 3^m, 4^m$, qui détermineront les reculemens des divisions de la face de montée à l'égard du plan de rampe.

ON rangera ces avances & reculemens sur ce plan de rampe $RMde$ dans leur place, pour éviter la confusion des projections des joints de lit dans le profil, en menant des parallèles à Fd par tous les points $1^f, 2^f, 3^f, 4^f$, jusqu'à la rencontre des perpendiculaires p^1, p^2 , au diamètre du ceintre primitif MHd , qu'elles rencontreront aux points s^1, s^2, s^3, s^4 , par lesquels on tracera la demi-Ellipse MSd .

PAR ces derniers points s^1, s^2, s^3, s^4 , on mènera des parallèles à la rampe RM , qui rencontreront les perpendiculaires à cette rampe, provenant des points $1^m, 2^m$, &c. aux points $1^1, 2^2$, &c. qui donneront le contour de la demi-Ellipse $RT^m e$; qui détermine le reculement du talud de la montée.

L'ARC-DROIT de ce trait se formera précisément de la même manière qu'il a été dit à la page 181. pour les descentes biaises sans talud de la seconde disposition.

L'ARC de face de montée se fera aussi de même, avec cette seule différence, que les lignes de niveau tirées du profil Rt de cette face, prendront leur origine sur des points $t, 3, 2, 4, 1$, trouvez sur Rt par des arcs de cercle faits du point R pour centre, & pour rayons les longueurs RT, R_3^m, R_2^m , &c.

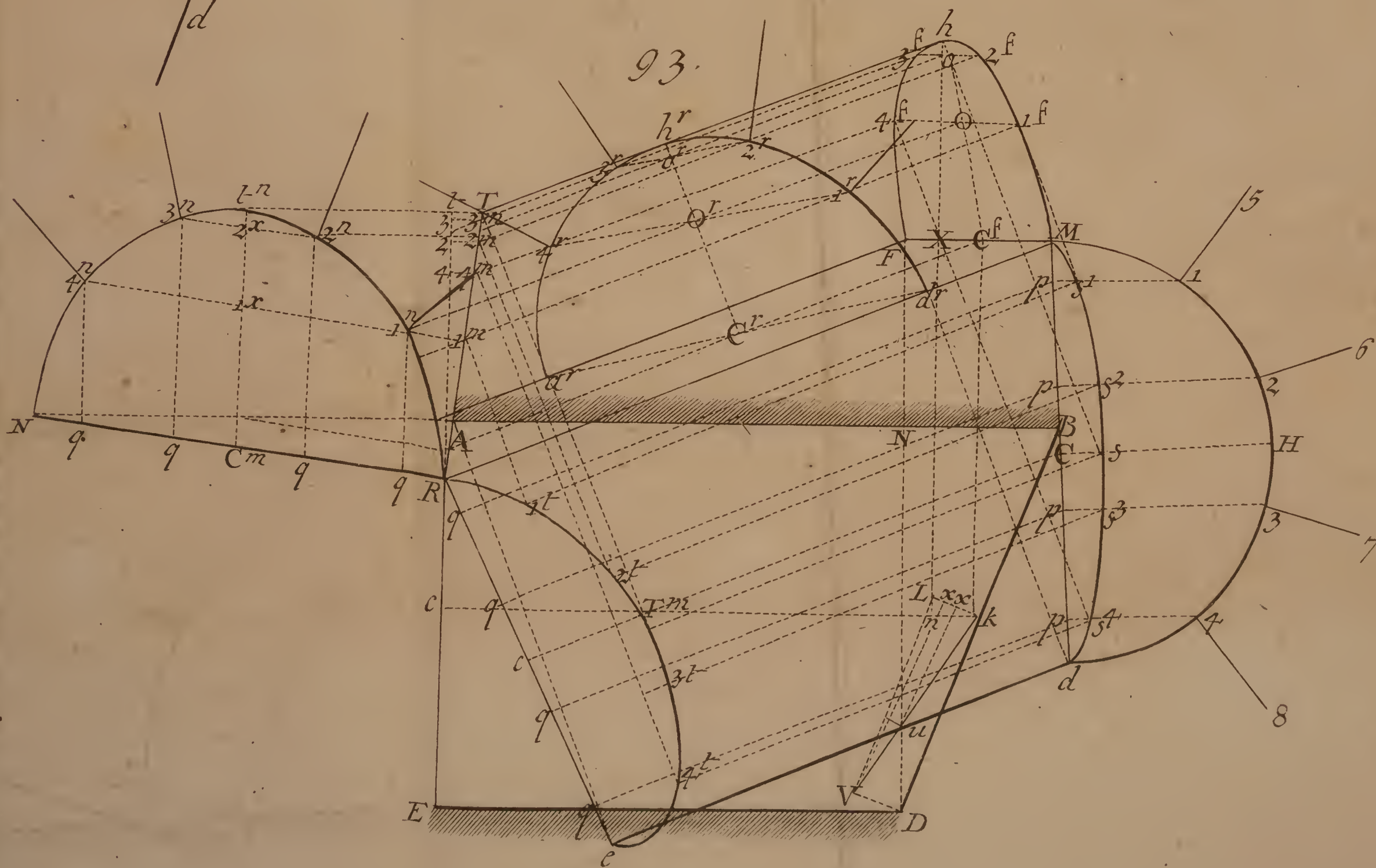
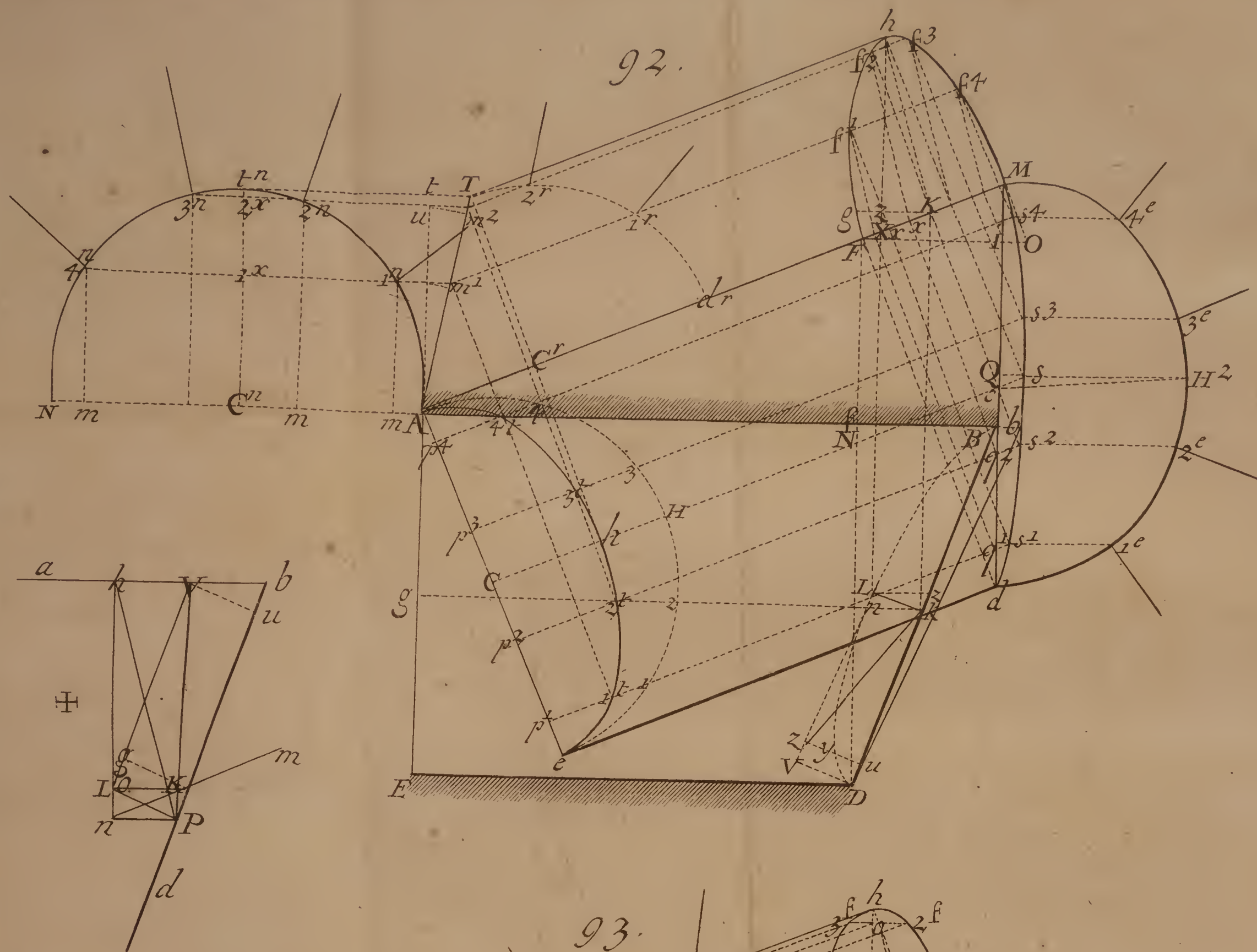
Nous n'ajoutons rien ici touchant les biveaux, le développement, la formation des panneaux, & l'application du Trait sur la pierre; parce que la manière est la même que pour toutes les autres descentes.

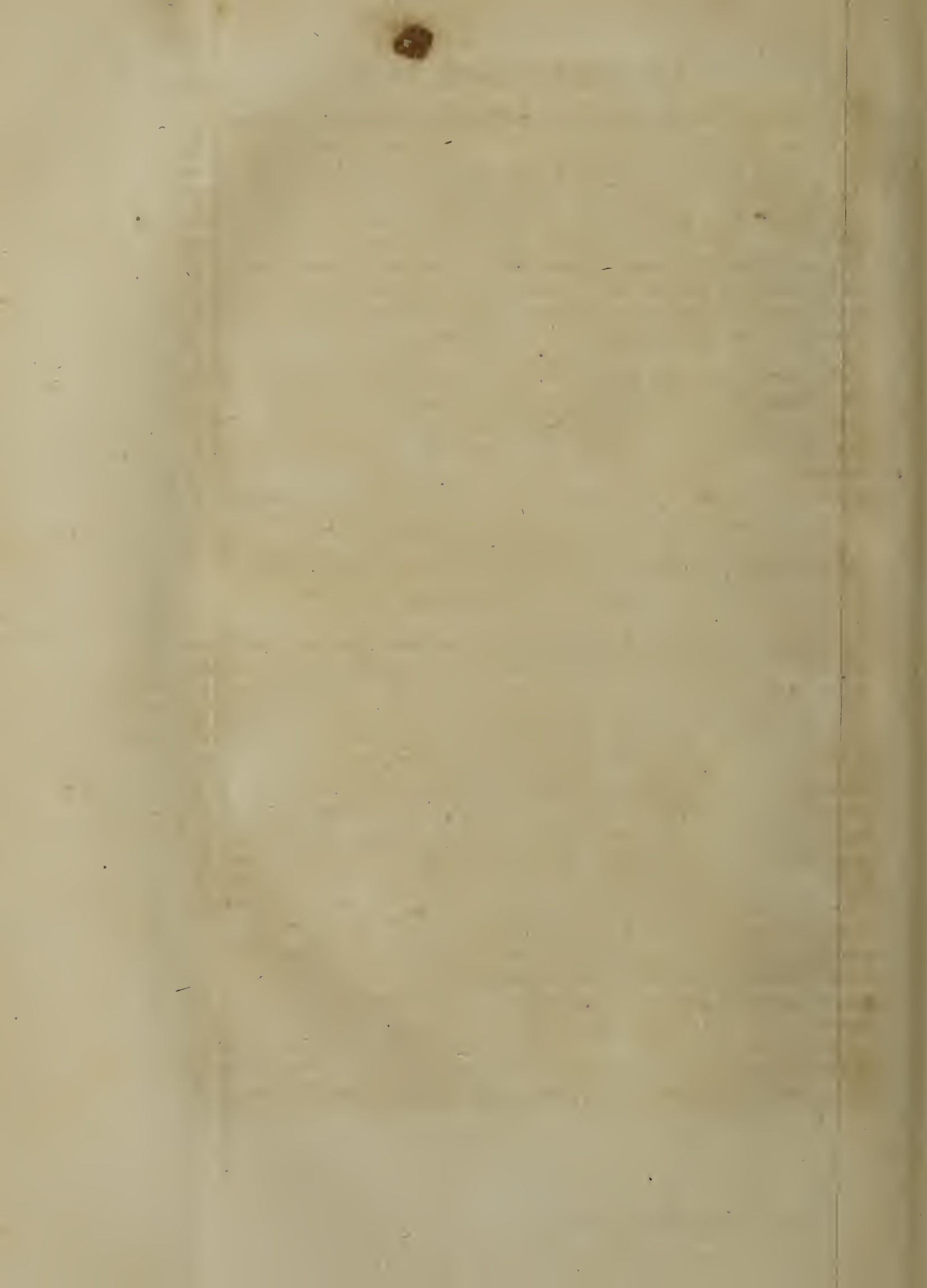
CETTE grande conformité nous dispense aussi d'une ample explication, il suffira de rendre raison de ce qu'il y a de particulier touchant le talud.

Explication démonstrative.

DANS la disposition précédente nous avons plusieurs choses à trouver pour la formation de l'arc de face de descente, savoir le demi-diamètre conjugué à celui qui passe par les impostes, & l'angle qu'il fait avec le même, & l'inclinaison du talud; ici où l'arc de face de descente est donné, on n'a besoin de chercher que le plus ou le moins d'avance que son contour donne, au delà ou au deça de son diamètre de niveau dans sa projection, inclinée sur le plan de rampe; & parce que l'inclinaison du talud se mesure toujours par une perpendiculaire au diamètre de niveau de la face de descente, on a fait un profil du talud perpendiculairement à ce diamètre, comme à la disposition précédente, pour trouver par son moyen les hauteurs des divisions des voussoirs, qui étoient données dans la disposition précédente par l'arc-Droit supposé ceintre primitif, de sorte que ce trait est l'inverse du précédent.

Nous n'avons supposé dans tous les traits des descentes, qu'une face biaise, qui est celle de la descente; parce que si la face de montée étoit aussi biaise, on retomberoit dans le même Trait, où il n'y auroit qu'un peu plus ou un peu moins d'obliquité dans un sens contraire, de sorte que si les biais étoient égaux les panneaux de l'une des faces serviroient pour l'autre, en ne faisant seulement que les renverser, pour avoir en talud à la montée, ce que la descente donne en surplomb à l'égard de l'axe du berceau.





R E M A R Q U E.

C'EST particulièrement dans les Traits des descentes biaises & en talud, qu'on trouve occasion de faire usage des Problèmes du second Livre, pour la description des Ellipses par le moyen de leurs diamètres conjugués ; puisque trois sections du même berceau, sçavoir l'Arc-Droit, l'arc de face de descente, & celui de montée, outre leurs descriptions dans toute leur étendue, doivent encore être représentées par des projections horizontales, verticales & inclinées, ce qui peut produire neuf demi-Ellipses différentes, & au moins nécessairement cinq, y compris un demi-cercle, s'il s'en trouve un.

ON peut s'épargner presque toutes ces descriptions, par la méthode de DESARGUES, dont nous allons parler ; mais selon moi on ne sauroit représenter de trop de façons les ceintres des berceaux ; parce que rien n'éclaire plus l'esprit dans l'Appareil, & ne le conduit plus sûrement.

M E T H O D E G E N E R A L E ,

*Pour toutes sortes de Berceaux Droits & Obliques,
tirée de Desargues.*

A BRAHAM BOSSE, habile Graveur, plus curieux des pratiques tirées de la Geometrie, que de s'instruire de la connoissance de leurs principes ; comme il semble en convenir lui-même *, a donné au Public en 1643, un livre sur la coupe des pierres, intitulé, *Pratique du Trait à preuves de M. Desargues*, qu'il a écrit d'un stile si diffus, avec des nouveaux termes, dont quelques-uns sont si impropres, que les Artistes, & même quelques Auteurs, l'ont regardé comme un galimatias inintelligible ; c'est ainsi qu'en parle M. de la RUE, dans sa Préface : Il semble, dit-il, que Desargues, dont le Graveur Bosse a mis les Ouvrages au jour, ait eu envie de dérober aux autres la Science de la Coupe des Pierres, par les Principes même qu'il en donne ; tant il a affecté de nouveauté dans ses Termes, & de singularité dans ses Traits, à quoi il ajoute que Jacques Curabelle a relevé exactement toutes ses fautes. Je n'ai pas vu cette critique, & par conséquent je ne puis juger de son exactitude ; j'avancerai cependant, sans la craindre, que la Méthode de Desargues n'est du tout point à rejeter. Je conviens qu'il y a des difficultez, mais comme elles ne viennent que d'une faute d'explication du principe, sur lequel elle est fondée, & un peu aussi de la nouveauté des termes, je vais suppléer à ce qui manque au Livre de Bosse, qui ne pouvoit expliquer ce qu'il n'entendoit pas lui-même ; puisque son Maître ne lui

*Voyez son
Avantpro-
pos page 5.

* Ibid. disoit pas tout * ; & qu'il s'en reposoit sur lui pour la justesse, comme
pag. 55. il le dit dans son avantpropos *.

* Ibid.

pag. 5.

* Je les
ay reçûs
pour être
précises &
je vous les
donne pour
telles.

Explication & Sommaire, *De la Methode de Desargues.*

IL est constant, comme je l'ai fait voir dans tout ce Chapitre, que les differences des voutes en Berceau ne sont que des changemens de position, ou de section d'un corps cylindrique, qui n'alterent en rien la nature du cylindre, ni celle de ses sections. Desargues ayant senti cette vérité a réduit tous les Traits de la formation des Berceaux, Droits, Biais, en Talud, & en Descente, à un seul Problème, qui est de chercher l'angle que fait l'axe du cylindre avec un diametre de sa base, lequel est dans la section d'un plan passant par l'axe, perpendiculairement à celui de la base, c'est-à-dire, à chercher l'angle de la plus grande obliquité de l'effieu du Berceau avec le plan de la face, dans laquelle est une ligne qu'il appelle *Souffieu*, nom qui entraîne une fausse idée de la chose, qu'il auroit été plus expressif d'appeller le *diametre de la plus grande obliquité*. Je ne sçai pas s'il y a voulu mettre du mystere, ou s'il a tiré ce nom de la conformité d'un pareil, comme celui de *soutangente*; il en donne d'autres aussi impropres aux perpendiculaires à ces deux lignes; celle qui l'est à l'effieu y est appelée *Traversessieu*, & celle qui l'est à la souffieu *Contressieu*. Cette premiere devoit être appelée le *Diametre de l'Arc-Droit*, & l'autre le *diametre perpendiculaire à l'axe oblique*.

Tout le secret du Trait de Desargues consiste donc 1.^o A trouver l'angle que fait l'axe ou effieu du berceau avec le diametre de sa face, qui lui est plus incliné que tous les autres qu'on peut tirer dans cette face, ou pour parler son langage, l'angle de l'effieu & de la souffieu, pour avoir la plus grande obliquité du berceau sur sa face.

2.^o A faire la projection des divisions de l'arc de face, divisé en voussoirs sur le *diametre de plus grande obliquité* [souffieu] en quelque situation qu'il soit, de niveau, aplomb ou en pente, par des perpendiculaires à ce diametre, qu'elles diviseront en parties plus serrées.

3.^o A mener par chacune des divisions de ce diametre d'autres lignes perpendiculaires à l'effieu, pour avoir les hauteurs des retombées de l'arc-Droit sur l'effieu, & la projection de cet arc sur un de ses axes, & par ce moyen parvenir à sa formation.

4.^o A porter dans les intervalles de ces dernieres lignes perpendiculaires à l'axe, les longueurs des joints de tête ou des cordes des doëles
prises

prises sur l'arc de face, depuis la ligne correspondante ou issue d'un joint, à celle qui correspond à celle d'en suite, pour avoir l'angle du joint de lit avec la tête de la doële plate, enfin à porter les joints de l'arc de face entre les lignes provenant des joints de doële & d'extrados, pour avoir les angles que font les joints de lit de la doële avec les joints de tête de l'arc de face.

VOILA en deux mots tout le mystère de cette méthode éclairci, & les principes de sa pratique revelez & débrouillez, comme on le verra plus clairement dans les exemples ci-après.

I.^o Du Berceau Droit.

LA méthode de Desargues ne consistant qu'à chercher l'angle de la plus grande obliquité d'un berceau, elle n'a rien de particulier sur la manière ordinaire lorsque le berceau est Droit; parce que tous les diamètres de la face peuvent être pris en particulier pour souseffieu, & toutes les perpendiculaires à chacun de ces diamètres pour effieu, & comme la ligne qu'il appelle *traverseffieu*, qui est le diamètre de l'arc-Droit, lui est perpendiculaire, il suit que la *Traverseffieu* se confond alors avec l'Effieu, & la ligne qu'il appelle *contresffieu*, qui ne sert pas de grand chose dans sa méthode, étant perpendiculaire à la souseffieu, se confond au profil avec l'Effieu.

Où il faut remarquer que hors le cas du berceau Droit, jamais la *traverseffieu* ne se confond avec l'effieu dans les obliques, n'étant pas dans le plan de la face, c'est-à-dire, de la base du cylindre, non plus qu'en certaines circonstances l'effieu & la *contresffieu*.

La démonstration de ce que j'avance est claire par la 4.^e du 11.^e Liv. d'EUCLIDE, qui dit, que si une ligne est perpendiculaire à deux autres qui se croisent, elle l'est à toutes celles qui sont dans le même plan, & se croisent au même point; or le berceau étant Droit son axe est perpendiculaire à la ligne de niveau, & à l'aplomb de la face; donc il est perpendiculaire à tous ses diamètres; par conséquent ils peuvent tous représenter la souseffieu à l'égard d'une ligne qui leur étant perpendiculaire, passe par le centre, ou pour mieux dire, dans ce cas il n'y a point de *souseffieu*.

C O R O L L A I R E.

D'ou il suit qu'il n'importe que cette face soit circulaire ou Elliptique; parce que le plus ou moins de longueur des côtes d'un angle ne fait rien à son ouverture; ainsi l'angle que l'effieu fait avec un diamètre ne

fera en rien alteré, s'il survient de l'inégalité de longueur à ce diamètre, comme aux faces Elliptiques où ils sont inégaux ; ce qu'il est à propos de remarquer pour sentir, que dans les cas d'obliquité des berceaux sur leurs faces, il n'est pas nécessaire de faire attention à la courbe de leurs arcs de face.

2.°

Des Berceaux dont la Direction horizontale est Droite, c'est-à-dire, perpendiculaire au Diamètre des Impostes de la face, ou à sa projection horizontale, mais dont le plan de face est oblique à son axe.

1.° En Talud,

2.° En Surplomb,

3.° En Descente,

4.° En Montée,

5.° En Descente Droite & en Talud, ou en Surplomb,

6.° En Montée Droite & en Talud, ou en Surplomb.

Fig. 94.

LORSQUE l'axe ou effieu du berceau est perpendiculaire au diamètre horizontal de la face, quoiqu'il soit incliné au demi-diamètre du milieu qui passe par la clef, la méthode de Desargues, à bien la considérer, n'est presque pas différente de celles des autres Auteurs de la coupe des pierres ; parce qu'alors la plus grande obliquité est dans l'angle que ce demi-diamètre fait avec l'axe du berceau, lequel se trouve par le profil, qu'on a coutume de faire suivant leurs manières, mais qu'on ne place pas au même endroit ; ainsi dans tous ces cas où la ligne du milieu CH représente, ou peut représenter la projection verticale du plan vertical passant par l'axe, elle sera prise pour la *sous-effieu*, & la projection de l'effieu à son égard sera trouvée par le profil.

Soit [Fig. 94.] l'arc AHB la face d'un berceau de niveau, laquelle doit être en talud. Ayant prolongé la ligne du milieu HC vers K, on fera le profil de ce talud au dessous du diamètre des impostes AB, comme en KCT ; ou seulement le complément du talud, qui est son inclinaison avec un plan vertical, représenté ici par AB, savoir l'angle ACT, la ligne TCS représentera la position de l'axe à l'égard du diamètre HK, qui est la *sous-effieu*. Il est visible qu'on auroit trouvé la même position en prenant le profil au dessus de AB ; mais on ne considère ici que le demi-diamètre CT, qui est sous AC, on en dira la raison ci-après.

2.° Si, à pente égale, la face étoit en surplomb, au lieu de cet angle il faudroit prendre son supplément à deux droits TCH ou KCS.

3.° Si le Berceau étoit en descente droite, au lieu de faire l'angle de son profil au dessous du diamètre horizontal AB, on le feroit au dessus, comme en SCB.

4.° Si au lieu de la descente on considéroit la même inclinaison comme une montée, on feroit son profil au dessous comme en ACM.

5.° Supposant toujours l'essieu perpendiculaire au diametre AB, mais incliné à l'horison en descente, & que de plus qu'au cas précédent, il fût incliné en talud; ayant fait les angles du talud & de descente de fuite, & comme on vient de le dire, l'un dessus, l'autre dessous l'horizontale AB, on prendra sur le côté du talud CT, un point T à vo- Fig. 96. lonté, par lequel on lui menera la perpendiculaire TM, la ligne MC représentera l'axe, & l'angle MCH celui de l'essieu avec la sousessieu HK, c'est-à-dire, celui de la plus grande obliquité.

6.° Si dans les mêmes circonstances on considère la pente de l'essieu, comme une montée à l'égard de la face, on fera l'angle de la descen- Fig. 96. te en ACG, & du point T tirant sur le talud CT la perpendiculaire TG, la ligne GC représentera la position de l'axe ou essieu, à l'égard de la sousessieu HK, qui ne change point, & l'angle GCK fera celui de la plus grande inclinaison de l'axe du cylindre sur sa base.

Nous pourrions encore ajouter ici les cas des *surplombs* à ces deux derniers, où nous avons supposé des taluds, ce qui en feroit huit différens, dans les berceaux de direction perpendiculaire au diametre horizontal de la face.

En effet il y a huit combinaisons d'obliquez; sçavoir deux inclinaisons opposées de la face à l'égard d'un axe horizontal, l'une en l'autre talud & surplomb, deux de l'axe à l'égard d'une face verticale, de montée & descente, deux de face en talud à l'égard d'un axe incliné, & deux de face en surplomb, à l'égard d'un axe de pareille situation, ce qui fait huit cas, où la sousessieu est toujours dans le milieu de la face en HK, & dont l'angle avec l'essieu se trouve par le profil ordinaire.

Explication démonstrative.

Premièrement, pour le berceau Droit en talud, si l'on suppose la ligne Fig. 94 KC du profil KCT, dans le plan horizontal, & que l'on fasse mouvoir cet angle autour de son côté KC, jusqu'à ce qu'il soit dans une situation aplomb, il est évident, par la construction, que le côté TC représentera exactement l'inclinaison de la face, comme on peut se le représenter en faisant mouvoir le demi-cercle AHB autour de son diametre horizontal AB, jusqu'à ce qu'il soit couché sur la ligne TC, qui dans cette supposition est en l'air; or parce que l'angle HCS est égal à TCK, si l'on suppose aussi la ligne CS dans un plan horizontal passant par AB, ensuite l'angle HCS tourné perpendiculairement à ce plan AB, cette ligne CS alors sera représentée par la ligne C π , comme TC l'est par t C, & la ligne C π partie de CH, qui paroît en élévation dans une

situation verticale fera inclinée en surplomb, comme TC à l'égard de CK l'est en talud.

Secondement, si au lieu de supposer la même CH couchée en talud ou en surplomb, on la suppose aplomb, il est visible que l'angle HCS restant le même, la ligne SC représentera une inclinaison en montée; de sorte que supposant cette ligne MS tourner sur son milieu C, jusqu'à ce qu'elle soit perpendiculaire au diamètre AB, le point M tombera sur m , & le point S sur u , & alors toute la ligne MS sera représentée par la hauteur mu , qui est la différence du niveau des points M & S, & les perpendiculaires Mm , Su feront les sinus droits de l'angle SC u ou MC m , qui exprime la plus grande obliquité de l'axe sur la base du cylindre, c'est-à-dire, de l'essieu sur le plan de la face AHB.

Fig. 96.

Troisièmement, si le berceau est en descente & en talud, comme on le suppose à la montée de la gauche de la fig. 96. il sera facile de reconnoître que le talud diminue l'obliquité de l'essieu avec la face en descente; par conséquent qu'il rend l'angle du profil moins obtus, & au contraire plus aigu avec la face en montée; c'est pourquoi dans la construction l'angle du talud ACT est ajouté à celui de la descente MCA, & qu'au contraire, il est retranché de celui de la montée GCA, ce qui donne l'angle de la descente MCH plus grand que GCK, ou ce qui est la même chose $\angle CK =$ à son opposé au sommet HCD plus aigu que HCM de la quantité de l'angle dCM égal à celui du talud ACT.

Pour s'en convaincre, soit tirée HV parallèle à MC, & les lignes VT & u C supposées aplomb & perpendiculaires à TC, qu'on prend pour horizontale. Soient de plus les angles VM b u CH égaux à ceux du talud, il est visible que la ligne b M représente le talud de la face de descente à l'égard de l'aplomb VM, & u C le talud de la face en montée à l'égard d'un aplomb HC, ou d'une horizontale CB; alors on reconnoitra que l'angle du talud VM b diminue l'obliquité de l'axe CM sur la face MV, & qu'il augmente celle du même axe à l'égard de la face C u . C'est-à-dire, qu'il rend leur angle MC u plus aigu, & son supplément u C x , qui est l'angle de montée, plus obtus.

Où il faut remarquer que la ligne du milieu HC a toujours une situation aplomb en apparence dans les elevations où AB est horizontale; parce qu'étant la projection du plan vertical perpendiculaire à AB, elle se confond avec toutes les lignes qu'on peut tirer dans ce plan, telle est celle du talud; ainsi on est obligé de supposer une autre ligne verticale C u , pour exprimer l'angle du talud u CH, & par conséquent de supposer une autre horizontale CT, qui lui est perpendiculaire, à

laquelle tirant la perpendiculaire TM ou TV, on a une parallèle à Cu , qui est par conséquent aussi verticale devant la face supérieure, comme Cu l'est sur l'inférieure; auquel cas, si sans changer la base horizontale TC on vouloit exprimer une montée de face en talud, il faudroit encore retrancher l'angle uCy , & la ligne HC qui représentoit un aplomb sur l'horison AB, représenteroit alors un surplomb sur l'horison TC, ce qui est assez clair pour qu'il ne soit pas nécessaire de s'y arrêter davantage.

3.

Du Berceau simplement Biais.

DANS tous les cas précédens nous avons trouvé que la fousseffieu, ou diamètre de la plus grande obliquité étoit sur le milieu de la face; ici nous la trouverons à la ligne de niveau AB dans une seule supposition, que le berceau soit horizontal, & sa direction oblique sur le diamètre AB; alors comme dans le premier cas du berceau Droit, la méthode de Desargues n'a rien de particulier; car la projection de l'arc de face se fait à l'ordinaire sur le diamètre horizontal AB, & l'angle de l'axe avec la face est donné par le plan horizontal.

Soit, par exemple, la moitié de la Fig. 95. la face AHB, dont le diamètre AB horizontal est biais sur la direction du piedroit du berceau MB, ou de sa parallèle par le milieu LC qui est l'axe, il est clair que l'une & l'autre de ces lignes étant dans le plan horizontal, elles sont placées l'une à l'égard de l'autre sans aucun changement causé par la projection; ainsi AB est sans contredit le diamètre de plus grande obliquité, & HK perpendiculaire au plan horizontal, sur lequel il n'est représenté en projection, que par le point C, sera la *Traverseffieu*, qui est le diamètre Droit sur l'axe oblique; ce qui est l'inverse des cas précédens, où AB étoit le Droit sur l'axe oblique, & HC celui de la plus grande obliquité; mais ce cas est unique, car s'il y a du talud ou de la descente, l'obliquité ne se trouvera plus ni dans l'un ni dans l'autre de ces diamètres.

Des Berceaux à double obliquité.

1.^o Biais \mathcal{E} en Talud ou en Surplomb.

2.^o Biais \mathcal{E} en Descente ou en Montée.

C'EST proprement dans ces sortes de Traits & les suivans, que la méthode de Desargues est intrinséquement différente de l'ordinaire des Auteurs de la coupe des pierres; mais bien loin de la trouver ridicu-

le comme eux, je lui donnerois la préférence sur toute autre, si elle présentait un peu plus distinctement à l'idée les avances & les reculemens des surfaces des panneaux, dont les figures sont un peu difficiles à trouver & à reconnoître dans leur place; c'est la seule raison qui m'a empêché de la suivre.

Fig. 95. Soit [Fig. 96.] ABFV le plan horizontal d'un berceau biais, dont la face AHC doit être inclinée en talud suivant un angle donné TOX, ayant pris à volonté sur la ligne du milieu CQ, qui représente l'axe, un point X, on tirera de ce point une perpendiculaire XO sur le diamètre AB, qu'elle coupera en O, d'où on tirera la ligne OT égale à OX, faisant l'angle XOT égal à celui du talud, ou AOT égal à son complément.

Du point X on tirera sur OT une perpendiculaire Xp , qui coupera OT en p , on portera Op en Ot sur OX, & par le point t & le centre C on tirera le diamètre DI, qui fera celui de la plus grande inclinaison, appelé par Desargues la *sousessieu*.

CET Auteur la cherche d'une autre manière, il fait OT égal à OX, & par le point T mène à OX la perpendiculaire Tt , qui la rencontre en t , par où & le centre C il tire la sousessieu, ce qui revient au même, comme il est facile de le démontrer; car à cause des triangles semblables TOt , XpO rectangles, l'un en t & l'autre en p , qui ont l'angle TOX commun, & $TO = OX$, par la construction; donc $pO = tO$, ce qu'il falloit démontrer.

PRESENTEMENT pour avoir l'angle que fait ce diamètre avec l'axe du berceau ou l'*essieu*, on fera un triangle CEt avec les trois lignes CX, qui est partie de l'axe horizontal, Xp & tC , ou suivant Desargues, on élèvera au point t sur Ct la perpendiculaire tE égale à tT , & l'on aura le point E, par lequel & le centre C on tirera EC, qui donnera l'angle ECt qu'on cherche.

Si au lieu du biais & en talud on avoit eu un biais & surplomb, on prendroit le supplément de l'angle ECI, qui est ECD.

Si au lieu du biais & talud on avoit eu du biais en descente, la construction feroit la même que pour le biais & surplomb, on auroit mis l'angle de la descente au dessus de AB, au lieu qu'on a mis celui du talud au dessous; & au contraire, si on avoit eu du biais en montée on auroit opéré tout comme pour le talud,

Explication Démonstrative.

PUISQUE le diamètre de la plus grande obliquité est la section de la base d'un cylindre par un plan passant par son axe perpendiculairement à cette base, il doit passer par la ligne CX, qui est l'axe horizontal, & la ligne Xp perpendiculaire au talud OT, qui a été tracé sur le plan horizontal; parce qu'on ne peut représenter une ligne en l'air sur ce plan.

PRESENTEMENT pour concevoir plus facilement la raison de cette construction, il faut supposer que le demi-cylindre du berceau est mis dans une situation différente; au lieu qu'on supposoit l'axe dans l'horison, nous y supposerons la base ou face du berceau, & l'axe incliné élevé au dessus; alors la ligne du profil OT fera exactement la même que l'ordonnée OX avec sa division en t , qui étoit en p , & parce que pX lui est perpendiculaire, cette ligne pX ne sera représentée en projection horizontale que par le seul point t , lequel considéré élevé en l'air d'un intervalle de hauteur pX sur le plan de la base, représentera aussi le point X de l'axe CX, & tC représentera cette portion d'axe; par conséquent la seule ligne tC pourra être considérée comme la projection d'un triangle égal à tCE ; puisqu'on doit imaginer sur t une verticale égale à $PX = Tt = tE$ par la construction, qui est la hauteur d'un point E de la circonférence de la base sur le plan horizontal, & dans notre changement de position, celle du point K de l'axe sur la face en talud, couchée sur le plan horizontal, de sorte que $CE = CX$ représente cette portion d'axe dans son étendue, laquelle à aussi sa projection en tC , qui est partie d'un demi-diamètre CI; donc l'angle ECI ou son égal ICK fera celui de l'axe avec le diamètre de l'intersection des plans de la face en talud, & celui qui lui est perpendiculaire passant par l'axe, puisqu'il passe par CK & par Et ou pX , c'est-à-dire, que cet angle est celui de la plus grande obliquité de l'axe sur la base du cylindre, & suivant le langage de Desargues, celui de l'essieu avec la sousessieu, *ce qu'il falloit démontrer.*

ON auroit pû expliquer cette construction sans imaginer un changement de situation du cylindre, mais avec un peu plus de difficulté; car il faut concevoir que le triangle rectangle CtK ou son égal $C Et$, se meut autour de son côté Ct , que par cette révolution le point K étant parvenu en g , se trouve dans le plan vertical passant par l'axe CX, & qu'alors le triangle tCg est la projection de la partie du plan incliné à l'horison, mais perpendiculaire à la base passant par l'axe, comprise entre cet axe CX & le diamètre EC représenté par tC ; or par la supposition de la révolution autour de tC , tg représente tK , ou

$tE = tT = pX$, Cg représente CK ou CE, & tC est commun au triangle de la projection horisontale tCg & à sa valeur tCE ; mais à cause que Xp est perpendiculaire à TO , par la construction, & à tC , comme nous l'avons démontré ci-devant, la ligne tg fera la représentation d'une ligne perpendiculaire aux deux tO , tC ; par conséquent au plan de la base, dans laquelle est un point de l'axe g , représentant E ou K ou X, & le point C de cet axe étant immuable, il suit que tCg représente l'angle de la plus grande obliquité, dont la valeur est donnée en tCE , ce qu'il falloit démontrer.

Du Biais en Descente.

Nous venons de donner la construction des doubles obliquités du biais & talud, ou biais & surplomb. Toutes inclinaisons égales dans le biais en descente, on trouvera par le même moyen la même *sousessieu* & la même *essieu* qu'on a trouvé dans la figure précédente pour le biais en talud.

Fig. 95. SOIT [*Fig. 95.*] l'angle BCL, l'obliquité de la direction horisontale du berceau sur le plan de la face, que nous supposons premièrement verticale sur le diamètre AB, ayant tiré d'un point L, pris à volonté la perpendiculaire indéfinie LO sur ce même diamètre, on fera au point O où elle le coupe, l'angle GON égal à celui de la descente; puis ayant fait OG égal à OL, on élèvera sur AB prolongée au point G la perpendiculaire GN, qui coupera le profil de la descente NO au point N; ensuite on portera la hauteur GN en On sur Lf, pour y avoir le point n, par où & par le centre C, on tirera le diamètre ID, qui fera la *sousessieu*.

Pour trouver l'essieu on fera comme au cas précédent nS perpendiculaire sur DI & égale à Nn , qui donnera le point S, par lequel & par le centre C, on tirera la ligne SE qui fera l'essieu, & l'angle DCS ou son opposé au sommet ICE, celui de la plus grande obliquité de l'axe sur la base du cylindre.

LA démonstration est évidemment la même qu'au cas précédent; puisqu'il n'y a d'autre différence de construction, que de placer ici au dessus de l'horisontale ce qu'on avoit placé au dessous; parce qu'il est évident que si l'on avoit un berceau horisontal en surplomb, & qu'on inclinât son axe en descente, la face qui étoit en surplomb deviendrait aplomb, comme nous l'avons expliqué ci-devant.

CE que nous disons du biais en descente s'applique aussi très naturellement au berceau biais & en montée, en faisant le contraire, c'est-à-dire,

à-dire, en mettant l'angle de la montée sous l'horizontale, comme on a fait pour le biais en talud. En effet si l'on incline en montée l'axe d'un berceau biais & en talud, on pourra sans aucun changement que cette inclinaison, mettre aplomb la face qui étoit en talud.

5. *Des Berceaux à triple obliquité.*

1.^o *Biais en Descente & en Talud ou Surplomb.*

2.^o *Biais en montée & en Talud ou ex Surplomb.*

Soit [Fig. 96.] la face AHB celle d'une descente, dont l'obliquité ou biais horizontal est l'angle LCB, ayant tiré comme ci-devant par un point L, pris à volonté sur la projection LC de l'axe en descente, une perpendiculaire Ln à son diamètre horizontal AB, on fera sous ce diamètre au point O l'angle du talud LOP, ou son complément POB, & au dessus de la même ligne, le profil ou angle de descente BON; puis ayant fait OP = OL, on tirera sur OP la perpendiculaire PN, qui coupera le profil de la descente en N, par où menant Nn parallèle à AB, qui coupera Ln au point n, on tirera par n & le centre C la ligne DI, qui sera la *sousessieu* ou diamètre de plus grande obliquité.

ENSUITE pour trouver la position de l'essieu à son égard, on lui fera au point n la perpendiculaire nq égale à nN, & par son extrémité, & le centre C on tirera la ligne ESq, qui représentera l'essieu.

Si au lieu de descente il s'agit de *montée biaise & en talud*, supposant la même obliquité LCB & le même talud BOP, on fera l'angle ou profil de la montée BOF sous l'horizontale AB, comme le talud; puis ayant fait OP égale à OL, on menera au point P la ligne PF perpendiculaire à OP, qui coupera le profil de la montée FO au point F, par où on tirera Ff perpendiculaire à Ln, qu'elle coupera au point f, la ligne id menée par ce point f, & le centre C sera la *sousessieu*, ou diamètre de plus grande obliquité.

LA position de l'essieu à son égard se trouvera comme à l'ordinaire, en faisant au point f une perpendiculaire ff à di, & tirant par les points s & C la ligne se; il est clair que quand même la montée seroit égale à la descente, les angles d'obliquité ne seroient pas pour cela égaux; par les raisons que nous avons donné au 2.^o article, que le talud de la descente diminue l'angle de l'obliquité de l'axe avec la face, & qu'au contraire il l'augmente dans la face en montée & en talud, soit qu'il y ait du biais ou qu'il n'y en ait pas.

IL n'est pas nécessaire d'ajouter une démonstration aux précédentes; puisque cette augmentation d'obliquité n'est qu'une composition de celles que nous avons expliqué en particulier, & dont nous avons démontré la justesse de la construction.

Application & Usage des Angles de plus grande obliquité & de leurs côtez.

AYANT fait la division du ceintre de face en ses voussours à l'ordinaire, on fera la projection de ses divisions, non sur le diamètre de la face, comme on a coutume de faire dans la manière ordinaire, mais sur la sousessieu, laquelle ne se confond avec ce diamètre que lorsque le berceau est Droit, encore peut-on la mettre en toute autre position; puisque tous les diamètres peuvent être pris pour la sousessieu; parce qu'ils sont tous perpendiculaires à l'axe; ainsi en quelque situation que soit un diamètre, aplomb, de niveau, ou incliné, il fait toujours le même angle avec son axe.

C'EST POURQUOI 1.^o dans le Berceau Droit [Fig. 94.] on prendra, si l'on veut, AB pour sousessieu, & sa perpendiculaire CH pour essieu, non qu'elle soit en réalité dans la même surface, puisqu'elle lui est perpendiculaire, mais on l'y transporte pour y tracer l'épure, & parce qu'elle n'y est pas nécessairement, il suit qu'on peut faire l'épure séparément de l'élevation de la face, il suffit d'avoir l'ouverture de l'angle des lignes d'essieu & de sousessieu, & la projection des divisions de la face sur la sousessieu.

IL est donc clair que deux lignes à l'équerre suffisent pour faire l'épure d'un berceau Droit, comme [Fig. 94] AB & HK, & qu'on peut faire la projection des divisions 1, 2, 3, 4 sur la ligne AB, ou sur la ligne CH; puisque si l'une est prise pour sousessieu, l'autre fera prise pour l'essieu. Cette projection étant faite, on s'en servira pour faire les panneaux, suivant la méthode ordinaire; car dans le cas du Berceau Droit, celle-ci n'en diffère en aucune façon.

Fig. 94.

2.^o Dans les berceaux Droits, mais en talud, surplomb, montée, ou descente, où la sousessieu se trouve dans une ligne aplomb KH, & où l'essieu ne lui est pas perpendiculaire, mais incliné comme MS, les projections des divisions doivent se faire par des horizontales 1 u, 2 V sur HC; puis des points u, V, où ces lignes rencontrent la sousessieu, on abaissera des perpendiculaires u r, VR sur l'essieu MS, lesquelles sont les hauteurs des retombées de l'arc - Droit; parce qu'elles sont des sections des plans passans par les divisions 1 & 2 perpendi-

culairement à l'axe ; & au lieu que dans la manière ordinaire elles sont toutes dans un plan coupant le berceau perpendiculairement à l'axe ; dans celles-ci elles sont dans la situation du parallélograme par l'axe.

CETTE seconde instruction de pratique doit s'entendre non seulement pour les cas que je viens de nommer, mais encore pour les autres de double & de triple obliquité ; il suffit d'avoir trouvé la soufessieu placée dans l'arc de face, & ensuite l'angle que cette ligne fait avec l'axe du berceau.

COMME il arrive que la soufessieu DI est souvent inclinée au diamètre horizontal AB, les projections des divisions de l'arc de face se font de part & d'autre de cette ligne, comme on voit à la figure 97. où la partie de l'arc A6D est au dessus de ID, & la partie DB au dessous ; ainsi on tirera d'un côté les perpendiculaires *aF*, *1P*, *2p*, *3R*, & de l'autre côté *bq*, *4q*, ce qui fait un mélange de divisions sur la ligne ID, qu'il faut avoir soin de distinguer par les chiffres de leur origine, faute de quoi cette manière fournit de fréquentes occasions de se tromper.

IL est visible qu'on doit en user pour l'extrados A6D comme pour la doële *a2T*, & pour D8B comme pour *T4b*.

POUR la seconde operation on tirera par toutes les divisions que la projection inclinée a donné sur la soufessieu DI, des perpendiculaires sur l'essieu ES, comme PQ, *uV*, *Rr*, *Gg*, *Ff*, qui donneront les hauteurs des retombées de l'arc-Droit, non pas sur un plan horizontal, mais sur le plan d'une section par l'axe perpendiculaire à celui qui passe par l'essieu & la soufessieu.

ELLES donneront de plus les angles des têtes des panneaux de lit & de doële, en les prolongeant au delà de l'essieu ES.

PREMIEREMENT, pour les panneaux de doèles, elles expriment les avances & reculemens d'une division de vouffoir à la suivante ; ainsi puisque les points Q & r provenans des divisions 2 & 3, marquent l'intervale, dont un de ces joints 2 avance plus que l'autre 3, sur le plan passant par l'axe, & le diamètre de plus grande obliquité ; il est clair que l'angle que fait le joint de lit, qui est toujours parallèle à l'axe, avec la corde 2 3 de la doële plate, fera toujours égal à celui qui se fera à l'axe même avec cette corde, placée entre les avances Q & r ; c'est pourquoi on prendra avec le compas la corde 2 3, & plaçant une de ses pointes en Q, provenant du point 2, on fera avec l'autre pointe un arc, qui coupera la ligne Rr prolongée.

gée [laquelle provient du point 3] en un point z , par lequel menant une ligne zn parallèle à QS on aura pour le panneau de doële la fig. SQ_3n .

SECONDEMENT, pour les panneaux de lit on en usera de même, en plaçant entre les parallèles pQ & Vn , provenant des divisions 2 & 6 de la doële 2, & de l'extrados 6, la longueur 2 6 du joint de tête de l'arc de face; ainsi on trouvera le point Y par l'intersection d'un arc fait du centre Q , & de l'intervale 2, 6, pour rayon avec la ligne VY qu'il coupera en Y , par où si l'on mène une parallèle Y_0 à l'axe ES , on aura le trapeze OQY_0 pour le panneau de lit de la seconde division, qui est le lit de dessus du second vouffoir, & celui de dessous du troisième.

Fig. 98. POUR ne pas embrouïller l'épure de trop de figures, & séparer celles de différente espee, comme les lits & les doëles, qui s'y trouveroient mêlez, & causeroient de la confusion, on peut les ranger ensemble dans une figure à part, comme on voit à la figure 98. où l'on a mis les lits d'un côté & les doëles de l'autre.

AYANT tiré deux lignes $D'I$ & E,S , qui se croisent perpendiculairement en M , on portera de ce point M les largeurs des doëles d'un côté & des lits de l'autre, prises perpendiculairement à la ligne ES de la fig. 97. comme nS , O_0 &c., qui donneront sur la ligne $D'I$ des points 1, 2, 3, 4, par lesquels on menera autant de parallèles à ES , comme zT , zn ; puis si les vouffoirs sont égaux sur l'arc de face; du point M pour centre & de l'intervale d'une doële a_1 de la figure 97. on fera un arc de cercle, qui coupera toutes les parallèles Vz aux points z ; de même si l'on prend pour son arc le rayon du joint de tête 1 5 de la fig. 97, il donnera tous les points y_y de la figure 98.

ON tirera plus commodément & sans confusion toutes les largeurs de doële & de lit, en formant l'arc-Droit comme il suit:

Fig. 97. ON tracera par le centre C une perpendiculaire $7K$, à l'essieu ES , sur laquelle on renverra les divisions de la sousessieu, provenant des joints de tête 1, 2, 3, 4 par des perpendiculaires à $K7$, ou, ce qui est le même, des parallèles à l'essieu, sur lesquelles on portera les longueurs des perpendiculaires tirées par les divisions de l'arc de face à la sousessieu.

Fig. 99. POUR ne pas embrouïller la figure d'une trop grande quantité de lignes, il est à propos d'en faire une à part, comme on voit à la fig. 99.

AYANT transporté les lignes ES & DI *di* en EM, de la fig. 97. fait entr'enlles le même angle, on prendra sur la ligne DI toutes les divisions provenant des perpendiculaires, tirées à cette ligne par les joints des voussours, qu'on portera en *di*.

ENSUITE on tirera par le centre C une ligne Dr 1^r perpendiculaire à l'essieu ES, & par les divisions de la sousessieu *efghiklmnop*, on mènera des parallèles à l'essieu ES, qui couperont la ligne Dr 1^r aux points A, *a*, 5, 1, 2, 6, 3, 7, &c. desquels points, comme termes, on portera sur les parallèles à l'essieu les longueurs des ordonnées à la sousessieu, prises à la figure 97. sçavoir GA en A A, Fa en *fa*, b5 en 55, P 1 en 1 1^r, ainsi de suite, & l'on aura les points *a* 1^r 2^r, 3^r, 4^r, &c. pour les divisions de la doële, par lesquels on tirera les droites *a* 1^r, 1 2^r, 2 3^r, qui donneront un polygone formé par la suite des doèles plates de l'arc-Droit.

LA même chose se fait pour l'extrados.

PRESENTEMENT, il est clair que l'on a tout ce qui est nécessaire pour tracer les voussours sur la pierre; car on a les panneaux de lit & de doële & les niveaux de lit & de doële à l'arc-Droit, comme dans les Traits de la maniere ordinaire.

Explication Démonstrative.

Nous avons rendu raison de la justesse de l'operation pour trouver l'essieu & la sousessieu dans toutes les circonstances de biais, talud & descente données, il reste présentement à montrer que l'arc-Droit est bien trouvé.

PUISQUE la sousessieu est le diametre de la plus grande obliquité, il fera aussi le plus grand de tous les diametres, si la face du berceau étoit Elliptique; parce qu'il en seroit le grand axe, & supposant que le berceau ait la face circulaire, comme lorsqu'il est moitié du cylindre scalene, ce diametre de sousessieu, quoiqu'égal à tous les autres, fera toujours plus grand que celui de la section perpendiculaire à l'axe, puisqu'il lui est incliné; mais les lignes perpendiculaires au plan par l'axe, & ce diametre de sousessieu seront toutes égales à leurs correspondantes dans l'arc de face & dans l'arc-Droit; c'est pourquoi on a porté les longueurs des ordonnées à la sousessieu comme AG, *a*F perpendiculairement au diametre de l'arc-Droit en AA^r, *a* *a*^r, &c. parce que l'axe n'est pas incliné à toutes les lignes, qui sont perpendiculaires au plan passant par la sousessieu; mais il l'est à toutes les lignes parallèles ou inclinées à cette sousessieu; c'est pourquoi dans cette

méthode , en quelque situation que la face soit à l'égard du berceau, on n'a aucun égard ni au talud, ni à la descente ; parce que les lignes tirées des divisions au diamètre sur lequel se fait la première projection de l'arc de face, ne sont pas comme dans les autres méthodes, des aplombs, ou des lignes inclinées dans un plan vertical, qui peuvent changer de rapport & d'inclinaison à l'égard de l'axe ; dans celles-ci elles sont toujours égales à la largeur du berceau, à toutes les sections des lits ; parce qu'elles sont toujours perpendiculaires au plan par l'axe, qui est perpendiculaire, par la construction, à celui de la face ou base du cylindre. Ingénieuse invention de Desargues, qui auroit dû lui faire honneur, s'il n'avoit pas affecté de la rendre mystérieuse, & difficile à deviner ; il auroit mieux fait d'en inferer l'explication & la démonstration dans le Livre de Bosse, que ce pitoyable extrait des Régistres de la Communauté des Maîtres Maçons de Paris, pour prouver que Charles Bressi n'avoit pas été refusé pour avoir voulu faire son chef-d'œuvre suivant la nouvelle méthode, & prendre querelle avec un Critique ignorant, qu'il auroit terrassé par la seule démonstration.

C H A P I T R E VI.

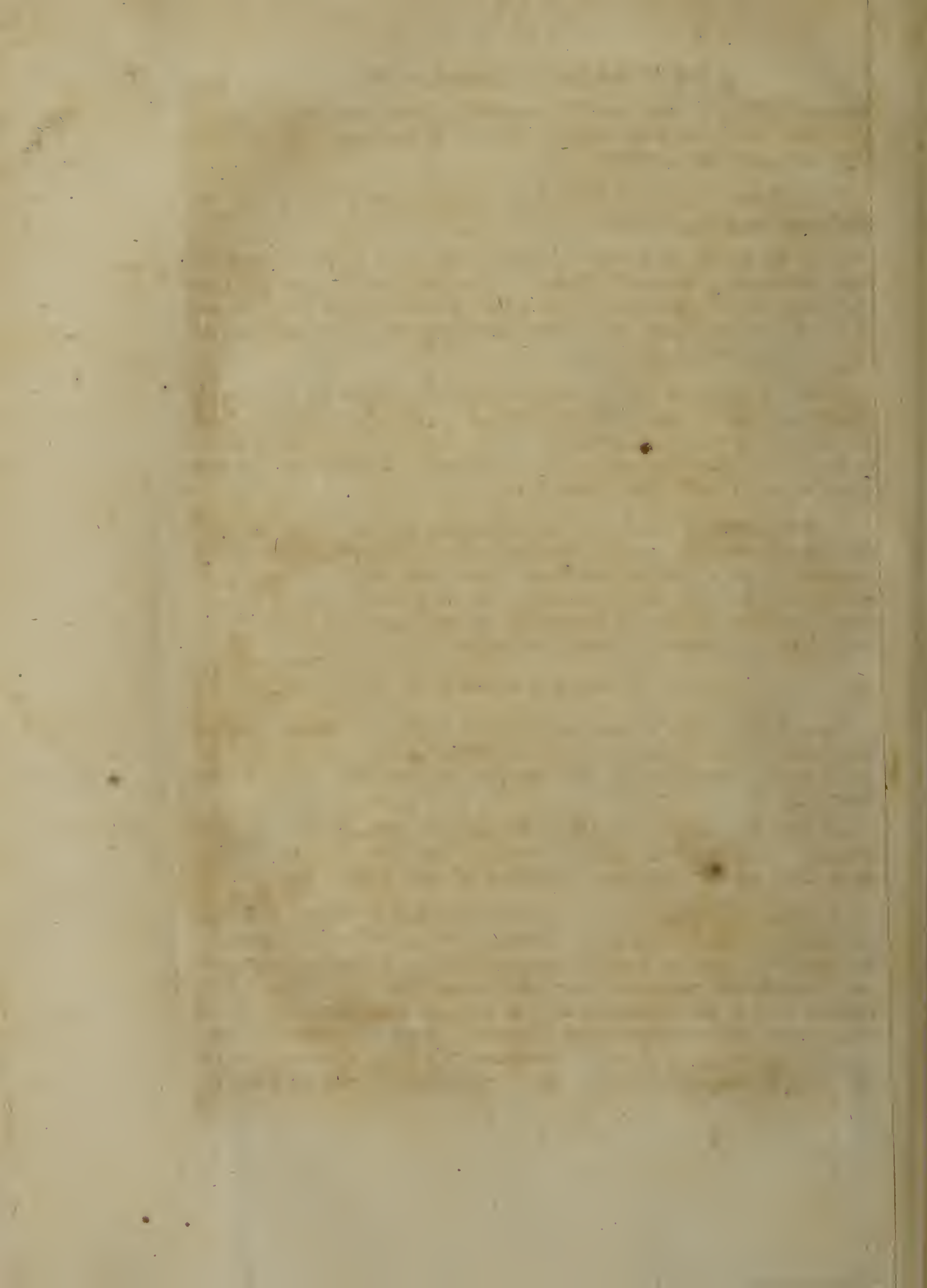
DES VOUTES CONIQUES.

En Termes de l'Art.

Des Trompes & Voutes en Canoniere.

ON connoît ce genre de voute en Architecture sous differens noms. Celles qui sont des moitiez de cônes continuées jusqu'au fond de sa pointe, c'est-à-dire, de son sommet, s'appellent *Trompes* ; celles qui ne sont que des moitiez de cônes tronquez, dont les impostes se referrent sans se joindre, s'appellent *Voutes en Canonieres*.

CETTE difference de nom n'en cause aucune au Trait de l'épure, ni à l'exécution ; car on est obligé de réduire tous les voussiors des trompes à des portions de cône tronqué ; parce que la fragilité de la pierre ne permet pas qu'on puisse la tailler en angle aussi aigu que le feroit leur pointe vers le sommet du cône, s'ils y aboutissoient. Pour obvier à cet inconvénient, & pour la beauté de l'appareil, on fait le fond de la trompe d'une seule piece, qu'on appelle *Trompillon*, au tour duquel les voussiors s'arrangent en rayon, & s'appuyent sur les côtes, & quelquefois en partie sur un lit de tête, dont la surface est assez gran-



de pour qu'elle ait une solidité capable de résister aux coups des outils, dont on se sert pour tailler la pierre, & aux chocs ou aux efforts des outils en la posant.

Pour donner une juste idée de cette espèce de voutes, nous en allons expliquer la generation.

Tout le monde sçait que la surface d'un cône est la trace d'une ligne Droite SA, immobile sur une de ses extrémités S, qui parcourt en A une courbe circulaire ou Elliptique AHE appelée base, & que la ligne SC, menée du point immobile au centre C du cercle ou de l'Ellipse s'appelle l'axe du cône. Fig. 100.

Comme il ne s'agit pas ici simplement d'une surface de cône, mais d'une voute solide, comprise entre deux surfaces, l'une concave, l'autre convexe, nous devons expliquer la generation de la trompe Droite par le mouvement d'un trapeze ABsS, immobile sur son côté sS, au tour duquel il fait la moitié d'une révolution.

Si ce trapeze fait partie d'un triangle rectangle ACS, qui se meut sur son côté SC, il formera cette espèce de solide qu'on appelle *Trompe Droite*, qui est compris par deux surfaces de cônes, l'une concave, qui est la doële, l'autre convexe, qui est l'extrados, lesquelles ont une partie de leur axe sS commun, & une partie du diametre de leur base, que nous appellons l'Arc de face.

C O R O L L A I R E.

D'ou il suit 1.^o qu'en quelque situation que soit le triangle ACS, horisontale, verticale ou inclinée, le trapeze ABsS, qui est la section de la voute, appelée *Lit*, sera toujours dans le plan qui passe par l'axe SC.

2.^o Que ses côtez restant à même distance entr'eux dans ce mouvement, marqueront un intervalle toujours égal entre les deux surfaces de la doële & de l'extrados, supposant la voute d'égale épaisseur.

3.^o Qu'un des côtez de ce trapeze, qui est à la surface de la base du cône appelée la *Face* de la trompe, tendra toujours au centre C de cette face, qui est nécessairement circulaire; suivant cette generation, laquelle est perpendiculaire à la trompe droite circulaire. Mais comme il y a des trompes, dont la face quoique perpendiculaire à l'axe, n'est pas circulaire, mais Elliptique, & d'autres dont la face, quoique circulaire, n'est pas perpendiculaire à l'axe, d'autres enfin où elle n'est ni perpendiculaire à l'axe ni circulaire; il faut toujours en

revenir à la generation du cône pour chacune des deux surfaces , qui comprennent l'épaisseur de la voute , ou bien , en supposant le trapeze AB_1S , considerer que ses angles changent d'ouverture à mesure qu'il fait sa révolution , que ses côtes s'allongent & se raccourcissent , comme ceux d'un cône scalene , lorsque la base qu'il parcourt n'est pas perpendiculaire à l'axe SC , & que lorsqu'elle lui est perpendiculaire , & de contour Elliptique , ce trapeze ne se meut pas au - tour d'un axe , mais perpendiculairement à la tangente de chaque point de l'Ellipse , qu'il parcourt par sa tête mobile ; cela supposé , nous allons commencer par la Trompe droite circulaire , c'est - à - dire , par le cône Droit.

P R O B L E M E. XIII.

Faire une Voute Conique de face plane , qui soit portion d'un Cône Droit circulaire , ou d'un Cône scalene , considéré comme Droit sur une base Elliptique.

En Termes de l'Art.

Faire une *Trompe Droite* dans un angle rentrant en plein ceintre , *surhaussée ou surbaissée* , ou bien une *Voute en Canoniere*.

Fig. 101. PAR le mot de *Trompe Droite* nous entendons celle dont l'axe & les impostes sont de niveau , & la face aplomb à l'équerre sur le milieu de la trompe , ce qui comprend deux cas , l'un où la face est circulaire , qui fait ce que le P. DERAN appelle la *trompe fondamentale* , représentée en perspective à la figure 101. l'autre où la face est *surhaussée* ou *surbaisée*.

Premier cas, de la Trompe Droite Circulaire.

PAR l'explication que l'on a donné de cette trompe dans sa generation , il est visible qu'elle est très uniforme dans ses parties.

CAR si la division de la face en ses voussours est faite de parties égales , un seul voussour représente tous les autres. Les panneaux de tête , de lit & de doële ne souffriront aucun changement d'un voussour à l'autre.

1.º Les têtes seront des portions de couronnes de cercles égales , Par la construction.

2.º Les panneaux de doële plate seront des triangles isosceles égaux.

3.º Et les lits des trapezes aussi égaux , dont les angles aigus sont de 45. degrez , si l'angle rentrant , dans lequel on fait la trompe est Droit , & les obtus de 135. cela supposé. Soit

Soit [Fig. 102.] le triangle ASE le plan horifontal de la Trompe, & la figure ASED δ B celle de son épaisseur à ses impostes, qu'on suppose de niveau. Soit aussi la portion de couronne de cercle AHE, D δ B l'arc de face de la trompe, divisé en ses vouffoirs à l'ordinaire par des joints de tête, qui tendent à son centre C. Ayant abaissé de chacune de ces divisions 1, 2, 3, 4 des perpendiculaires au diametre AE, qui le couperont aux points ρ P, &c. on tirera de chacun de ces points des lignes au sommet ρ de l'angle B δ D de la doële, lesquelles feront les projections des joints de lit, qui ne peuvent servir, comme dans les voutes cylindriques, à en prendre les mesures; parce que toutes ces lignes, excepté celles des impostes AS, ES, sont des représentations de lignes inclinées à l'horison, qui sont par conséquent racourcies dans cette projection; mais elles serviront dans les autres cas pour trouver les veritables longueurs des panneaux de lit & de doële.

Je dis dans les autres cas; parce que supposant la trompe Droite *Panneau de Doële.* circulaire, la valeur de chacune de ces projections est égale à ρ D, longueur du côté à l'imposte. Ainsi pour former les panneaux de doële plate tout est donné; il ne s'agit que de faire un triangle isoscele Cd d^+ où l'on voudra, qui ait deux côtez égaux à ρ D, & le troisième égal à la corde de l'arc D δ , ce que l'on a fait dans la fig. 103. en faisant du point C pour centre & ρ D pour rayon un arc $d d^+$, dans lequel on inscrit la corde δ D.

2.^o Les panneaux de Lit sont donnez dans le plan horifontal, parce qu'ils sont tous égaux au trapeze d'une imposte ρ DES ou AS δ B, par la raison de la generation de cette trompe.

3.^o Les panneaux de tête sont aussi donnez sur l'élevation; puisque ce sont les portions de couronnes de cercle AB ρ 5, 1265, &c. qui sont égales entr'elles, si les vouffoirs ont été faits à tête égales.

Il ne reste plus à trouver que les biveaux de lit & de doële, comme nous l'avons dit au Probl. 14. du 3.^e Livre, dont nous allons faire l'application à cette trompe, par exemple, au deuxième ou quatrième vouffoir, il n'importe pour lequel dans la trompe Droite à têtes égales, où l'angle de ce biveau est toujours le même.

AYANT prolongé la corde 34 jusqu'à la rencontre du diametre A E *Biveau de Lit & de Doële plate.* au point O, on tirera à ce point, par le sommet ρ de la doële, une ligne ρ O, qui fera la section de la quatrième doële plate prolongée avec l'horison.

ON prolongera aussi la projection ρ P du lit, dont il s'agit indéfiniment vers ∞ , & sur cette ligne on tirera par le point P une perpen-

diculaire Pp^3 qu'on fera égale à la hauteur de la retombée $3P$. On tirera du point s la ligne sp^3 , sur laquelle on fera une perpendiculaire p^3Y , qui coupera la projection sx^3 au point Y , par lequel on lui mènera une seconde perpendiculaire yz , qui coupera la ligne sO prolongée au point z , & la diagonale de l'angle BsD , ligne du milieu de la trompe en y , on portera la longueur Yp^3 en Yx^3 , & l'on tirera les lignes x^3z , & yx^3 ; l'angle Lx^3i fera celui que l'on cherche.

PRESENTEMENT, si l'on veut trouver le biveau de *doële plate* & *de tête*, pour se dispenser de faire des panneaux de lit & abreger ainsi l'ouvrage, on operera comme il suit :

A l'extrémité 3 de la corde 3, 4, on lui fera une perpendiculaire $3Q$, qui coupera le diamètre AE au point Q , par lequel on mènera Qu parallèle à l'axe Cs jusqu'à ce qu'elle rencontre la section O de l'horison & de la doële au point u ; ensuite ayant porté la longueur $3Q$ sur le diamètre EA prolongé en QQ^3 , on tirera la ligne uQ^3 , l'angle uQ^3i fera celui du biveau que l'on cherche, lequel est moins obtus que celui du panneau de lit sDE , comme on va le voir.

LORSQUE la trompe Droite est de face circulaire, on peut abreger cette opération, l'uniformité du cône Droit, dont elle est une moitié, fournit un moyen plus simple, qui ne convient pas aux autres.

IL ne s'agit que de tirer la corde de l'arc d'une tête, par exemple, $4D$ à la doële, & sur le milieu l la perpendiculaire lf , dont on portera la longueur de D en x , on tirera xs , l'angle sxE fera celui du biveau que l'on cherche.

R E M A R Q U E.

QUOIQUE cet angle soit peu différent de celui du lit à l'imposte sDE , il ne convient pas de prendre celui-ci sDE pour le biveau de doële plate & de tête comme fait M. de la RUE, page 68. c'est le biveau de doële creuse & de tête ; or celui de la doële plate est manifestement moins obtus ; car puisque l'angle sDE est extérieur à l'égard du triangle sDs , il est plus grand que l'angle sxD . cette erreur devient d'autant plus sensible, que la tête du vouffoir comprend un plus grand arc de cercle, enfin elle peut aller de pair avec celle que cet Auteur reproche aux panneaux des voutes sphériques, suivant l'ancienne méthode ; par conséquent elle mérite attention chez les amateurs de l'exactitude.

IL nous reste à dire quelque chose des joints de doële transversaux, comme sont ceux des têtes des vouffoirs, dont le rang est fait de plusieurs

pieces, & lorsqu'il est d'un seul vouffoir, celui de la tête inferieure qui s'appuye sur le trompillon.

La plupart des Appareilleurs font les joints de doële & les lits de tête plans & paralleles au plan de la face, apparemment parce que cette methode est la plus simple, par conséquent la plus commode, en ce qu'il ne s'agit que de retrancher des panneaux de doële & de lit des parties paralleles aux lignes de tête de face, pour faire une surface plane, cependant elle n'est pas la meilleure, parce que les arêtes des têtes en joints contiguës sont l'une obtuse l'autre aiguë; celle du trompillon est obtuse de 135 degrez à la trompe droite circulaire, & celle du vouffoir qui se pose dessus fait un angle de 45 degrez, qui est trop foible pour qu'on puisse en conserver l'arête vive sans risquer de la casser, pour peu que la pierre soit fragile.

Il conviendrait mieux de faire les têtes interieures coniques de portions de cônes tronquez, tournez en sens contraire de celui de la trompe, telles sont *Geg*, qui ont leurs sommets en *e* & *e* [Fig. 100.] sur l'axe SC formez par les lignes *Gi* & *gi* prolongées, lesquelles par leur révolution autour de l'axe SC de *G* en *g* forment autant de cônes, dont les surfaces sont celles des joints en lit transversaux de la trompe.

La raison est que, par cette construction, la tête inferieure du vouffoir s'appuye pleinement sur celle de l'inferieur; ainsi elle décharge les piedroits d'une partie de la poussée, au lieu que lorsque les têtes sont aplomb, l'effort du poid du vouffoir se fait presque tout sur les lits collateraux, & par conséquent sur les piedroits qui les soutiennent, d'où il suit qu'ils ont besoin d'une bonne épaisseur, pour ne pas être écartez par cet effort; nous donnerons les deux manieres de faire les lits en joints transversaux, plans & coniques.

Pour les premiers, ayant déterminé la position du joint dans la projection, comme en TN, on portera la longueur SN de la figure 102. en Cn de la fig. 103. & l'on menera N4' parallele à *dd'* pour le premier vouffoir, & du point 4' une autre parallele 4'3' à la tête du panneau *d'd'*, ainsi des autres, & après avoir déterminé la tête de la doële plate, on fera la tête inferieure du panneau de lit, comme Ne de la fig. 102. parallele à DE, pour former par le moyen des deux & trois lignes données une surface plane, sur laquelle on appliquera le panneau de tête de l'arc de trompillon 4ⁿN pour le premier vouffoir, 4ⁿ3ⁿ pour le second, &c. & appuyant la règle sur le contour de cet arc & de celui de tête de face, on formera la doële creuse du vouffoir.

Si la trompe est surhaussée ou surbaissée, on décrira sur l'axe TN une demi-Ellipse semblable à celle de face BI^b , dont les divisions $1''$, $2''$ seront déterminées par les perpendiculaires $q1''$, $q2''$ élevées sur les points q , q , des intersections du diamètre TN, avec les projections des joints de lit p^1q , p^2q , &c. comme il a été fait pour la partie circulaire LN.

SECONDEMENT, pour faire les têtes en lits coniques, il n'y a point de changement à faire au panneau de doële plate dans la position du joint de doële; mais bien dans le panneau de lit, où au lieu de prendre Ne parallèle à DE , il faut tracer sur le lit une ligne Nr , perpendiculaire sur le joint ND , puis par le moyen d'un panneau flexible, formé en arc d'un cercle, qui ait pour rayon $C'n$, on tracera sur la doële creuse un arc $n4'$ pour le premier vouffoir, ou $4'3'$ pour le second, & on abattra la pierre suivant une équerre, dont une des branches qui sera sur la doële creuse, sera toujours dirigée au sommet du cône, par les moyens que nous avons donnez pour former cette surface au commencement de ce Livre; ainsi on formera une seconde surface conique creuse perpendiculaire à celle de la doële qui sera la tête en lit concave, qu'on doit appliquer sur la tête en lit convexe du trompillon, ou d'un vouffoir contigu, en continuation de la doële. Suivant cette construction il est visible que les arêtes des têtes seront à l'équerre, au lieu que dans la précédente elles étoient l'une aiguë, l'autre obtuse: secondement que par cette disposition la tête convexe sert d'appui à la tête concave, au lieu que dans l'autre elle ne sert qu'à l'arrêter pour ne pas trop avancer vers le trompillon.

Application du Trait sur la Pierre.

ON commencera par former la pointe de la Trompe d'une seule pierre appelée Trompillon, après avoir dressé un parement pour servir de lit, on y appliquera le panneau de l'angle donné T, N , sur lequel on tracera la diagonale sm ; on fera ensuite un second parement d'équerre au premier, sur lequel on y tracera le demi-cercle TLN , prenant pour son diamètre TN ; puis on abattra la pierre à la règle, tournant sur le point s immobile par un bout, & faisant mouvoir l'autre partie de la règle sur l'arc donné TLN , on formera la surface creuse d'un demi-cône complet, qui fait la naissance de l'angle de la trompe, en occupant la place de toutes les pointes des vouffoirs, qui devroient aboutir au point s .

POUR former les autres vouffoirs qui sont des portions de cônes tron-

quez, on peut s'y prendre, comme pour les berceaux, de deux manieres, ou par les angles des lits & de la doële, ou par ceux de doële & de tête, cette dernière étant plus expéditive, parce qu'elle dispense de faire les panneaux de lit, nous la préferons à l'autre.

APRES avoir dressé un parement pour servir de doële plate, on y *Fig. 103.* appliquera le panneau qui convient, lequel sera égal pour tous les voussoirs, si la division de leur tête de face a été faite égale, & après en avoir tracé le contour, par exemple, $4^d d^n$, on prendra le biveau de doële & de tête $e Q' i$, suivant lequel on abattra la pierre le long du côté $d d^4$, pour former un second parement, sur lequel on posera le panneau de tête $4^8 ED$, posant la corde $4D$ sur l'arête du *Fig. 102.* côté $d d^4$ pour en tracer le contour, puis avec l'angle du supplément *Fig. 103.* à deux droits du biveau $e Q' A$, on formera la petite tête inférieure, sur laquelle on appliquera un panneau de l'arc $e N 4''$ du trompillon; ainsi ayant les deux appuis de la règle à chaque tête on la fera couler sur ces deux arcs opposez, en abattant toute la pierre qui l'excède, comme il a été dit au commencement de ce Livre, pour la formation des surfaces coniques.

PRESENTEMENT pour former le lit, on fera couler la règle sur les lignes de joint de tête, & l'arête de lit & de doële ou sur la coupe de tête inférieure $4'' 3''$; l'autre lit se fera de même, & le voussoir sera achevé, s'il n'y a pas d'extrados; au cas que la voute soit extradossée, il sera facile d'en former la surface convexe de la même maniere que pour la concave.

Si l'on s'étoit servi du biveau de lit & de doële, après avoir formé les surfaces destinées pour les lits, il auroit fallu y appliquer les panneaux de lit pour avoir la position des arêtes des têtes supérieure & inférieure.

Remarque sur des Erreurs du P. Deran.

IL faut remarquer que pour former la surface creuse de la doële, on doit bien se garder de suivre la pratique du P. DERAN, qui dit, qu'il faut se servir de la cerche circulaire, formée sur l'arc du secteur, qui est le développement du cône, le posant *quarrément* sur la doële; car il est évident que la section perpendiculaire à une doële conique de trompe Droite est une Ellipse, & non pas un cercle. Il faut encore autant éviter la pratique de faire servir la même cerche à la petite tête comme à la grande, & tout au long du voussoir; car il n'est pas moins évident, que plus les sections Elliptiques ou circulaires approchent du sommet, plus leurs arcs sont courbes dans des intervalles égaux.

IL fait une troisième faute dans l'usage de la cerche formée sur l'arc de face en la posant obliquement. De quelque façon qu'elle soit posée elle ne peut convenir qu'à la base du cône, qui est la face de la trompe, & nullement plus près du sommet, par la raison que nous venons de dire, laquelle est aussi fondée sur ce Lemme, du commencement de ce livre, qui dit que les cordes égales des arcs de cercles inégaux soutiennent un arc d'un moindre nombre de degrés dans les grands que dans les petits; or les cordes des doëles coniques doivent soutenir des arcs de cercles égaux en nombre de degrés; parce que les sections droites des cônes coupent proportionnellement les obliques qui sont parallèles entr'elles; donc cette pratique est condamnable.

Nous avons supposé dans ce Trait que les têtes inférieures doivent être planes, si l'on vouloit que les têtes intérieures des vouffoirs supérieurs se posassent quarrément sur les inférieurs, il faudroit abatre la pierre à l'équerre suivant l'arc de cercle de la doële creuse, & l'on formeroit des surfaces coniques comme nous l'avons dit ci-dessus, l'une convexe à la tête en lit de la pierre inférieure, l'autre concave à la tête inférieure du vouffoir suivant, pour s'adapter sur la convexe.

Second Cas des Trompes Droites, lorsqu'elles sont surhaussées ou surbaissées.

IL y a plusieurs différences du cas précédent à celui-ci, la première à l'égard de la Géométrie, c'est que la trompe Droite à face circulaire est un cône Droit proprement dit, & que la trompe droite surhaussée ou surbaissée est intrinséquement un cône scalene coupé perpendiculairement à son axe; dont la section circulaire, qui est inconnue, mais qu'on peut trouver par le Probl. 33 du 2.^e Livre, est oblique à ce même axe.

A l'égard du trait de la Coupe des pierres, cette trompe diffère de la *fondamentale* en quatre choses.

1.^o Dans le contour du ceintre de face, lequel est surhaussé ou surbaissé, au lieu que dans celle-là il est circulaire.

Fig. 102. 2.^o Dans la direction des joints de tête, qui ne doivent pas tendre au centre C, mais être perpendiculaires à la tangente de l'arc au point de chaque division de vouffoir, comme nous l'avons dit des berceaux de face Elliptique; ainsi le joint de tête γ^o 1.^o aboutit sur le diamètre AE au point x, & le joint δ^o 2.^o prolongé tend au point y.

3.^o Dans la longueur des joints de lit qui ne sont pas égaux entre

eux, mais qui s'allongent ou se raccourcissent, en s'élevant depuis le niveau des impostes à la clef, selon que le ceintre est surhaussé ou surbaissé.

4.^o De cette inégalité de lits suit celle des angles des têtes de leurs surfaces, qui sont aussi inégaux entr'eux, au lieu que dans la trompe précédente les lits & leurs têtes sont égaux en tout.

SOIT [Fig. 102.] à la gauche, la moitié d'une face surhaussée $AabB$, élevée sur le même diamètre AE , & sur le même angle rentrant ASE que dans la trompe précédente. L'ayant divisé en ses voussoirs, & abaissé des perpendiculaires $1^o p^1$, $2^o p^2$, on tirera les projections des joints de lits $p^1 s$, $p^2 s$ au sommet de l'angle s , lesquelles seront plus ferrées du côté du piedroit B , qu'elles n'étoient à la trompe circulaire, ce qui les allonge un peu plus.

PAR le moyen des projections & des aplombs $1^o p^1$, &c. on cherchera les vraies longueurs des joints de lit par des profils, comme nous l'avons dit au 3.^e Livre.

AYANT porté sur une ligne BC , placée où l'on voudra [Fig. 103.] Fig. 103. les longueurs des projections de la Fig. 102. comme sp^1 en $C' p^1$, de la Fig. 103. sp^2 en $C' p^2$, on élèvera sur ces points $p^1 p^2$ des perpendiculaires $p^1 1^f$, $p^2 2^f$ égales aux hauteurs des retombées $p^1 1^o$, $p^2 2^o$, & l'on tirera les hypoténuses $1^f C'$, $2^f C'$, qui seront les vraies longueurs des joints de lit, qui étoient raccourcies dans la projection; parce que les lits ne sont pas parallèles au plan horizontal, comme dans plusieurs berceaux.

PAR le moyen de ces vraies longueurs des joints de lit, on fera facilement les *panneaux de doële plate*, qui sont des triangles scalènes, lesquels ont pour côtes deux de ces joints, & pour tête la corde de l'arc de face, qui est entre les deux lits. Ainsi ayant pris à volonté une longueur $B^d C'$ égale à celle du piedroit SB , pour la première doële du même point C' pour centre, & $C' 1^f$ pour rayon, on fera un arc $d^1 9$, & du point B^d pour centre & pour rayon la corde $B 1^o$ de la fig. 102. on fera un autre arc qui coupera le précédent au point d^1 , par lequel tirant les lignes $d^1 B^d$ & $d^1 C'$ on aura le triangle $B^d d^1 C'$, qui sera le panneau de doële plate du premier voussoir, ainsi des autres qu'on voit de suite à la gauche de la figure 103.

MAIS parce que nous avons remarqué ci-devant, que cette doële entière deviendrait si aiguë en C' , qu'on ne pourroit tailler la pierre sans la casser, il faut en retrancher une partie $t 1 C'$, semblable au grand triangle, en menant par un point t , qui a été déterminé au plan horizontal en T , à une distance de C' prise à discretion suivant

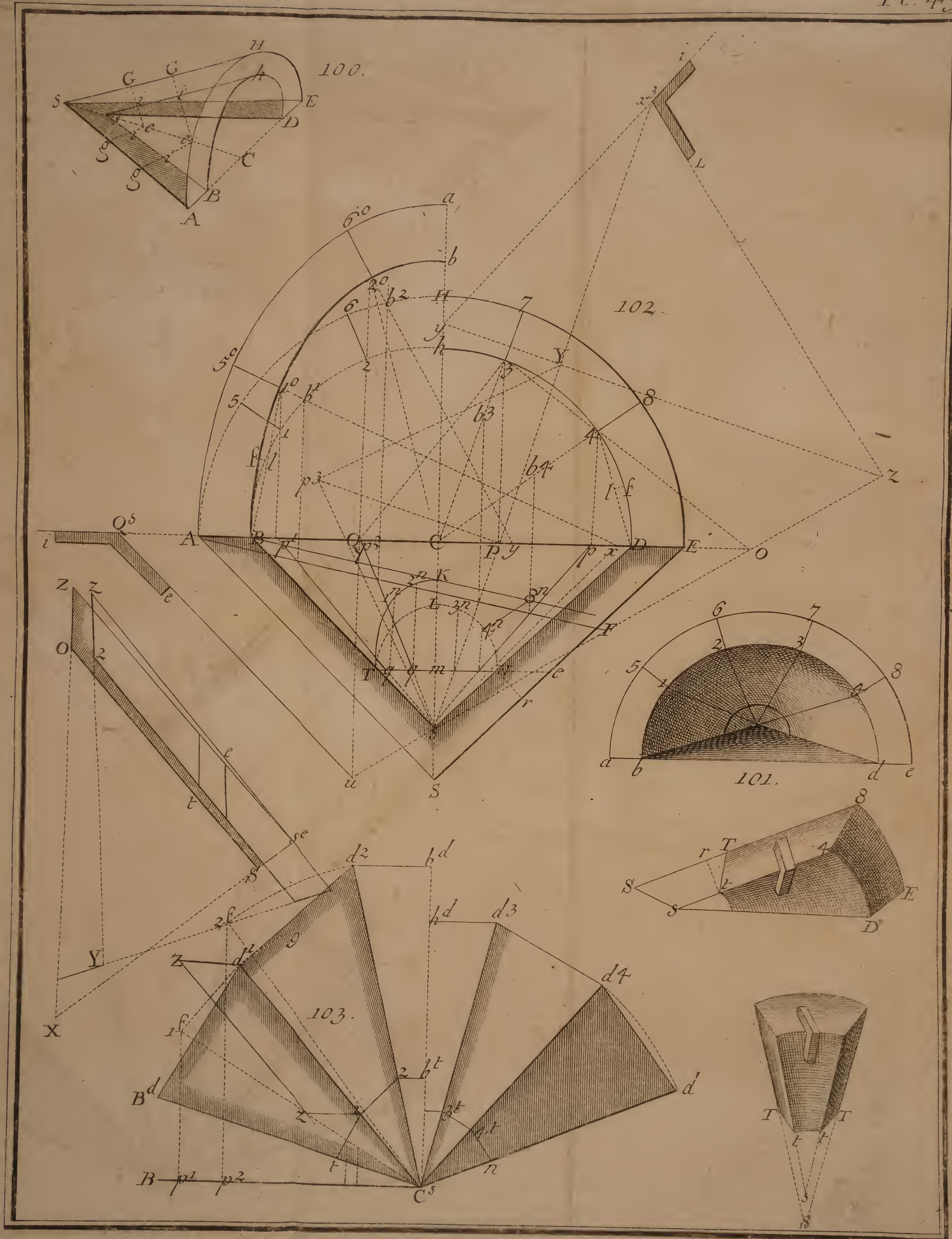
la grandeur qu'on veut donner au trompillon TN ; ainsi ayant porté T de la figure 102. en C' t de la figure 103. on tirera par t une ligne t 1 parallèle à B' d' , qui coupera C' d' au point 1, ensuite par ce point trouvé 1 on tirera 1 2 parallèle à d' d' , qui donnera le point 2, les triangles t 1 C' , 1 C' 2 seront les parties des doëles plates, qu'il faut retrancher des panneaux, qui se réduisent par cette génération à des trapezoïdes B' t 1 d' , d' 1 2 d' , le restant de la figure est la moitié de la clef, qui est toujours un trapeze isoscele ; parce que les deux côtes de la clef étant à même hauteur & distance du milieu, sont égaux.

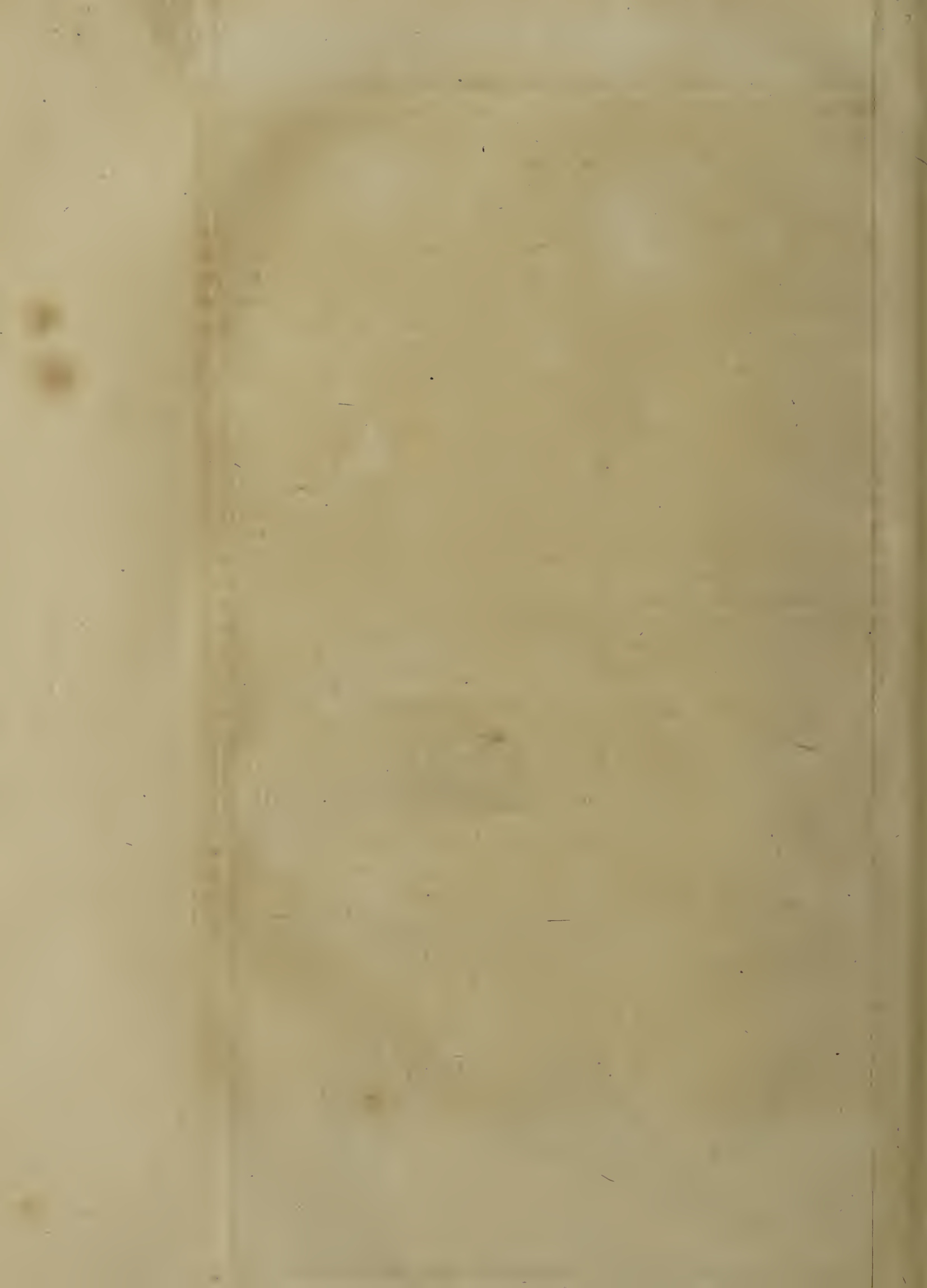
Fig. 102. Il faut présentement former les panneaux de lit, qui ne seront plus, comme dans la trompe Droite circulaire, perpendiculaires au plan de la face verticale, mais inclinez à ce plan aussi bien qu'à l'horison ; parce les joints de lit [Fig. 102.] doivent tendre au centre C, & le plan passant par le joint de tête $5^{\circ} 1^{\circ} x$, doit couper celui de la face, suivant une ligne $1^{\circ} x$, d'où il suit que le triangle $1^{\circ} C x$ sera la projection verticale du plan de lit dans le vuide conique de la trompe ; par conséquent il n'est pas perpendiculaire au plan vertical ; par ce que la projection d'un tel plan ne seroit qu'une seule ligne Droite, comme nous l'avons démontré au 2.^e Livre. Telle est C 8 à la tompe Droite circulaire.

On prendra donc la valeur des trois côtes de ce triangle pour en former un qui représentera exactement la grandeur de ce plan dans le vuide, sçavoir la ligne $1^{\circ} x$, qui est dans sa mesure sans alteration : Secondement la distance x sur le plan horisonal, qui est la valeur de $x C$ où est la section du plan de lit avec l'horison ; enfin la longueur du joint de lit C' d' de la figure 103. pour troisième côté, dont on fera à part le triangle XOS, dont le côté XO prolongé fera avec la ligne SO l'angle SOZ, que l'on cherche pour former le panneau de lit, qu'on a transporté à la figure 103. en C' d' z Z sur la place qu'il doit occuper au développement composé.

COMME la division du ceintre de face en parties égales donne des vouffoirs de longueurs inégales à la doële, si l'on vouloit qu'ils y fussent égaux, mesurez transversalement à distance égale du sommet S, il faudroit chercher la section circulaire par le Probl. 33. du 2.^e Livre, & la diviser également ; alors les têtes des vouffoirs de la face deviendroient plus grandes vers la clef que vers les impostes.

A l'égard des biveaux de doële & de tête, de lit & de doële, on les cherchera par la même méthode generale, qui a servi à la trompe Droite circulaire, qui sert d'exemple pour les deux, observant que le même biveau de lit & de doële ne peut servir pour d'autres vouffoirs





vouffoirs , que pour les deux égaux à même hauteur , à droite & à gauche au dessus de l'imposte , & même qu'il en faut deux à chaque vouffoir , un pour le lit de dessus , l'autre pour celui de dessous , au lieu qu'à la trompe Droite circulaire le même sert pour tous.

L'application du trait sur la pierre est aussi , en tout , la même que celle de la trompe Droite circulaire , il n'y a de différence qu'en ce qu'il n'est pas indifférent de faire usage des arcs de face & de trompillon d'un vouffoir à l'autre ; parce que ces arcs sont aussi toujours inégaux , il en faut observer la position , comme nous l'avons dit en parlant des berceaux surhaussez & surbaissés.

Explication Démonstrative.

POUR parvenir par gradation à la formation de la surface courbe du cône , nous commençons par y inscrire une pyramide , qui a autant de côtes qu'il y a de cordes dans l'arc de face , que l'on réduit en polygone , & cette pyramide est encore subdivisée en d'autres quadrilatères par les sections des plans des lits , qui doivent tous se croiser à l'axe , si la trompe est circulaire ; si la pyramide étoit pleine , les divisions de ces plans formeroient des parties de pyramides triangulaires ; mais comme l'espace au dedans de la doële est vuide , il reste dans l'épaisseur des parties pyramidales quadrilatères , qui sont les vouffoirs compris par deux triangles , l'un de la doële & l'autre l'extrados , & deux parallélogrames , qui sont les lits.

OR comme leurs côtes sont tous inclinés au plan horizontal , ils sont aussi tous raccourcis dans la projection ; c'est pourquoi il faut en chercher la valeur par le moyen de la hauteur de la projection horizontale , comme il a été expliqué au troisième Livre , & les biveaux ou angles de ces solides , comme il a été dit au même Livre.

COMME on ne peut rassembler les pointes de plusieurs vouffoirs en un même sommet de cône , on en retranche la partie du trompillon , qui réduit les triangles des doèles à des trapezes. Et parce que la section du trompillon est parallèle à la face , il suit que le ceintre de sa tête est toujours semblable à celui de la face en petit. Si la face est circulaire sa tête sera un petit demi-cercle , & si elle est Elliptique , elle sera une demi-Ellipse , dont les axes seront proportionnels à ceux de la face.

T R A I T E'
P R O B L E M E XIV.

Faire une Voute Conique de face plane quelconque Circulaire ou Elliptique, oblique à un axe horizontal.

Ce Problème comprend plusieurs cas de biais, talud ou surplomb, simple ou composé de deux obliquités, lesquelles causent les mêmes effets dans les voutes coniques que dans les cylindriques, dont nous avons parlé en traitant des berceaux.

1.^o L'obliquité de la face qui est verticale sur la direction horizontale de l'axe de la trompe ou voute conique, alonge les doëles & les lits d'un côté, & les raccourcit de l'autre.

2.^o L'obliquité du simple talud raccourcit ces mêmes parties des voussours vers la clef, & celle du surplomb au contraire, les alonge à mesure qu'elles s'élèvent au dessus des impostes jusqu'à la clef.

3.^o Enfin l'obliquité composée du biais & du talud a aussi de doubles effets.

Nous ne comptons pas ici les voutes à triple obliquité, où l'axe est incliné à l'horison; parce que nous les mettrons à part, comme nous avons fait des descentes en berceau.

Il s'agit dans les traits dont nous parlons, de trouver les sections triangulaires & Elliptiques des cônes, dont l'axe est incliné à la face, soit que le cône soit scalene sur une base circulaire ou sur une Elliptique, ce qui peut comprendre le cône Droit coupé obliquement. D'où l'on tire differens moyens de faire les trompes biaises, comme nous allons le dire.

Premier Cas.

Trompe conique biaise de face plane quelconque, circulaire, surhaussée ou surbaissée sans talud.

Premiere Disposition,

Où l'Arc de face est pris pour ceintre primitif.

Fig. 104. SOIT [Fig. 104.] le triangle B_sD le plan horizontal du vuide de la trompe, dont les piedroits sont A_s, sE, & le ceintre de face de la doële B_bD avec son extradoss AHE, que nous supposerons, pour la facilité de l'exemple, circulaire, quoique la construction puisse convenir au surhaussé ou surbaissé.

L'AYANT divisé en ses voussours aux points 1, 2, 3, 4, & abaissé à

l'ordinaire des points de ces divisions des perpendiculaires à son diamètre AE, qui le rencontreront aux points P & p, on menera par ces points des lignes droites au sommet de l'angle s, qui exprimeront les projections des joints de lit, dont on cherchera la valeur, comme au Trait précédent, par des profils, pour chacun en particulier, qu'il sera facile de faire en prenant chacune de ces projections pour base du profil, & en élevant à chacun des points P p une perpendiculaire égale à la hauteur de l'aplomb correspondant $p^1 1$, $p^2 2$, &c. pour tirer l'hypoténuse, qui est la valeur cherchée du joint de lit.

ON peut aussi faire ces profils en prenant pour côté ces mêmes aplombs, & en portant les longueurs des projections sur la ligne AE prolongée, qui leur est perpendiculaire; ainsi portant Ps en PO, & tirant 40, on aura la valeur de la projection Ps; de même si l'on porte la projection $p^3 s$ en $p^3 o^3$, on aura 30³ pour la valeur de $p^3 s$ qu'on cherche.

L'UNE & l'autre de ces manières sont bonnes; mais lorsqu'il y a plusieurs vouffoirs, elles causent de la confusion dans l'épure.

IL convient mieux de faire ces profils dehors, par exemple, sur une base Gg, passant par le point s du sommet de l'angle, puis tenant une des pointes du compas immobile en ce point, on l'ouvrira successivement des intervalles sp^1 , sp^2 , &c. qu'on portera sur la base de profil aux points b^1 b^2 d'un côté, & b^3 b^4 de l'autre, ce qui est indiqué par des arcs de cercle ponctués $p^1 b^1$ $p^2 b^2$, pour en indiquer les origines.

ENSUITE par les points marquez on abaissera des perpendiculaires $b^1 1$, $b^2 2$, $b^3 3$, &c. égales aux aplombs du centre de face $1p^1$, $2p^2$, &c. puis tirant les lignes $1Ys$, $2Ys$, 3^fs , 4^fs , on aura toutes les longueurs des joints de lit, sans confusion à part.

Si l'on veut les valeurs des diagonales des lits du sommet s, aux extrados 5, 6, 7, 8, on prendra du même centre commun s les longueurs $s 5p$ $s 6p$, &c. & l'on trouvera leur valeur, comme on a fait à la doële, 5^es , 6^es , &c.

LES longueurs réelles de chacun des joints de lit à la doële étant trouvées, il sera aisé de former les panneaux de lit & de doële plate, comme nous l'avons dit pour les trompes droites.

Les doëles sont des triangles scalenes, formez par trois lignes données, sçavoir, deux joints de lit & une corde de l'arc de tête d'une division à l'autre.

MAIS comme leur pointe doit être émouffée pour la place du trompillon, il faut aussi chercher par le profil la longueur qui doit être retranchée de chaque joint; ainsi ayant déterminé au plan horizontal la projection de la face du trompillon bd parallèle à la face bd , ou si l'on veut perpendiculairement à l'axe SC de la trompe, on posera une des pointes du compas en s , & ouvrant l'autre de l'intervalle des points de section des projections des joints de lit sP sp avec cette ligne bd ou TN , on portera les intervalles sy , sy en st , st , où l'on tirera des perpendiculaires à Gg , qui couperont les profils aux points Y^1 , Y^2 , les longueurs sY^1 , sY^2 , sY^3 , sY^4 , qui sont toutes inégales, seront les parties qu'il faut retrancher de chaque doële, à commencer à la pointe, ce qui est exprimé à la figure 105. où l'on voit la fuite des doèles plates hachées, & la pointe supprimée de chacune pour le trompillon laissée en blanc, ce qui fait voir d'un coup d'œil le développement de la pyramide tronquée, inscrite dans le cône scalene, qu'on se propose de faire.

LES panneaux de doële étant faits on fera ceux de lit, comme nous l'avons dit pour la trompe Droite surhaussée ou surbaissée, par le moyen des triangles, qui sont les sections des plans des lits dans le vuide intérieur de la trompe, dont les trois côtes sont donnez, sçavoir, 1.^o l'intersection à l'axe du cône CS , où tous les plans se croisent, si la face est circulaire, comme dans cet exemple, laquelle longueur CS sert pour tous les triangles; ainsi on l'a transportée en S^f C^f à côté pour base de tous les profils.

2.^o L'on a tous les rayons C_1 , C_2 , C_3 , C_4 , qui sont égaux entr'eux si la face est circulaire; ainsi du point C^f pour centre & d'un même rayon on décrira un arc indéfini 3, 4, 2, 1.

3.^o L'on a toutes les longueurs des joints de lit à la doële, trouvez aux profils en $s1^f$, $s2^f$, $s3^f$, $s4^f$, avec lesquels pour longueur de rayon & du point S^f pour centre, on décrira des arcs successivement, qui couperont le premier fait du centre C^f aux points 3, 4, 2, 1, par lesquels & le centre C^f on tirera des lignes 3, 7; 4, 8; 2, 6; 1, 5, qui donneront les angles $s^f 3$ 7; $s^f 4$ 8; $s^f 2$ 6; $s^f 1$ 5, qui sont ceux des têtes des lits à la face.

ENFIN du point S de l'extrados, pris au plan horizontal de l'intervalle Ss^c porté en s/S , on tirera des parallèles à chaque joint de doële pour avoir sa largeur à l'extrados, ce qui donnera les trapezes $Ss^f 3$ 7, & les autres de fuite, qu'on voit à la figure distinguée par des petites hachures, pour marquer qu'ils sont les uns devant les autres.

TEL s seroient les lits s'il n'y avoit pas de trompillon; mais com-

me il est de nécessité indispensable d'en faire un, il faut retrancher de chacun la même partie du profil des joints de lit, que nous avons retranché à la doële, sçavoir sY^1 pour le premier, sY^2 pour le second, portez en $sf t^1$, $sf t^2$, &c. & mener par les points trouvez t^1 , t^2 des parallèles aux têtes de coupe 3, 7; 4, 8, &c. le parallélograme $t^1 7$ fera la figure du premier lit; ainsi des autres, supposant que la face du trompillon soit aplomb. Si on vouloit la faire en coupe de surface conique convexe, au lieu de la parallèle t^3 , e^3 , il faudroit tirer une perpendiculaire t Tau lit $sf 3$, comme il a été dit au Trait précédent.

Il reste à tracer le ceintre de tête du trompillon, qui sert aussi pour toutes les têtes en lit des vouffoirs, qui se posent sur le trompillon.

PREMIEREMENT, si la tête du trompillon est faite parallèle à la face, comme bd à BD , il est visible, que ce ceintre sera un demi-cercle, dont bd est le diamètre, sur lequel les intersections des projections des joints de lit sp^1 , sp^2 , donneront des points de division des vouffoirs, sur lesquels les perpendiculaires élevées dans le demi-cercle donneront les hauteurs des retombées des têtes inférieures, qui s'appuyent sur le trompillon.

MAIS si au lieu de faire la tête du trompillon biaise on vouloit la faire Droite sur l'axe, alors le centre de cette tête seroit une demi-Ellipse, dont TN est un diamètre; pour trouver son conjugué on le divisera en deux également en m , par où on menera bd parallèle à BD , puis on prendra une moyenne proportionnelle entre bm & md , qui donnera mz pour le demi-diamètre que l'on cherche, supposant la face Bd & sa parallèle bd circulaire.

MAIS si la face n'est pas circulaire, comme si elle étoit surhaussée ou surbaissée, alors il faut mener par tous les points yy , où les projections des joints de lit sp^1 , sp^2 coupent le diamètre TN , des parallèles à la ligne sC jusqu'à la rencontre du diamètre BD aux points ii , par lesquels on élèvera des perpendiculaires au même diamètre, qui couperont les lignes $1C$, $2C$, $3C$, $4C$ aux points x^1 , x^2 , x^3 , x^4 , les hauteurs ix^1 , ix^2 , ix^3 , &c. seront celles des retombées des têtes inférieures des vouffoirs, lesquelles étant arrangées de suite perpendiculairement sur le diamètre TN aux points yy , donneront des points au contour de l'Ellipse qu'on cherche, qui sera le ceintre de face du trompillon Droit; on verra ci-après cette construction inverse, qui servira d'explication à ce qu'on pourroit n'avoir pas bien entendu dans celle-ci.

On peut aussi trouver toutes ces mêmes hauteurs de retombées,

par les profils des joints de lit , en portant du centre s tous les intervalles sy^1 , sy^2 en st , st sur la base de profil gG les perpendiculaires sur cette base tY^1 , tY^2 feront celles que l'on cherche , qui doivent être arrangées sur les divisions trouvées yy du diamètre TN de la face du trompillon , ou d'une division transversale de têtes en lits , lorsque les voussours sont trop courts , pour occuper toute la longueur depuis la face au trompillon.

Nous n'ajoutons rien ici touchant la manière de trouver les biveaux de lit & de doële , & de tête & de doële ; parce que celle que nous avons donné pour la trompe droite est générale pour tous les autres bivaies , soit que le ceintre soit circulaire ou surhaussé ou surbaissé , avantage que n'ont pas la plupart des autres méthodes données par les Auteurs ; telle est celle du profil d'une section transversale que donne M. de la RUE , laquelle ne peut servir que pour le cône intrinséquement Droit circulaire , ou tel ou coupé obliquement , & non pas pour celui qui est intrinséquement scalène , sans plusieurs correctifs , en ce que dans celui-ci les biveaux sont inégaux à chaque lit à distances inégales des impostes.

Seconde Disposition , où l'on prend une Courbe de Section Droite pour un Ceintre primitif.

DANS la construction précédente où nous avons pris le ceintre de face bivaie pour ceintre primitif , nous avons cherché celui de la section Droite , pour former la tête du trompillon Droit , & les joints transversaux de la doële. Ici par une méthode inverse nous supposons une section Droite , ou au dedans de la trompe comme celle du trompillon , ou une section imaginaire hors de la trompe prolongée , pour en tirer la Courbe du ceintre de face bivaie.

LORSQU'ON suppose une section Droite dans le cône donné , on appelle cette méthode *par inscription* ; lorsqu'on la suppose au dehors , on l'appelle *par circonscription*.

IL est évident que puisque toutes les sections du cône , qui sont parallèles entr'elles sont semblables , il importe peu pour la justesse de l'opération , qu'on se donne un ceintre au dedans ou au dehors du cône donné.

Fig. 106. LE P. DERAN , & après lui M. de la RUE operent par *Circonscription* , en prolongeant le plus petit côté de la trompe , jusqu'à ce qu'il devienne égal à l'autre , pour réduire la trompe bivaie en Droite , de laquelle ils retranchent ensuite les parties qui excèdent la bivaie ; ainsi leurs panneaux se font par la soustraction , au lieu que la prenant au dedans , ils se font par addition des parties excédentes.

L'UNE & l'autre de ces méthodes a quelques inconvéniens, qui ne se trouvent pas dans la première disposition, où le ceintre de face est primitif; le premier est, que le ceintre de face devenant secondaire, n'est connu que lorsque l'opération est faite, de sorte que suivant le plus ou le moins de biais, il est plus ou moins surbaissé, & quelquefois couché en forme de rampant, le milieu de la clef n'étant pas aplomb sur le milieu du diamètre passant par les impostes, au lieu que formant l'arc de face primitif, sur le diamètre du biais de face, on lui donne tel contour qu'on juge à propos.

Le second inconvénient est, que l'arc de face secondaire perd non seulement la régularité du ceintre primitif de section Droite, qu'on s'est donné, mais encore celle de l'épaisseur apparente des têtes de ses voussours, laquelle est moindre dans la partie la plus courte que dans la longue, comme on peut le voir à la figure 107. à commencer aux impostes, dans le rapport des lignes, qui sont les têtes des piedroits AB & DE, de la fig. 106. ce qui méritoit l'attention des Auteurs citez, qui n'ont pas parlé de la première disposition. Fig. 107.

ON peut aussi dire en faveur de leur méthode, que si l'arc de face est moins régulier le contour intérieur de la voûte le paroît davantage; faisant donc plus d'attention à la voûte qu'à la face, on pourra opérer de deux façons, qui reviennent à la même.

Première Pratique, par Circonscription d'un cône Droit à un cône oblique.

AYANT prolongé le côté SE jusqu'en *e*, en sorte que Se soit égal à SA, on tirera la ligne Ae, qui représentera le diamètre de la base d'un cône Droit, sur lequel on décrira tel ceintre que l'on jugera à propos, nous le supposons premièrement circulaire, auquel cas on peut se servir du trait du P. DERAN, qu'à suivi M. de la RUE; mais si le ceintre est surbaissé ou surhaussé, il n'est plus juste, & par conséquent d'aucun usage.

LE voici: Ayant décrit le demi-cercle *b b d*, & son concentrique pour l'extrados AHE, on le divisera en ses voussours aux points 1, 2, 3, 4, par lesquels on abaissera à l'ordinaire des perpendiculaires au diamètre Ae, qui le couperont aux points p^1 , p^2 , &c. par lesquels & le point *s* sommet du cône, on tirera des lignes $p^1 s$, $p^2 s$, qui couperont le diamètre donné BD, aux points y^1 , y^2 , y^3 , &c. qui donneront les divisions de ce diamètre, sur lesquels on élèvera les perpendiculaires des hauteurs des retombées, dont il faut chercher la longueur, comme nous l'avons fait au trait précédent.

PAR tous les points *y* on tirera des parallèles aux lignes $1 p^1$, $2 p^2$,

qui couperont les rayons $1C$, $2C$, &c. en des points x^1 , x^2 , x^3 , x^4 , par lesquels on tracera une demi-Ellipse, comme on voit à la figure 106; mais à cause de la multiplicité des lignes, il convient de la tracer à part, comme on voit à la figure 107. Où les intervalles Bq sont égaux à ceux de By de la figure 106. & les hauteurs qx^1 , qx^2 , &c. égales à celle de qx^1 , qx^2 de la figure 106.

CEPENDANT comme la méthode des Auteurs citez donne de grands intervalles d'un point à un autre, par où il faut faire passer une demi-Ellipse, ils sont obligez de faire des sousdivisions pour trouver des points de l'Ellipse entre deux, ce qui allonge l'operation, & embrouille le Trait d'un grand nombre de lignes.

Fig. 106. IL est plus simple & plus court de chercher le demi-axe conjugué
 107. au donné BD , il ne s'agit que de mener par le milieu m de BD une parallèle à Ae , qui est LO , & prendre une moyenne proportionnelle entre Lm en mO , c'est-à-dire, de la moitié de Lo pour rayon, & du point près de C , où elle coupe l'axe pour centre, faire un arc de cercle, qui coupera mz en z ; cette ligne mz , fera le demi-axe qu'on cherche, par le moyen duquel on tracera tout d'un coup [par le Probl. 7. du 2.^e liv.] la demi-Ellipse BbD pour la doële, qui coupera les perpendiculaires indéfinies, élevées à tous les points q aux points x^1 , x^2 , &c.

ON en fera de même pour l'extrados, en prenant le milieu de AE en C^e , & traçant la demi-Ellipse AH^eE pour l'extrados excentrique à la première [par le Theor. I. du premier livre]

POUR tracer le biais des têtes des panneaux de doële, lorsque le cône est Droit & circulaire, ayant mené des parallèles au diamètre Ae , par tous les points y , qui couperont SB , côté de la trompe, aux points 1, 2, 3, 4, on aura la suite du raccourcissement de chaque joint de lit; ainsi supposant les divisions des vouffoirs égaux au ceintre primitif, on portera la corde $b1$ en br & l'on tirera sr ; puis du point s pour centre, & pour rayons les côtes inégaux $s1$, $s2$, $s3$, $s4$, sB on fera des arcs, qui couperont sr en des points u^1 , u^2 , u^3 , u^4 , par lesquels & par les côtes immédiatement plus longs on tirera les lignes biaises $1u^1$, $2u^2$, $3u^3$, &c. qui feront les têtes des vouffoirs de doële plate.

POUR tracer celles des joints de lit, il n'y a qu'à tirer du point C pour centre par les points ooo , où les parallèles passant par les points y , coupent le côté sd des lignes $o1^e$, $o2^e$, $o3^e$, qui feront les têtes des joints de lit; mais cette pratique comme je l'ai dit n'est pas generale, elle est particuliere au cône Droit circulaire; ainsi lorsque l'arc de face sera surhaussé ou surbaisé, il faut chercher les valeurs des projections

jections des joints de lit, comme aux traits précédens, & operer de même pour la formation des panneaux de doële & de lit.

IL est clair, 1.^o que si l'on fait la tête du trompillon TN, de la Fig. 106. parallele au biais AE, que le ceintre de cette tête fera une demi-Ellipse, semblable à celle de la face, qu'on trouvera par conséquent de la même maniere.

SECONDEMENT, que si l'on vouloit faire le trompillon Droit, son ceintre seroit aussi semblable au ceintre primitif, fait sur le diametre bd , sçavoir un demi-cercle; si le cône est Droit circulaire, coupé obliquement par AE, & Elliptique surhaussé ou surbaissé, semblable à celui de face supposée par la construction; auquel cas l'axe conjugué à celui de la section oblique AE ne se trouve plus par une moyenne proportionnelle, comme nous l'avons dit, mais par un profil fait sur la projection de la ligne du milieu de la clef passant par smg , dont sg & gi étant mis à angle Droit, en portant gs en gX , l'hypotenuse iX fera le côté du cône Droit Elliptique; puis portant gm en gM , & tirant MY parallele à gi , qui coupera iX en Y, la ligne MY fera le demi-diametre que l'on cherche.

ON voit que la suite de cette operation jette une grande irrégularité dans la division des têtes des vouffoirs de la face, mais que la doële en est plus réguliere dans le fond de la trompe, où les vouffoirs deviennent d'égale largeur mesurez transversalement.

Seconde Pratique, par l'inscription d'un Cône Droit de Base Circulaire ou Elliptique dans le Cône Oblique.

IL est visible que cette pratique est l'inverse de la précédente, qu'il faut prendre le cône Droit au-dedans de la face oblique, & ajouter l'excès de l'obliquité, au lieu que dans la précédente on retranchoit l'excès du cône Droit sur le cône oblique. Fig. 106.

AINSI on prendra sur les côtez sB , sD des longueurs égales, comme sI , sK , & l'on tirera IK pour diametre du ceintre primitif, qu'on fera circulaire ou Elliptique, comme on le jugera à propos, puis l'ayant divisé en ses vouffoirs, & abaissé des perpendiculaires, qui couperont le diametre IK au point nn , on menera par ces points & le sommet s , les projections des joints de lit, qu'on prolongera jusqu'à ce qu'elles rencontrent le diametre de face BD aux points yy .

PUIS on fera des profils sur les hauteurs du ceintre primitif pour avoir les valeurs des joints de lit par le moyen de leur projection, lesquels joints étant prolongez jusqu'aux perpendiculaires, élevez sur

les projections aux points yy , donneront les hauteurs des retombées nécessaires pour former le ceintre de face de la figure 107. ce qui est assez clair pour ne pas s'y arrêter plus long-tems.

R E M A R Q U E.

DE quelque manière qu'on fasse les trompes biaises extradossées, on ne peut éviter tous les inconvéniens de l'obliquité, nous en avons trouvé deux dans celles où le ceintre primitif est imaginaire Droit, l'un dans l'inégalité de la division des têtes des voussoirs, l'autre dans l'excentricité de l'arc de face de doële à celui de l'extrados, dont les intervalles sont inégaux d'une imposte à l'autre, par le Theor. I. comme on voit à la figure 107. Si au contraire on fait l'arc de face primitif, de deux arcs de doële & d'extrados concentriques, il en résulte une inégalité d'épaisseur dans les piedroits; & dans l'épaisseur de la voute, si elle est extradossée, comme on le voit à la figure 104. où l'épaisseur BF est plus petite que DG , suivant le plus ou le moins d'obliquité de la trompe, ce qui feroit contraire à la solidité de la construction, si l'on examinait la chose en elle-même; mais comme cette inégalité d'épaisseur n'est pas apparente, & qu'on peut ordinairement y suppléer, cet inconvénient est plus facile à lever que celui de la difformité de la face des ceintres secondaires excentriques & de divisions inégales; ainsi c'est à l'Architecte à choisir; s'il veut une face régulière, il faut y prendre le ceintre primitif, s'il veut la doële régulière, il faut supposer une section Droite circulaire, & operer par inscription ou circonscription.

Explication démonstrative.

POUR concevoir la raison de toutes ces différentes constructions, il faut se rapeller ce que nous avons dit au commencement du premier Livre, touchant les sections des cônes coupez par des plans. 1.^o Que toutes celles qui passent par le sommet sont des rectilignes, que nous pouvons subdiviser en deux especes; sçavoir celles qui passent par l'axe, & celles qui n'y passent pas.

LORSQUE la trompe est Droite & sa face circulaire ou biaise, de face aussi circulaire, tous les lits sont des sections triangulaires de la première espece; parce qu'étant prolongez dans le vuide de la voute, ils s'entrecoupent tous dans l'axe. C'est de cette Theorie que nous avons tiré la pratique de la figure 104. pour tracer les angles des têtes des lits; parce que les triangles dans le vuide ont tous pour côté commun l'axe SC , & un autre côté aussi égal dans toutes les sections circulaires, lequel est le rayon de la base; or ayant les angles internes dans le

vuide de la trompe $s_1 C$, $s_2 C$, on a leur supplément à deux droits $s_1 15$, $s_2 26$, &c. qui sont ceux des têtes des panneaux de lit.

Les sections triangulaires de la seconde espece, qui ne passent pas par l'axe sont celles des plans, supposez dans le vuide de la voute passant par les aplombs $1p$, $2p$ bC de la face, lesquelles, à cause qu'elles sont perpendiculaires au triangle par l'axe ASE, qu'on suppose encore perpendiculaire au plan de la face du cône, sont divisées par ce plan en deux triangles rectangles, qui n'ont point de côtez communs ni égaux, comme dans les sections perpendiculaires; c'est pourquoi il faut les former chacun à part; or dans ces rectangles on connoît les deux jambes, sçavoir la projection du joint de lit & la hauteur de la retombée ou aplomb sur le diametre de la face; par conséquent on en trouve facilement l'hypotenuse, comme nous avons fait à la figure 104.

A l'égard des ceintres primitifs & secondaires des faces biaises & des Droites sur l'axe, il est visible que l'on a toujours un diametre donné sur le plan horizontal, qui est un axe, & que l'autre son conjugué est proportionel à celui du ceintre primitif.

Si le cône est Droit, l'axe de la base oblique est une moyenne proportionnelle entre Lm & mO ; si le cône est scalene il sera proportionel à la perpendiculaire g' sur le point g , provenant de la projection smg , & l'on aura $sg = Xg : gi :: sm : m2$.

Nous n'ajoutons rien ici touchant la construction des panneaux de doële plate, il est clair que nous inscrivons dans le cône une pyramide, dont les côtez des surfaces triangulaires sont donnez.

A l'égard des biveaux nous renvoyons au 14.^e Probl. du 3.^e Livre l'explication de leur construction.

C O R O L L A I R E I.

DE la construction de la trompe simplement biaise, on peut tirer celle de toutes les autres trompes de differentes obliquitez simples, comme du talud, surplomb, ou descente, & même celles dont les faces ont une double obliquité, comme nous l'avons fait pour les Berceaux, en supposant que la simple biaise est tournée sur son axe, ou changée de position à l'égard de l'horison.

1.^o Si un cône oblique qui représente une trompe biaise sans talud, *Fig. 108.* dont le plan horizontal est le triangle ASE [*Fig. 108.*] & la ligne AE le diametre de sa face, est supposé tourner sur son axe SC, en sorte qu'il fasse un quart de révolution de E vers A, alors le point E, qui

Ff ij

se meut dans un plan ET, perpendiculaire à l'axe SC, viendra se placer en l'air sur le point T, & le cône ainsi tourné aura sa face couchée en talud, comme elle est représentée en DTFM de la figure 108. & en AxE de la figure 111. ainsi l'on a dans cette situation une *trompe Droite en Talud*. Nous disons *Droite*; parce que le diamètre MT s'étant placé en DF est devenu perpendiculaire à l'axe SC.

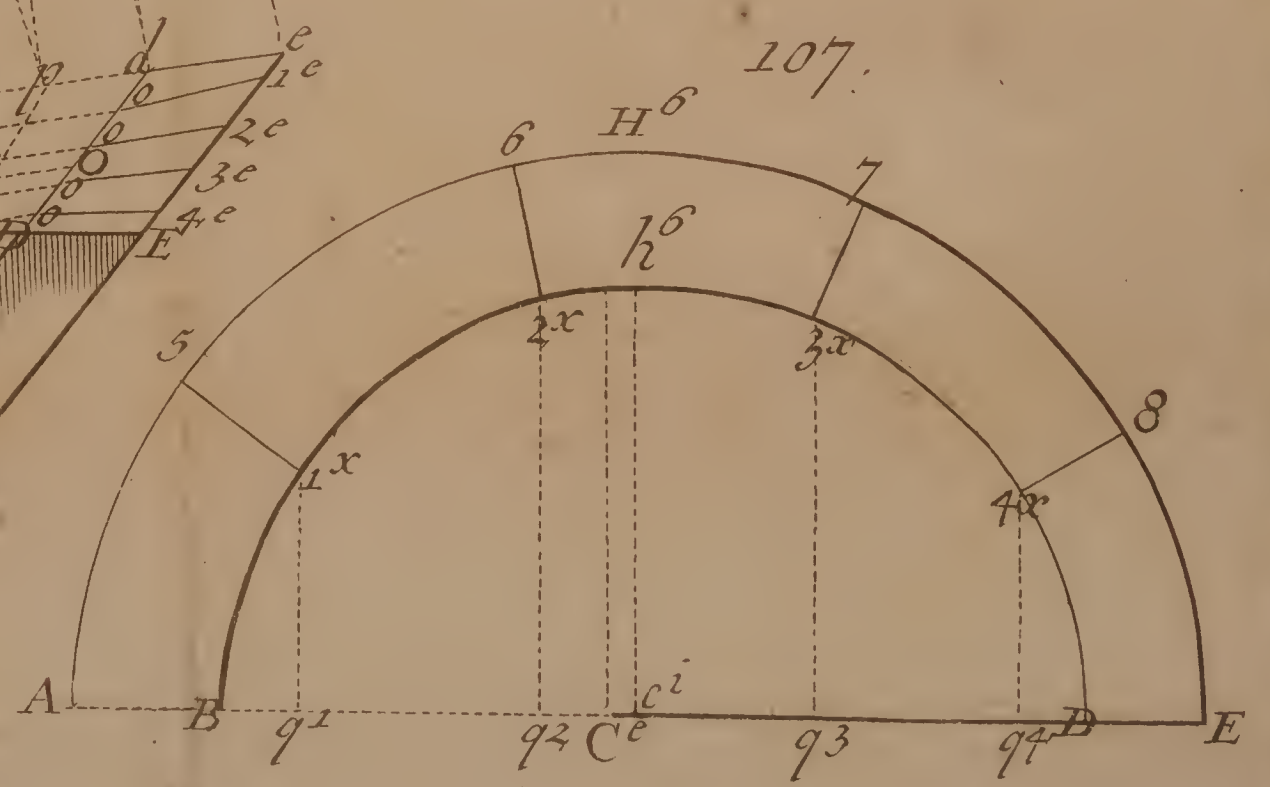
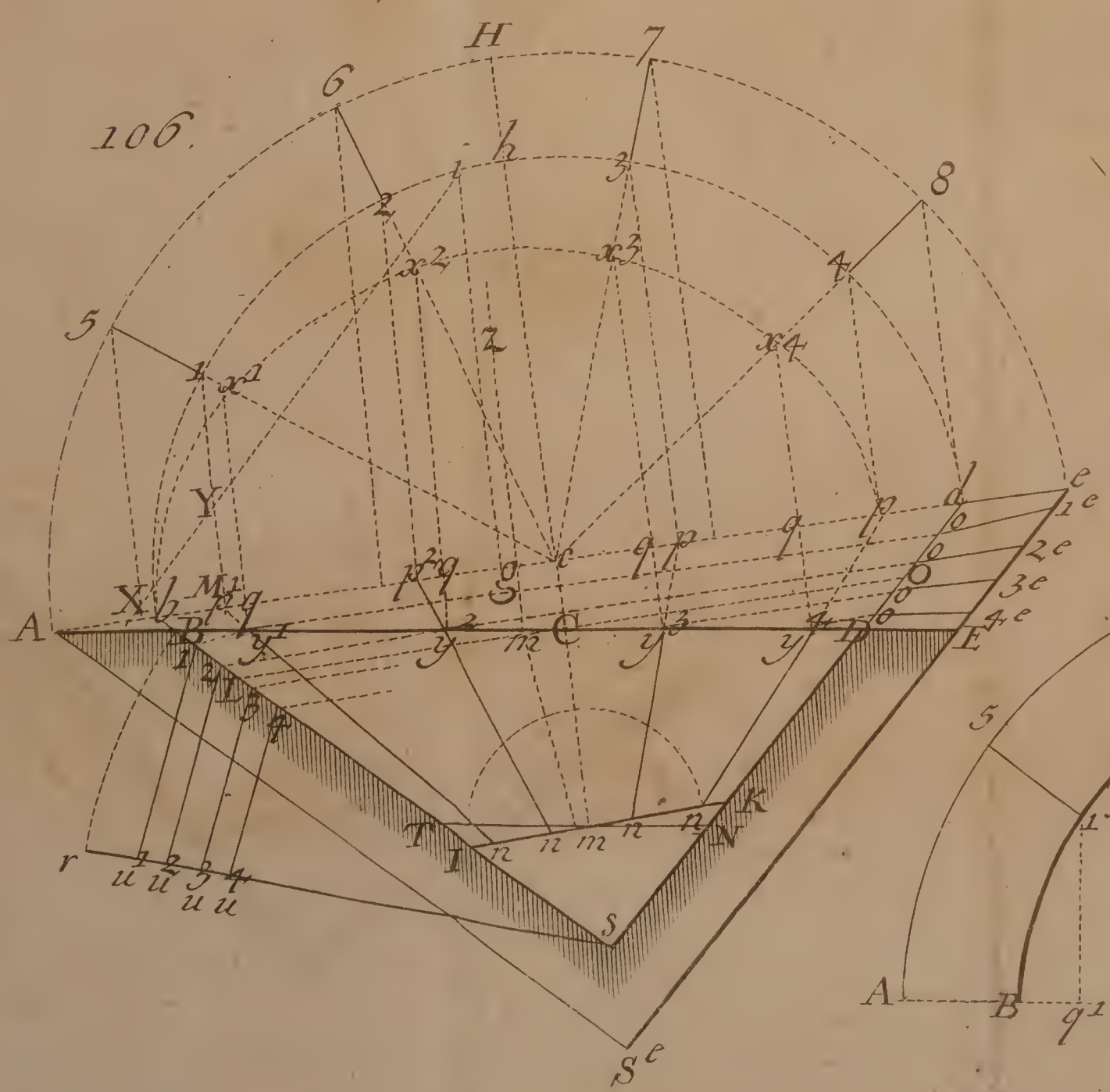
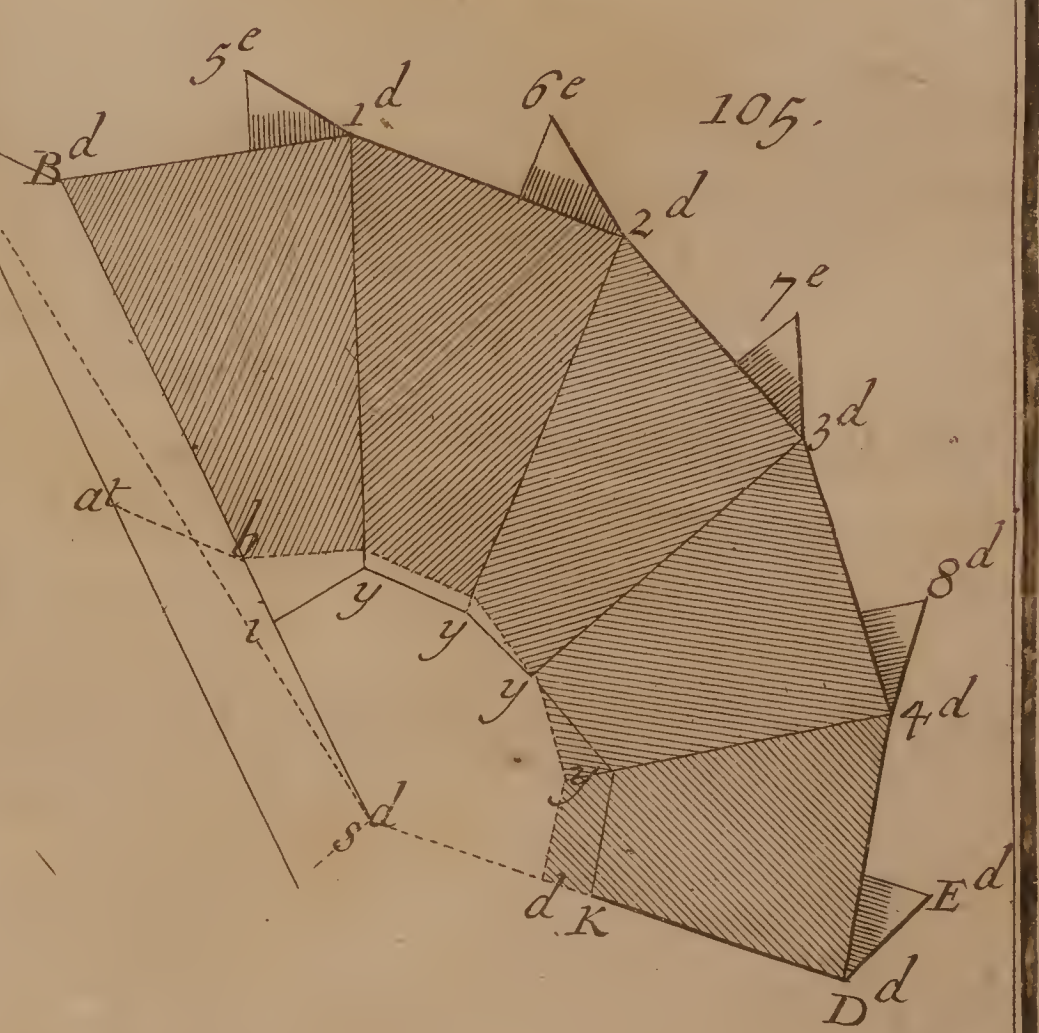
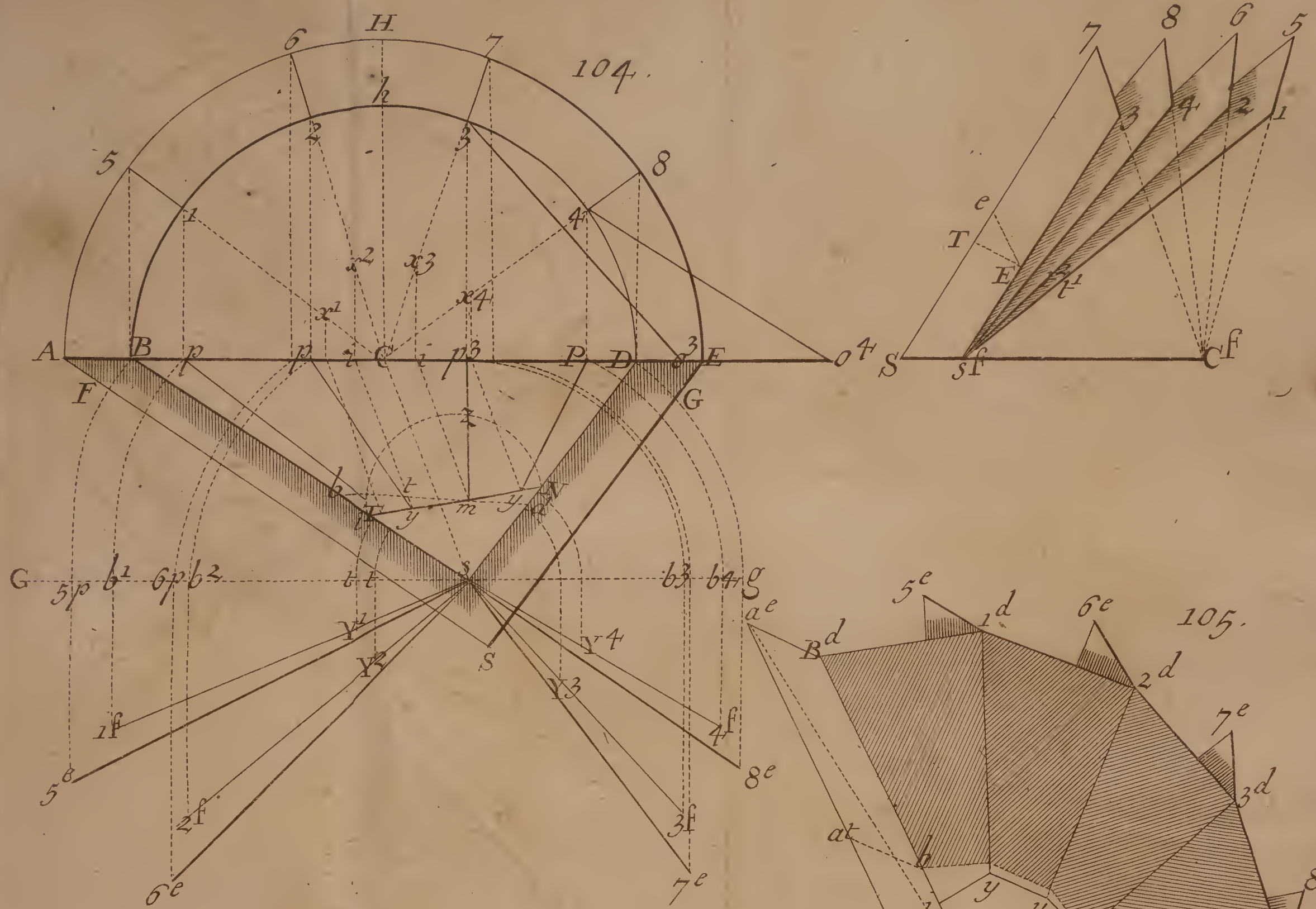
2.^o Si au lieu de faire tourner le cône de E vers A, on lui fait faire un quart de révolution en sens contraire de A vers E, le point A tombant sur le point M en-delà du centre C, la moitié supérieure de ce cône fera l'image d'une trompe Droite en surplomb. Nous disons *Droite*; parce que le même diamètre MT, qui n'étoit représenté en projection que par un point C, s'est placé à angle Droit sur l'axe SC.

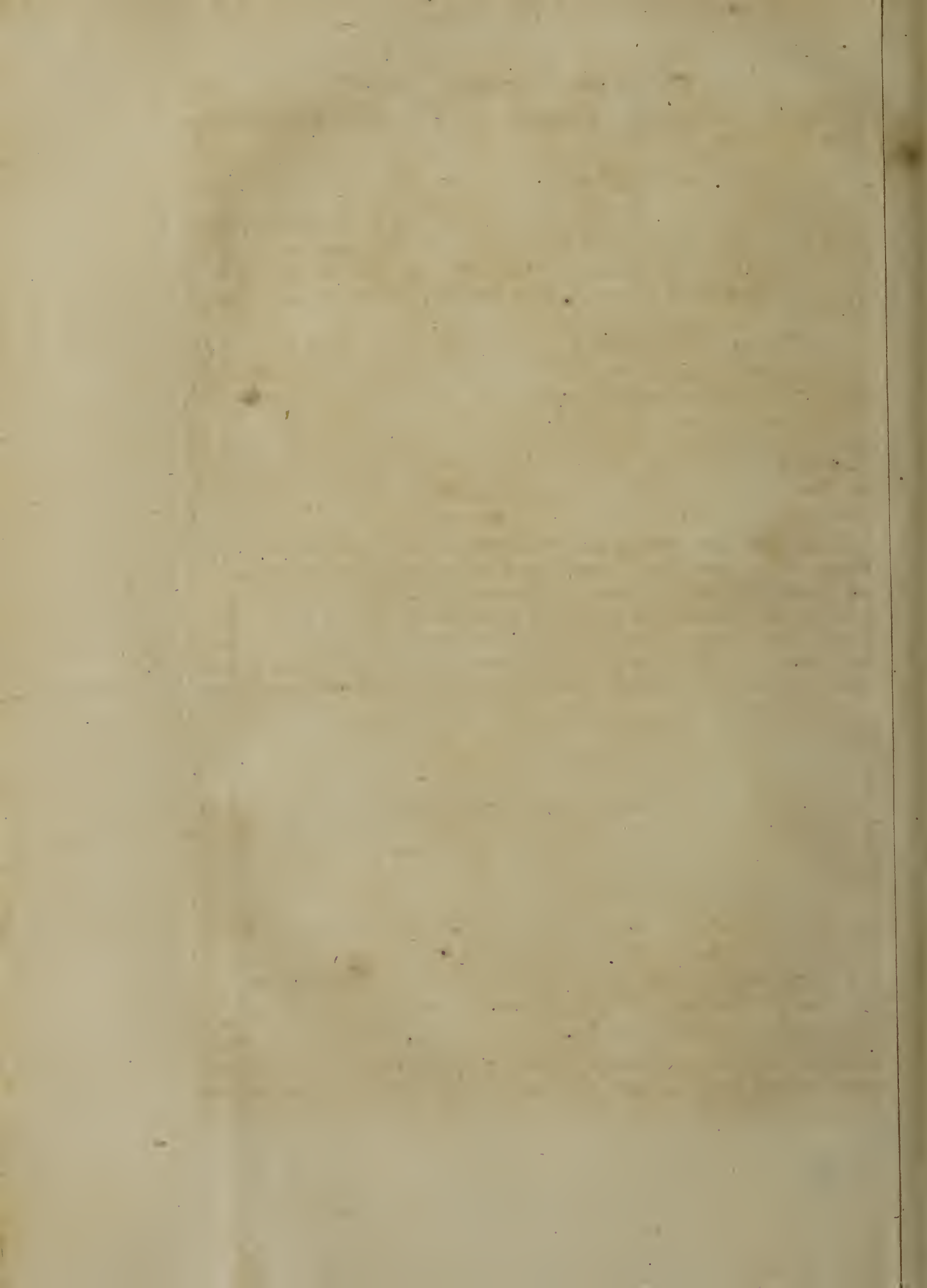
3.^o Si au lieu d'un quart de révolution, on en fait un peu plus ou moins, comme en Gb, il est clair que l'obliquité ne s'évanouira pas, comme dans les quarts de révolution; parce que le diamètre AE ne parviendra pas au plan vertical par l'axe MC; il est aussi clair que l'inclinaison de la face ne s'évanouira pas, comme dans le simple biais; parce que le même diamètre AE, que nous avons supposé dans un plan vertical, en est sorti; puisque le point A a été transporté en b, & le point E en G, & qu'il ne peut revenir au même plan vertical, qu'après une révolution complète, ou dans un autre plan vertical différemment tourné B, après une demi-révolution; ainsi il est clair que la face aura pour lors une double obliquité, l'une de direction, exprimée par bM ou GT, l'autre d'inclinaison sur le diamètre horizontal DF, exprimée par bK. Que cette inclinaison soit en talud ou en surplomb, ce sera toujours la même en sens contraire. On appelle les trompes qui sont dans ce cas, *Trompe biaise en talud ou en surplomb*, & si les impostes ne sont pas de niveau, on les appelle de plus *rampantes*.

4.^o Si dans une de ces situations on incline l'axe, que nous avons supposé horizontal, sans le tourner vers A ni vers B, on aura l'image d'une trompe en descente ou rampante, comme sont plusieurs de ces ouvertures évasées, qu'on appelle *Abajours en descente Droite*.

5.^o Enfin si en panchant l'axe on le tourne vers A ou vers B, on y ajoute la circonstance de la *descente biaise*.

Il est donc clair par cette exposition des différentes situations d'un cône oblique, que les différences des trompes ne sont que des différentes positions de la trompe simplement biaise, qu'on doit regarder





comme la fondamentale, à laquelle toutes les autres obliqueitez peuvent se rapporter.

COROLLAIRE II.

IL suit encore qu'elle est non seulement l'élément des trompes obliques à une face, mais encore de celles qui en ont deux ou plusieurs, faisant des angles saillans ou rentrans, comme sont les *trompes sur le coin*, qui ont deux faces, & les *trompes à pans*, qui en ont trois ou plusieurs.

EN effet on peut considérer la trompe sur le coin de la figure 122. à la Planche 47. comme deux moitez de trompes biaises adossées, tournées en sens contraire, telles sont BNS, DNS. Si leurs faces sont circulaires, ce sont deux quarts de cônes scalenes, si elles sont Elliptiques, surhaussées ou surbaisées, ce sont deux quarts de cônes obliques sur une base Elliptique, & si elles sont paraboliques, c'est une moitié de cône Droit circulaire, coupé obliquement de deux sections contraires.

IL importe peu que les faces des trompes, qui sont en saillie, soient égales ou inégales, l'une plus, l'autre moins biaise, ou l'une plus grande, l'autre plus petite; ce ne sont que des accidens de sections du cône, qui ne doivent rien changer à la surface intérieure de la doële; parce que si on vouloit se fixer à une courbe de ceintre de face à chaque pan en particulier, il arriveroit que la doële ne feroit plus une seule surface conique suivie, mais composée de deux interrompues par un angle vers la clef, ou par plusieurs, si la trompe étoit à plusieurs pans.

REMARQUE

IL suit de cette observation, que l'on peut appliquer aux trompes la méthode générale de Désargues, en ce qui regarde la recherche de la plus grande obliquité de la face à l'égard de l'axe du cône, qui est suivant son langage, l'angle de la *sousessieu* avec l'*essieu*. Mais le reste des pratiques tirées de cette méthode ne convient plus si bien aux trompes qu'aux berceaux, l'Auteur s'est un peu embrouillé par la multiplicité des essieux.

PREMIEREMENT, en ce qui regarde l'arc-Droit, il est clair que l'objet est tout changé.

SECONDEMENT, il a été obligé de multiplier les essieux à chaque vousoir, lorsque les faces des trompes sont Elliptiques; mais ce qu'il appelle essieu n'est plus celui du cône que par hazard, c'est la section

d'un plan horizontal par la prolongation du lit. Pour avoir le vrai effieu, il auroit dû chercher la section circulaire de ces sortes de trompes, lesquelles, quoique Droites, c'est-à-dire, dont l'axe est perpendiculaire à la face, sont des demi-cônes intrinséquement scalenes, dont on peut trouver la base circulaire, par le Probl. 33. du second Livre, & par conséquent le seul & véritable effieu du cône; car on ne peut appeler de ce nom la section du plan du lit prolongé avec le plan de l'horison, lorsque le lit n'est pas dirigé à l'axe du cône, comme dans les trompes de face Elliptique, dont les têtes sont en bonne coupe, puisqu'alors il ne tend pas à l'axe de la trompe.

U S A G E.

Les trompes biaises sont quelque fois un très bon moyen de raccorder les parties angulaires, qui se trouvent dans les bâtimens, lorsque la place est naturellement irrégulière, ou que dans un édifice régulier il se trouve des parties de Tour Ronde adossées à des murs en ligne droite, qui laissent nécessairement des angles mixtes, qu'on doit corriger en les rendant rectilignes par une addition d'épaisseur au mur convexe; parce que ces angles sont désagréables à la vûe. Je sçai bien qu'un bon Architecte trouve le moyen de les cacher, & de les employer à donner des commoditez à l'habitation; mais il arrive des cas où il ne convient pas d'en user ainsi, comme lorsqu'on y veut ménager quelques ouvertures de communication, tel est celui où je me suis mis par la composition du *Plan* de l'Hôpital Militaire que je bâtis actuellement à Landau sur mes Dessins, pour mille Malades.

Les Sales aboutissent à une Chapelle en Rotonde, qui en occupe le milieu, & pour y ménager des portes & des fenêtres de communication, qui expose l'intérieur de la Chapelle à la vûe des Sales, j'ai racheté & vouté les quatre angles rentrants par autant de trompes, lesquelles quoique biaises d'un pied sur une face de près de neuf, & surbaissée, font un effet agréable à la vûe, à laquelle elles présentent à chaque côté des Sales un objet, où l'on n'apperçoit aucune irrégularité sensible, & au travers duquel on voit la Chapelle & une autre Sale d'un bout à l'autre.

TROMPE DROITE EN TALUD.

Première maniere, par une nouvelle Transposition.

DE même que nous avons tracé les berceaux Droits en talud, en les considérant comme biais sans talud, nous pouvons faire l'épure de la trompe Droite en talud, comme celle d'une biaise sans talud, dont

Pobliquité de la face sur son axe seroit égale à celle du talud sur le plan horizontal.

SOIT [Fig. 110.] le triangle SCH la section verticale par l'axe de la Fig. 110. trompe Droite en talud, prise au lieu de plan horizontal.

AYANT fait HT perpendiculaire sur l'axe SC, la ligne CT représentera le reculement du talud au milieu de la clef, que l'on suppose connu, pour déterminer l'inclinaison de la face, dont CH est le profil, sur lequel on fera CA perpendiculaire à CH, & égale au demi-diamètre de la face, c'est-à-dire, à CH, si le ceintre est circulaire, plus grande ou plus petite, s'il est surbaissé ou surhaussé; nous le supposerons premièrement circulaire.

Du point C pour centre, & avec le rayon donné on tracera le quart de cercle B**1***b*, pour la doële & son concentrique A**5**H, pour l'extrados, & l'ayant divisé en parties égales à la moitié du nombre des voussoirs de toute la face comme ici en deux & demi pour cinq voussoirs, aux points 1, 2, *b*, on abaissera par ces points des perpendiculaires sur CH, comme 1F, 2*f*, & d'autres 1P, 2*p* sur AC.

PAR le sommet *s* de la trompe on tirera aux points F & *f* les lignes *s*F, *s**f*, qui feront les projections verticales des joints de lit, dont on trouvera les vraies longueurs, comme ci-devant aux autres trompes, en les portant sur une base de profil *s**g*, sçavoir *s*F en *s*G, & *s**f* en *s**g*, ensuite on fera les perpendiculaires *g*2*f*, G1*f* égales à *f*2, F1, & l'on tirera du sommet *s* les lignes *s*2*f*, *s*1*f*, qui feront la valeur des joints de lit que l'on cherche.

LES vraies longueurs des joints de lit étant connues, il est clair que dans ce Trait comme dans les précédens, on a tout ce qui est nécessaire pour faire les panneaux. 1.^o Ceux de doële plate seront faits en triangles scalènes, formez de deux de ces joints & d'une corde 12 de l'arc de face, le développement de ces panneaux fera la petite moitié de la figure 110 représentée pour chaque côté de la clef.

2.^o Les panneaux de tête sont donnez à l'élevation en AB15, &c.

3.^o Ceux de lit se trouveront par le moyen des joints de lit & des rayons de la face, comme à la trompe biaise à la figure 106.

LES biveaux de lit & de doële, & de doële & de tête, comme à la même trompe.

LA Démonstration de cette operation est toute comprise dans la remarque, où nous avons montré que la trompe biaise tournée sur son axe d'un quart de révolution en fait une en talud ou en surplomb.

Seconde maniere, par la projection ordinaire.

ON peut faire le Trait de la Trompe en talud, comme toutes les obliques, de deux manieres, 1.^o par inscription ou circonscripti^on d'un cône Droit sur une base circulaire ou Elliptique.

2.^o En formant immédiatement un cône scalene, si l'on veut faire la face circulaire.

LE P. DERAN la fait suivant la premiere méthode, en prenant pour ceintre primitif un arc vertical sur le diametre de la face en talud.

M. de la RUE au contraire a pris pour ceintre primitif l'arc de face, qu'il place en situation verticale pour le contour, ensuite par un profil il le couche sur le talud donné, comme le P. DERAN a fait dans le trait des Berceaux en talud.

LA seconde maniere paroît préférable en ce qu'elle ne change point le ceintre primitif qu'on a choisi, au lieu que la premiere l'altere par l'obliquité du talud; en effet si le plan vertical est circulaire, la face en talud devient Elliptique; mais il faut bien se garder d'imiter ce dernier Auteur cité, dans l'exemple qu'il donne de la trompe en talud surbaissée, au lieu de faire une demi-Ellipse sur son grand axe, il fait un segment de cercle, dont il met le centre au dessous de l'imposte; car il en résulte infailliblement un jarret à la naissance de la voute.

Nous allons donner un exemple plus régulier de ceintre surbaissé, qui servira pour les surhaussez & circulaires, ce dernier étant encore plus simple.

Fig. III. SOIT [*Fig. III.*] l'angle rentrant BSD, qu'on doit vouter en trompe en talud surbaissée.

SUR BD, comme grand axe d'une Ellipse, & Ch pris à volonté pour petit axe, ayant décrit [par le Probl. VII. du 2.^e Livre.] la demi-Ellipse BbD, on la divisera en ses vouffoirs aux points 1, 2, 3, 4, d'où l'on abaissera les perpendiculaires 1p, 2p, sur le diametre BD, au delà duquel on les prolongera un peu, pour servir à la projection du talud.

ON prolongera aussi DB pour y prendre un point A à volonté, sur lequel ayant tiré une perpendiculaire AL, on y fera l'angle du talud donné LAT; on prendra aussi successivement les hauteurs Ch, p2, P1, pour les porter sur la ligne AT en Ab', A2', A1', d'où on menera des paralleles à AD, qui rencontreront les perpendiculaires bC, 1P, 2P, &c. prolongées au dessous de AB en X, 1', 2', 3', 4', qui seront des points de la projection de la face, par lesquels on pourra la tracer

tracer à la main , ou si l'on veut par un mouvement continu, suivant le Probl. VII. du 2.^e Livre ; parce qu'elle est une demi - Ellipse, dont le grand axe BD, & CX moitié du petit, sont donnez.

Si du sommet s on tire des lignes droites aux divisions de cette projection $1' 2'$, &c. on aura les projections des joints de lit.

LA projection de l'arc de face d'extrados, si l'on en fait un, & celle de ses joints de lit se trouvera de la même manière que pour la doële.

PRESENTEMENT il faut tracer les joints de tête 15, 26, non du centre C, comme font les Ouvriers, mais perpendiculairement à l'arc Elliptique, suivant la pratique que nous avons donné au Probl. X. de ce 4.^e Livre, en parlant des berceaux surhaussés ou surbaissés ; parce que nous supposons que cette face doit être apparente. Ces joints, qui seront les lignes 51, 62, étant prolongez, couperont le diamètre AE aux points O & o, d'où par les points $1' 2'$ on tirera les lignes O 1' 5', O 2' 6', qui seront les projections des sections de la face par les plans des lits.

ON cherchera ensuite la vraie longueur & inclinaison des joints de lit à la doële à l'ordinaire, en portant sur une base de profil sD les longueurs des projections horizontales $s 1' s 2'$ aux points G & g, où on élèvera des perpendiculaires G 3^f, g 4^f, qu'on fera égales aux hauteurs du profil du talud 1ⁱ i, 2ⁱ k, puis on tirera les lignes s 4^f, s 3^f, qui seront les longueurs & les inclinaisons cherchées.

PAR le moyen de ces profils de joints de lit on pourra faire le ceintre du trompillon comme on le jugera à propos, ou en talud parallèle à l'arc de face, ou aplomb.

Si on le fait parallèle à la face, il est visible qu'il faut faire en petit sur un diamètre pris à volonté, ce qu'on a fait en grand pour la face antérieure.

MAIS si on veut faire ce ceintre dans un plan vertical, il en résulte un changement de courbe ; car si celui de la face est circulaire, celui du trompillon sera Elliptique surhaussé, & si elle est surbaissée, celui du trompillon le sera moins.

SOIT [Fig. III.] RN le diamètre du trompillon, dont on veut faire la face ou tête verticale, par tous les points $p^n P^n$ ou les lignes $s 1', s 2'$, qui sont les projections des joints de lit coupent ce diamètre, on élèvera des perpendiculaires $p 1^n, P 2^n$, dont on cherchera les hauteurs par le profil de chaque joint de lit, on portera les longueurs $s P^n, s p^n$

Fig. III.

en $s d^1$ & $s d^2$, puis sur le point $d^1 d^2$ on élèvera des perpendiculaires à $s D$, qui couperont les profils des joints de lit $s 3^f s 4^f$ aux points $4^o 3^o$, les longueurs $d^1 4^o$, $d^2 3^o$ feront les hauteurs des aplombs des joints, qui aboutissent au trompillon du côté de la clef, & les mêmes en sens contraire serviront pour l'autre côté du ceintre. Par les points de leurs extrémités on tracera la courbe $R 1 2 3 4 N$, qui fera le ceintre qu'on cherche; ou bien on se contentera de chercher le demi-axe vertical mu , lequel étant doublé donnera le grand axe, par le moyen duquel & le petit $R N$ donné ou pris à volonté, on décrira la demi-Ellipse du ceintre de tête du trompillon, dont les parties $R 1^o$, $1 2$, $2 3$, &c. feront les têtes inférieures en lit des vouffoirs.

PRESENTEMENT on a tout ce qui est nécessaire pour former les panneaux de doële, de lit & de tête.

1.^o Les panneaux de doëles plates feront des triangles formez de deux joints de lit & d'une corde de tête de face, duquel triangle on retranchera la pointe qui coupe le trompillon; ainsi pour la seconde & quatrième doële plate; par exemple, ayant formé un triangle des trois lignes $s 1^f = s 4^f$, $s 2^f = s 3^f$, & de la corde $1 2$ ou $3 4$ on portera vers la pointe les longueurs $s 1^o = s 4^o$, $s 3^o$, sur les joints de lit correspondans, pour en retrancher un triangle, qui réduit la doële plate naturellement triangulaire en un trapezoïde, comme à la figure 113. $1^d 2^d 2^n 1^n$.

2.^o Les panneaux de lit se trouveront par la maniere generale pour toutes les trompes, qui a été expliquée ci-devant à la figure 102. & 103. qui en fera l'inverse, dans cet exemple, à cause que les triangles dans le vuide de la trompe, qui augmentent vers la clef, diminuent dans celui-ci. Le premier panneau, qui sert aussi pour le quatrième, se formera avec les lignes $O 1$, $O s$, $O 1$; le second avec les lignes $o 2$, $o s$, $o 2$, & les supplémens des angles en $1^o 2^o$, faits par la prolongation des côtes, venans des points O & o , donneront les têtes des panneaux de lit, comme on a vû à la fig. 104. de la Planche 44. & ici à la fig. 114.

ON retranchera aussi de ces panneaux de lit la pointe, qui coupe le trompillon, & pour avoir l'angle du panneau de lit de ce côté, il faudra faire pour cette tête inférieure la même operation que pour la face; parce que la face étant en talud, & la tête du trompillon aplomb, les panneaux de lit ne sont pas terminez par des lignes paralleles.

3.^o Les panneaux de tête sont donnez à l'arc de face & à celui du trompillon.

4.^o Les biveaux de lit & de doële, ou de tête & de doële se trouveront par la méthode generale expliquée au Probl. 14. du 3.^e Livre

en rangeant trois surfaces de fuite; mais de ces trois surfaces, il n'y en a que deux de données, sçavoir une doële plate & un lit, la troisième fera celle qui passe par la diagonale de la tête.

ON peut aussi se servir de la méthode générale par la projection que nous avons donné aux trompes précédentes; mais comme la face de celle-ci est en talud, il faut y faire quelque attention particulière.

SUPPOSONS, par exemple, qu'on cherche le biveau de lit & de doële du second vouffoir. Ayant prolongé la corde 21 jusqu'à ce qu'elle rencontre l'horizontale EA prolongée en O' , on tirera à l'ordinaire au sommet s la ligne $O's$, qui sera la section du plan de la doële avec l'horison; mais à cause que la ligne $2O'$ est inclinée au plan vertical, puisqu'elle est en talud, il faut en prendre la projection en tirant $O'2'$ pour avoir la hauteur verticale du point $2'$ au profil du talud TAL en $2'k$, & la ligne $O's$ sera la section du lit avec l'horison; ainsi on trouvera le biveau de lit & de doële par la manière ordinaire du Probl. 14. du 3.^e Livre.

L'APPLICATION du trait sur la pierre n'a rien de différent de celle des Traits précédens.

Explication Démonstrative.

ON peut reconnoître ici une partie du Trait des berceaux en talud, la ligne AL représente en projection un plan vertical perpendiculaire à la face AE , dans lequel est l'angle du talud donné LAT , qu'on est obligé de coucher sur le plan horizontal; parce qu'on ne peut le représenter en l'air, & comme on le suppose se mouvoir sur son côté AL , perpendiculaire à AE , il ne résulte aucun changement de cette différence de position pour les distances des points des hauteurs couchées T , b' , 2^3 , 1^4 , ni pour les hauteurs aplomb, qui sont toujours comprises dans l'angle TAL perpendiculairement à la base AL ; ainsi les lignes $Tx, b'X$ menées parallèlement à AE représenteront des plans verticaux, passans par les points Hb , qui rencontrent la ligne du milieu CH à certaine distance horizontale, qui est l'intervale Xx , ainsi des autres parallèles à AE , qui donnent les projections des points $1, 2, 3, 4$ aux points $1', 2', 3', 4'$, lesquels sont à la circonférence d'une demi-Ellipse BXD ; ainsi que tous les reculemens de toutes les divisions possibles de la face BbD .

CETTE demi-Ellipse racourcit aussi toutes les projections des joints de lit $s, 1', 2'$, &c. lesquelles ne sont pas continuées, comme dans les trompes précédentes, depuis le sommet s jusqu'au diamètre AE ; &

leur direction est aussi changée, en ce qu'elle n'est pas tirée du sommet, aux aplombs P_{ppp} , tombant des divisions 1, 2, 3, 4, mais à leurs projections $1', 2', 3', 4'$.

LA raison en est bien sensible, si l'on fait attention que la face AHE, qui est représentée pour la commodité du trait en situation verticale, doit se mouvoir autour de son diamètre AE, pour se coucher suivant le talud TA, supposé en l'air; dans ce mouvement tous les points des divisions 1, 2, 3, 4 seront toujours dans des plans verticaux $1\ 1'$, $2\ 2'$, qui sont exprimez par les perpendiculaires $1\ 1'$, $2\ 2'$ au diamètre AE.

LA raison de la construction n'a rien de particulier, qui n'ait été expliqué dans les traits des trompes précédentes.

A l'égard du changement de figure qui se trouve entre le ceintre de face & celui du trompillon, il est visible, puisque les sections des cônes, par des plans qui ne sont pas parallèles, ne sont pas semblables, excepté le cas de la section souscontraire. Si l'on fait la tête du trompillon couchée en talud d'un angle égal à celui de la face, les deux ceintres seront parfaitement semblables, il ne s'agira que de répéter en petit, ce qui avoit été fait en grand pour la face.

Troisième Cas,

Des Voutes Coniques Biaises & en Talud.

CE que nous avons dit de la construction de la voute conique *Droite en Talud*, par la voye de la projection horizontale de la face, s'applique si facilement à la *Biaise & en Talud*, dont l'arc de face est pris pour ceintre primitif, qu'il ne paroît pas nécessaire d'en donner un exemple, il suffit d'avertir, que le profil du talud doit être fait comme aux berceaux biaux & en talud, ayant égard à la double obliquité.

POUR ne pas donner dans les répétitions, & cependant ne rien laisser à désirer, nous mettrons ici un exemple de l'inverse du Trait, c'est-à-dire, d'une voute conique *biaise & en talud*, dont le ceintre de face n'est que secondaire, prenant pour primitif une section Droite ou même biaise, qui ne seroit pas parallèle à la face, telle est, par exemple, une *Canoniere biaise & en talud*, dont le ceintre du collet est donné circulaire ou Elliptique.

Fig. 112. ON doit considérer une canoniere ADFGEB [Fig. 112.] comme une voute composée de deux trompes, qui se pénètrent sur un axe commun, & dont les bases sont tournées en sens contraire, comme les

cônes de la fig. 83. & 84. du premier Livre ; & parce que nous ne traitons encore que des voutes simples, ce n'est pas ici le lieu de parler de la rencontre de ces deux cônes, & par conséquent d'une canonière complete. Nous ne considererons qu'un des cônes ASB, dont la face est en talud, & dont la partie retranchée DSE peut être regardée comme le vuide du trompillon. L'autre cône FKG, dont la face FG n'est pas supposée en talud, tombera dans le cas de la trompe biaise, dont l'arc de face n'est que secondaire ; ainsi l'angle des deux embrasemens intérieur & extérieur fera la somme de ceux des panneaux de lit de deux cônes, coupez aplomb sur la ligne DE.

Où il faut remarquer en passant que si le ceintre du collet D**b**E, n'étoit pas primitif, mais que ceux de face le fussent, chacune pour son cône, celui du collet ne feroit plus une courbe plane, mais à double courbure, à moins que par un hazard extraordinaire ils ne fussent tels que nous les allons trouver.

Soit le triangle ASB, le plan horifontal de la trompe ou voute cônica, qui fait l'embrasure extérieure de la Canonière, dont l'axe SK, qui exprime sa direction, est oblique sur la face AB, avec laquelle il a une double obliquité ; sçavoir celle de la direction horifontale, qui fait des angles inégaux de suite AKS, BKS, & celle de l'inclinaison de la face, avec laquelle il fait aussi des angles inégaux, l'un au dessus, l'autre au dessous de l'horison, celui du talud étant aigu.

SUPPOSANT que le ceintre du collet D**b**E est donné en demi-cercle, & perpendiculaire à la direction SK, la voute de cette embrasure fera une portion de cône Droit coupé obliquement par la face en talud AxB. C'est le cas ordinaire d'une embrasure bien tournée.

On commencera par chercher la projection horifontale de l'arc de face en talud, pour trouver par le moyen des projections des joints de lit & des hauteurs des retombées la vraie longueur de ces joints, comme on a fait aux trompes Droites en talud.

PAR un point B pris à volonté sur AB, on tirera BR perpendiculaire à ce diamètre AB, sur laquelle on fera l'angle du talud RBT, & par le sommet S du cône une parallèle au même diamètre, qui coupera BR au point R ; ensuite par tous les points p^1 p^2 , &c. des projections des divisions du ceintre primitif D**b**F, on menera des parallèles à AB, prolongées indéfiniment au-delà de BR, sur lesquelles on portera les hauteurs des retombées du ceintre primitif p^1 1, p^2 2, &c. suivant leur ordre aux points 1ⁿ, 2ⁿ, 3ⁿ, 4ⁿ. Par tous ces points & le point R, on tirera des lignes qui couperont le profil du talud BT aux

points 1^m , 2^m , 3^m , 4^m , par lesquels on menera des parallèles à AB, qui couperont les projections des joints de lit aux points $1'$, $2'$, $3'$, $4'$ que l'on cherche, par lesquels on tracera à la main la courbe $A \times B$, qui fera la projection du talud de la face.

ON pourroit trouver ces points avec moins de profils, ayant seulement élevé la hauteur cb sur le milieu de ed , pour avoir le point le plus élevé T, par où ayant tiré $T \times$ parallèle à BA, qui auront coupé SK en \times , la ligne $C \times$ tirée du milieu C, de BA au point \times , étant doublée, auroit donné le diamètre conjugué à la ligne AB, pour décrire par le Probl. 8. du 2.^e Livre une demi-Ellipse $A \times B$, qui auroit coupé toutes les projections des joints de lit aux points $1'$, $2'$, $3'$, $4'$, que l'on cherche pour deux usages; premierement, pour avoir les projections des joints de lit; secondement, pour décrire l'arc de face en talud dans toute son étendue, comme il suit:

PAR tous les points 1^t , 2^t , 3^t , 4^t on tirera des perpendiculaires sur AB prolongées indéfiniment au-delà, sur lesquelles on portera au dessus de AB les longueurs du profil $B 1^m$ en $r 1^e$, $B 2^m$ en $r 2^e$, &c. & par les points trouvez 1^e , 2^e , 3^e , on tracera la demi-Ellipse $A \times B$, qui fera l'arc de face, qu'on peut aussi tracer par le Probl. 8. du 2.^e Livre, sur les diamètres conjugués donnez AB & deux CX.

PAR les divisions de la face & le point K de l'axe, on tirera les joints de têtes qui seront en fausse coupe, quoiqu'ils donnent une bonne coupe au ceintre primitif du collet D b E, ce qui convient mieux dans les ouvrages, comme sont des embrasures, que de faire les têtes plus régulières au dehors & les coupes gauches ou faussées au dedans en D b E; cependant il sera au choix de l'Architecte de faire les divisions & les coupes sur le ceintre de face, si c'est dans une exposition apparente; parce que les divisions des têtes des vouffoirs deviennent fort inégales en grandeur du côté A, où le biais éloigne le plus la face du ceintre primitif D b E.

LES projections des joints de lit étant données; & les hauteurs des retombées de l'arc de face, on aura tout ce qui est nécessaire pour former les panneaux de lit & de doële, comme on a fait à la trompe précédente en talud, & aux autres, ce qui est inutile de répéter.

LES biveaux de lit & de doële se trouveront aussi de la même manière qu'aux autres trompes, par le moyen des sections de la doële plate avec l'horison, & de la hauteur de la retombée prise perpendiculairement sur le plan horizontal, au lieu de celle en talud sur le diamètre de la face.

Ou bien si l'on veut par une autre voye fort simple expliquée au Probl. 12. du 3.^e Livre. On fera un développement d'une Pyramide imaginaire, comprise 1.^o par la doële plate, 2.^o une moitié de lit, & 3.^o une moitié formée, par exemple, pour le second vouffoir par la diagonale 1^e 6, tirée du point de la division 1^e à un autre 6 pris à volonté dans le joint de tête 2^e 6, lequel développement consistera en trois triangles rangez de fuite, comme on voit à la fig. 113. sçavoir, celui de la doële plate $s^d 1^d 2^d$, secondement une moitié de lit $s^l 2^l 6^l$ [Fig. 114.] formée par la diagonale $s^l 6$, transporté en $s^l 2^l 6^l$, troisièmement, le triangle de la division imaginaire passant dans l'épaisseur du vouffoir par le sommet du cône S, & la diagonale de tête 1^e 6, qui est le triangle $s^d d^l 1^d$, dont les trois côtez sont donnez, sçavoir $s^d 1^d$ commun à la doële, $s^d d^l$ égal à la diagonale du lit $s^l 6^l$, enfin $d^l 1^d$ égal à la ligne 1^e 6 de la fig. 112.

Ces trois triangles étant rangez de fuite comme on voit à la figure 113. on prendra sur le joint de lit & de doële $s^d 2^d$ un point a à volonté, par lequel on lui tirera une perpendiculaire bE , qui coupera $s^d 1^d$ au point b , & $s^d 6^d$ au point E , on portera la longueur $s^d E$ en $s^d e$ sur $s^d d^l$, & l'on tirera eb ; puis du point b pour centre, & be pour rayon, on décrira un arc vers x , & du point a pour centre, & aE pour rayon, on fera un autre arc, qui coupera le précédent en x , l'angle obtus bax sera celui du biveau que l'on cherche, pour former la surface du second lit.

Explication Démonstrative.

Nous avons dit au 3.^e Livre que les angles des plans doivent être pris sur des lignes perpendiculaires à leur commune intersection. Or la direction SK de l'axe de la trompe étant oblique à la ligne AB d'intersection du plan de face en talud & de l'horizontale, on ne peut prendre la mesure de l'angle du talud suivant la direction de l'axe, ni des projections des joints de lit, qui sont obliques à l'égard de AB; c'est pourquoi du point S on tire une ligne Sq, ou, pour ne pas embrouiller la figure on lui tire une parallèle BR hors du cône, pour servir de base du profil du talud RBT, lequel, quoique couché sur le plan horizontal, produira les mêmes effets que s'il étoit élevé en l'air en situation verticale; pour marquer les reculemens des hauteurs des points de division des vouffoirs; parce que en supposant la ligne inclinée BT se mouvoir autour de BR, sans changer d'ouverture d'angle, il est clair que le point T. du plus grand reculement, & tous les autres, déterminent sur cette ligne, demeureront toujours à distance égale du plan vertical, qui passeroit par AB; par conséquent toutes les lignes me-

nées par les points $T 1^m, 2^m, 3^m, 4^m$, peuvent représenter des plans verticaux, qui couperont le contour de la face en talud, & la projection de ses joints de lit en des points $1' 2'$, qui représentent les divisions des vouffoirs.

Et parce que la projection du talud, par le Theorème 3. du premier Livre, doit être proportionnelle à l'Ellipse de la face, dont elle est la projection, & avec laquelle elle a un axe commun AB; il suit que toutes les ordonnées à cet axe doivent être prolongées à angle Droit; quoique les deux plans de la face & de l'horifon fassent un angle aigu entr'eux par le talud; & conserver toujours le raport de Bv à BT , ce qui a été fait pour déterminer le reculément des divisions de la face sur les projections horifontales des joints de lit, par le moyen desquelles on trouve leur valeur, & les mesures nécessaires pour former les panneaux de lit & de doële, comme dans les autres trompes.

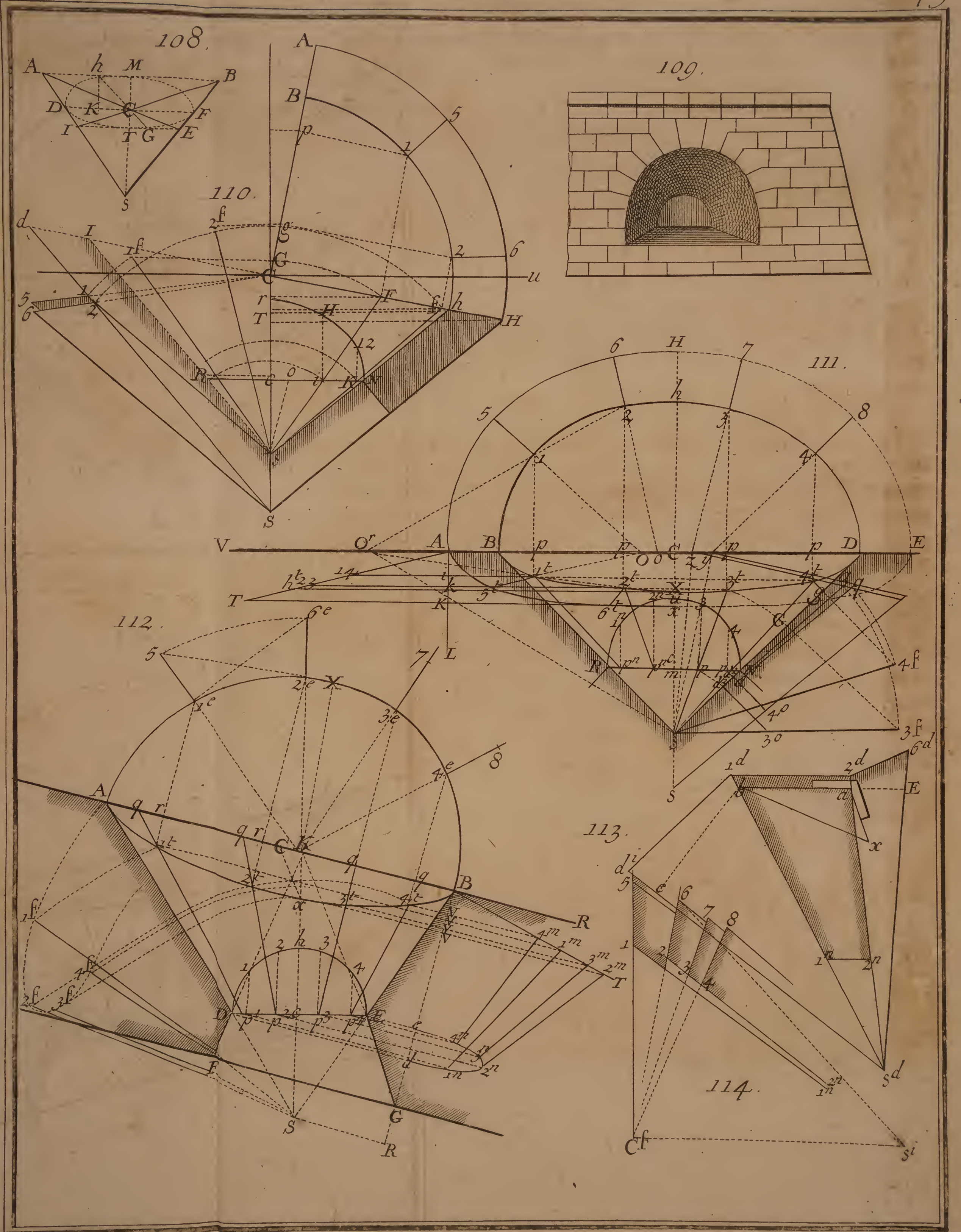
U S A G E.

LES voutes coniques en talud, Droites ou biaises, sont fort fréquentes dans les Fortifications, où il y a des Cazemates ou places souterraines, comme dans les Tours bastionnées de M. de Vauban, & particulièrement dans les Forts Maritimes, bâtis sur les rochers, voutez pour battre à fleur d'eau, elles servent à couvrir les *Embrasures* où l'on place le Canon, d'où leur est venu le nom de *Canoniere*, qui n'est plus gueres en usage; & comme l'objet sur lequel on doit tirer ne se présente pas toujours en face directement, mais un peu de côté, les voutes biaises & en talud sont presque plus usuelles que les Droites.

Il est visible qu'une Canoniere & une Trompe ne different qu'en ce qu'en celle-ci le demi-cône est complet, & qu'à la Canoniere il est tronqué vers le sommet, telle feroit une trompe, dont on supprimeroit le trompillon; ainsi le Trait de l'une convient à l'autre à la réserve de l'angle du collet, qui est plus ouvert que celui du vuide, que feroit la tête inférieure avec le trompillon; nous en parlerons à la deuxième partie, lorsqu'il s'agira des voutes composées.

Quatrième Cas , *Des Voutes Coniques en Descente.*

J'AI déjà donné au 3.^e Livre deux manieres de faire les voutes coniques en descentes, l'une par les projections verticales & les perpendiculaires aux elevations des faces, l'autre par les diagonales des projections des vouffoirs.





Je vais présentement montrer, qu'on peut faire les descentes coniques, suivant le même principe que j'ai employé pour les cylindriques; cependant avec un peu plus de composition du Trait; parce que l'on ne peut trouver les mesures des joints de lit sur aucune projection de plan, il faut nécessairement les chercher chacune en particulier par un profil.

LORSQU'UNE voute conique est élevée en fenêtre sur des piedroits courts, au dessus de la hauteur d'apui, on l'appelle *Abajour ébrasé*.

LORSQUE la voute se referme par en-bas, comme un trou rond, on l'appelle *Abajour en O ébrasé*. Nous choisissons ici pour exemple celui qui comprend toutes les obliquités qu'on peut rencontrer dans l'usage ordinaire, pour éclairer des souterrains, afin qu'il serve pour tous les cas.

Abajour en O biais Ebrasé & en Talud.

SOIT ABED la projection horizontale de l'ouverture qu'on se propose PLAN, 46. de faire dans un mur, laquelle ne peut marquer que l'obliquité de sa Fig. 115. direction horizontale, & *abED* la projection verticale, qui marque la hauteur *C^mI* de la face extérieure sur l'intérieure, & l'intervalle oblique de leurs diamètres *ab* & *DE*.

SUR *AB* du plan horizontal comme diamètre on décrira le demi-cercle ou demi-Ellipse *AHB* pour ceintre primitif renversé, qu'on divisera en ses voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, d'où on tirera à l'ordinaire des perpendiculaires au diamètre *AB*, qui le couperont aux points *P_p*, au-delà desquels on les prolongera un peu pour y marquer le reculement du talud.

ON fera ensuite un profil suivant la section perpendiculaire au mur *CI*, Fig. 116. & un autre suivant la direction du trait du milieu *rC*. Ayant tracé à part une ligne verticale *V_u*, sur laquelle on prendra un point *M* pour centre du profil, on fera avec cette ligne le complément de l'angle du talud *VMF*. Sur *MF* on portera successivement les longueurs 1 *P^t*, 2 *p^t*, *HC* de l'arc de face en *M₁*, *M₂*, *MF*, & des points *F₂*, 1, on tirera des perpendiculaires, qui rencontreront la verticale *VM* aux points *V₁*, *V₂*. On portera ensuite les intervalles horizontaux *FV*, 2 *l*, 1 *l*, au plan horizontal en *CT_{p t}*, *p tⁿ*, &c. pour avoir des points de la demi-Ellipse *ATB*, qui sera la projection de l'arc de la voûte & de la face.

IL faut présentement prolonger les côtes *DA*, *EB*, jusqu'à ce qu'ils se rencontrent en *s^p*, où sera le sommet du cône en projection, & de ce point *s*, & par tous les points *p* & *t* de la projection de la face, tirer

des lignes $p q$, $t o$, qui couperont le diamètre DE , de la face intérieure, aux points q & o .

Si le point s se trouvoit trop loin & hors du plan, sur lequel on trace l'épure; on auroit recours au Probl. 1. du 3.^e Livre.

PAR tous les points o on élèvera des perpendiculaires indéfinies sur DE , & par les mêmes o & t d'autres perpendiculaires sur les lignes $s o$, $s o$, comme TV , tl , qu'on fera égales aux hauteurs correspondantes au profil $M l'$, $M l$, $M V$; puis du point s , par les points V & l , on mènera des lignes qui se rencontreront sur les points o , aux points Y & y ; les longueurs $o Y$ & $o y$ portées sur les perpendiculaires à DE , donneront les hauteurs des joints de face intérieure & inférieure $D b^n E$, par le moyen desquelles ayant les points 1^n , 2^n , b^n , 3^n , 4^n , on tracera la demi-Ellipse, qui est le ceintre de cette face, *qu'il falloit trouver*.

JUSQU'ICI nous n'avons considéré dans ce Trait que la projection horizontale du plan, & la verticale du profil, pour avoir les reculemens des panneaux de doële, il faut y considérer une projection inclinée, faite sur le plan de rampe, dont il faut chercher l'étendue par un profil; parce qu'elle est racourcie dans le plan horizontal.

AYANT porté la hauteur $c^n I$ du diamètre extérieur de la face sur l'intérieur DE , & mené une horizontale GR perpendiculaire à $V u$, on portera la distance horizontale $r C$, qui est la projection du trait du milieu en GR , & l'épaisseur du mur IC en Gi , puis on tirera les lignes $i M x$ & RM , qui seront les vraies longueurs des *traits milieu*, l'une $i M$ de l'épaisseur, l'autre RM de la rampe.

ON prendra avec le compas la longueur RM du profil, & on la portera au plan horizontal, posant une pointe en r , & faisant avec l'autre une section sur la ligne IC prolongée, qu'elle coupera en m , par où on mènera une ligne $a^n b^n$ parallèle & égale à AB , qui donnera de part & d'autre de m les points $a^m b^m$, par où & par les points D & E on mènera les lignes $D a^m$, $E a^m$, le trapeze $D a^m b^m E$ fera la vraie étendue du plan de rampe, & une portion de triangle par l'axe du cône, dont on aura le sommet X en prolongeant les côtes $D a^m$, $E b^m$ jusqu'à ce qu'ils se rencontrent en X , où doit aussi aboutir la ligne du milieu $r m$.

PRESENTEMENT il faut faire sur ce plan les projections des deux faces, lesquelles changeront d'espece, celle de la face antérieure, qui étoit en talud, y sera représentée en surplomb, & celle de la face inférieure, qui étoit aplomb, y sera représentée en talud.

POUR trouver les points de la face en surplomb, par les points $F, 2, 1,$

du profil , on tirera des perpendiculaires sur iM , qui rencontreront cette ligne aux points s^1 , s^2 , s^3 , & donneront les avances M_1 , M_2 , M_3 , qu'on portera au plan de rampe en m^1s , m^2s , m^3s , m^4s , & par les points $s s s$, &c. on tracera la demi-Ellipse $a^m s b^m$, qui fera la projection inclinée de la face en surplomb sur le plan de rampe.

POUR avoir la projection inclinée de la face inférieure sur le plan de rampe , on menera par le sommet X du plan de rampe, & par les points s^1 , s , s , des lignes Droites , qui rencontreront les perpendiculaires abaissées des points o , qui sont les premiers 1^no , 2^no prolongées, en Kx & x , par lesquels on tracera la demi-Ellipse DKE , qui fera la projection de l'arc de face intérieure, laquelle étant supposée aplomb , étoit représentée au plan horizontal par la seule ligne DE , mais qui devient en talud en prenant le plan de rampe pour le plan horizontal.

ON peut présentement trouver en même tems , & les vraies longueurs des joints de lit , & les angles des têtes des panneaux de lit , par exemple, pour le second joint de lit.

ON portera sur la ligne intérieure du profil Ni les hauteurs trouvées oY , oy , oy en iN , iy , iy , & par les points Nyy , on tirera des perpendiculaires sur iM , qui la couperont aux points Kxx ; on fera un triangle rectangle avec les deux lignes données Xx^2 sur le plan de rampe , & la perpendiculaire yk^2 , l'hypoténuse Xz sera le côté du joint, duquel on retranchera la longueur qui sera donnée pour reste d'un autre triangle rectangle, en élevant sur le point s une perpendiculaire ssa , qui coupera le joint entier Xz en s^a , la longueur zs^a sera celle qu'on cherche.

PRESENTEMENT il sera aisé de former les *panneaux de lit* par la méthode générale aux voutes coniques , faisant un triangle des trois côtes donnez, sçavoir de l'axe Xr du demi-diametre de la face intérieure $r 2^a$, & du joint trouvé Xz . Et pour la face antérieure de l'axe XC , du rayon CA & du joint trouvé Xs^a .

LES panneaux de doële se feront comme ceux de lit , en faisant deux triangles avec les longueurs des joints de lit , jusqu'à la face inférieure , & d'une corde de cette face , puis de deux joints de lit dans le vuide de la partie tronquée & de la corde de la face supérieure , dont le triangle qui sera plus petit que le premier étant retranché, donnera pour le second lit un trapeze , tel qu'on le voit à la figure 118. aux chiffres où est le 2^d .

LES biveaux de lit & de doële se trouveront suivant la méthode ge-

nerale , dont l'application a été faite aux voutes coniques biaises & en talud , à quoi se réduit celle-ci considérée sur le plan de rampe , comme sur un plan horizontal.

L'application du trait sur la pierre est la même aussi que pour cette espèce de voute conique.

Explication démonstrative.

Puisque tous les côtes des cônes sont inclinez au triangle par l'axe DSE , considéré comme horizontal , ils sont tous differens de la vraie longueur , qu'on représente en projection ; c'est pourquoi on est obligé de faire autant de triangles rectangles qu'il y a de joints de lit , par la même raison le triangle , qui est la projection d'un cône incliné , étant encore diminué de longueur , il faut élever sur cette projection des perpendiculaires , qui donnent une vraie longueur inclinée ; or comme le diametre DE de la base du cône D^hE , & cette base même sont communs aux deux cônes , sçavoir à celui de la projection horizontale , & à l'incliné en descente ; il est clair qu'ayant trouvée , par la supposition d'un cône horizontal , cette base , elle sera aussi trouvée pour le cône incliné ; mais si cette base , qui a été considérée comme immobile à l'égard de ces deux cônes , restant toujours dans une situation verticale , est supposée se mouvoir au-tour de son diametre DE , jusqu'à ce qu'elle prenne la place du plan incliné de la rampe , qui est le triangle par l'axe du cône incliné ; il est clair que les lignes verticales , qui passent par les joints de tête 1ⁿ 2ⁿ hⁿ 3ⁿ 4ⁿ , seront inclinées suivant la même inclination que le plan de rampe , lequel alors deviendrait horizontal ; ainsi la face verticale aura pris la place d'une face en talud , dont la projection des divisions sera bien faite par des verticales représentées 2ⁿx , hⁿk , &c. ce qu'il falloit faire pour la face inférieure. La même transposition n'est pas moins claire à l'arc de face supérieure , qui devient en surplomb quoiqu'il fût en talud.

U S A G E.

Les abajours ébrasez sont très fréquens dans les bâtimens où il y a des sousterrains , on en trouve même dans les Fortifications modernes , comme à celles de Manheim dans le Palatinat ; mais comme l'intérieur de la voute est de moilon ou de briques , le Trait de la coupe des pierres n'est nécessaire qu'à une seule face , qui est l'apparente en talud.

Cinquième Cas ,
Des Voutes Coniques Rampantes.

ON donne le nom de *Rampantes* à toutes les trompes , dont les impostes ne sont pas de niveau , mais inclinées à l'horison , comme celle qui est représentée à la fig. 117. en quoi elles different des précédentes. Fig. 117.

DANS cette espece de trompe il peut y avoir beaucoup de cas. Premièrement , on peut faire une des impostes de niveau , & l'autre rampante , comme à la trompe d'Anet , alors l'axe du cône est rampant ; parce qu'il vient de l'angle des piedroits , qui comprennent la trompe à la hauteur de la naissance inferieure , & s'éleve au milieu de la hauteur de la rampe , telle est la ligne MC de la fig. 119. qui représente l'axe en projection verticale.

2.° Les deux naissances ou impostes de la trompe peuvent être inclinées , l'une en montant , comme CA [Fig. 120.] l'autre en descendant , comme CR. C'est ce que le P. DERAN appelle *Trompe rampante par le haut & par le bas*. Dans celle-ci l'axe est de niveau , & n'est représenté en projection verticale que par le seul point C.

DE ces deux cas principaux il en suit d'autres , où l'on peut compter differentes variations à l'égard de l'axe & de sa direction ; car dans le premier la direction de l'axe , & dans le second l'axe peut être même perpendiculaire au plan de la base du cône RHA , & alors la trompe quoique rampante peut s'appeller *Droite sur sa face* , mais differemment ; car la premiere est *rampante par son diametre* , & par son axe , mais *Droite par sa direction* , & l'autre est rampante par son diametre , & *Droite par son axe* , & par sa direction.

ET au contraire , lorsque la direction est oblique à la face , la trompe fera toujours *Biaise & rampante*.

Nous comprenons sous cette obliquité les variations que causent le talud , ou le surplomb ; de sorte qu'on pourroit compter huit sortes de trompes rampantes.

LA premiere , qui ne rampe que d'un côté de piedroit , du fond de la trompe en montant.

LA 2.° Celle qui rampe par haut & par bas.

LA 3.° qui est biaise sur son axe.

LA 4.° qui est biaise sur sa direction.

LA 5.° qui est droite par sa direction , mais en talud ou surplomb.

LA 6.^e qui est biaise & en talud, ou en surplomb.

LA 7.^e qui est droite par son axe sur la face en talud, ou en surplomb.

ET la 8.^e qui est biaise dans toutes les circonstances : cela supposé, voici le trait pour un de ces cas, & une introduction pour les autres.

Premiere Disposition ,

Trompe Conique Rampante d'un côté , Droite par sa direction sur sa Face.

Fig. 119.

POUR ôter tout l'embarras que peut causer la rampe d'une des impostes & de l'axe de cette trompe, il n'y a qu'à faire une supposition, que le Couffinet du piedroit, qui est une surface plane triangulaire, fait une partie de la voute conique, étant pris de niveau avec la naissance ou imposte, qui est de niveau dans la partie inférieure ; ainsi considérant le couffinet MAB comme un vouffoir déjà fait, il ne fera plus nécessaire d'avoir attention à la ligne de rampe ou diametre RA, mais seulement à l'horizontale RB, que l'on considerera comme le diametre d'une trompe conique droite, pour trouver toutes les longueurs des joints de lit, par le moyen de la projection des points de division du ceintre de face, ce qui paroît assez clair, mais que nous allons encore mieux faire connoître par un exemple.

SOIT RSB l'angle des piedroits de la trompe, confiderez comme coupez par un plan horizontal, lequel est un peu moins aigu que celui de la section de la trompe par son axe RMA. Ayant élevé au point B une perpendiculaire BA sur RB, à telle hauteur A qu'on le juge à propos, on tirera la ligne de rampe RA, qui sera le diametre d'un demi-cône scalene RbAM, dont la hauteur de la base ou face RbA peut être prise à volonté en b, plus haut ou plus bas.

PAR les trois points donnez R b A on fera passer un arc rampant, comme il a été enseigné au Probl. 20. du 2.^e Livre ; puis on divisera le contour de ce ceintre en ses vouffoirs aux points 1, 2, 3, 4, plutôt en nombre pair qu'impair contre la règle ordinaire des arcs, dont les impostes sont de niveau, afin que la clef se trouve au sommet en b, qui ne répond pas au milieu de l'intervale horizontal RB, faisant en sorte que la corde 23 de la clef 2b3 soit de niveau, ce qui me paroît convenable ; quoique M. de la RUE ne l'ait pas observé dans sa trompe d'Anet ; par les points de division des vouffoirs, on tirera des joints de tête 1, 4 ; 2, 5 ; 3, 6, à l'ordinaire, & par les mêmes points on abaissera des perpendiculaires 1p, 2p, 3p sur l'horizontale RB, qu'on

prendra pour le diamètre de la trompe, & des points p on tirera des lignes au point S , sommet du cône, qui feront les projections des joints de lit, par le moyen desquelles & des aplombs abaissés des divisions 1, 2, 3, 4 on tracera leur juste longueur, qui est l'hypoténuse du triangle rectangle, qui a ces deux lignes pour jambes, comme nous l'avons tant de fois répété. Ainsi transportant les aplombs $1p$, $2p$, $3p$ à angle droit sur l'extrémité des projections des joints de lit, comme on le voit exprimé à la figure par des arcs de cercles Aa , $3f$; on aura pour longueur du premier joint de lit la ligne Sf' , pour second la ligne Sf , ainsi des autres, & pour longueur de l'imposte ou naissance rampant la ligne Sa , qui est raccourcie au plan horizontal SB , comme toutes les autres.

LES Biveaux de lit & de doële, & de doële & de tête, se trouveront aussi facilement dans cette trompe que dans la trompe droite, & supposant, comme je l'ai dit, que le coussinet MAB fait partie de la doële.

R E M A R Q U E.

IL faut observer ici que les têtes des voussoirs sur le trompillon deviennent inégales entr'elles, quoique les divisions 1, 2, 3, 4 du cintre RbA soient égales; parce que le cône étant scalene, les impostes, qui sont les côtes de la section du triangle par l'axe RM , MA , sont inégales; puisque RM , qui représente en projection verticale, l'imposte de niveau, est égale à RS du plan horizontal; mais non pas AM à SB ; parce que MA incliné est plus grand que SB de niveau; de sorte que tous les joints de lit sont de longueur inégales, & par conséquent les angles qu'ils font au sommet du cône S inégaux, quoique les arcs $R1$, 12 , 23 , &c. soient égaux entr'eux.

Seconde Disposition,

Trompe Conique Rampante par le haut & par le bas.

LA construction de cette trompe paroît d'abord contraire à la solidité, en ce que son imposte ou naissance inférieure est dans un plan incliné, & elle la feroit en effet si on faisoit les lits des voussoirs de cette partie en pente, comme l'imposte; car malgré le frottement il tendroit toujours à couler sur le devant, si l'inclinaison étoit de plusieurs degrés; mais cet inconvénient cesse en prenant la naissance dans un voussoir, qui porte une partie triangulaire plane, posée de niveau par son lit, comme les autres pierres du piedroit, d'où la naissance s'élève comme par degrés, que la ligne d'imposte traverse diagonalement, Fig. 120.

de sorte que chacune de ces pierres est partie plane, partie concave. On peut même, si l'on veut, graver cette ligne en façon de faux joint pour en marquer la continuité & la direction, ce qui convient particulièrement vers le trompillon, où la surface concave, quoique tangente aux piedroits, se distingue plus subitement de la surface plane.

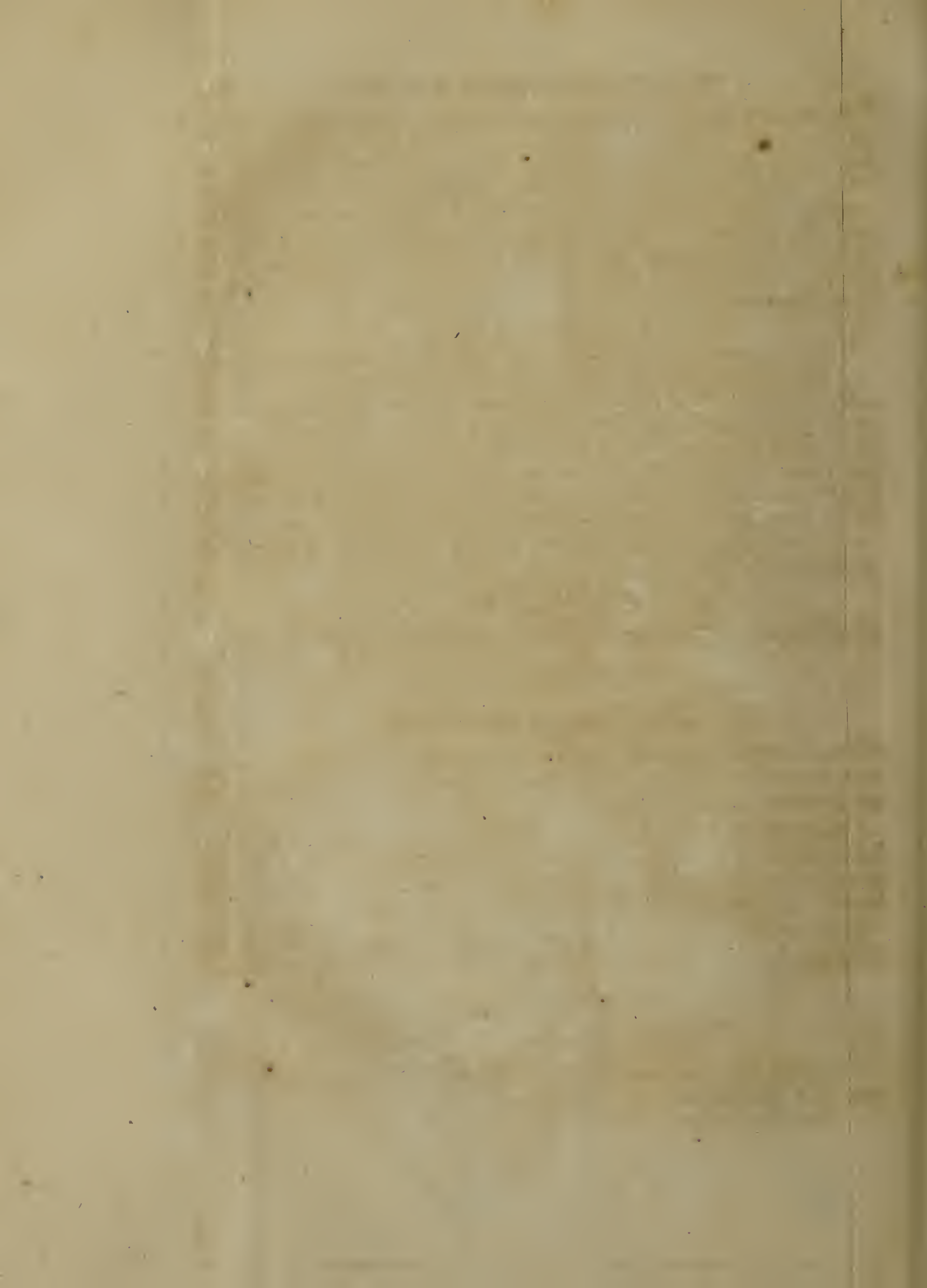
Les projections de lit SP , Sp , &c. étant faites comme au cas précédent, il faut les joindre différemment à leurs aplombs, pour faire les triangles rectangles, dont l'hypoténuse donne la vraie longueur des joints; parce que les aplombs des divisions 1, 2, 3, 4 ne doivent pas tomber jusques sur l'horizontale RB où étoit le sommet du cône. Ici il est plus haut, sçavoir en C , centre du ceintre, qui représente dans ce point aussi tout l'axe en projection verticale. C'est donc par ce point C qu'il faut mener l'horizontale ON , qui coupera les aplombs $1p$, $2p$, &c. aux points L & l ; les hauteurs $1L$, $2l$, $3l$ feront celles des aplombs, qui doivent servir de jambe au triangle rectangle, dont l'hypoténuse donne les vraies longueurs des joints de lit; ainsi on portera les projections horizontales Sp , SP , sur l'horizontale ON , des points L, l, l , en d, e, f , les longueurs $d1$, $e2$, $f3$ seront celles des joints de lit.

LA même horizontale ON servira à trouver les biveaux de doële & de tete, & de doële & de lit, comme aux autres trompes.

ON peut faire ce Trait d'une manière encore plus simple, en considérant cette voute comme une horizontale Droite, qui n'a aucune différence de la première trompe fondamentale, que celle de la courbe de son ceintre, qui n'est pas circulaire ni Elliptique suivant l'usage ordinaire aux trompes horizontales, en ce que la ligne passant par les impostes n'est pas un axe, mais un autre diamètre RA .

AINSI au lieu d'abaisser les perpendiculaires des divisions 1, 2, 3 sur la ligne RB ou ON , on peut les abaisser sur RA , comme $1a$, $2a$, $3a$; puis ayant mené par le point C une ligne CD égale à la profondeur de la trompe donnée MS , on menera DR , DA ; le triangle RDA fera une section par l'axe différente de la projection horizontale RSD , en ce que l'angle RDA est plus ouvert que RSB , que font entr'eux les piedroits de la trompe horizontalement; mais il est toujours la mesure de leur ouverture sur un plan incliné RA .

PAR les points a, a, a ayant tiré des lignes au sommet D , on portera les longueurs Da^1 , Da^2 , Da^3 , en 1^ad , 2^ad , 3^ad , sur AR prolongée où il faut; les lignes $1d$, $2d$, $3d$ seront les vraies longueurs des joints de lit que l'on cherche.



Si les deux impostes étoient rampantes inégalement , alors le point qui représente la projection du sommet du cône sur le plan de la face, que représentoit le point M à la fig. 119. se trouvant au dessus ou au dessous du centre C , de la ligne RA , cette dernière construction ne pourroit plus servir, il faudroit en revenir à la précédente, à laquelle cette différence de cas, qui seroit fort extraordinaire, ne feroit cependant d'autre changement que d'élever ou d'abaisser l'horizontale ON , qui doit passer par c au dessus de C , si Rc est moins incliné que Ac , & au dessous en f , si Rf est plus inclinée que fA .

C O R O L L A I R E.

DE la construction de ces deux principaux cas de trompes rampantes , il fera aisé de déduire celle des autres qui en dépendent, comme celles dont nous avons fait mention ci-devant, qui sont de plus *biaises* par la direction horizontale de leurs faces, à l'égard de l'axe du cône ou en *talud* ou en *surplomb*. Il n'y a qu'à faire la supposition, que la face plane triangulaire du couffinet fait partie de la doële de la trompe, & operer comme dans les trompes *biaises*, ou *biaises* & en *talud*, qui ne sont pas rampantes, la différence de ces voutes ne tombant que sur le contour du ceintre, qui sera ainsi partie Elliptique & partie Droit au couffinet.

Sixième Cas ,

Des Trompes coniques de face Angulaire en angle saillant.

En Termes de l'Art.

Des Trompes sur le Coin.

LES Trompes sur le coin ne sont autre chose que des voutes coniques ordinaires, coupées obliquement par leurs faces en deux parties, qui forment un angle saillant.

LORSQUE les deux faces sont égales entr'elles, & leurs bases égales à celles des piedroits, & que l'angle est Droit, alors la trompe est appelée *Droite sur le coin*; parce que son axe ne tourne pas plus vers un piedroit que vers l'autre. Telle est celle qu'on représente à la fig. 121.

Si au contraire l'angle saillant ou rentrant est obtus ou aigu, & les côtes ou les faces inégales, la trompe est appelée *Biaise sur le coin*.

Première Espece ,

Trompe Droite sur le Coin.

ON peut faire que cette trompe soit portion d'un cône Droit, ou d'un cône scalene.

Premiere Disposition.

Fig. 122. Soit le quarré BNDS la projection horifontale de la trompe qu'on se propose de faire dans un angle Droit rentrant BSD. Ayant tiré la diagonale BD, on décrira sur cette ligne, comme diametre, un demi cercle BND pour ceintre primitif, qui est ici tourné de haut en bas, & l'ayant divisé en ses vouffoirs égaux aux points 1, 2, 3, 4, on menera par ces points des paralleles à l'axe SN, qui couperont la projection des faces BN, DN aux points q & Q , par lesquels on tirera d'un côté des lignes droites au sommet S, qui seront les projections des joints de lit, lesquelles couperont le diametre BD aux points P & p , desquels on élèvera des perpendiculaires au diametre, qui couperont la circonference du ceintre primitif BND aux points 1', 2', 3', 4', où seront les vraies divisions du ceintre primitif, qui deviennent inégales, comme elles doivent être pour que celles des faces soient à peu près égales, comme on va le voir sur la courbe de son ceintre que nous allons chercher. Si l'on veut que la division des têtes de l'arc de face soient parfaitement égales, il faut tracer cet arc sans égard aux divisions des vouffoirs, ensuite le diviser également, cela vaut mieux, & est moins embarrassant que les moyens du P. DERAN & de M. de la RUE, qui ne sont point géométriques, en voici la maniere :

On élèvera au point N une perpendiculaire à la diagonale SN, qui rencontrera le côté SD prolongé en b'' ; on portera la longueur Nb'' sur DN prolongée en H, où fera le sommet de la clef sur l'angle N, & l'amplitude d'une demi-parabole, qui forme le ceintre de face de chaque côté; & parce que cette amplitude NH est une ordonnée à son axe BN, & le point B le sommet de la parabole, on la décrira par le Probl. X. du 2.^e Livre.

Ou bien d'une maniere un peu differente, on divisera NH en quatre parties égales en G, K, L; par le point G de la premiere on tirera une perpendiculaire sur HB, qu'elle rencontrera en ∞ . La même ∞G prolongée jusqu'à ce qu'elle rencontre l'axe BN prolongée en y , donnera une longueur Ny égale à celle qu'il doit y avoir du sommet B au foyer F de la parabole, & au dehors de la directrice, passant en I sur l'axe NB prolongé; ainsi avec le foyer F & le point I de la directrice, on tracera autant de points qu'on voudra à la circonference de la Parabole, ou bien on la décrira par un mouvement continu, comme il est expliqué au Problème cité.

On peut aussi trouver plusieurs points de la Parabole, en tirant des paralleles à BD par les points q^3 , q^4 , de la projection des joints de

lit sur la face, lesquelles rencontreront SD prolongé aux points 4^f , 3^f , ensuite du point N pour centre, & des intervalles $N 4^f$, $N 3^f$ pour rayon, on fera des arcs de cercles, qui couperont les perpendiculaires, qui seroient élevées sur DN aux points q^3 , q^4 , ou sur leurs correspondans $q 1^e$ $Q 2^e$ en des points 1^e 2^e H, lesquels seront à la circonférence de la parabole. Remarquez que cette méthode suppose que le ceintre primitif est circulaire.

LES angles des têtes des lits seront aussi donnez en prolongeant les rayons Nb^n , $N 3^f$, $N 4^f$, si l'on veut que tous les lits tendent, & s'entrecoupent à l'axe du cône SN. Ainsi $S 4^f 8$ fera l'angle de tête des deux premiers lits, l'un à droite, l'autre à gauche, $S 3^f 7$ celui du second, ainsi du reste.

MAIS si l'on tire les joints de tête perpendiculairement aux arcs paraboliques, suivant la règle donnée au Prob. 26. page 195. du 2.^e Livre, les lits ne tendront pas à l'axe de la trompe. En ce cas je crois que la première pratique, qui est plus conforme à la bonne construction de solidité, est préférable à la régularité apparente des joints de tête.

PAR le moyen des projections des joints de lit à la doële, & la hauteur des retombées des faces, il sera aisé de trouver par les manières ordinaires les vraies longueurs de ces joints nécessaires, pour former les panneaux; & comme nous supposons le cône intrinséque-ment Droit, il n'est pas besoin de les chercher, elles sont données sur l'épure en $S 4^f$, $S 3^f$, Sb^n .

PRESENTEMENT tout est donné pour faire les panneaux de doële plate ou développée, & pour ceux des lits.

1.^o Pour ceux de doële, il n'y a qu'à former un triangle avec deux joints de lit, par exemple pour le premier avec les longueurs SD, $S 4^f$, & la corde de la face $B 1^e$; ainsi des autres.

Si au lieu des doëles plates on vouloit avoir les doëles développées, pour en former des panneaux flexibles, au lieu des cordes des arcs de face on prendroit les arcs paraboliques étendus, c'est-à-dire, rectifiez, & les rangeant de suite, comme on voit à la figure pour une moitié de b en d , on traceroit à la main ou avec une règle pliante une courbe $b 3^d 4^d d$, qui seront le développement de la face sur une surface plane, lequel pourroit se plier & s'appliquer dans la surface d'un cône Droit, dans laquelle elle détermineroit le contour de la parabole sur la demi-face plane de chaque pan; mais cette manière, qui est celle des Auteurs, n'est pas la meilleure, nous en proposerons ici après une autre plus propre à la pratique.

Si l'on fait des doëles plates, il arrive encore une autre incommodité, c'est que celle de la clef se trouve partagée en deux surfaces planes $b\ 3^d\ S$ & $b\ 2^d\ S$, qui font entr'elles un angle rentrant, à peu près égal à celui que font les deux cordes $2N$, N_3 de l'arc $2N_3$, je dis à peu près, parce qu'il est un peu plus fermé que celui du biveau, qui en est la juste mesure; c'est pourquoi nous renvoyons le Lecteur à un autre *Trait*, plus convenable à la pratique & plus general, que nous donnerons ci-après.

ON peut cependant faire usage de celui-ci, où l'on a tout ce qui est nécessaire pour tracer les voussoirs; car nous avons les panneaux de doële plate, & deux côtes de la clef, & l'on peut aussi n'en faire qu'un seul de la clef, en prenant la corde $2^i\ 3^i$ au lieu des deux cordes de la face $2^e\ H$ de droite & de gauche, avec laquelle & les deux joints de lit $S\ 3^f$, aussi de chaque côté on fera un triangle STV , *Fig. 124.* auquel, sur la même corde TV , on en ajoutera une autre pour la valeur de l'angle faillant $2^i\ N\ 3^i$, qui n'atteindra pas cependant à l'angle N ; parce qu'il passera au dessous d'une certaine quantité, qu'il faut chercher; on prendra la longueur $l\ 3^f$, de laquelle comme rayon, & d'un des points T , ou V pour centres, on fera un arc vers S , qui coupera la ligne du milieu au point c , duquel comme centre & du même rayon $l\ 3^f$, on décrira l'arc T/V , dont on portera la fleche lm en $3^f r$ sur $l\ 3^f$ de la figure 122. puis du point S par r on tirera la ligne SR ; on portera aussi la distance rR sur $S\ 2$ de M en z , & de ce point z , on tirera des lignes aux points T & V , le trapezoïde $STzV$ fera le panneau de doële plate pour la clef, dont le point z est au dessous du point b du développement, ou H de la hauteur de l'angle dans le même aplomb NH ou Nb^n du profil de l'intervale Rb^n , ce qui fait voir l'erreur du trait de M . de la Rue, qui fait passer son panneau de doële plate au sommet de l'angle faillant à la doële.

LES biveaux de tête & de doële, & de doële & de lit, se formeront de la même manière qu'à la trompe plate, chacun en particulier, par le moyen des cordes des arcs de faces prolongez, pour avoir la section de la doële plate de chaque voussoir avec l'horison.

Application du Trait sur la Pierre.

LES voussoirs de têtes unies au côté de la clef se traceront comme à la trompe plate; premierement, en posant le panneau de doële plate sur un parement, & abatan la pierre pour former la tête avec le biveau de doële & de tête; puis ayant appliqué sur ce second parement le panneau de tête, pris à l'élevation, comme $2^e\ 6\ 5\ 1^e$, on

abatra la pierre à la règle, coulant sur les arêtes de doële & de joint de tête.

Pour la clef il y faut un peu plus de façon, parce qu'elle est angulaire à deux têtes, & que le panneau de doële plate n'en touche pas les quatre angles.

AYANT dressé un parement pour servir de doële plate, on y appliquera le panneau ST₂V de la fig. 124. puis ayant tracé le trait du milieu Sz, on y appliquera le biveau de l'angle SRE, suivant lequel on fera une plumée, & afin que l'arête de l'angle ne panche ni à droite ni à gauche, on fera des points T & V pour centres des arcs dans la rigole de cette plumée, qui se croiseront en un point, par lequel & le point R on tracera une ligne, qui fera l'arête de l'angle faillant.

PAR le moyen de cette arête, & de celles des têtes de la doële zT & zV, on pourra faire les deux têtes de droite & de gauche sans biveau, en faisant couler la règle sur ces deux lignes, à mesure qu'on abatra la pierre.

LES têtes étant formées on y appliquera le panneau 2^eH de la face, posant le point 2^e sur T d'un côté & V de l'autre, & le point H sur l'arête au dessus de l'angle de la doële plate de l'intervalle Rbⁿ; dans cette situation on tracera l'arc parabolique, qui suffira pour creuser la doële sans toutes ces fausses cherches, que les Auteurs trouvent avec beaucoup de circuit, pour indiquer un faux contour circulaire, & une fausse position perpendiculaire aux doèles, auxquelles il n'y a que des arcs Elliptiques qui puissent convenir. En effet, pour creuser la doële il n'y a qu'à abattre la pierre à la règle, appuyée d'un côté sur la pointe S, si on l'a, ou sur l'arc du trompillon, fait comme nous l'avons dit pour la trompe Droite circulaire, & de l'autre sur l'arc parabolique, observant seulement que cette règle soit toujours dirigée d'un côté au sommet S, ou posée sur des parties proportionnelles de la largeur de la tête & du trompillon; comme nous l'avons dit dans l'introduction à la formation des surfaces, ce qui retranche de fausses & inutiles cerches.

Si cependant on en vouloit user pour plus grande sûreté, on peut poser la cerche d'un arc de ceintre primitif, incliné suivant l'angle aigu CDS, ou son supplément CDbⁿ, contre lequel on appuyera la cerche, observant qu'une branche tende au sommet, & que l'autre soit bornoyée par l'arête du milieu de la tête, ce que je dis seulement pour la clef, car cette vérification est inutile pour les autres voussours.

Je n'ai rien à ajouter pour la coupe des lits, puisqu'on a les joints

de tête & les joints de lit donnez pour diriger la règle, suivant laquelle on doit abatre la pierre.

Seconde Espece ,

Trompe sur le Coin, Droite, surbaissée ou surhaussée.

ON ne peut faire cette espece de trompe aussi facilement que la premiere, ni en varier le *Trait*, en se choisissant un ceintre primitif au dedans ou aux faces sans y trouver quelques difficultez, qui ont induit en erreur le P. DERAN & DESCHALES, & M. de la RUE, page 151. Ces Auteurs on cru qu'on pouvoit prendre à volonté, pour ceintre primitif aux faces une courbe quelconque surbaissée ou surhaussée, & même circulaire; c'est une erreur qu'il est bon de démontrer.

IL est certain qu'une doële doit être uniforme sans plis ni jarrêts; or celle d'une voute sur le coin, dont les faces sont de toute autre courbe que d'une parabole, fait un angle faillant ou rentrant tout au long de la doële, au milieu de la clef; par conséquent l'on ne doit faire ces ceintres ni en portions de cercles, ni d'Ellipses.

POUR prouver la mineure, je n'ai qu'à démontrer que la doële des Auteurs citez est un composé de deux quarts de cônes égaux; mais tournez en sens contraire, comme on voit à la figure 80. du premier Livre Planche 7. dont l'angle du sommet est plus petit que BSD.

Fig. 123. SUPPOSONS premierement [Fig. 123] que le quarré BSDN est le plan horifontal de la trompe Droite surbaissée, si l'on prolonge les faces BN, DN, enforte que NB soit égal à NB, & Nd, égal à Nd il est clair que cette ligne Bb ou Dd sera le diametre entier du ceintre de face, s'il est en quart de cercle ou en quart d'Ellipse; & par conséquent que si l'on tire des points *b* & *d* au sommet S au fond de la trompe, on aura deux demi-cônes BS*b*, BS*d* égaux & tournez en sens contraire, dont l'angle du sommet S commun à tous les deux, est moindre que celui des piedroits de la trompe BSD de la quantité BSe ou DSE.

D'ou il suit que la section BD perpendiculaire à l'axe SN est un composé de deux demi-Ellipses, dont les diametres sont les parties Bg & DG, qui sont divisées inégalement par le point *m*; mais les plus grandes ordonnées de ces Ellipses, qui sont leur plus grande hauteur sur l'horifon, sont au milieu de ces diametres; d'où il suit que l'ordonnée commune aux deux Ellipses en *m* est plus petite que celles qui sont au milieu; par conséquent le point de la doële qui est aplomb au dessus du point *m* est plus bas que ceux des côtez, ainsi la surface de la doële s'y abaisse, & fait une arête en *contrebas*, suivant le terme de l'Art, ce qu'il falloit démontrer.

Si l'on faisoit les ceintres des faces de portions d'Ellipses moindres que le quart, l'arête de jarret deviendrait un peu moins sensible; mais si petites qu'on les fasse, l'erreur subsistera toujours; parce qu'on pourra toujours déterminer la longueur du diamètre de cette portion d'Ellipse, qui sera toujours finie, & l'axe de la Parabole est infini.

Il est donc évident que si l'on veut faire une trompe Droite sur le coin surhaussée ou surbaissée, il faut faire le ceintre primitif sur BD en portion d'Ellipse sur son grand ou sur son petit axe; puis ayant trouvé par le profil la hauteur que ce ceintre donne à l'angle saillant en NH, on décrira les ceintres de face paraboliques de la même manière, que si la trompe étoit portion d'un cône Droit sur une base circulaire, dont nous venons de parler.

Si au contraire, on veut prendre pour ceintre primitif les arcs de faces, on se donnera telle hauteur NH qu'on jugera à propos, avec laquelle, le sommet B ou D, & l'axe BN ou DN, on tracera la Parabole, par le Probl. X. du 2.^e Livre, & l'on continuera le trait comme au précédent, sans aucun changement que celui des mesures & des profils, qu'on ne pourra pas prendre sur l'imposte, comme à ce Trait; mais qu'on fera chacun en particulier, comme aux trompes biaises précédentes; ce qui est assez facile à concevoir sans qu'il soit nécessaire d'en répéter la pratique.

Troisième Espece.

Trompe sur le Coin Biaise.

Les Auteurs citez sont tombez dans ce Trait dans les mêmes erreurs qu'au précédent, prenant pour ceintre primitif des arcs des faces circulaires ou Elliptiques, & n'ont parlé que de la trompe biaise, dont le plan horizontal est un parallélograme, comme FSDn, auquel cas *Fig. 123.* les faces sont toujours nécessairement des demi-paraboles; quoique le ceintre primitif formé sur FD soit circulaire ou Elliptique, c'est-à-dire, que le cône, dont la trompe est une portion, soit de sa nature Droit ou scalene, ce qui est incontestable.

La construction de ce cas n'ayant rien de différent de la précédente, que l'inégalité des axes des paraboles des faces, ne demande pas qu'on en fasse une description particulière.

Nous choisirons pour exemple de la trompe biaise, celle dont les faces & les piedroits sont inégaux, dont la projection horizontale est un trapeze, comme FNES.

Fig. 125.

M. de la RUE prend pour ceintre primitif la section verticale sur la diagonale FE; cette construction est bonne, mais il en peut arriver une difformité, si les faces étoient fort inégales, en ce que le ceintre secondaire, Elliptique sur une des faces, pourroit devenir une portion d'Ellipse, plus grande que le quart, de sorte que l'angle faillant ne feroit pas au sommet de la face, mais au dessous en *contrebas*.

POUR éviter cet inconvenient, il faut faire en sorte que l'axe du cône soit toujours dans la diagonale SN, ou du moins que le centre du ceintre primitif de section verticale soit toujours dans cette diagonale. S'il n'est pas circulaire, il faut donc *chercher la section circulaire d'un cône scalene, dont on a les côtes & l'axe donné.*

PAR un point C pris à volonté sur l'axe SN, on menera CA parallèle au piedroit ES, laquelle rencontrera l'autre BS en A. On portera la longueur AS en AB, pour avoir le point B, par lequel & par le point C on tirera BCD, qui rencontrera SE au point D, la ligne BD sera le diamètre du ceintre primitif, circulaire ou Elliptique, qui sert à régler le contour de la doële, à peu près comme l'arc-Droit dans les voutes cylindriques.

PRESENTEMENT pour former les ceintres de face, qui sont differens, à cause de la difference de leur obliquité à l'égard de l'axe SN; on menera par le point N une parallèle à BD, qui rencontrera les piedroits prolongez en f & G, la moitié NG fera la hauteur de l'angle faillant, si le ceintre primitif est circulaire, laquelle NG fera une ordonnée commune aux deux courbes des ceintres de face de la droite & de la gauche, par le moyen de laquelle, des points B ou E pris pour sommet avec le diamètre de la courbe, qu'on trouvera en prolongeant FN ou EN jusqu'à ce qu'il rencontre le piedroit opposé prolongé, qui ne peut le rencontrer dans cette figure que au-dehors de la planche, on décrira par le Probl. 4. du 2.^e Livre la portion d'Ellipse, qui est le ceintre de l'arc de face à chaque côté.

Le ceintre primitif BHD, & ceux des faces étant donnez ou en quart d'Ellipses, ou en demi-paraboles, il est au choix de l'Architecte de faire les divisions des voussoirs où il le juge à propos, pour la régularité de la doële ou des faces, étant clair, comme nous l'avons dit ci-devant, que les obliqueitez laissent toujours de leurs traces, ou sur la doële ou sur la face; on ne peut les cacher par-tout; si on divise la face en parties égales, les doèles deviennent inégales dans les distances transversales, & si celles-ci sont égales, celles des faces deviennent très inégales entr'elles; de quelque maniere qu'on les fasse, il suffit qu'on ait les projections de lit pour en trouver les valeurs, avec lesquelles on forme les panneaux de lit & de doële. Si

Si les divisions ont été faites sur les arcs de face, on en aura les hauteurs $1^{\circ}Q$, $2^{\circ}q$, P_3 , p_4 , lesquelles étant posées à angle Droit sur les projections SQ , Sq , &c. les hypoténuses Sf^1 , Sf^2 , &c. feront les vraies longueurs des joints de lit.

Si les divisions ont été faites sur le ceintre primitif de section transversale BD , comme aux points 1° , 2° , 3° , 4° , on fera des triangles rectangles avec les jambes Sr^1 , Sr^2 & $1^{\circ}r^1$, $2^{\circ}r^2$, dont l'hypoténuse fera la longueur du joint de lit jusqu'au ceintre primitif; mais comme ce ceintre est ici partie au-dehors de la trompe en r^1 & de la longueur r^1u , & partie au-dedans, comme en Vr^2 , il faut prolonger la base du profil dans ce dernier de la longueur Vr^2 , & en retrancher en premier la longueur r^1u , & par les points u & V tirer des perpendiculaires à la projection, qui rencontreront les hypoténuses prolongées ou raccourcies en des points y, y , qui détermineront la juste valeur des joints de lit.

LORSQUE le ceintre primitif des sections transversales est circulaire, on peut trouver les mêmes hauteurs de retombées d'une autre maniere.

ON menera par les points trouvez u & V , où les projections des joints de lit coupent le demi-diametre FN de la face, des parallèles à BD , qui couperont les côtes SB , SD , prolongez en i & I , k & K ; puis on cherchera des moyennes proportionnelles entre les parties $i u$, $u I$, & $k V$, $V K$ qui seront les hauteurs des retombées qu'on demande; ainsi ayant élevé des perpendiculaires indéfinies ux^1 , Vx^2 sur $i I$ & $k K$, des points n & g milieux de ces lignes, & de leurs moitiés pour rayons, on décrira des arcs de cercles, qui couperont les perpendiculaires à ces lignes en des points x^1 , x^2 , qui détermineront les hauteurs des retombées ux^1 , Vx^2 qu'on cherche.

Explication Démonstrative.

LES trompes sur le coin, dont nous parlons, ne sont autre chose, que des cônes coupez par deux plans, dont les intersections doivent se trouver dans la partie la plus élevée au milieu de la clef, afin que l'arc de face d'un côté ne paroisse pas retomber sans apuis. Cela supposé, il est clair, que si ces plans, qui forment les faces, sont parallèles aux impostes de la naissance de la trompe, ils formeront des arcs de Parabole, comme dans la trompe Droite circulaire, soit qu'elles soient inégales, ce qui arrive lorsque les angles des piedroits & celui du coin sont Droits, comme aux figures 122. 123. mais si l'angle du coin étoit aigu, ces arcs de face deviendroient des portions d'hyperboles, dont nous n'avons pas fait mention; parce que dans ce cas la trompe

pe poufferoit trop au vuide ; ainsi elle ne pourroit subsister que difficilement ; alors il faut émousser l'angle d'encognure , & faire une trompe à Pans.

Si au contraire l'angle d'encognure est obtus , comme à la figure 125. il est clair que les plans des faces , étant prolongez , rencontreront les côtes SE & SF, à quelque distance du sommet & feront des Ellipses, à moins qu'une des deux faces ne fût parallèle au côté opposé : en un mot les ceintres des faces suivront la nature des sections des cônes, ce qui ne souffre point de difficulté, il n'y a qu'à considérer chaque face comme celle d'une trompe biaise incomplete.

Il nous reste seulement à rendre raison de la pratique que nous avons donné pour trouver une section transversale , dans laquelle le point N soit le milieu de son diamètre.

Puisque par la construction $AB = AS$, & AC parallèle à SD, qui coupe l'axe donné SN au point C, on aura $BA : BS :: BC : BD$; mais $BA = \frac{1}{2} BS$; donc $BC = \frac{1}{2} BD$; par conséquent le demi cercle BHD est la base du cône scalene , dont SN est l'axe donné.

Si cette ligne SN n'est pas donnée pour l'axe , elle fera au moins donnée pour la projection d'un plan vertical , passant par l'axe commun aux deux quarts d'Ellipses de face FM & EN , & à une section transversale inconnue , mais dont le point N devant être le milieu , elle se trouve déterminée de position par cette circonstance ; ainsi ayant trouvé une section semblable où l'on voudra , comme en BD , il n'y a qu'à lui mener par le point donné N une parallèle Gf , dont le demi-axe NM peut être pris à volonté pour former un ceintre surhaussé & surbaissé ; lequel déterminera la hauteur de l'angle , & par conséquent les demi-axes verticaux des ceintres de chaque face , s'ils sont des quarts d'Ellipses , ou l'amplitude des arcs paraboliques , si les faces sont parallèles aux impostes.

Sixième Cas ,

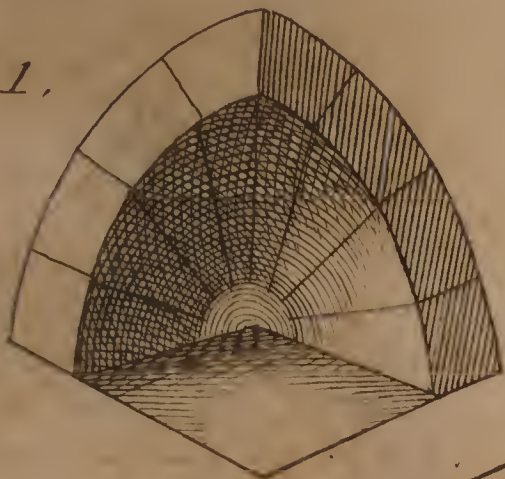
Des Trompes de face en Polygones.

En Termes de l'Art.

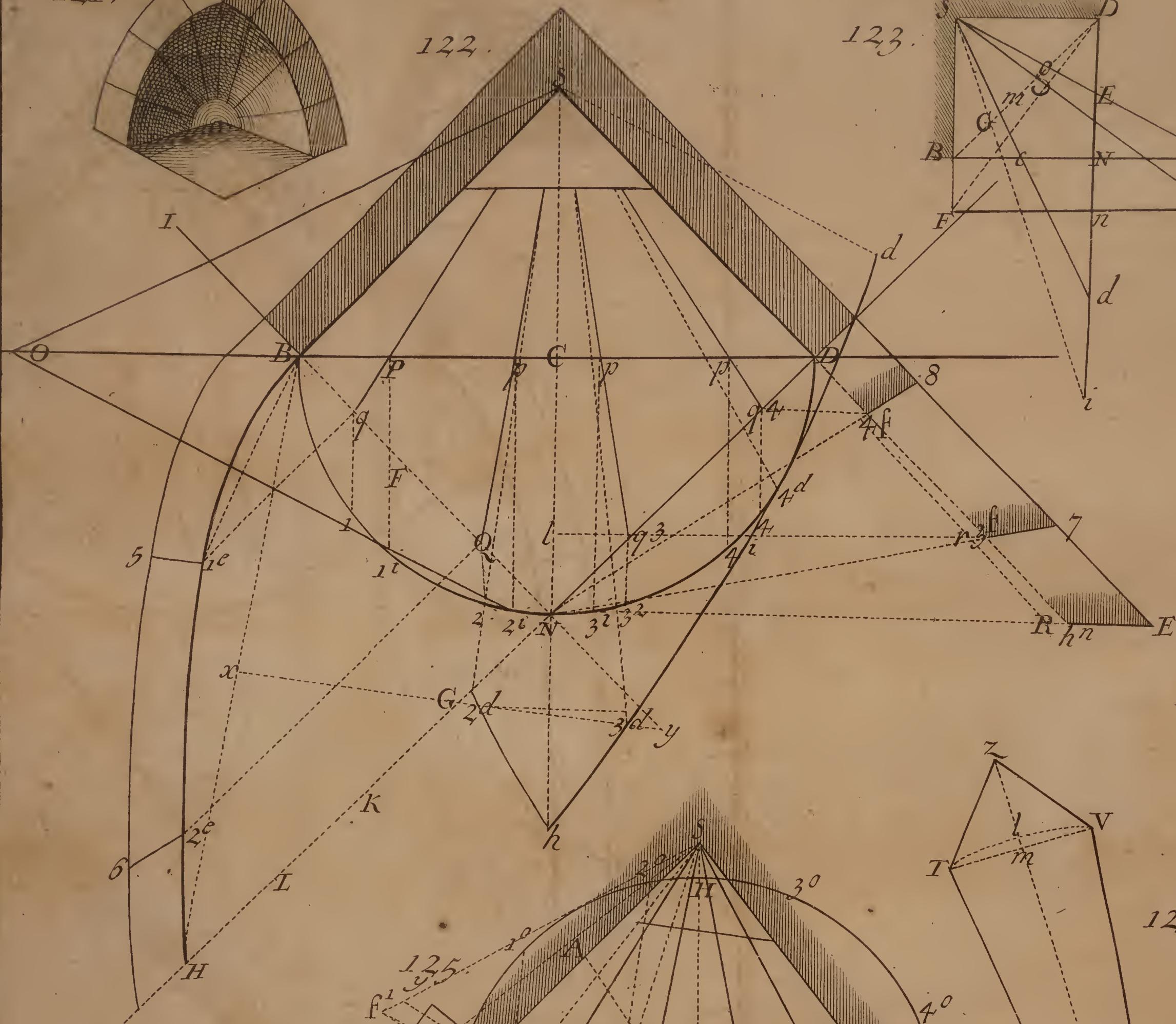
Des Trompes à Pans.

LORSQU'UN angle d'encognure est trop aigu , ou qu'il est vû selon sa diagonale , il le faut émousser par un pan qui change la face angu-

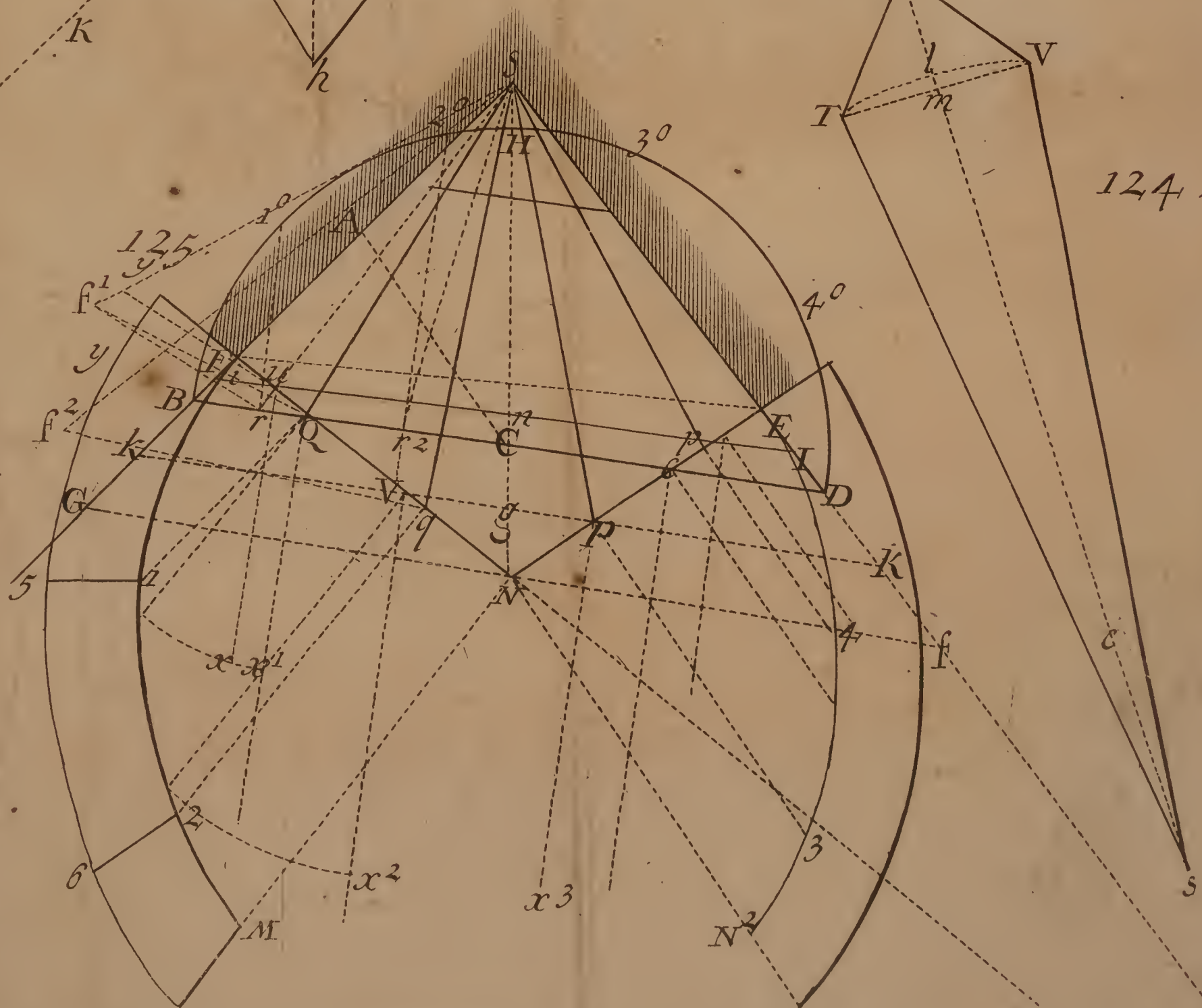
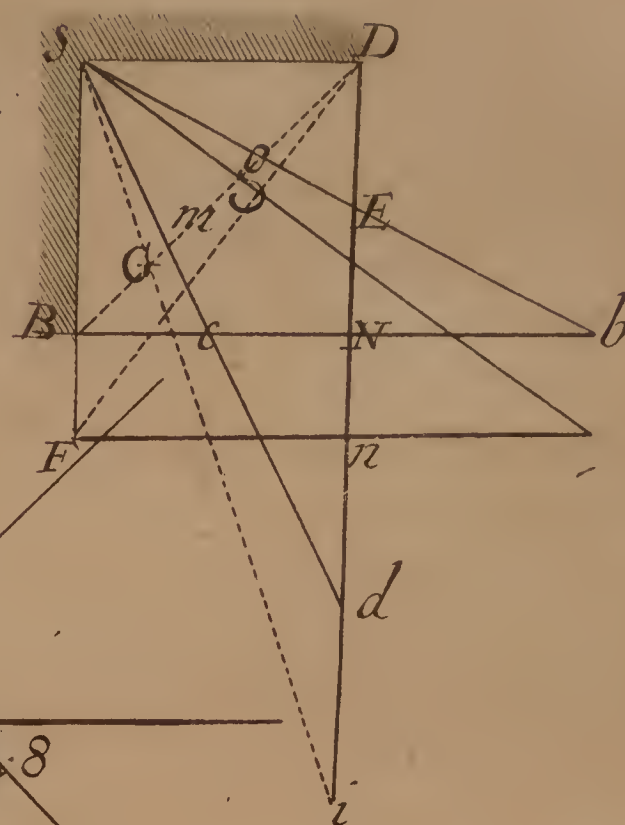
121.



122.



123.



124.

laire d'un carré en la moitié d'un exagone, comme on voit en per- PLAN. 48.
spective à la fig. 126. & en projection à la fig. 127. où ASB est cel- Fig. 127.
le de l'angle de la trompe, & ADEB celle de la face.

Si l'on prolonge les côtes SA & SB en a & b , & la face DE, on aura la projection d'un demi-cône Droit aSb , qui comprend toute la trompe; & parce que les côtes DA & EB de ses faces ne sont pas parallèles aux piedroits AS, BS, comme à la trompe sur le coin, mais qu'ils concourent chacun avec l'opposé au delà du sommet S, on reconnoîtra que les plans des faces coupant ainsi le cône, y font des sections en portion d'hyperboles, dont les sommets sont dans le plan horizontal en A & en B, & la face DE, qui est une portion de la base du cône, fera un arc de cercle. Cela supposé.

On fera sur AB pris pour diamètre du ceintre primitif, un demi-cercle AHB, qu'on divisera en ses voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, &c. par lesquels on tirera des lignes perpendiculaires à AB, qui couperont les faces aux points n^1 , n^2 , n^3 , n^4 , &c. par lesquels on tirera des lignes du point S, qui donneront les projections des joints de lit Sn^1 , Sn^2 , Sn^3 , &c. Supposant que l'on veuille mettre quelque espèce d'égalité de division des voussoirs aux têtes des faces; car si l'on veut que la doële soit divisée également dans sa section transversale AB, il faut tirer les projections du point S par les points P & p , qui couperont les faces aux points x & x , où elles donneront des largeurs de tête d'autant plus inégales, qu'elles s'éloigneront du point S, sommet du cône.

Les projections des joints de lit étant données avec les hauteurs de leurs divisions au ceintre primitif P_1 , p_2 , on cherchera leur longueur par des profils pour chacun, comme nous l'avons dit pour la trompe biaise sur le coin, & les hauteurs de chaque division sur la face pour en former le ceintre.

PAR exemple pour le premier SPx^1 , on portera P_1 en Pf^1 perpendiculairement sur PS, & ayant tiré Sf^1 prolongé vers Y, on menera par x^1 une parallèle à Pf^1 , qui coupera le profil en Y, la ligne x^1Y sera la hauteur de la division de la tête du premier voussoir sur l'arête de la doële; par conséquent cette hauteur étant portée en xy , perpendiculairement sur AD, donnera un point y au contour du ceintre hyperbolique, ainsi des autres; ce qui est general pour toutes sortes de ceintres primitifs de section transversale, soit circulaire, soit surhaussé ou surbaissé.

Si le ceintre est circulaire, il n'y a qu'à mener des parallèles à son

diametre AB, par tous les points des projections n^1 , n^2 de section des faces, comme Gg par n^1 , qui coupera les côtez Sa en g, & Sb en G, & prendre la moyenne proportionnelle entre gn^1 & n^1G ; cette ligne fera une ordonnée de l'hyperbole Ayd, qui est le ceintre des deux premiers pans de la face à droite & à gauche, lequel ceintre fera tracé comme nous l'avons dit ailleurs, par plusieurs points avec une règle pliante.

Ces moyennes proportionnelles se trouvent, comme il a été dit au Trait précédent, en élevant une perpendiculaire sur gG au point n^1 , comme n^1z ; puis du point C pour centre, & la moitié de gG pour rayon, on fera un arc qui coupera la perpendiculaire n^1z au point z, la ligne n^1z fera celle qu'on cherche, pour faire le ceintre des faces hyperboliques.

A l'égard de la partie de face du milieu sur DE, il ne s'agit que de faire un arc de cercle d^e , du point m pour centre, & pour rayon ma, ce qui est tout simple.

Le reste des opérations de ce Trait sont les mêmes que pour les trompes sur le coin, tant pour former les panneaux de lit que de doële, il n'y a de différence qu'aux vouffoirs, qui ont des têtes angulaires, comme en D & E, qu'on peut faire comme une partie de trompe Droite, & recouper les retours obliques Dn^2 , En^1 avec le biveau de l'angle DEB, posé horifontalement, ou, ce qui est encore mieux, par la méthode que nous allons expliquer à la figure 130.

La disposition la plus naturelle & la meilleure pour la solidité des trompes sur le coin & en pans, dont le ceintre primitif est circulaire, & perpendiculaire à l'axe, est de suivre la direction des lits qui tendent à cet axe; mais à cause qu'elle donne des fausses coupes de tête sur les arcs hyperboliques des premiers pans, on peut les faire suivant les règles perpendiculaires à la tangente de l'hyperbole au point de division, par le Problème 27. page 197. du 2.^e Livre, ou bien d'une maniere plus facile.

On fera une demi-hyperbole, semblable à la précédente Ayd, à telle distance AR du point A de la doële qu'on jugera à propos pour l'épaisseur de la voute, ensuite du point D on tirera, par les divisions du premier arc, Ayd, prises à volonté, ou données aux joints de têtes 1^e , 2^e , les lignes $D1^e 5^e$, $D2^e 6^e$, & par le point R on tirera des lignes paralleles aux cordes des têtes, qui rencontreront les lignes tirées du point D en des points $5^e 6^e$, qui feront au contour de l'ex-trados, par lesquels & ceux de la doële on tirera les joints de tête;

ainsi la ligne R_5^c , parallèle à la corde A_1^c , coupant celle qui est tirée du point D par 1^c , donnera le joint de tête $1^c 5^c$, & la parallèle à la corde $1^c d$ par le point 5^c , donnera le point X.

IL est assez inutile de tracer ces joints de têtes; puisque les biveaux de lit & de doële les donnent naturellement dans l'opération de la taille.

A l'égard de ceux de la partie de face du milieu, dont DE est la projection, & dont nous avons tracé l'élevation en $d^c b^1 e$, il est clair que ses joints de tête, s'il y en avoit, feroient tirez du centre m , pris sur l'axe SH, & la ligne DE, puisqu'elle est une portion d'une base circulaire de cône Droit.

LES hauteurs de l'élevation correspondantes aux divisions des joints de lit étant données, il sera facile de trouver les véritables longueurs des joints de lit Sn^1 , Sn^2 , puisqu'elles sont, comme dans les autres trompes, les hypoténuses des triangles rectangles, formez par les hauteurs $n^1 1^c$ & $n^2 2^c$, & les projections Sn^1 , Sn^2 .

LES panneaux de doële feront ainsi donnez, puisqu'on connoît leurs trois côtez; sçavoir, deux lits de joint & les cordes de l'arc hyperbolique de la face Ayd , compris entre les divisions $1^c 2^c$, $A 1^c$.

2.° LES panneaux de lit feront aussi des trapezes, dont les quatre côtez sont donnez, & les angles de tête se trouveront par le profil, comme ci-devant.

3.° LES panneaux de tête sont aussi donnez à l'arc de face.

4.° LES biveaux de lit & de doèles se trouveront en cherchant la section de la doële avec l'horison, par le prolongement d'une corde de l'arc hyperbolique A_1^c , pour le premier vouffoir, $1^c 2^c$ pour le second, jusqu'à la rencontre de l'axe horizontal DA de l'hyperbole prolongé en O.

5.° LES biveaux de tête & de doële se feront aussi sur les mêmes principes, comme il a été dit ci-devant pour la Trompe plate, & au Problème 14. du 3.° Livre.

MANIERE GENERALE,

De faire toutes sortes de Voutes & Trompes coniques de faces angulaires à deux ou plusieurs Pans, sans connoître les Courbes des Arcs de face de chaque Pan, supposant un ceintre de face circulaire.

QUOIQUE nous ayons donné ci-devant les constructions fort aisées pour tracer les arcs d'Ellipses, de Paraboles & d'hyperboles, des faces des trom-

pes à pans nous pouvons montrer, qu'on peut parvenir à former les mêmes figures par une espece de hazard, sans les connoître, en commençant par inscrire chaque vouffoir dans une portion de cône Droit, dont on retranche ensuite ce qui excède le vouffoir inscrit.

Fig. 129. Soit [*Fig. 129.*] une trompe à Pans dans l'angle ASB, dont la projection horisontale de sa face est à quatre pans, qui font la moitié d'un octogone AEDFB. Du point C, milieu de AB, ayant décrit un demi-cercle ADB, on le divisera en ses vouffoirs, non pas également, à cause qu'il en résulte trop d'inégalité aux têtes des faces, comme nous l'avons fait remarquer à la trompe sur le coin, mais inégalement, ou par le moyen que nous avons proposé dans ce Trait, qui est de prendre les intersections Gg des aplombs des divisions égales avec la corde AD, ou sans autre égard qu'aux divisions arbitraires des pans AE, ED, DF, FE, comme dans cet exemple, les projections des joints de lit S_1^i , S_2^i , S_3^i , S_4^i .

AYANT prolongé le côté SA vers d , on menera par tous les points des divisions des lits 1^i , 2^i , 3^i , 4^i , & par les angles du polygone E, D, F des perpendiculaires à l'axe ou *Trait milieu* SD, qui le couperont aux points c^1 , c^e , c^2 D, & le côté SA prolongé aux points K e I d.

DES points c^1 , c^e , c^2 D comme centres, & pour rayons les longueurs c^1 K, c^e e, c^2 I, Dd, on décrira les arcs de cercles Kk, eh^2 , IH, dS; ce dernier est tourné en haut, faute de place au bas de la planche.

ON placera aussi à volonté le diametre ab du trompillon, sur lequel on décrira le demi-cercle abb , & par tous les points 1^i , 2^i , 3^i , 4^i , où les projections des joints de lit coupent le diametre ab , on élèvera des perpendiculaires au diametre, qui couperont le demi-cercle abb aux points n , o , 3 , 4 .

CETTE préparation étant faite, supposons qu'on' veuille tracer le second vouffoir, dont la projection horisontale est le quadrilatere S_1^i E 2^i , on prolongera S_1^i jusqu'en L où elle rencontre la ligne Ic^2 , & par ce point L on élèvera sur Ic^2 une perpendiculaire LN, qui rencontrera l'arc IH au point N; on prolongera de même la ligne SE en u , & par les points u & 2^i on élèvera aussi des perpendiculaires uV , 2^i O; cette dernière rencontrera l'arc IH en O, par où on tirera la corde NO, laquelle coupera la ligne uV au point V.

PRESENTEMENT il faut chercher par des profils la valeur des lignes dont on n'a que la projection horisontale, & les hauteurs des aplombs.

ON portera SL de la figure 129. en SL de la figure 131. & faisant

LN perpendiculaire sur cette ligne, & égale à LN de la fig. 129. on tirera SN, qui fera la valeur de la projection SL; on portera aussi sur SL du profil les longueurs Sr' , Sr' du plan horizontal, & ayant élevé aux points $r'i$ des perpendiculaires, qui couperont SN aux points n, x , la longueur nx fera la valeur du côté du vouffoir, depuis le trompillon jusqu'à la face.

PAR de semblables profils on tracera la valeur de la ligne zE de la projection en zy du profil, & la valeur du second joint de lit $2', 2'$ en Oo du profil [Fig. 131.]

Avec ces longueurs trouvées on pourra tracer le panneau de doële plate, comme il suit.

ON tracera à part [Fig. 130.] une ligne $1'2$ égale à la corde NO de la figure 129. du milieu de laquelle m , on portera de part & d'autre les moitiés de la corde no du ceintre du trompillon, en mn & mo de la figure 130. puis ayant tiré par les points $1, m, 2$ des perpendiculaires indéfinies à la ligne 12 ; des points n & o pour centres & pour rayon la longueur du côté SI de la figure 129. on fera deux arcs, qui couperont les lignes $1N, 2O$ aux points N & O , le trapeze $nNOo$ fera la doële plate d'une trompe Droite, qui auroit pour base Ic' , laquelle excède le vouffoir à pans d'une quantité, dont la projection est le quadriligne $1'L 2'E 1'$, dont les valeurs de tous les côtes sont connues; ainsi pour représenter la doële par dessous, ce qui met la droite à la gauche, on portera nx , du profil de la figure 131. en ox de la figure 130. la ligne NV de la figure 129. en NV de la figure 130. pour tirer Vm , sur laquelle on portera la longueur zy du profil 131 en my de la figure 130. & par les points Ny, x on menera les lignes droites Ny, yx , qui formeront la tête angulaire de la doële plate $nNyxo$, dont il falloit trouver le figure & l'étendue.

IL ne reste plus à trouver pour pouvoir tracer & tailler le pierre, que les biveaux de lit & de doële, & de doële & de tête par les manières générales.

LES biveaux de lit & de doële se trouveront comme si la trompe étoit Droite sur une face supposée ADB, quoique ce n'en soit pas une dans cette trompe, mais une section perpendiculaire à l'axe.

AYANT prolongé la corde de l'arc de la division, qui est pour le second vouffoir $1'', 2''$, ou son égale de l'autre côté $3'' 4''$, jusqu'à ce qu'elle rencontre la ligne AB prolongée en R, la ligne SR fera la section de la doële avec l'horison, avec laquelle on cherchera l'angle de lit & de doële, comme à la trompe droite circulaire.

LE même biveau peut se trouver par le moyen de la section verticale, où est la tête du trompillon abb , en prolongeant la corde on , ou son égale, correspondante de l'autre côté de la clef, jusqu'à la rencontre du diamètre ab , prolongée de part & d'autre en r , ou seulement en tirant par le point t la ligne tq parallèle à no , ou $4V$ parallèle à BA ; mais alors au lieu de prendre toute la hauteur 2^o , on ne peut prendre que son excès au dessus du point n , par où il est censé qu'on fait passer le plan horizontal, au lieu que dans la précédente operation on les suppose passer par l'axe du cône, ce qui ne change rien à la construction du Problème general.

ON cherchera aussi par le même Probleme les biveaux de tête & de doële, tant pour la tête inférieure du trompillon que pour celles qui sont à pans sur la face angulaire. On peut revoir là-dessus l'application de cette pratique à la *Trompe plate*, page 80.

PAR le moyen de ces biveaux on se passera de panneaux de lit.

Application du Trait sur la Pierre.

AYANT dressé un parement pour y appliquer le panneau de doële plate de la fig. 130. on en tracera le contour $NnoO$, & l'on abattra la pierre avec les biveaux de doële & de tête NO & no droites, comme si la trompe étoit droite sur une face, dont 1^o 2^o & 1^c feroit la projection, sans égard à ce qu'elle doit renfermer des têtes biaises, brisées en différentes directions Ny , yx .

SUR les paremens dressez pour ces deux têtes de face supposée, & du trompillon, on appliquera les cerches ou panneaux des arcs NO & no de la figure 129. pour en tracer le contour & creuser la doële à la règle, comme nous l'avons dit pour la formation des surfaces coniques page 21.

ON abattra ensuite la pierre suivant les côtes Nn , Oo de la figure 130. avec le biveau de lit & de doële, & l'on aura un vouffoir de trompe conique droite achevée, duquel il faut retrancher la partie excédente $NOxyN$ de la figure proposée, par le moyen des biveaux de tête & de doële plate; mais comme la doële plate est enlevée, puisque nous supposons que la pierre est déjà creusée, il faut découper le premier panneau $NOon$ suivant le contour Nyx des faces de la tête, pour l'appliquer en cet état sur les arêtes de la doële & des joints de lit Nn , oo ; puis prenant le biveau de doële plate & de tête, on appuyera une de ses branches sur le panneau quarrément à chaque ligne yx & yN , à laquelle il convient, & l'on abattra la pierre suivant l'autre branche; ainsi faisant une surface plane à la règle, suivant les repaires ou plumées qu'aura

qu'aura donné le biveau, on coupera la surface conique sur la face x en Hyperbole, & la face y N en arc Elliptique sans connoître la courbe que l'on fait par cette section; *ce qui étoit proposé à faire.*

Nous avons supposé que la doële étoit une portion d'un Cône Droit circulaire; mais si le ceintre primitif étoit surbaissé ou surhaussé, la construction deviendrait un peu plus composée, en ce que à chaque tête de Cône Droit sur base Elliptique, il faudroit décrire pour ceintre de face des arcs Elliptiques, semblables au ceintre primitif, sur des Axes agrandis, au lieu que ces bases de supposition étoient ici toutes des quarts de cercles. Cependant le fond de la construction subsistera toujours de la même manière, à cela près.

C O R O L L A I R E.

Des Trompes de faces onnées, dont les impostes sont de niveau, ou rampantes, comme celle d'Anet.

Si l'on avoit une Trompe à faire, dont la face ne fut pas rectiligne, composée de surfaces planes; mais courbe, onnée & même rampante comme la fameuse Trompe du Château d'Anet, on pourroit l'exécuter par la manière dont nous parlons ici.

Soit, par exemple, la projection d'une face, le contour onné DGFKB; Fig. 129. il faudra lui circonscrire un Polygone d'autant de côtes que l'on voudra, en Angles saillans & rentrans, qui coupent & touchent alternativement les parties concaves & les convexes, multipliant le nombre de ces côtes plus ou moins selon qu'on voudra approcher de la courbure, puis ayant fait par ce problème les faces à pans, on les arondira facilement par le moyen des cerches formées sur la projection horizontale, & appliquées ensuite perpendiculairement aux Arêtes saillantes, & aux Angles rentrans que formeront entre eux les plans des faces angulaires à leur intersection. Ainsi on peut se passer des Traits que Philibert Delorme inventeur de la Trompe d'Anet, & après lui tous les Auteurs de la Coupe des pierres, ont donné, & assez ingénieusement imaginé, avec quelques modifications, pour avoir le développement du contour de la doële.

Explication Démonstrative.

Si l'on relève par la pensée les demi-cercles abb , ADB, & les quarts de cercle Kk, IH, &c. perpendiculairement au plan horizontal ASB, on reconnoîtra que ce sont autant de sections d'un cône Droit sur une base circulaire, lesquelles passent par les extrémités des côtes de la Trompe à pans au dessus de leur projection; par ce moyen l'on trouve les vraies

longueurs de ces côtez dans la surface du Cône, lesquelles marquent les termes par où doivent passer les plans des faces verticales de la Trompe, dont les biveaux donnent la position, à l'égard d'une doële plate supposée dans chaque vouffoir; ce qui est trop clair pour mériter qu'on entre dans le détail de cette construction, qui se trouve déjà expliquée dans celle des précédentes à pans & sur le cône.

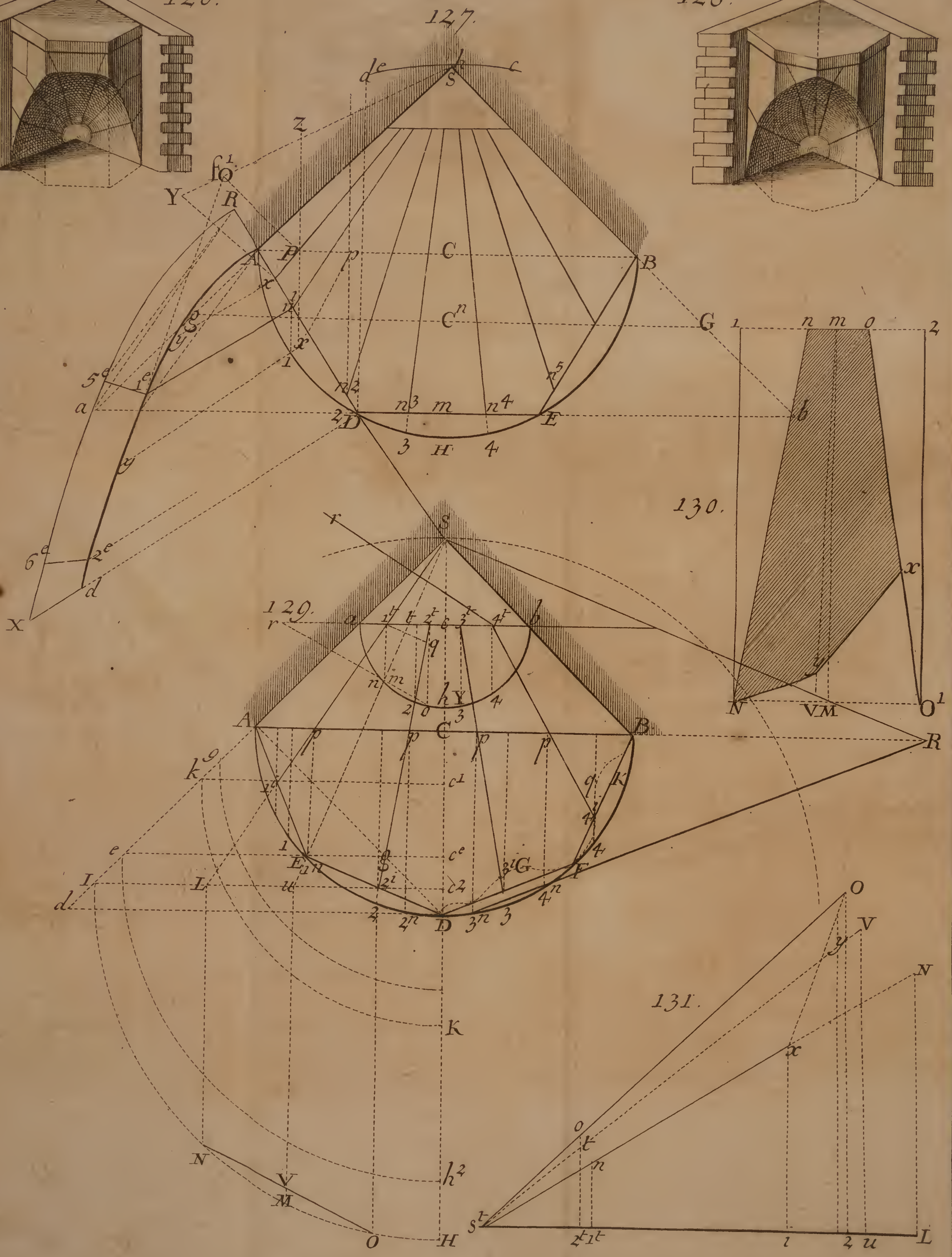
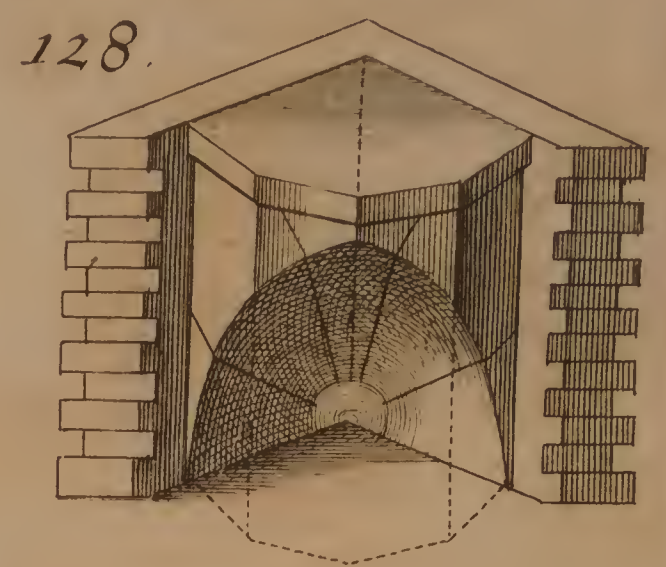
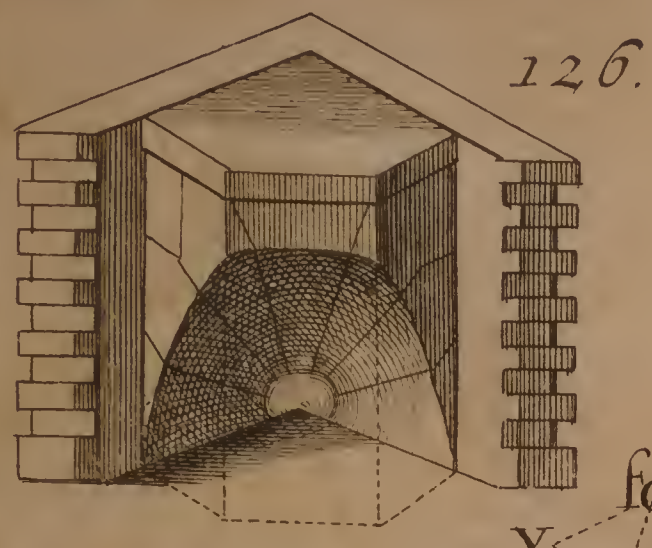
DES VOUTES CONIQUES, dont les lits sont des Sections Obliques à leurs Axes.

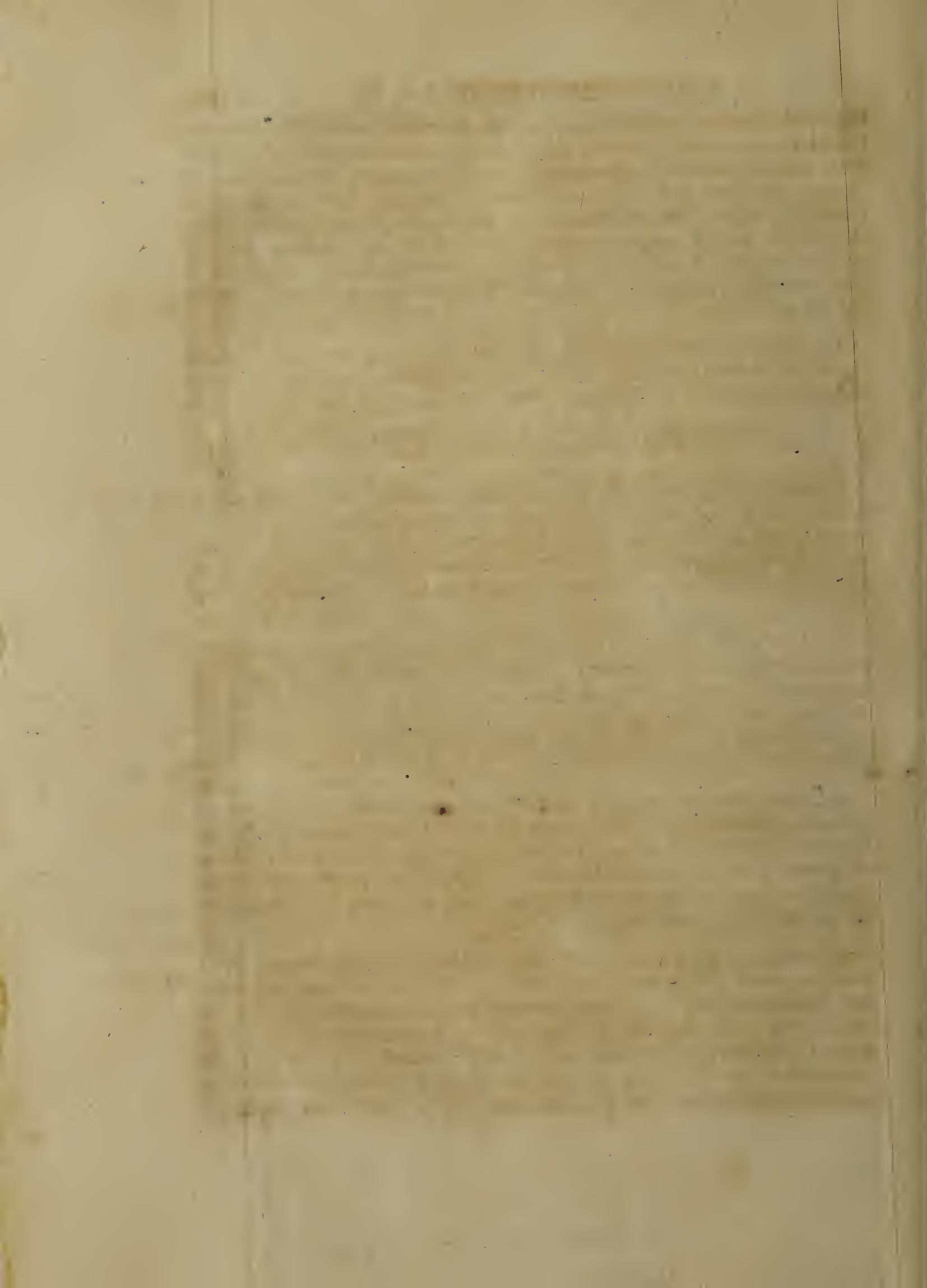
Jusqu'ici nous avons toujours supposé que les lits devoient être des sections d'un plan passant par l'Axe du cône, où les directions de tous les lits doivent se croiser, ou du moins par le sommet du cône, & perpendiculairement aux tangentes des points de divisions de la base, & c'est en effet la seule bonne construction & la plus commode, en ce qu'elle fait les panneaux de lit rectilignes, par la raison qu'on sçait que la section d'un cône par son sommet est un triangle, lequel s'il passe par l'Axe, coupe ce corps en deux parties égales.

CEPENDANT il a plu aux Architectes de faire des Voutes dont les joins de lit ne sont pas dans un triangle par l'Axe, ni même par le sommet; mais dans un plan qui coupe l'Axe, telle est cette conique tronquée qu'on appelle *Corne de Vache*, dans laquelle le changement de la direction naturelle aux lits, cause trois irrégularitez. 1°. L'une en ce que les joins de ces lits à la doële ne sont pas des lignes droites, quoiqu'à cause du peu d'obliquité aux Voutes ordinaires, elles paroissent telles; il semble même que le P. DERAN & M. de la RUE les ont pris pour droites, car il ne font aucune mention de leur courbure.

PLAN. 49. LA seconde irrégularité consiste en ce que les têtes opposées, qui sont
Fig. 132. des bases de ce cône tronqué, ne sont pas coupées proportionnellement par les joins, c'est-à-dire, qu'elles ne sont pas des arcs d'un même nombre de degrés, comme on le verra dans ce Trait; d'où il suit une 3°. difformité, qui est que la clef du ceintre secondaire *aHD*, n'est pas au milieu, mais plus du côté D; de sorte que la corde 6. 7, n'est pas de niveau comme elle doit être, mais inclinée vers D, ce qui est désagréable à la vûe

LA quatrième irrégularité est que la direction de ces joins de tête se trouve en fausse coupe dans une des faces, parce que voulant les mettre toutes deux dans une même surface plane pour avoir un lit qui ne soit pas gauche, on fait les deux joins de têtes opposées parallèles, entre eux.





quoiqu'ils ne doivent pas l'être, puisqu'elles ne peuvent être dans un même plan, que lorsque le lit passe par le sommet du cône. La raison est que les joins de tête devant être perpendiculaires à la tangente de l'arc au point de sa division, il est visible que ces deux tangentes ne peuvent pas être dans un même plan, puisqu'elles ne sont pas dans celui qui touche le cône depuis son sommet, donc un des joins de tête est en fausse coupe; ce qu'on ne peut éviter qu'en faisant la surface du lit gauche, contre l'usage & la commodité du trait, comme nous l'avons dit au 3.^e livre.

Le même inconvénient arrive à quelque chose près aux autres Voutes de même nature que celle-ci, qui sont les *Arrières*, *voussures* coniques *bombées*, & celles de *Marseille*, dont nous parlerons ci-après.

De la Corne de Vache.

L'INTERVALE de deux demi-cercles excentriques aHD , BbD , avec Fig. 132.
 lesquels on fait l'élevation d'une Voute conique biaise $aHD bB$, a sans 134.
 doute donné occasion aux ouvriers de l'appeler de ce nom bizarre, parce que sa figure a quelque ressemblance avec une *Corne de Vache*, de même que les jeunes écoliers de Geometrie appellent la 47.^e d'Euclide le *Moulin à vent*

LA Corne de vache est donc une Voute conique scalene tronquée, dont un des piedroits est biais, & l'autre d'équerre sur ses faces, & dont les joins de lit ne tendent pas au sommet du cône prolongé, comme ils devroient, mais sont tirez du centre d'une des faces, ordinairement de la plus petite; ce qui cause les irrégularitez dont nous venons de parler.

ON feroit fort en peine de rendre une bonne raison de l'irrégularité de cette construction; la seule qu'on peut en donner, & qui n'est d'aucune considération, est la facilité d'exécuter ce Trait par la voye de l'équarrissement. Je dis de plus qu'elle est mauvaise, & ne doit être admise que lorsqu'on a beaucoup de pierre à perdre, car par l'ancien Trait on en consume beaucoup inutilement: le voici.

SOIT (fig. 132.) le trapeze $ABDE$, le plan horizontal de la baye qu'on veut vouter en Corne de Vache, dont le côté DE est perpendiculaire Fig. 312.
 aux deux faces AE BD , on lui menera par le point c , milieu de BD , & par le point A , les paralleles cm , Aa ; puis du point c milieu de BD , & du point C milieu de aD , on décrira les demi-cercles BbD , aHD . On choisira l'un des deux pour ceintre primitif, pour y faire les divisions des voussours; ordinairement c'est l'interieur BbD , lequel ayant été divisé,

Ll ij

par exemple en cinq aux points 1, 2, 3, 4. on tirera par ces points & le centre c , des lignes droites indéfinies 1^e 11, 2^e 12, 3^e 13, 4^e 14, qui donneront en même tems les joins de tête, & les projections verticales des joins de lit, & couperont l'arc extérieur a HD aux points 5, 6, 7, 8. On portera les intervalles c 5, c 6, c 7, c 8 sur la ligne AE en m 5^e, m 6^e, m 7^e, m 8^e, m b, & par les points 5^e, 6^e, 7^e, 8^e, b, on tirera des lignes au point B, qui marqueront l'ébrasement qu'il faut donner à chaque vouffoir au-delà de l'ouverture d'un cylindre à chaque lit; ainsi le premier ébrasement au lit de l'imposte sera l'angle FAB; celui du lit de dessus sera l'angle F 5^e B, l'angle F 6^e B, celui du lit suivant qui passe par le point 2. au second vouffoir; puis F 7^e B, ainsi de suite, & le trait sera achevé: il ne s'agit plus que de l'appliquer sur la pierre.

Aplication du Trait sur la Pierre.

AYANT dressé un parement pour une doële plate, on lui en fera deux autres à l'équerre à distance de l'épaisseur DE ou Aa des piedroits de la Voute, puis ayant tracé sur ces deux paremens de tête, les arcs de face de l'épure B1, ou 1^e 2, par le moyen du panneau a B 15. on abattra la pierre pour former les lits & un vouffoir de berceau Droit, tel qu'il est représenté à la figure 137. ensuite ayant tracé sur la tête du devant qui doit être ébrasée, l'arc a 5 ou 56, par le moyen du même panneau ou d'une cerche posée suivant les distances Ab , b 5^e b 6^e b 7^e, &c. on tirera aux lits de dessus & dessous des lignes droites a B, 5^e 1, & l'on abattra toute la partie de la pierre qui est marquée par une hachure à la figure 137. en faisant couler la règle sur l'arc d'une tête B 1, & sur l'autre a 5, observant de la placer entre les extrémités de ces arcs proportionnellement, comme nous l'avons dit pour la formation des surfaces coniques, & le vouffoir sera fini.

Remarque sur la Fausseté & l'imperfection de l'ancien Trait.

ON voit que par cette construction on fait toutes les arêtes des joins de lit à la doële également droites, quoiqu'il n'y ait que celle du lit qui passe par l'imposte qui doive l'être, parce qu'elle est dans le triangle par l'axe, qui est horizontal, les autres arêtes au-dessus sont nécessairement courbes en arcs d'hyperboles; je conviens que leur courbure est peu sensible, mais puisque nous examinons les choses avec les lumières de la raison, il n'est pas inutile de faire observer un défaut qui a échappé aux Auteurs de la coupe des pierres.

A l'égard de l'imperfection de ce Trait, il est visible à la seule inspec-

tion de la figure 137, combien on consomme de pierre en pure perte, puisqu'il faut abattre toute la partie qui est distinguée par une hachure. Voici le moyen de remédier à l'un & à l'autre de ces défauts.

*Nouvelle maniere de faire la Corne de Vache
par Panneaux.*

Soit la même baye que ci-devant ABDE, (Fig. 132.) ayant divisé AE en deux également en M, & BD de même en c, on tirera la ligne cM, puis ayant tiré du point M la ligne MC perpendiculaire à BD, on divisera l'intervalle Cc des deux centres, en autant de parties égales qu'on voudra, par exemple ici en quatre, aux points 1, 2, 3; desquels comme centres, & pour rayon les intervalles cD 1D 2D 3D CD, on décrira les demi-cercles excentriques DbB, Dqk Dm Dso DHa. Fig. 132.

ENSUITE on divisera le premier BbD en tel nombre de vouffoirs qu'on voudra, comme ici en 5; & du centre c on tirera les joins 1. 11, 2. 12, 3. 13, 4. 14, comme on a fait à la précédente construction. On pourroit prendre le plus grand demi cercle HD pour primitif comme le plus petit, mais à cause que l'excentricité des joins cause des divisions inégales dans l'un des deux, il est plus naturel de jeter l'inégalité sur le grand, où elle est moins choquante qu'elle ne seroit dans le petit.

IL faut présentement former les panneaux de lit. Par exemple le premier 5, 1,

ON transportera dans un endroit à part la longueur 1, 5 du joint de lit à la doële en T1, (Fig. 133.) & l'on fera au point T une perpendiculaire T5 égale à la longueur Aa, qui est l'épaisseur des piedroits de la voute, puis on portera sur la ligne 1T toutes les divisions faites par les intersections q, r, s, des arcs de cercles &, de la ligne 15. de la figure 132. par lesquelles on menera autant de paralleles à T5, (à la fig. 133.) ensuite ayant divisé T5 en quatre parties égales aux points v, n, k on menera par ces divisions des paralleles à T1 qui croiseront les autres aux points x, y, z, par lesquels on tracera à la main la courbe 5y1 que l'on cherche, laquelle est peu différente de la ligne droite; la figure H, 5, 1, T fera le panneau du premier lit au dessus de l'imposte. Fig. 133.

ON ne peut former un *panneau de doële plate* dans cette espèce de Voute comme à toutes les coniques précédentes, parce que les arcs a5, B1 n'étant pas semblables, les quatre angles du vouffoir a, 5, 1, B ne sont pas dans un même plan comme dans les autres Voutes coniques, où les lits sont des sections par le sommet du cône.

D'où il suit qu'il faut se réduire à une doële plate qui ne passe que par trois angles de la doële ; ainsi on menera par le point ς une ligne ςu parallèle à la corde $B I$, qui coupera AB en u par où on tirera uV parallèle à Aa , ensuite ayant tiré BV on lui fera au point V la perpendiculaire $V\varsigma^v$ égale à la hauteur de la rétombee ςn , & l'on tirera la ligne $B\varsigma^v$ qui fera la diagonale du panneau de doële plate.

Fig. 136. SUR cette diagonale comme base mise à part, (*Fig. 136.*) on fera deux triangles, du point b pour centre, & de l'intervalle BV de la *fig. 132.* pour rayon, on tracera un arc vers V^d , & du point ς^d pour centre & ςu de la *fig. 132.* pour rayon on fera un autre arc vers le même endroit, qui coupera le précédent au point V^d , auquel on menera les lignes bV^d , ς^dV^d , qui formeront le premier triangle, le second se formera de même avec la corde $B I$ de la *fig. 132.* & l'intervalle ς, I de la *fig. 133*, le trapeze $bV^d\varsigma^dI^d$ fera le panneau de doële plate que l'on cherche, qui touchera les trois angles ς, I, B du premier vouffoir, mais non pas le quatrième a , dont il fera éloigné au lit de dessous de l'intervalle horizontal au .

LES panneaux de lit de doële & de tête étant donnez, on cherchera les biveaux de lit & de doële par la maniere générale, comme aux Voutes coniques précédentes, & l'on taillera la pierre de même.

Explication Démonstrative.

PUISQUE la difference de cette Voute conique avec les biaises ordinaires, ne consiste qu'en ce que les plans des lits prolongez ne passant pas par le sommet du cône, ils ne font pas des joins en lignes droites à la surface de la doële, il faut les examiner dans le cône entier.

Fig. 135. Si l'on prolonge les directions des piedroits AB, ED jusqu'à ce qu'elles concourent en S (*Fig. 135.*) on reconnoitra que le triangle ASE , qui est la section horifontale par les impostes passant par l'axe CS est une section plane d'un cône scalene, représentée à la *fig. 134.* en projection verticale par la ligne ad , où le point d représente les trois points EDS de la *fig. 135*; mais si l'on prolonge la direction du joint $x^1 I$ passant par c jusques en t , on reconnoitra que le plan du premier lit ne passant pas par le point d , où est le sommet du cône, ne fera pas une section droite, non plus que le second lit $x^2 g$; mais qu'il formera à la surface de la Voute un arc de section conique qui est ici une portion d'hyperbole telle que nous l'avons décrite à la *fig. 133.*

Si on vouloit en trouver le sommet & la position dans le cône, il n'y a qu'à tirer par c une perpendiculaire ko à $x^1 c$, & par d une parallèle

à $x^1 c$, qui coupera $k o$ au point Sf , lequel représentera le sommet du cône projeté sur la ligne $k o$.

AYANT tiré SM perpendiculaire sur Mm à la fig. 135. on portera $c Sf$ ou Mu de la fig. 134. en Mu de la fig. 135, & par le point u on tirera $u B$ qui coupera la direction du lit mM supposée dans un plan vertical en Y où sera le sommet de l'hyperbole en profil.

PRESENTEMENT si on veut l'avoir en projection horizontale sur le cône, il faut changer le plan horizontal pour le vertical, & faire la projection sur la ligne $x^1 t$; c'est pourquoi on portera l'intervalle $Sf d$ de la fig. 134. en MQ à la fig. 135. où l'on tirera par les points B & D des lignes au point Q , & par le point trouvé Y , une parallèle à BD qui coupera la ligne du milieu $c Q$ en y , où sera le sommet de l'hyperbole $a B y D e$ que l'on cherche seulement à connoître, car il est inutile de la tracer autrement qu'à la fig. 133.

Remarque sur la Réforme à faire à l'ancien Trait.

JE n'approuve point cette espece de Voute où l'on fait des irrégularitez sans autre raison que celle d'en rendre l'exécution plus facile, lorsqu'on la taille par la voye de l'équarrissement dont nous avons parlé, rien n'empêche qu'on ne réduise la corne de Vache, pour la façon du Trait & la direction des lits à la Voute en *Canoniere biaise*, dans laquelle les directions des joins de lit sont droites & naturelles aux sections des coupes des têtes, dont les joins peuvent alors être tirez des centres des faces.

Tout ce changement est fort simple, suposant la figure 132. telle que Fig. 132. nous l'avons faite, on tirera du point D qui représente le sommet du cône en projection verticale, les lignes $D_1 G$, $D_2 g$, $D_3 g$, $D_4 g$, les lignes $1 G$, $2 g$, $3 g$, seront les sections des lits à la doële. Puis par les points des centres C & c , on tirera les joints de tête à l'ordinaire GR , gr , pour la grande face aHD & $1r 2r 3r$, &c. pour la petite BbD ; Ainsi cette Voute se fera comme une portion de trompe biaise, ce qui rétablit l'égalité des têtes de chaque face, celle des angles des joins de tête sur leur arête, & la droiture des joins de lit, au lieu des courbes, parce qu'ils deviennent alors des sections triangulaires des plans qui se croisent tous à l'axe CD du cône scalene, dont la section horizontale est représentée à la fig. 135. par le triangle ASD , où l'on peut voir que dans l'élevation, ou projection verticale, les points EDS se réunissent en un seul D ; puisque la représentation d'une perpendiculaire au plan de description, se réduit à un seul point comme il a été dit page 208. du 2^e livre.

De la Corne de Vache Double.

LES Architectes appellent *le biais passé* dont nous avons parlé au Chap. précédent *Corne de Vache double*, mais ce nom est très impropre: car ce *biais passé* est une voute Cylindrique, par conséquent bien différente de la Corne de Vache qui est Conique. S'il est quelque espece de voute qu'on doive appeler de ce nom, c'est celle où deux *Cornes de Vaches* sont *adossées*, dont on parlera à la seconde partie de ce livre, lorsqu'on traitera des Voutes composées.

DES VOUTES CONIQUES, tronquées par leurs Faces & par leurs Piedroits.

Nous avons parlé jusqu'ici des Voutes Coniques complètes, ou qui peuvent être tronquées par une de leurs faces, qui retranchent un demi cône vers le sommet.

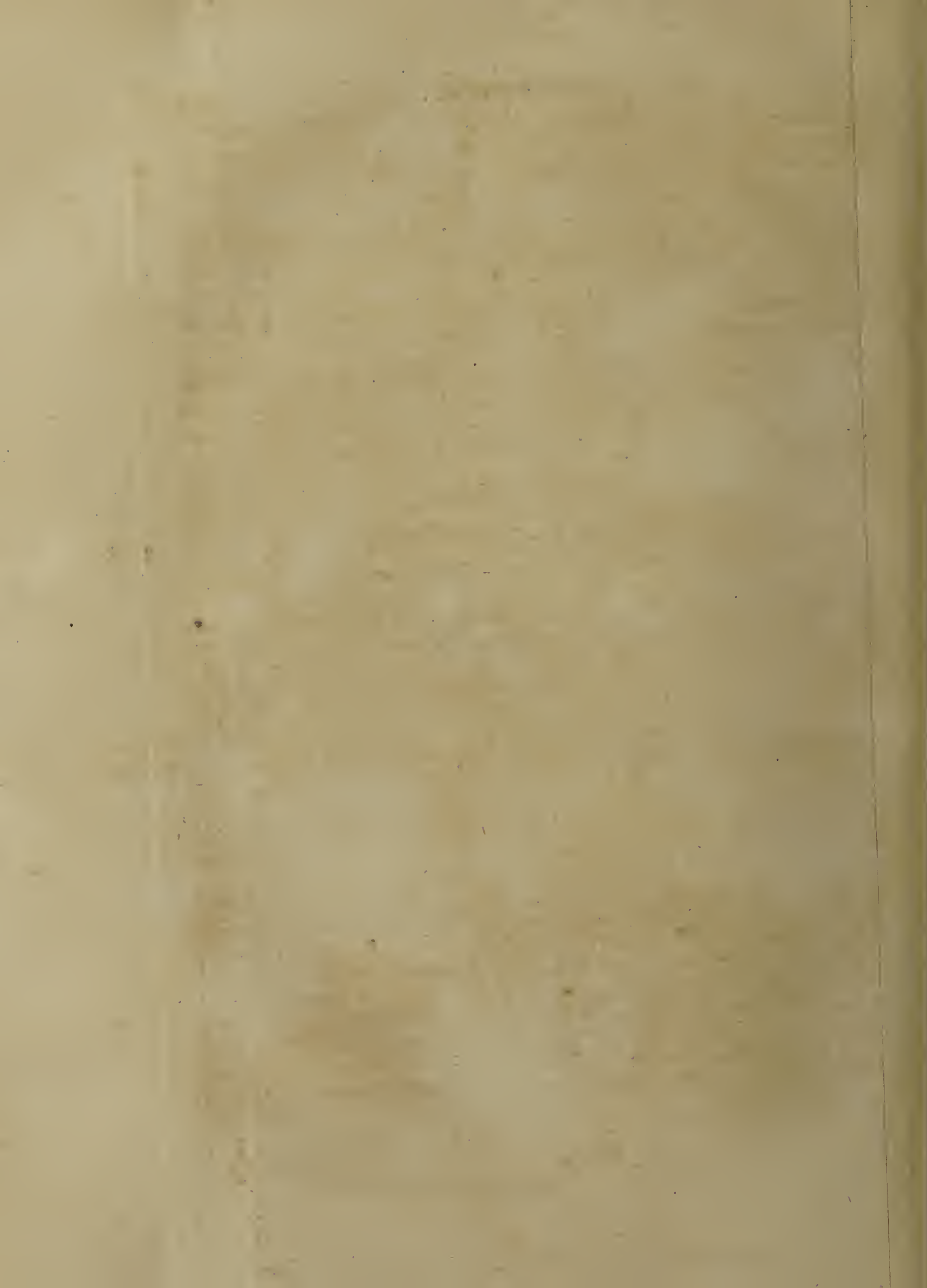
Ici nous traitons de celles qui sont des portions de cônes coupez par quatre plans, sçavoir par deux transversaux qui sont les *faces* opposées de devant & de derriere, lesquelles coupent nécessairement les deux côtez du cône, & par deux plans longitudinaux ou paralleles entre eux, ou convergens, qui sont les piedroits dont chacun ne coupe le cône que d'un côté, telles sont plusieurs de ces petites voutes qu'on fait sur les portes & bayes de fenêtres, dans les épaisseurs des murs en dedans ou en dehors, lesquelles sont appellées par cette raison *Arrieres-voussures*, c'est-à-dire, *Voussure derriere une autre*, qui est celle de la baye formée par son tableau recourbé en arc qui en fait la couverture, ou comme quelques-uns disent la *fermeture*. En effet ces Voutes sont ordinairement composées de trois parties différentes, sçavoir, 1.^o d'une portion cylindrique, qui est la couverture du tableau ceintrée en berceau, ou simplement bombée, & quelquefois droite en platebande; nous avons traité de celle-ci en son lieu.

LA seconde partie qui lui est semblable ou peu différente, est renfoncée au dedans du tableau, on l'appelle *feuillure*, elle sert à y loger l'épaisseur du bois de la fermeture de menuiserie, ou de chassis *dormant*, ou de porte ou volet de chassis.

CELLE-ci est de même espece que la précédente. On la supprime souvent lorsque les piedroits sont peu ébrasez, ou paralleles entre eux.

LA troisième partie de ces-arrières voussures est la conique ébrasée par le haut ou par les côtez, qui soutient ce qui reste de l'épaisseur du mur en dedans du tableau ou de la feuillure; c'est de celle-ci dont il est question, nous pouvons la réduire à deux especes principales.

La



LA premiere qui est une portion d'un cône Droit, est l'arriere voussure *Bombée Droite*, où les arcs de la face & celui de la feuillure sont concentriques dans l'élevation, mais non pas semblables, en ce que l'un est d'un plus grand nombre de degrez que l'autre.

LA seconde espece est l'arriere voussure bombée Droite ou Biaisée, dont les arcs de la face & de la feuillure ne sont pas concentriques dans l'élevation.

Je subdivise celle-ci en deux autres especes, l'une dont l'arc de face ou de feuillure est moindre que le demi cercle.

L'AUTRE où l'arc du feuillure est égal au demi cercle, & celui de face d'un plus petit nombre de degrez; celle-ci dont je donne un nouveau trait, est d'une figure semblable à celle qu'on appelle de *Marseille*, dont elle ne differe que par plus de régularité à la surface de la doële.

Premiere Espece.

Arriere Voussure Conique Bombée Droite sur un Axe.

J'APELLE Droite l'arriere voussure dont les cintres de face & de feuillure sont concentriques dans l'élevation, parce que l'axe du cône étant perpendiculaire sur la face, sa projection verticale se réduit à un point, qui est le centre commun de toutes les sections qui lui sont perpendiculaires.

PLAN. 50.

Fig. 148.

SOIT (fig. 148.) le trapeze ABDE le plan horifontal de la baye d'une porte ou d'une fenetre que l'on doit vouter. On elevera par ces quatre points A, B, D, E, autant de perpendiculaires indéfinies sur AE, comme AF, BI, DK, EG. Puis ayant pris à volonté sur la ligne du milieu MC un point C pour centre de l'arc de feuillure IK, on décrira de ce même centre C l'arc de face interieure FG; mais parce que le rayon de celui-ci n'est pas de longueur arbitraire comme à celui de feuillure, il faut chercher la moindre longueur qu'on puisse lui donner, pour que la fermeture de menuiserie des batans de la porte ou de la Croisée, puisse s'ouvrir totalement sans être arrêtée par la voute de l'arriere voussure, en quoi les ouvriers péchent tous les jours, & même quelquefois les maîtres de l'art, comme on le remarque très fréquemment dans les bâtimens, & même dans la 14.^e planche du Livre de la coupe des bois de Maître Blanchard, au Trait de son arriere voussure de Marseille; où les batans ne pourroient s'ouvrir totalement pour s'appliquer aux piedroits ébrasez.

Pour la position des naissances des Arrieres Voussures Bombées ou Cintrées par devant & par derriere.

LA premiere attention que l'on doit avoir dans le tracé des épures des arrieres voussures bombées ou cintrées par devant & par derriere, est de bien poser la naissance de l'arc de face élevée sur l'ébrasement des piedroits, parce que si elle est trop basse, les ventaux des portes, ou volets ne peuvent s'ouvrir que jusqu'à un certain angle, où elles touchent à la voute par le milieu de leur bombement; les mauvais apareilleurs, & les ouvriers la mettent ordinairement de niveau avec celle de l'arc de feuillure, & c'est justement alors que les portes ou volets ne peuvent s'ouvrir qu'en partie: il faut donc mener par le milieu b de la clef de l'arc de feuillure une ligne de niveau bG qui coupera l'aplomb EG de l'arête d'ébrasement au point G , où sera la naissance la plus basse que l'on puisse donner à l'arc de face, si la profondeur de la voute est égale à la moitié de la largeur de la baye BD ; si la largeur du piedroit DE est moindre que cette moitié CD , on peut encore un peu baisser la naissance en question, en portant DE en De^o , & tirant $e^o x^e$ parallele à CH , qui coupera l'arc SbK en x^e , par où on tirera le niveau de la naissance G , qui est la plus basse qu'on puisse trouver; mais on est le maître de l'élever au dessus de G tant que l'on voudra, alors la doële de la voute s'ébrase plus qu'il n'est nécessaire pour l'usage de l'arriere voussure,

LA raison de cette construction est facile à apercevoir, lorsqu'on fait attention que le batant du ventau tournant sur ses gonds, décrit par ce mouvement dans l'air un arc de cercle horisontal, dont la ligne bG est la projection verticale; & l'arc $Cy^o E$ l'horisontale, qui est parfaitement égale à ceux du haut & du bas qui sont décrits par les sommets des angles du batant.

PAR où l'on voit clairement que la partie de la voute qui s'abaisse au dessous de cette ligne, arrête necessairement le mouvement du ventau tournant sur ses gonds.

AINSI suposant un arc de face nZo dont la naissance O soit de niveau avec celle de feuillure qui est en K , le sommet du batant qui étoit en b , fera arrêté au point Z , où la ligne bG coupe l'arc nZo , & si l'arc descend plus bas comme en e , la porte sera arrêtée en y , où l'horisontale bG coupe l'arc nye , suposant que la largeur de la moitié de la baye CD soit égale à la profondeur de la voute Dy^o ; mais si cette profondeur est moindre que la largeur CD comme en DY , il est visible que le ventau s'ouvrira un peu plus, ce qu'il est facile de reconnoître comme il suit.

ON portera l'ébrasement du piedroit DE en De^o sur CD, & l'on tirera par le point e^o une parallèle à MH, qui coupera l'arc de feuillure en un point x^e , la ligne menée par ce point parallèlement à hG , rencontrera l'arc nye un peu au dessous de y , par exemple au dessous de Z; si par ce point on abaisse un aplomb Zz qui coupe AE en z , la ligne tirée du point D à z donnera l'angle CDz pour celui de la plus grande ouverture du batant.

D'ou l'on peut tirer la maniere de poser la naissance de l'arc de face à telle hauteur, que la porte s'ouvre tant & si peu que l'on voudra.

SUPPOSANT présentement que la naissance du ceintre interieur est posée en F & en G, où elle doit être à l'égard de l'arc de feuillure IhK ; du point C pour centre qui étoit celui de la feuillure, & CG pour rayon, on décrira l'arc FHG.

LES ceintres étant tracez, il faut en choisir un pour primitif, sur lequel on fera les divisions des voussoirs, lequel des deux qu'on choisisse, on ne peut éviter de l'irrégularité de division. Il est plus naturel de choisir celui de feuillure que l'autre pour la régularité de la Fermeture, qui est ordinairement aparente en dehors; mais alors les têtes des premiers voussoirs interieurs deviendront considerablement plus larges que celles des suivans; car suposant l'arc IhK de feuillure, divisé en voussoirs égaux aux points 1, 2, 3, 4, si l'on tire par ces divisions les joins du centre C, comme IN. 1, 6, 2, 8, il est visible que l'arc F6 est plus grand que 6, 8, ou FN plus petit que N6.

ON pourroit faire des divisions égales entre elles & en même nombre sur chaque arc de ceintre, comme si l'on faisoit F5 égal à 5, 8, & qu'on tirât le joint 5, 1; mais alors le joint de lit à la doële ne seroit plus une ligne droite, mais une courbe à peu près comme nous l'avons dit de ceux de la Corne de Vache, à laquelle cette construction doit être renvoyée.

CETTE courbure de joint, qui peut être évitée par la précédente division des voussoirs, devient inévitable aux impostes FI, KG, parce que la ligne FI ne peut tendre au centre où passe l'axe du cône, mais en quelqu'autre point x au dessus de cet axe qui est réuni en G, parce que les arcs Ih & Ib ne sont pas semblables, FH étant d'un plus grand nombre de degrez que Ib , de la quantité de l'arc FN; il faut donc chercher la Courbe de la naissance de la voute sur la surface plane du piedroit ébrasé, laquelle courbe peut être un arc de différentes sections coniques, suivant le plus ou le moins d'ébrasement du piedroit DE, ce que l'on peut reconnoître par l'opération suivante.

Mm ij

AYANT prolongé les arcs des ceintres de face & de feuillure jusqu'à leur demi diamètre Commun CV qu'ils rencontreront en q & V , on lui menera la perpendiculaire Vg dans l'épaisseur du mur, & l'on tirera par les points g & q la ligne gqS , qui rencontrera la ligne du milieu MS au point S ; si la ligne qg est parallèle à DE , la Courbe de l'imposte KG fera une portion de parabole; si l'ébrasement du piedroit étoit en DL , alors YL étant plus grand $YE = qV$, l'arc feroit une portion d'Ellipse; & au contraire, si le piedroit étoit en dedans comme Dz , ou à l'équerre comme DY , la section feroit une portion d'hyperbole, mais sans s'embarasser de connoître l'espece de cette Courbe, on peut la décrire facilement, & régulièrement par la pratique suivante, laquelle servira pour toutes les arrières voussures qui sont à peu près de même espece.

AYANT divisé la ligne DY , ou son égale dE , qui exprime la profondeur de la voute, en autant de parties égales qu'on voudra de points de la courbe cherchée, par exemple ici en quatre aux points $1, 2, 3, E$, on menera par ces points des parallèles à AE , qui couperont la ligne du milieu MC en des points m, m, m ; le côté du cône qg aux points u, u, u , & le piedroit DE aux points $11, 12, 13$, par où on menera des parallèles à DK , qu'on fera moyennes proportionnelles entre $mu + m11$ & $11u$, $mu + m12$ & $12u$, &c. c'est-à-dire, que d'un point m pour centre, & pour rayon mu , on décrira un arc qui coupera la perpendiculaire $11n$ au point n ; On élèvera toutes ces moyennes proportionnelles au dessus de la ligne Bd en de, de , où elles donneront les points e, e, e , la courbe $KeeeG$ fera celle de la naissance de l'arrière voussure sur le piedroit DE , ou si l'on veut l'angle rentrant fait par la rencontre de la surface plane du piedroit DE , & de la concave conique de l'arrière voussure, non pas dans toute son étendue, mais raccourcie par la projection dans le rapport de Dd à DE .

Pour tracer cette courbe dans sa vraie grandeur, il auroit fallu élever des perpendiculaires sur DE , & les faire égales aux moyennes proportionnelles $11n, 12n, 13n$, EG , cependant on peut la reproduire de son raccourcissement KG , en tirant par les points $KeeG$ des parallèles $Ko, e10, e20, e30, Gg0$, qu'on fera égales aux lignes $DE, D13, D12, D11$ à commencer du terme de la ligne GE , & l'on aura la vraie courbe $O102030g0$ que l'on cherche dans toute son étendue.

COMME les joins de lit à la doële seroient des Courbes de même nature, si l'on faisoit les divisions des voussours égales à l'arc de feuillure IbK , & à l'arc de face FHG ; on pourroit les trouver de la même maniere, par le moyen de leur projection, comme celle du joint de lit $5, 1$, par le moyen de sa projection $p' p''$.

Ou bien par le moyen de la seule projection verticale, & des intersections des arcs concentriques, comme l'on a fait pour ceux de la Corne de vache.

REMARQUE.

COMME cette courbure devient toujours moins sensible, à mesure que les lits approchent de la clef où la section (s'il y en avoit une) deviendrait *verticale*, c'est-à-dire, passant par le sommet du cône, par conséquent droite triangulaire; on peut dans une operation ordinaire la négliger & faire ces joins à peu près droits, mais comme elle augmente vers l'imposte, on ne peut la négliger sans faire une faute sensible, comme je l'ai reconnu par expérience. Il est étonnant que les Auteurs des Livres de la Coupe des pierres & des bois ne s'en soient pas aperçû, & qu'ils n'en aient rien dit, c'est une preuve qu'ils n'ont pas examiné les choses de près, & avec des yeux géométriques.

L'ARRIERE voussure Droite faite par des ceintres concentriques, est sans doute la plus régulière, mais parce que l'on est quelquefois gêné par la hauteur intérieure d'un étage, on est obligé de faire l'arc intérieur moins bombé que celui de feuillure; d'où il résulte que sa surface, qui étoit ci-devant une portion de cône Droit, est alors une portion de surface d'un cône scalene; de sorte que quoique la direction horizontale de l'arrière voussure soit perpendiculaire à la face, l'axe du cône lui est oblique; ainsi cette arrière voussure qui est droite par son élévation, devient rampante par le profil suivant son axe, quoique sa clef puisse être de niveau ou même un peu ébrasée par le haut.

Explication Démonstrative.

POUR concevoir les raisons du Trait de cette arrière voussure, il faut se représenter un cône Droit, & voir quelle partie elle en est.

Si l'on suppose (fig. 142.) que le triangle HSI est la section horizontale par l'axe d'un cône Droit, lequel est coupé par deux plans verticaux abX , edX qui se croisent en X , on reconnoitra que les sections de ces plans retrancheront de la surface du cône une portion triangulaire, composée par trois lignes courbes, sçavoir, un arc de cercle fhg , qui est une partie du cercle de la base Hbl , comprise entre les verticales af & eg , & deux portions de sections coniques égales à $z'G$, qui sont chacune une partie de Parabole $Sz'zG$, dans cet exemple où Xe est parallèle à SI , d'une hyperbole, si le plan vertical sur eX étoit tourné en eY , & d'une Ellipse, s'il étoit situé sur eL , ce qui est clair par ce qui a été dit des sections des cônes au premier Livre.

PRESENTEMENT si l'on ne considere dans ces plans verticaux que les parties ab & ed qui représentent les piedroits, & la profondeur de l'arriere voussure, on reconnoitra que cette premiere portion de surface triangulaire étant coupée par un plan vertical sur bd , il en reste pour l'arriere voussure une surface quadrilatre comprise par quatre lignes courbes, sçavoir, deux portions des cercles inégaux sur les diamètres HI & NV , & deux portions de paraboles égales entre elles, représentées ici par l'arc $Z^a G$.

LES deux arcs de cercles sont donnez, il ne reste plus à chercher que les arcs Paraboliques, ce qui est aisé; il n'y a qu'à mener des perpendiculaires à l'axe SC autant qu'on voudra avoir de points de la section, lesquelles couperont les côtes du cône en NV , nu , & le plan du piedroit prolongé cX aux points xxX . On cherchera les moyenes proportionnelles entre nx & xu , qu'on élèvera perpendiculairement à Xe aux points xx , la suite de ces lignes donnera les points de la Courbe demandée $S' z z^* z z^a G$.

LE reste de la construction de ce Trait n'a pas besoin d'explication, il suffira de jetter les yeux sur la figure 138. où l'on a tracé en projection verticale chaque demie parabole $GKT P^r$, $FIT p^b$, donc les arcs KG & FI de l'imposte sont de petites parties, lesquelles courbes se croisent en T , & ont leurs sommets sur l'horizontale BD en p^r & p^b .

Deuxième Espece.

Arriere Voussure bombée & ébrasée, Droite ou biaise, dont les arcs de face ou de feuillure ne sont ni semblables, ni concentriques.

Premier cas,

Où les Ceintres sont peu differens.

LE plan horizontal de la baye à vouter étant supposé comme dans le trait précédent de la fig 138, & l'arc de feuillure donné IbK , dont le centre est en C , on suppose que l'arc de face intérieure est donné plus bas que le point H du précédent, & moins courbe, comme en FnG , dont le centre est donné en X sur SM prolongée.

CELA supposé, il suit comme dans le Trait précédent, qu'on peut prendre pour ceintre primitif des divisions des voussours tel ceintre que l'on voudra, & que si l'on fait les têtes égales entre elles dans cha-

l'un de ces deux ceintres, les joins de lit à la doële seront des lignes courbes comme à la Corne de Vache, mais qu'à la différence du trait précédent ils seront encore courbes si on les tire d'un des centres C ou X, parce que ni l'un ni l'autre de ces points ne sont la projection verticale du sommet du cône, comme l'étoit le point C dans la supposition précédente du cône Droit; supposant donc que l'on veuille faire ces joins en ligne droite, il faut chercher la projection de ce sommet par le moyen d'un profil.

AYANT pris à volonté un point R sur la ligne BD prolongée, & sur la même un point M^f éloigné de R de l'intervalle DY ou dE, qui marque la profondeur de la voute, on mènera par ces points R & M^f les perpendiculaires C^x H^f & h^u h^f prolongées indéfiniment, on portera de part & d'autre du point R la hauteur Cb de la fig. 138. en b^f & h^u, & la hauteur Cn de la clef intérieure en M^fN & CX en M^f C^x puis on tirera par les points Nb^f & C^xR des lignes droites qui se croiseront au point S^x qui représentera le sommet du cône scalene dont la doële de l'arrière voussure doit être une partie de sa surface, & la ligne inclinée S^x C^x en représentera l'axe. Fig. 139.

PRESENTEMENT pour avoir la projection verticale du sommet sur l'élévation, il n'y a qu'à mener par S^x une parallèle S^c, S^c à l'horizontale BD, qui coupera la ligne du milieu MS au point S^c, où sera la représentation du sommet du cône que l'on cherche.

PAR le moyen duquel point, on peut faire les joins de doële en ligne droite; car si par ce point & ceux des divisions des voussours 1, 2, 3, 4, on mène des lignes jusqu'à la rencontre de l'arc de face FnG qu'elles couperont en 9, 10, &c. les joins de lit à la doële 9, 1; 10, 2, seront des lignes droites. Par quelque autre point que S^c qu'on puisse les tirer, ce seront des lignes courbes; cependant à cause de la grande inégalité des divisions des premiers voussours, on peut quelquefois les faire courbes, cela convient même lorsque les différences sont très grandes, comme on le verra ci-après à l'arrière voussure de Marseille.

Le second effet de l'inégalité des arcs, & des différentes positions de leurs centres, est dans la direction des joins de tête; dans le trait précédent ces joins se trouvoient sur une même ligne, par conséquent dans un même plan, par exemple le joint IN^c (fig. 138.) se trouvoit en ligne droite avec le joint de lit IN provenant du centre C, de même que celui de la tête de la feuillure; mais dans ce Trait où les centres sont différents, si pour le premier lit 9, 1 on tire pour la tête intérieure le joint 9, 9^c & pour le second 10, 2^c provenans du centre X de l'arc de face, on ne peut

tirer les joins de tête de feuillure du même centre X, mais du centre C comme 1, 6; 2, 8, auquel cas les plans des lits prolongez s'entrecouperont à l'axe du cône comme aux trompes & autres voutes coniques.

Le reste se formera comme au trait précédent, pour la Courbe des naissances de la doële sur les impostes, avec quelque difference que nous expliquerons plus sensiblement au trait suivant, qui n'est proprement qu'une variation de celui-ci; quoique l'arriere voussure qui en résulte, porte un nom different.

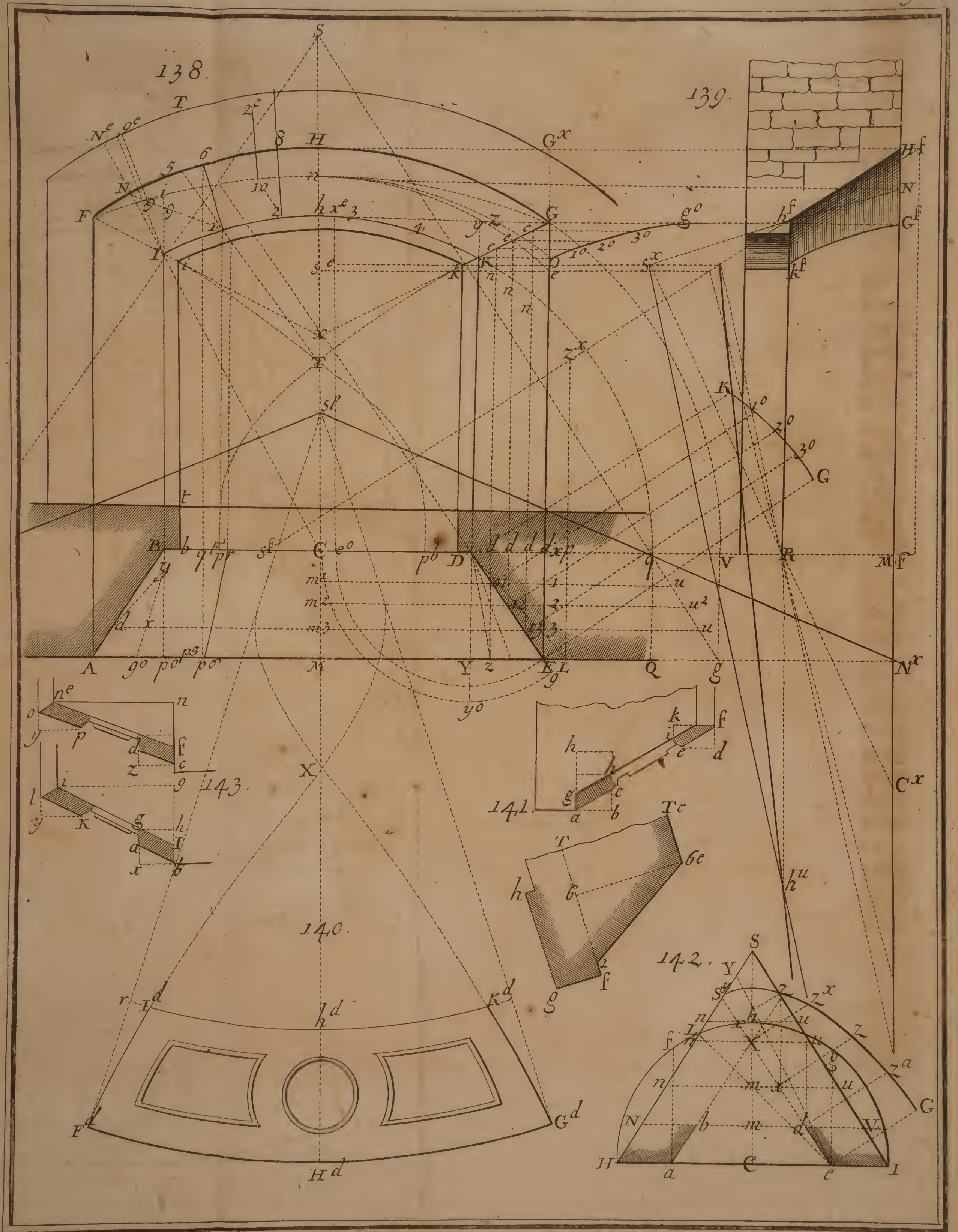
Il suffira de donner un exemple de la maniere de faire un panneau de lit, qui est dans le fond la même que celle que nous avons employée pour ceux de la corne de vache, lorsque les joins sont courbes, & qui est encore plus simple lorsqu'ils sont droits, soit par exemple, le second panneau de lit à faire, dont la projection verticale est la ligne 1, 6 T à la fig. 138. on portera à part cette ligne comme sous le chiffre 141, & l'on élèvera au point 6 une perpendiculaire 6 6^e qu'on fera égale à la profondeur de l'arriere voussure prise sur une perpendiculaire à sa face, comme *qp*^e de la fig. 138. ou *dE*, puis par les points 1 & 6^e on tirera la droite 1 6^e, qui sera le joint de lit à la doële, ensuite on menera par le même point 6^e une ligne 6^e T^e parallele à 1 T & le panneau sera fait.

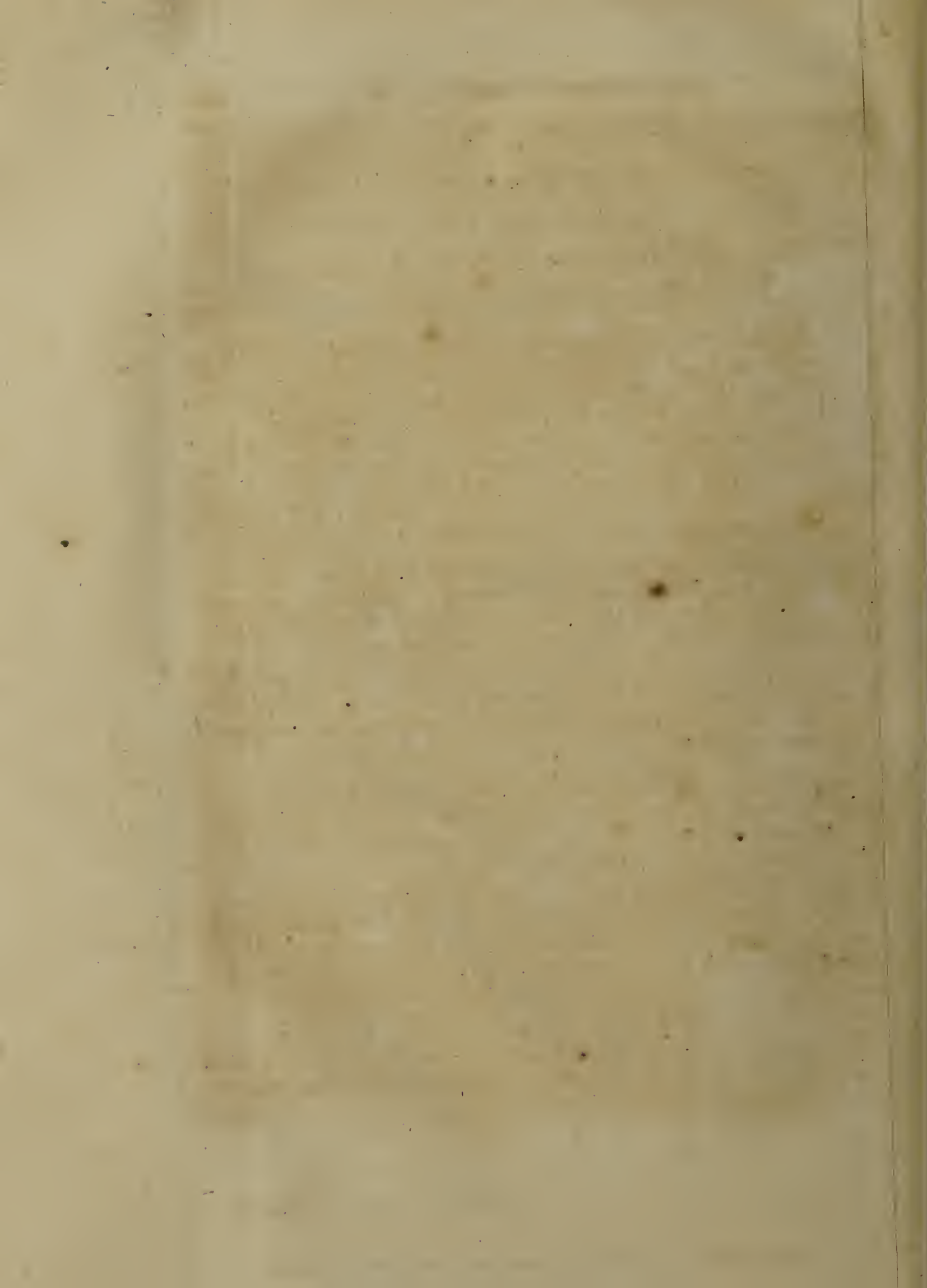
On y ajoutera le profil de la feuillure *if*, du tableau *fg*, & de la face extérieure *gh*, qui exprime le joint de tête de l'arc extérieur dans les mêmes mesures qu'à la projection horisontale *Bbt*.

Si au lieu du joint Droit 1, 6 on avoit eu un joint courbe, comme seroit celui qui passeroit par les divisions 1, 5, il auroit fallu en faire le panneau précisément comme à la Corne de vache, mais comme dans le cas présent ou cette courbure n'est pas fort sensible, il suffira de creuser un peu ce joint relativement au panneau de celui de l'imposte FI, ou son égal KG, en diminuant un peu de cette premiere courbure au premier lit, & encore plus au lit suivant s'il y en avoit un qui passât par le point 2 hors du point 8, comme en 2, 10 prolongé, cette seule attention suffit à la pratique; mais il n'en sera pas de même si les arcs de face & de feuillure sont très inégaux comme à l'arriere voussure suivante, parce qu'alors la courbure sera trop sensible pour la négliger.



Deuxième Cas,





Deuxième cas,

Où les Ceintres de face & de feuillure sont très differens.

En termes de l'Art.

*Nouvelle Arriere voussure de Marseille,
Régulièrement Conique.*

LE plus & le moins, disent les Philosophes, ne changent pas l'espèce, mais ici la grande inégalité des ceintres de face & de feuillure changent si fort la figure de l'arriere voussure précédente, qu'elle n'y est presque plus connoissable, en ce que l'arc de feuillure est un demi cercle complet, & celui de face intérieure un arc, tout au plus de 60. degrés, ordinairement beaucoup moindre; cependant si l'on ne considère que la partie du milieu de la fig. 144. par exemple 8 *2b 5 n* H 8, on reconnoitra que l'arriere voussure précédente ne doit être considérée à l'égard de celle-ci, que comme la partie à l'égard du tout.

LES Apareilleurs font l'arriere voussure de Marseille, suivant les Traits du P. DERAN & de M de la RUE d'une maniere fort differente, qui produit une surface irréguliere, dont nous parlerons lorsqu'il sera question de ces surfaces.

Nous ferons voir ici qu'on peut la faire régulièrement conique. Et comme la régularité est un des principes de beauté, je crois que mon nouveau Trait doit rendre cette arriere voussure plus agréable à la vûe que l'ancien.

PLAN .51
Fig. 144.

SOIT (fig. 144.) le trapeze ABDE le plan horifontal de la baye de la porte ou fenêtre qu'on doit vouter, dont nous rétranchons la feuillure & le tableau, comme étant des parties de voutes differentes & de ces cylindriques, où il ne se trouve aucune difficulté.

AYANT élevé comme au trait précédent des verticales indéfinies sur les quatre angles de la baye, AF, BI, DK, EG, on prendra à volonté sur la ligne du milieu M H un point C, d'où comme centre on décrira le demi cercle I b K pour ceintre de feuillure, qui touchera les lignes BI & DK aux points I & K, qu'on trouvera en tirant par C la ligne IK parallele à BD.

PAR le point *b* sommet de ce demi cercle, on mènera FG parallele à son diametre IK qui coupera les verticales sur A & E aux points F & G, où seront les sommets des piedroits.

ON peut baïsser un peu cette ligne si la largeur du piedroit DE est moindre que Dm , alors si l'on porte la longueur DE en De sur DB, & que l'on tire ex parallèle à HM, on pourra tirer par le point x la ligne de sommité des piedroits, qui donnera des points F & G un peu plus bas que les précédens.

LES sommitez F & G des piedroits étant déterminées comme nous venons de le dire, afin que les ventaux de menuiserie puissent s'ouvrir totalement & s'appliquer aux piedroits ébrasez BA DE, on prendra à volonté sur la ligne HM un point m pour centre de l'arc de face intérieure, duquel & de l'intervale mF ou mG pour rayon, on décrira le ceintre FHG, lequel passera dans la disposition précédente au-dessus du point b d'un intervalle Hb à peu près égal à celui de l'ébrasement du piedroit DE, exprimé par la ligne DL.

Si l'on avoit pris le centre de cet arc beaucoup plus loin que m , comme par exemple au bas de la planche en N, l'ébrasement de la clef auroit beaucoup diminué, parceque l'arc quoique passant par les sommets déterminez F & G, auroit passé au-dessous du point H; de sorte que si le centre de cet arc étoit infiniment loin, il se confondroit à peu près avec la ligne droite de sommité FbG , alors la clef de l'arrière voussure seroit de niveau sans aucun ébrasement, sans que les batans de la fermeture de menuiserie fussent empêchez de s'ouvrir totalement.

D'où il suit qu'à moins que la longueur des piedroits BA, DE, ne soit beaucoup moindre que la demie largeur mB ou mD de la baye, on ne peut gueres bomber l'arc intérieur sans empêcher le mouvement de ces ventaux, parce que les naissances d'un tel arc seront nécessairement au dessous du point b de la différence de hauteur des points x & b qui est très-peu considérable. Ainsi lorsque l'on fait la clef de niveau comme Maître Blanchard à sa planche 14. conforme à son discours, on tombe comme lui dans le défaut de hauteur des piedroits, & par conséquent dans celui de ne pouvoir ouvrir les ventaux qu'en partie & non pas totalement, en sorte qu'ils puissent s'appliquer à l'ébrasement du piedroit.

LES deux ceintres de face & de feuillure étant tracez, on divisera celui de feuillure en ses voussours, par exemple ici en sept aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, par lesquels on tirera du ceintre C les coupes 1.7, 2.8, 3.9, 4.0, 5.11, 6.12.

ON divisera ensuite l'intervale bH de l'ébrasement à la clef, en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points de la Courbe d'im-

poste ou naissance de la doële de l'arrière voussure sur son piedroit en KzG , par exemple ici en quatre, aux points 1, 2, 3, H. Puis ayant aussi divisé en quatre, l'intervalle Cm des deux centres des deux arcs de face & de feuillure aux points 1^c , 2^c , 3^c , m , de chacun de ces points pour centres & de l'intervalle de la première division, correspondante entre h H pour rayon, comme $1^c 1$, $2^c 2$, $3^c 3$, on décrira les arcs de cercles indéfinis $3x$, $2y$, $1z$, dont il faut chercher la terminaison.

AYANT divisé l'intervalle mM qui est la profondeur de la voute en autant de parties égales entre elles, que l'on a divisé Hh aux points 1^m , 2^m , 3^m , on mènera par ces points des parallèles à AE , qui rencontreront le piedroit DE aux points 1^n , 2^n , 3^n , par lesquels on mènera des parallèles à DK , qui rencontreront les arcs ci-dessus aux points zyx , qui seront à la Courbe que l'on cherche; ainsi on tirera à la main ou avec une règle pliante la courbe $KzyxG$, qui est la projection verticale de la naissance de la doële sur son piedroit.

PRESENTEMENT il faut chercher la valeur de cette projection qui représente cette Courbe; ce qui se fera facilement par la méthode des cerches ralongées.

ON prolongera le diamètre IK , sur lequel on portera la ligne DE à volonté, par exemple en fk fig. 145. avec toutes ces divisions 1 2 3 k , par lesquelles on élèvera des perpendiculaires indéfinies, à cette horizontale puis par les points $Gxyz$ on mènera des horizontales qui couperont les verticales précédentes aux points $zyxg$, par lesquels on tracera la ligne courbe $fzyxg$ que l'on cherche, laquelle est plus large que celle du profil $fZYXV$ dans le rapport de DE à EL , & le Trait sera fait.

PRESENTEMENT si l'on considère la nature des sections de la doële, suivant les observations que nous avons faites sur les surfaces gauches au commencement de ce quatrième Livre, page 5. on reconnoîtra que les quatre angles de la doële de chaque voussure ne sont pas dans un même plan; par conséquent qu'on ne peut pas en faire des panneaux de doële plate.

IL ne reste donc de panneaux à faire que ceux de tête, qui sont donnés sur l'élevation, & ceux de lit dont les joins à la doële ne sont pas des lignes Droites par les raisons que nous avons donnés ci-devant, en parlant de ceux de la corne de Vache, dont la construction est la même, à la réserve de ceux qui traversent en partie la voute, & en partie le piedroit, comme sont ceux que donnent les coupes 1. 7, & 6 q, dont la partie du joint 6z est courbe, & l'autre 2q droite; nous donnerons un exemple de chacun de ces lits.

Fig. 146.

AYANT porté la longueur γn de la fig. 144. en un endroit séparé, comme à la fig. 146. avec toutes ses divisions t, u, v , on lui mènera par ces mêmes points des perpendiculaires, dont on prendra les longueurs au plan horizontal; sçavoir Rr ou nN égale à mM , tT égale à $m 3^m$, uU égale à $m 2^m$ & vV égale à $m 1^m$, & par les points $NTUV$ on tracera la courbe, qui fera le joint à la doële, du lit de dessous du cinquième vouffoir.

POUR former le panneau du lit suivant dont le join à la doële est mixte, on opérera à peu près de même.

AYANT porté à part la longueur $6q$ comme à la fig. 147. avec la division Z , on lui élèvera au point q une perpendiculaire qQ qu'on fera égale à mM , ou ce qui est la même chose LE à laquelle elle répond, & sur le point z une perpendiculaire zZ égale à $m 1^m$ qui est la profondeur du premier arc $1Z$, puis on tirera une ligne droite de z à z , & une courbe concave de Z à 6 ; mais comme on n'en a que deux points, il faut en chercher au moins un troisième.

POUR cet effet on divisera l'intervale $C 1^c$ des deux premiers centres des arcs bK , & $1z$ en deux également en d , d'où comme centre, & pour rayon dh , plus la moitié de $b1$, on décrira un arc qui coupera $6z$ en un point i ; on portera à la figure 147. la longueur $6i$ en i à distance égale de 6 , & par ce point i on élèvera une perpendiculaire iI qu'on fera égale à la moitié de l'intervale $m 1^m$, & par les points $6IZ$, on tracera la courbe demandée.

IL est visible que plus les lits seront près de la clef, moins leurs joins à la doële seront courbes; en sorte que s'il y en avoit un au milieu de la clef, il seroit parfaitement droit; parce qu'alors la section passeroit par l'axe du cône, & au contraire plus ils approcheront des piedroits, plus ils se creusent. Et qu'enfin lorsque le lit coupe le piedroit, le joint est partie courbe suivant la largeur de la doële qu'il coupe & partie droit, dans celle du piedroit qu'il traverse; parce que la surface du lit devant être plane, elle ne peut couper un plan que suivant une ligne droite: il n'en seroit pas de même si le lit étoit gauche.

Nous avons supposé dans les Traits précédens que l'arrière vouffure n'étoit pas trop profonde pour que les vouffoirs fussent d'une seule pièce de la face jusques à la feuilleure; mais si par un excès de profondeur, ou par le défaut de pierres de longueur convenable, on étoit obligé de faire des rangs de vouffoir de deux ou de plusieurs pièces; il faudroit chercher les arcs de têtes qui font des joins de doële transversaux.

AYANT déterminé la longueur horifontale du vouffoir, & l'ayant porté fur le *plan* quarrément, on menera par ce point une parallele à la face qui coupera l'ébrasement du piedroit, par exemple en 2", on menera une parallele à l'élevation de ce piedroit, laquelle rencontrera celle de l'angle rentrant qu'il fait avec la voute en *y*, où fera la naissance de l'arc du joint de doële qu'on cherche.

Si les arcs de face & de feuillure font concentriques, comme à l'arriere voffure bombée Droite, cet arc feroit facile à décrire du centre commun C, & de l'intervale du point trouvé à ce centre.

MAIS si ces arcs de face & de feuillure font excentriques, il faudra chercher une quatrième proportionnelle à l'épaisseur ou profondeur horifontale de la feuillure, à celle du vouffoir, & à la distance des centres de face & de feuillure; le quatrième terme donnera la distance du centre 2^e au dessous du centre C, par le moyen duquel & de l'intervale 2^e *y* on décrira l'arc du joint de doële transversal qu'on cherche pour le tête en joint du vouffoir.

CE Trait suppose encore une chose qui peut varier, sçavoir; que le joint transversal est dans un plan parallele à celui de la face; mais il peut arriver par une raison de décoration, que ce joint ne soit pas dans un plan vertical, comme lorsqu'on veut faire une bande de largeur uniforme mesurée non pas horifontalement, mais suivant la distance perpendiculaire de l'arête de la face, au bord opposé de la bande; telles sont les bordures des revêtemens de marbre, & les Bâtis des revêtemens de menuiserie. Alors il faut chercher la Courbe de la projection de ces joints transversaux par plusieurs points; ce qui est plutôt un Trait de menuiserie que de Coupe des Pierres, comme on le verra à la suite de celui-ci, lorsque nous parlerons de cet Art, & des Incrustations de marbre où de Placage,

Application du Trait sur la Pierre.

SUPPOSANT que l'on veuille commencer par faire le couffinet, marqué dans l'élevation 6 *q* / K. Fig. 144

AYANT dressé un parement pour servir de surface extérieure, on lui en fera un parallele pour la surface intérieure, si la pierre peut faire parpain, ce que nous supposerons pour la facilité de l'instruction, puis ayant levé un panneau sur l'épure en /K 6 *q*, on l'appliquera sur un de ces paremens, pour tracer les lits de dessus & de dessous, qu'on formera à l'équerre suivant les lignes 6 *q* & K *l*.

Fig. 148. ENSUITE on creusera tout au long aussi à l'équerre, sur les mêmes paremens une doële cylindrique $fBdD$, comme si l'on vouloit faire un vouffoir de berceau Droit suivant l'arc $K\phi$, si la pierre se termine à la feuillure, où sur l'arc ab qui marque l'arête du tableau, si la pierre comprend le tableau, lequel arc est plus avancé que $K\phi$ de toute la largeur de la feuillure, ce qui oblige à faire deux surfaces de doëles cylindriques inégales, l'une $abba$ qui comprend la largeur du tableau, l'autre $f\phi D$ qui est celle de la profondeur de la feuillure.

ON posera ensuite sur le lit de dessous le panneau du piedroit, découpé sur le plan horizontal de la fig. 144, en TDEL pour avoir à la fig. 148. le contour qui y est dessiné en perspective en aa DEO.

ON prendra aussi le panneau du lit de dessus, à peu près tel qu'il est à la fig. 147. je dis à peu près, parce que celui de la fig. 148 désigne un lit plus élevé, où la parties courbe ϕZ est plus grande que la droite Zq , ce qui est le contraire à la fig. 147. Ainsi il faut supposer que le lit en perspective de la fig. 148. représente celui qui seroit tiré du centre C de la fig. 144. par le point y .

LES deux lits de dessus & de dessous étant tracez, on abâtra la pierre en surface plane, entre les trois lignes droites tracées DE, Eq , qZ . Puis avec une cerche formée sur l'arc hyperbolique $cfzg$ du profil de la fig. 145. on terminera cette surface plane par un quatrième côté courbe DZ (fig. 148.)

ALORS il ne restera plus qu'à former la portion triangulaire de la doële de l'arrière vouffure, comprise entre trois lignes courbes données, sçavoir, l'arc circulaire de feuillure $D\phi$, l'arc hyperbolique de joint de lit ϕz , & l'arc hyperbolique de naissance de la doële sur le piedroit DZ. Ainsi abâtant la pierre comprise entre ces trois termes, on ne peut manquer de la former assez exactement.

ON peut encore pour plus d'exactitude s'y donner vers le milieu une quatrième ligne droite, en tirant à la fig. 144. une ligne $S'r$ par les points S & ϕ , qui donnera sur l'arc KG un point r , dont on prendra la hauteur sur la ligne Kl pour la porter en S' , & tirer sS parallèle à DE qui coupera l'arc D z en s ; si la surface est bien faite on pourra poser la règle sur les points ϕ & r sans qu'il paroisse de vuide entre la règle & la doële.

Fig. 149. ON operera à peu près de même pour la coupe du vouffoir suivant, au-dessus du Couffinet marqué à l'élevation $5nGq\phi$, avec cette différence qu'il demande un peu plus d'attention, parce que la doële creusée

du précédent n'étoit terminée que par trois lignes courbes; celle-ci, qu'on a déssiné en perspective à la fig. 149, est terminée par cinq lignes courbes, sçavoir, γn qui est le joint du lit supérieur, nG l'arc de face, Gz partie de l'arc de naissance sur le piedroit, $z\delta$ joint du lit inférieur à la doële, & $\delta\gamma$, arc de feuillure.

CE vouffoir comprend de plus un triangle plan mixte Gqz , en voici la pratique.

AYANT dressé & jaugé les paremens de devant & de derriere, si la pierre fait parpain, on apliquera sur l'un des deux le panneau formé sur l'élevation de la fig. 144. en $\gamma n Gq\delta$ pour en tracer le contour, puis ayant abatu la pierre à l'équerre au parement, suivant les lignes droites γn & δq pour former les lits, & suivant le contour de l'arc de cercle $\gamma\delta$, on aura un vouffoir semblable à celui d'un berceau, observant le renfoncement de la feuillure.

ENSUITE on appliquera au lit de dessous le panneau de la fig. 147. & à celui de dessus le panneau 146. puis par la ligne droite ZQ donnée au lit de dessous, & par la ligne droite qG , tracée au parement de face, on fera passer une surface plane en abatan la pierre en triangle, dont on formera le côté ZG par une cerche formée sur l'arc Zg de la fig. 145. alors on aura le contour des cinq côtez courbes qui terminent la portion de Doële de l'arriere vouffure comprise dans ce vouffoir.

LA multiplicité de ces côtez, fait qu'il est assez difficile de bien se conduire pour abatre la pierre, de maniere qu'on forme une surface régulièrement conique; c'est pourquoi il faut se donner quelques points de position pour pouvoir y apliquer la règle.

Pour cet effet, on tirera par le point S , & des points pris à volonté au contour du vouffoir, par exemple γ & V , des lignes droites qui se termineront à l'arc ZG vers y & vers x , où l'on prendra des repaires de hauteur sur le lit δq . qu'on portera à la fig. 149. où l'on marquera aussi les premiers points γ & V . Alors posant la règle RE sur ces joins, on abatra la pierre de maniere qu'elle s'y applique exactement; Ainsi on aura des guides pour ne pas trop creuser entre les termes du contour de la doële donnée; l'on multipliera ces lignes droites autant que l'on jugera à propos, & le vouffoir sera exactement formé, pour que la doële se continuë sans jarret avec la portion précédente & les suivantes; celles-ci seront plus faciles à faire, parce qu'elles ne seront terminées que par quatre côtez, au lieu que celle de la fig. 149. l'étoit par cinq. Où il faut bien observer que la règle ne peut être apliquée

Fig. 144.

exactement à la doële, en aucune autre position que celle où sa direction passe par le point S.

Explication démonstrative des Traits, des deux especes d'arrieres Voussures Coniques, Scalenes, de la Bombée, &c de Marseille.

POUR concevoir que l'arriere voussure Conique Scalene, simplement bombée, comme celle qui est designée à la fig. 138. par la partie F_nGKbI est intrinsequement la même que l'arriere voussure de Marseille; on n'a qu'à considerer la seule partie $82n5$ de la fig. 154. & imaginer que le piedroit DE est transporté en PN , alors l'élevation de son ébrasement sera le trapeze mixte $P5nQ$, au lieu que l'autre est un triangle mixte composé de deux côtez droits $DL LG$, & d'un côté mixte DKG ; ainsi l'on ne doit considerer la bombée que comme une partie de celle de Marseille.

Fig. 150.

POUR donner une juste idée de cette voussure, on a dessiné à la fig. 150. un triangle scalene en petit & en perspective, semblable à celui du profil 145. dont le triangle RSH est une section par l'axe, & par le diametre H^fR de la plus grande obliquité. Si l'on coupe ce cône par un plan parallelement à ce diametre, & perpendiculairement au plan de la base, il est clair qu'il se formera à la surface du cône une hyperbole FKe , qui représentera la section qui seroit faite par EL , à la fig. 144. & si ce plan est tourné differemment, il se fera une autre section qui peut encore être une hyperbole, ou une parabole, ou une ellipse; quelle qu'elle soit la ligne SM . représentera l'axe SM^c du profil de la fig. 145. la courbe FK de la fig. 150. représentera la naissance fg de la fig. 145. & le triangle M^fL fera la projection horisontale de la moitié du cône scalene, où S^cM représentera l'axe.

CETTE préparation étant supposée, il sera aisé de sentir les raisons de notre construction; car suposant le cône scalene SHR fig. 150. coupé par plusieurs plans verticaux paralleles à sa base, ils seront représentés dans la projection horisontale de la fig. 144. par des lignes droites dont les moitez sont mD $1^m 0$, $2^m 0$, $3^m 0$, lesquelles seront les rayons des cercles formez à la surface du cône, & dans la même projection l'axe du cône marqué SM^c à la fig. 150. sera représenté en raccourci par la ligne S^cM , & en élévation par la ligne $S^c m$ égale à Sq du profil 145. Or puisque les parties Proportionelles de cet axe entre la face & la feuillure, représentées en trois projections différentes, sont aussi chacune divisée en parties égales entre elles, il suit que toutes les sections

ctions du cône sont proportionnelles & semblables à la base. D'où il suit que les lignes semblablement posées dans chacune de ces projections, représentent la section d'un plan passant par les trois dimensions de longueur, hauteur & profondeur; ainsi le plan du piedroit DE étant supposé couper le plan de la projection horizontale ABDE, fera pour section une ligne droite DE. Le même rencontrant la surface courbe de la Doële, divisée proportionnellement par plusieurs plans verticaux, formera la courbe KzG, menée par les intersections HG, 3x, 2y, 1z, aK, qu'il ne fera que toucher, lesquels plans verticaux représentez à l'élevation par ces arcs de cercles qui en sont les contours, sont au contraire représentez au profil par des lignes droites 1Z 2Y 3X, ce qui est facile à apercevoir aux gens versés dans l'Architecture qui entendent le profil. Mais comme le plan du piedroit en situation oblique à l'axe, comme DE, se trouve racourci au profil dans le rapport de DE à LE, la Courbe *fYe* devient inutile pour en former un panneau; c'est pourquoi on a rallongé cette courbe par un nouveau profil, ou plutôt une juste elevation *fyg*, dont la base *fk* est égale à DE, & les intervalles des abscisses égales aux divisions de cette ligne DE, comme nous l'avons enseigné au second Livre pour la formation des Ellipses & autres cerches rallongées.

CEPENDANT pour montrer que le premier profil peut devenir utile pour le Trait, je ferai remarquer que par son moyen & la courbe de l'élevation KzG, on peut tailler le coussinet par équarrissement.

AYANT tracé sur un parement à plomb, & de largeur égale à la profondeur de l'arrière voussure, la courbe de profil *fYe*, on tracera sur le retour d'équerre celle d'élevation KzG, puis on abat la pierre en creux cylindrique jusques à la rencontre du contour convexe,

LA rencontre de ces deux surfaces, l'une concave, l'autre convexe, donnera la Courbe de la naissance plus étendue, comme celle marquée *fyg* de la fig. 145. toutes lesquelles courbes sont de même nature par le Theor III. du premier Livre.

A l'égard des joins de lit, ce sont des courbes dont la construction est fondée sur le même principe que celles des joins de la Corne de Vache.

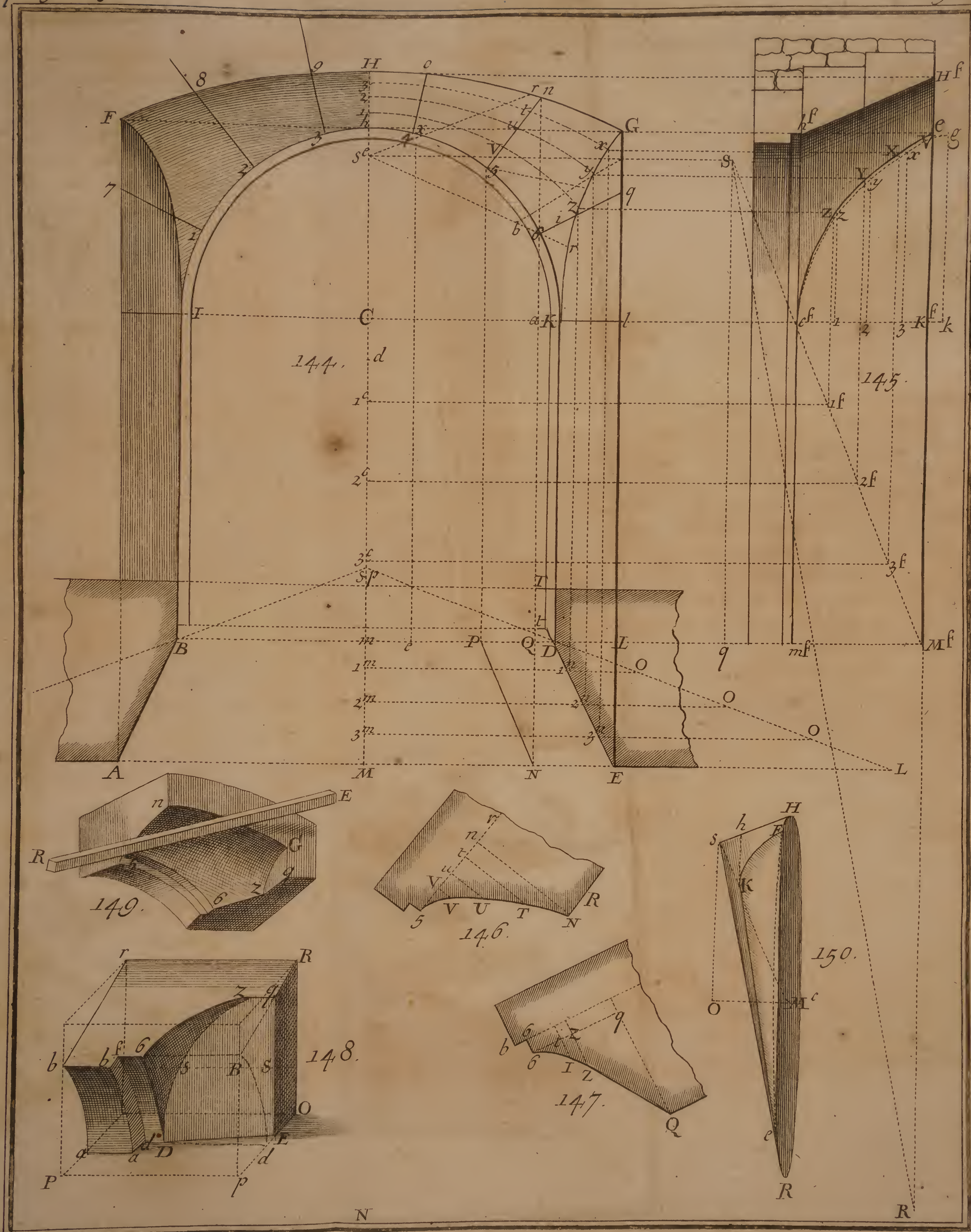


*sur les Traits de la Coupe des Bois , & des Marbres ,
 Pour les Revêtemens des Arrieres Voutures
 en Lambris de Menuiserie ,
 Ou en Incrustations de pieces de Rapport.*

Nous n'avons parlé jusqu'ici que des Traits des sections des Solides , destinées à la construction des Voutes , où l'on a autant d'attention aux lits qu'aux divisions des doëles & des têtes , pour que les pierres de taille dont elles sont faites , se soutiennent mutuellement.

PRESENTEMENT nous supposons les Voutes faites de briques ou de pierres , & sans égard aux lits , nous examinons seulement les moyens de recouvrir les doëles de Bois ou de Marbre , découpé suivant certains compartimens , dont il faut trouver les contour en projection , & quelquesfois en développement. Nous n'avons pas traité de cette matiere en parlant des voutes précédentes , parce qu'elles ne sont gueres susceptibles de revêtemens , à cause de leur étendue ; mais comme ces ornemens conviennent particulièrement aux Arrieres voutures , & que la mode en a établi l'usage dans presque tous les bâtimens des gens un peu aisez , il est à propos d'en donner ici les Traits.

LE sieur Blanchard maître menuisier de Paris en a fait un traité en 1729. dont la moitié n'a pour objet que ceux des revêtemens der arrieres voutures ; mais comme il n'avoit pas la Théorie nécessaire pour entendre le fond de cette matiere , il est tombé dans plusieurs erreurs. Le public est obligé à un bon Artisan qui lui fait part des connoissances qu'il a acquises dans son art ; mais il faut que cet Artisan observe deux choses ; la premiere est de consulter les gens qui ont de la Théorie lorsqu'il le peut , sans présumer que la seule pratique lui suffise dans tout ce qui a raport à la Géometrie. La seconde qu'il consulte les gens qui savent la langue & les termes des sciences & des arts , pour s'énoncer comme il convient , faute de quoi il fatigue le lecteur qui n'entend qu'en devinant à moitié ce que l'Auteur a voulu dire. C'est ce qui est arrivé à celui dont je parle , qui s'est fait un langage si particulier , qu'on ne peut l'entendre du premier abord ; chez lui une *perpendiculaire* signifie ordinairement un *aplomb* , c'est-à-dire , une *verticale* , & quelquefois il apelle de même une ligne inclinée à l'horison , on ne sçait à quoi s'en tenir. Il dit qu'une ligne en *touche* une autre lorsqu'elle la rencontre , & qu'elle la coupe étant prolongée , ce n'est point



ce qu'on entend par *toucher*. Il appelle *Paralleles* des lignes qui ne le font point, & même qui sont de différente nature, l'une courbe, l'autre droite, qui se rencontrent souvent; Il faut deviner qu'il entend par ce mot qu'elles sont dans un même Plan, c'est-à-dire, qu'une surface plane peut passer par les deux. Il entend par *développement* d'une ligne, la valeur de sa projection, quoiqu'elle soit dans son contour naturel, sans extension de développement. Il assemble des mots qui se contredisent, comme lorsqu'à la page 29. il appelle *point concentrique différent*, celui qui est excentrique. Tant de termes déplacez embarrassent & fatiguent beaucoup un lecteur. On est cependant assez disposé à les passer à un homme sans littérature, lorsqu'il dit de bonnes choses; mais l'indulgence ne peut aller jusqu'à pardonner des erreurs de construction, lorsqu'elles sont considérables, comme celles du Livre dont il est question.

POUR prendre une idée de la nature des Traits de la Menuiserie, & du Placage des revêtemens des arrières voussures, il faut remarquer que la menuiserie ne consiste presque qu'en un assemblage de *Batis* & des *Panneaux* qu'ils renferment.

PAR le mot de *Batis*, on entend les pièces de bois qui servent en quelque façon de bordures, pour contenir les parties de planches dont on couvre la voute, lesquelles ainsi renfermées de tous côtes s'appellent *Panneaux*, où l'on voit que la signification de ce mot est bien différente de celle des *Panneaux* qu'on employe pour la Coupe des pierres.

D'où il suit que les *Batis* étant des espèces de Bordures, il convient qu'ils soient plus étroits que les panneaux, & de largeur toujours égale, excepté lorsque leur direction tend au pôle d'une sphere où au sommet d'un cône; par-tout ailleurs l'irrégularité de la surface doit tomber sur la figure du Panneau, sans changer le parallélisme des côtes des *Batis*.

PUISQUE les *Batis* sont l'ame & le principal objet des revêtemens de menuiserie, c'est à leur construction que nous devons toute notre attention. Il s'agit donc de les tracer par équarrissement dans une masse de bois, & quelquefois aussi, mais plus rarement, par la voye du développement.

CE que nous disons ici des *batis*, s'applique aussi très naturellement aux bordures & Frises des incrustations de marbre, qui sont ordinairement disposées à peu près comme les *batis* de menuiserie.

Ces bordures de l'une & de l'autre espèce, ne renferment pas toujours

des Polygones curvilignes irréguliers ; elles renferment aussi souvent des courbes à double courbure, qui ont l'apparence de cercles ou d'Ellipses, quoiqu'elles ne puissent être ni l'une ni l'autre de ces figures qui sont planes ; or nous les supposons sur des surfaces concaves des doëles des arrières voussures, donc ce sont des courbes à double courbure, quoique tracées d'un centre comme les cercles, ou par le moyen de deux foyers comme les ellipses, ce qui fait la difficulté des Traits.

Précis de l'Art des Traits de Menuiserie.

Tout l'Art de la Coupe des bois pour les revêtements de voutes, par des lambris de Menuiserie, & même celui des Incrustations de marbre distribuées par panneaux, peut être réduit à quatre principales opérations.

Premièrement, à la description des lignes courbes parallèles, ou pour mieux dire équidistantes de celles des ceintres données pour les arêtes des faces extérieures & intérieures des arrières voussures, ou autres voutes à revêtir, & de celles de leurs naissances, & des divisions transversales & longitudinales, lesquelles Courbes sont presque toujours différentes en contour des ceintres & des sections données. Tel est par exemple dans un corps régulier, un cercle mineur d'une voute sphérique parallèle à un majeur, ou un autre mineur à l'égard d'un plus grand ou plus petit, ou une section conique équidistante d'une autre donnée dans un cône ; laquelle ne lui peut être semblable, parce que les sections Asymptotiques ne sont pas équidistantes, comme nous l'avons démontré au premier Livre.

Secondement, à faire les projections de ces Courbes sur des plans horizontaux & sur des verticaux, pour avoir les intervalles inégaux qu'elles laissent entre elles, considérées dans le niveau ou dans l'aplomb, lequel intervalle donne ce qu'on appelle le *Gauche* des batis, étant retranché de la masse du bois, d'où résulte la surface courbe que l'on cherche, & les arêtes qui le terminent à simple ou à double courbure.

La troisième opération, qui est la moins usitée, & dont maître Blanchard ne parle point, est le Développement des surfaces à revêtir, pour les couvrir d'un bois mince plié, qui peut y être exactement appliqué & contenu par les batis : je puis parler par expérience de la bonté, de l'utilité, & de la durée d'un tel ouvrage, quoique l'auteur cité n'en dise rien, le supposant apparemment inutile.

J'ai fait revêtir par un habile menuisier les arrières voussures bombées & ébrasées d'une chambre que j'habitois, & comme il n'avoit pas

du bois sec assez épais pour tailler ses batis par équarrissement, il com-
mença par les faire droits, & les plia d'une maniere qui a parfaitement
bien subsisté ; mais n'ayant que l'habileté ordinaire aux meilleurs maî-
tres de son art, il ne prévint pas que son bois étant plié en portion co-
nique, feroit trop étroit en montant vers le milieu de la voute, du côté
du chambranle des piedroits, & trop large du côté de la feuillure, de
sorte que le lambris ne s'ajustoit ni à l'arête de la maçonnerie, ni à
la feuillure du chassîs dormant, ni à l'angle rentrant de la naissance de
la voussure sur les piedroits ébrasez, faute d'avoir eu connoissance du
développement & des sections du Cône ; de sorte qu'il fut obligé de
recouper vers la feuillure, d'ajouter vers le chambranle, & de courber
un peu les naissances, ce qu'il auroit pû faire à peu près en tatonnant
à force de présenter son ouvrage ; mais m'étant aperçû de ce qui lui
manquoit, & voulant lui épargner de la perte du tems, je fis en un
instant le développement dont-il avoit besoin, & le mis en état de cor-
riger sûrement & en peu de tems son ouvrage. On verra cy-après
la maniere de le faire, pour ceux qui se trouveront dans le même cas.

*La quatrième opération nécessaire pour les revêtemens, est celle de
chercher les angles des pièces que l'on doit assembler, à peu près
comme les biveaux-pour la coupe des pierres ; mais parce que les bois
s'assemblent par le moyen des tenons & des mortoises, ils ne tirent
pas leur force de leurs coupes ; de sorte que l'appareil en est beaucoup
plus simple, il n'est guere question de biveaux que pour les doëles
& les têtes où il faut engraisser, c'est-à-dire, rendre obtus l'angle du
batis avec le chambranle, ou l'amaigrir du côté de la feuillure.*

Les autres angles dont on a besoin pour l'assemblage, sont ceux
des diagonales formées par la rencontre des batis & traverses assemblées
en angle saillant ou rentrant, ce qu'on appelle en terme de l'art à
Anglet ou *Onglet*.

Ces Diagonales & les angles qu'elles font avec les côtez des batis
sont faciles à trouver, car premierement si les batis sont droits, leurs
diagonales sont aussi des lignes Droites déterminées de longueur & de
position, par les intersections des côtez extérieurs & intérieurs des ba-
tis, & de leurs traverses tracez sur l'épure.

SECONDEMENT, si les batis & leurs traverses sont courbes tous les deux,
ou l'un droit & l'autre courbe, on trouvera leurs diagonales d'assem-
blage, en menant dans chacun plusieurs lignes paralleles à ses côtez,
s'ils sont d'égale largeur, ou convergentes & divergentes, dirigées au
même point du concours & à distanges égales dans chacune des pièces

d'assemblage , si elles sont d'égale largeur , ou à distances proportionnelles des côtes , si elles sont d'inégale largeur , par exemple au tiers ou au quart , ou à la moitié de chacune ; les intersections de ces lignes donneront autant de points des diagonales que l'on cherche , par lesquels on les tracera à la main ou avec une règle pliante ; ainsi on aura leur longueur , leur courbure & les angles mixtes ou curvilignes qu'elles sont avec leurs côtes.

Nous avons supposé que les batis étoient des surfaces planes ; mais s'ils étoient courbes en tout sens , comme ceux qui sont destinés à revêtir une surface sphérique de niche ou d'Arrière voussure de Marseille , ou de St. Antoine. Il faudra premièrement en faire la projection sur une surface plane , & en chercher la diagonale comme ci-devant , par le moyen de laquelle on en trouvera la valeur par la pratique des cerches ralongées.

R E M A R Q U E

sur la Pratique du Sieur Blanchard.

IL est clair que s'il s'agit , par exemple , d'une diagonale de deux batis en travers , destinés au revêtement d'une portion de sphère , comme à une voute de niche , la diagonale de projection fera une portion d'Ellipse , parce que celle qu'elle représente , qui doit être sur la surface de la sphère , est un cercle , dont la projection est une Ellipse par le Theoreme II. du deuxième Livre (page 209.) il en fera de même de plusieurs autres diagonales , particulièrement dans les angles mixtes ,

D'où il suit que la pratique que donne le sieur Blanchard dans sa coupe des bois , planche 5. page 7. est alors intrinséquement fautive , parce qu'il tire ses *coupes* par la pratique *des trois points perdus* , ainsi appelée dans le langage des ouvriers , laquelle donne un arc de cercle.

Au lieu de ne tirer qu'une seule parallèle au milieu de chaque batis , pour trouver un troisième point , il n'y a qu'à en tirer encore deux au quart de la largeur , & on aura cinq points de la Courbe de *Coupe* , qui sont plus que suffisants pour la tracer avec une règle pliante ; & alors l'opération sera exempte des reproches d'erreur.

TRAITS DE MENUISERIE.

Faire les revêtemens des Arrières voussures Coniques quelconques.

PREMIERE ESPECE.

L'Arrière voussure bombée & ébrasée, Droite sur son Axe.

PLAN 50.
Fig. 138.

AYANT fait le Plan horifontal, & l'élevation de l'arrière voussure, comme à la figure 138. & ayant déterminé la longueur du batis, on peut faire cet ouvrage de deux manieres.

PREMIEREMENT par équarrissement, on fera un profil de l'ébrasement de la voute, comme on voit au-dessus du chiffre 141. qui fera connoître l'épaisseur du bois nécessaire pour tailler chaque piece par équarrissement, par exemple ab pour avoir le parement ac , ou ed pour avoir ef . Puis pour avoir la hauteur de la traverse inferieure, on ajoutera à la hauteur ag celle de la flèche de l'arc IbK , qui est égale à Ky , qu'on portera en gb pour avoir la hauteur totale ab du madrier, sur lequel on doit élegir le batis, si la traverse est d'une seule piece, & à proportion si elle est de plusieurs. Il ne s'agit plus que d'y tracer l'arc IbK pris sur l'épure, lequel étant évuidé, on prendra avec le compas la distance bc du profil qu'on trainera tout au tour de l'arc nouvellement formé; ou ce qui est plus commode, on se servira de cet outil que les Menuisiers appellent Trusquin, & la piece sera tracée; il n'est plus que d'abattre le bois en chanfrain entre les deux arcs, & le réduire à une égale épaisseur s'il en est besoin, ce qui est à la portée des moindres ouvriers. Il n'en est pas de même par panneaux de développement, il y faut un peu plus de science.

Seconde Maniere, par Panneaux de Développement.

ON sçait que le Développement de la surface d'un Cône tronqué Droit sur une base circulaire, est une portion de couronne de cercle, dont le rayon est égal à la longueur du côté du Cône supposé entier depuis son sommet à sa base; ainsi pour former le développement de la doële de notre arrière voussure, il faut commencer par chercher le sommet du Cône, dont elle est partie de la surface, en prolongeant comme nous l'avons dit la ligne gq jusqu'à ce qu'elle rencontre celle du milieu MH prolongée au point S en projection horifontale. Fig. 138.

Ou bien ce qui convient encore mieux, le chercher par le profil Fig. 139.

en prolongeant la ligne $H^f b^f$ jusqu'à ce qu'elle rencontre la base horizontale $M^f C$ en S^f .

Fig. 140. ON prendra ensuite sur la ligne du milieu un point S^r à volonté, duquel comme centre, & de l'intervale Sg pour rayon, ou ce qui est la même chose $S^f H^f$, on décrira un arc $F^d H^d G^d$ indéfini; & du même centre & de l'intervale Sq ou $S^r b^f$ pour rayon, on décrira un autre arc pour celui de la feuillure $i^d b^d K^d$.

On portera sur chacun de ces arcs de part & d'autre de la ligne du milieu, l'étenduë du contour des ceintres, dont ils sont le développement, prise par petites parties appliquées de suite, en sorte que l'arc $bd i^d$ de la fig. 140. soit égal en développement à l'arc bI de la fig. 138. lequel est un peu plus concave, & de même l'arc $H^d F^d$ de la fig. 140. égal en développement de contour à l'arc HF de la fig. 138. ce qui donnera les points $F^d I^d$ d'un côté & $G^d K^d$ de l'autre, lesquels sont aux contours des développemens des deux arcs d'hyperboles des naissances de l'arrière voussure sur ses piedroits.

POUR avoir un troisième point commun à ces deux développemens qui se croisent en X , on prolongera un piedroit ED fig. 138. jusqu'à ce qu'il rencontre la ligne du milieu en x . On portera Sx en $S^f x^r$ sur la base du profil $S^r M^f$, & on lui élèvera au point x^r la perpendiculaire $x^p z^r$, qui coupera le côté $S^f H^f$ au point z^r . On portera la distance $S^f z^r$ en $S^p X$, qui donnera sur la ligne du milieu le point X que l'on cherche, par lequel & par les points trouvez ci-devant au développement de l'hyperbole, on tirera à la main ou avec une règle pliante les courbes $XI^d F^d$ & $XK^d G^d$, dont les parties $I^d F^d K^d G^d$ sont les terminaisons du développement de la doële de l'arrière voussure. Ainsi faisant un assemblage de la figure de la portion de couronne $I^d b^d K^d G^d H^d F^d$, on pourra l'appliquer dans l'arrière voussure exactement sur toute la surface en le pliant, ou par le moyen du feu, ou par quelques traits de scie poussez au travers du fil du bois, du côté intérieur caché, à distance de 5. ou 6. pouces plus ou moins, pénétrant jusques au tiers ou à la moitié de l'épaisseur du bois, en sorte qu'il ne s'y fasse pas des côtes.

ON auroit pû chercher un plus grand nombre de points du développement des arcs hyperboliques, suivant la méthode que nous avons donnée au problème 7. du 3^e Livre; mais il suffit dans le cas présent, de voir à peu près l'effet & la saillie du bombement qui n'est pas assez considérable pour tirer à conséquence dans l'exécution.

Il faut remarquer que ce panneau de développement doit être tracé
sur

sur la surface intérieure de la Menuiserie, qui s'applique contre la doële de maçonnerie, parce qu'il faut avoir égard à l'épaisseur du bois & au délardement des bords des batis, qui doivent être coupez en chanfrain, les uns pour être appliquez à la feuillure, les autres au parement du mur à plomb, où l'épaisseur du lambris & son joint avec la maçonnerie, est ordinairement recouvert par un chambranle.

Fig. 138.

LES biveaux du délardement de devant & de derriere sont donnez au profil, & même au plan horifontal en qgN^* obtus de la face avec la doële & son suplément gqV , pour le maigre de la feuillure. Les autres angles mixtes aux impostes, sont donnez à l'élevation en HGG^* pour être appliquez sur les faces, & non pas perpendiculairement à l'arête de l'angle, suivant l'usage ordinaire des biveaux.

Revêtement de la seconde & troisième espece d'Arriere voussure Conique.

Nous joignons ici l'arriere voussure bombée & ébrafée à ceintres excentriques, avec celle de Marseille, parce qu'il n'y a de la difference pour le Trait, qu'en ce que la surface de cette derniere est plus gauche que la précédente, d'une quantité qui ne provient que du plus ou moins de grandeur de l'arc de feuillure à l'égard du ceintre de face.

PREMIEREMENT, pour la seconde espece, tout étant disposé à la fig. 138. comme il a été dit pour la coupe des pierres. Il faut chercher la valeur de la longueur donnée du Batis en projection verticale & horifontale, ce qui est une opération inverse de celles de la coupe des pierres, où les projections étant données, on cherche leur valeur. Ici tout au contraire la largeur inclinée du batis est déterminée par l'ouvrier, & pour donner à son bois la hauteur & l'épaisseur convenable pour y élegir son batis; il faut qu'il cherche une Courbe verticale, & une horifontale, ce qui ne se peut faire que par le moyen de plusieurs profils qu'on fera en aussi grand nombre qu'on voudra avoir de points de ces courbes; nous nous bornerons ici à deux pour ne pas embrouiller la figure.

IL faut observer auparavant, que puisqu'on veut que les batis soient partout d'une égale largeur, il faut que leur mesure soit prise perpendiculairement à l'arc de leurs arêtes intérieure & extérieure, parce qu'il est clair que toute autre ligne qui feroit inclinée à sa tangente, donneroît une plus petite largeur; ce qui fait voir la fausseté de tous les Traits du Livre de maître Blanchard, qui prend ses mesures sur des profils obliques à cette tangeante.

D'où il suit que pour chercher les largeurs des projections, avec une scrupuleuse exactitude; il faudroit faire des profils exprès pour les Traverses des batis de chaque position, sur la face & sur la feuillure. Ainsi il faudroit tirer les sections qui doivent donner les bases des profils, les unes du centre C pour la feuillure, les autres du centre X pour la face, ou pour ne pas multiplier ces bases, les tirer du milieu M de ces deux centres, ce qui ne peut produire aucune différence sensible.

AYANT tiré du point M autant de lignes qu'on voudra de points des courbes qu'on cherche, qui couperont les ceintres de face FnG & de feuillure IbK , on prendra les lignes comprises entre ces deux arcs, pour autant de bases de profil, par exemple, bn au milieu, & $I9$ près de l'imposte, & les ayant porté à part comme bn en fn de la fig. 143. & $I9$ en $I9$ de la fig. 143. on portera l'épaisseur $E d$ de la voute à angle droit en n & en 9 , aux points n^e & i des profils, & l'on tirera les lignes $n^e f$ & $i I$, les triangles $fn n^e$ & $i 9 I$, seront les profils des sections faites par les points pris à volonté b & I , non pas exactement, parce que les sections de la doële provenant de tout autre point que S ne sont pas des lignes droites, mais suffisamment pour la pratique la plus exacte, parce que cette courbure se trouve divisée en trois parties, dont deux sont les largeurs du batis fort étroites, & la troisième qui est au milieu, est celle du panneau qu'ils enferment.

ON ajustera à ces triangles les profils de la Menuiserie, posez parallèlement aux hypoténuses, comme cd , *op* fig. 143. pour les traverses du haut & du bas, au milieu de la clef, & ab LK pour celles du profil au-dessus de l'imposte I . Puis on menera par les points donnez ab , cd , &c. des horizontales xb zd , & des perpendiculaires ax , cz , qui se couperont en x & z . Les largeurs xb , yK seront portées au plan horizontal de la fig. 138. en 9^o x sur la projection 9^o B de la section $I9$, & en B y de la même section. Ensuite on portera les largeurs zd , yp du profil 143. en M $m3$ & C m , & par les points trouvez $x m3$, ym , & quelques autres qu'il faudra chercher entre deux, on tirera des lignes courbes ym & $x m3$, qui seront les épaisseurs du bois mesuré de niveau pour y élegir les batis.

ON en usera de même pour la hauteur, en portant les épaisseurs cy cz , sur la ligne nb de l'élevation, & ly , xb , sur la ligne $I9$. de l'élevation, ainsi des autres points qu'il faudra chercher entre deux, & l'on aura la hauteur du bois du batis, y ajoutant l'épaisseur ag ou $b I$.

COMME la figure est petite à cause de la grandeur de la planche, à laquelle on est assujetti, nous ajouterons ici une planche exprès, pour

le Trait du revêtement de l'arrière voussure de Marseille, qui servira d'explication à ce que nous venons de dire.

Revêtement de la nouvelle Arrière-Voussure de Marseille, Régulièrement Conique.

Soit (fig. 151.) le trapeze ABDE, le Plan horizontal de l'arrière-voussure, & BFHGD*b*, son élévation faite comme il a été dit pour la maçonnerie, avec la courbe de la naissance de l'arrière voussure, sur son piedroit ébrasé DE, laquelle est tracée dans toute son étendue en D*i* 2' 3' *g*, & en projection verticale en D*i* 2' 3' G. PLAN. 51.
Fig. 151.

Il s'agit de chercher les épaisseurs de niveau, & les hauteurs des pièces de bois, dans lesquelles on veut élegir les batis de l'assemblage du revêtement qu'on se propose de faire, comme on le voit exprimé au développement de la fig. 154. & comme ces batis sont gauches, en ce qu'ils sont toujours inégalement inclinez à l'horison, depuis l'imposte jusqu'au milieu de la clef, leur largeur horizontale augmente depuis l'imposte, où les batis sont les moins inclinez en surplomb, jusqu'à la clef, où ils sont à leur plus grande inclinaison; auquel endroit il peut arriver que leur surface s'incline si fort, qu'elle devienne tout-à-fait horizontale, lorsqu'en cet endroit il n'y a point d'ébrasement.

D'où il suit que l'épaisseur du bois destiné à tailler une traverse de batis par équarrissement, fera terminée d'un côté par une ligne droite BD ou AE sur les arcs de feuillure & de face; mais par une ligne courbe du côté du panneau, par exemple, $x^o z^m x^o$, & $y^o z y^o$, dont il faut chercher les points par des profils pris à volonté, en autant d'endroits qu'on voudra avoir de ces points à chaque batis.

PREMIEREMENT, au milieu de la clef, il est toujours nécessaire d'y faire un profil qui sera rectiligne, parce que la ligne *bH* passe par le sommet du cône S'. On fera donc ce profil comme au trait précédent, en portant à part la hauteur *Hb* de la fig. 151. en *bH* de la fig. à gauche de 152. puis lui-ayant tiré une perpendiculaire *HH'* égale à la profondeur de l'arrière voussure CM, on tirera la ligne *H' b*, le triangle rectangle *bHH'* fera le profil du milieu, sur lequel on fera celui des batis, dont on portera la largeur sur l'hypoténuse en *b*k** & *lH'*, par les points *b* & *l* on tirera les horizontales *bi*, *lm*, & par les points *k* & *H* les aplombs *H*k**, *m* & *ki* qui couperont les horizontales en *i* & *m*, qu'on portera au

plan horizontal en Cz^m , & en Mz sur CM pour avoir les premiers points du milieu de ces courbes en z^m & Z .

LES profils de ces deux traverses de batis qui ont été faits ici en une seule section, ne peuvent se faire de même dans la suite de l'arrière voussure, si l'on veut opérer exactement, parce que les largeurs des batis doivent être mesurées perpendiculairement aux arêtes courbes qui les terminent, & comme ces arêtes courbes sont excentriques, la perpendiculaire sur l'une est oblique à l'autre dans l'élevation.

POUR le faire aussi exactement qu'il est possible, il faut tirer la ligne de base des profils du milieu des centres des deux arcs excentriques, par exemple, pour les batis au-dessus de la feuillure dont les arcs ont pour centre l'un le point C l'autre le point I^c , dont le milieu est o , on tirera de ce point o par un point pris à volonté, par exemple T , la ligne Ts , qu'on portera à droite de la fig. 152. en Ts ; puis prenant la largeur horizontale $C1^m$, de ces deux arcs, on la posera perpendiculairement à Ts au point s , & l'on tirera $T1^m$, sur laquelle on portera la largeur du batis ab de la fig. 154. ou bk de la fig. à gauche de 152. en TK , & l'on tirera Kt parallèle à $S1^m$; la largeur tK étant portée au plan horizontal en tk , donnera un point k^x de la Courbe qu'on cherche, qui passera par z^m . On cherchera de même un troisième point x^p & plus si l'on veut, & l'on tracera avec une règle pliante la courbe $x^o z^m k^x x^p$ qui fera celle que l'on cherche au plan horizontal.

A l'égard de l'élevation, on portera la hauteur xk du petit profil que nous venons de faire sur la ligne Ts de la fig. 151. de T en tx , qui donnera un point tx à la circonférence de la courbe de hauteur. Ainsi supposant la hauteur $b1$ égale à la hauteur mH^c du profil de la fig. 152. & un troisième point X trouvé comme le second tx , on tracera avec une règle pliante la courbe $1tx$, qui fera la hauteur du batis que l'on cherche au-dessus de l'arc bTD qui est son arête inférieure.

Si l'on vouloit mettre les deux profils des batis sur une seule section, il faudroit la tirer du milieu de l'intervalle des centres les plus éloignés C & Hd qui est en 2^c , ce qui donneroit la section QR , supposant qu'on la tire par un point Q ou R pris à volonté, alors on auroit, par les pratiques expliquées aux traits précédens, ce profil QRR^c à droite de 152. dont la ligne QK/R^c est courbe en section conique, suivant les points trouvez, comme il a été dit à la formation des panneaux de la *Corne de Vache*.

SUR cette ligne courbe qui est une section de la doële, on y ajustera les profils des deux traverses de batis de devant & de feuillure,

comme on voit en QK, LR, pour avoir les hauteurs inégales Kx & Ry, & les largeurs ou épaisseurs aussi inégales Qx & ly, lesquelles mesures inégales de hauteur & de largeur, proviennent cependant de la largeur du batis qu'on suppose toujours égale aux lignes ab & uR de la fig. 154.

MAIS comme cette opération ne peut donner exactement les valeurs de la largeur du batis qu'on veut être toujours égale; il suit que cette opération ne peut être tolerable que vers le milieu de l'arriere voussure Hb, & qu'elle devient de plus en plus fautive à mesure que la section choisie à volonté approche de l'imposte; nous ne la donnons ici que pour servir d'introduction à la preuve des erreurs de Maître Blanchard.

Erreur des Traits du Livre de la Coupe des Bois de Maître Blanchard.

J'AI dit ci-devant que le public étoit obligé aux Artisans qui lui faisoient part des secrets de leurs arts; ainsi je crois que l'on doit plutôt les encourager à les publier, que les reprendre lorsqu'il leur arrive de faire des fautes de peu de conséquence; mais comme celles du Livre de Maître Blanchard sont trop considérables pour pouvoir les dissimuler, je me crois obligé de les relever, d'autant plus qu'il ne s'agit pas d'une seule erreur échappée, puisqu'elle est répétée dans la plus grande partie de son Livre.

POUR trouver les points des courbes d'épaisseur & de hauteur des batis, il fait toujours des sections verticales par des points pris à volonté, & en aussi grand nombre que l'on veut, dans lesquelles il place les largeurs de ses batis en profil sans les augmenter ni les diminuer; d'où il résulte que ces sections verticales, étant toutes inégalement inclinées aux arcs des surfaces des arrieres voussures, elles doivent nécessairement donner des largeurs de batis inégales contre son intention, & contre la beauté de la menuiserie, qui exige ordinairement des largeurs égales de batis, en ce qu'ils font comme autant de bordures des panneaux, surtout dans les traverses; car pour les pièces de batis posées en entretoises, il peut arriver dans les revêtemens Sphériques ou Coniques, dans lesquelles elles tendent au pôle, qu'on doit les diminuer de largeur à mesure qu'elles en approchent.

CELA supposé, il faut montrer dans la circonstance présente, combien l'erreur seroit grande si on suivoit sa pratique, au lieu de faire la section du profil destiné à chercher un point de la courbe perpendiculaire au

milieu des arcs, soit pour la projection horifontale qui doit régler l'épaisseur, soit pour la verticale qui doit déterminer la hauteur du bois destiné à tailler un batis par équarriffement.

PREMIEREMENT, c'est une verité fenfible à tout le monde, fans le fecours de la Geometrie, que les largeurs des furface doivent être mefurées perpendiculairement à leurs côtez ; que toute mefure oblique peut autant varier les largeurs que l'angle d'inclinaifon de la ligne fur laquelle on prend cette mefure.

SECONDEMENT, il eft démontré dans les Elemens de Geometrie, que la plus courte de toutes les lignes tirées d'un point à une ligne donnée, eft la perpendiculaire à cette ligne, par conféquent, fi l'on place obliquement à une ligne la longueur de cette perpendiculaire entre deux lignes paralleles, elle n'arrivera pas à la feconde ; mais fon extrémité reftera entre les deux, d'où il fuit évidemment qu'elle marquera une moindre largeur.

Fig. 151. CELA fupofé, fi l'on fait paffer une fection verticale par le point R pris à volonté fur l'arc HG, l'extrémité inférieure de cette fection tombera en Y, où elle fait un angle aigu avec l'arc b^d YD, & d'autant plus aigu que cette fection approche du point D ; par conféquent la même mefure donnée pour largeur de batis, étant toujours de plus en plus inclinée à cet arc, marquera par fon extrémité une largeur toujours moindre.

POUR rendre cette verité fenfible aux yeux auffi bien qu'à l'efprit, nous avons tracé à la *fig. 154.* le développement de la furface de la doële de l'arriere vouffure, laquelle étant exactement Conique peut être, fans contredit, développée fur une furface plane, comme il a été dit au Corol. du probleme VI. du 3^e Livre.

PUISQUE la courbe b^d D^d eft le développement de l'arc circulaire b YD, le point Y fur le développement doit être auffi éloigné du point du milieu b^d , qu'il l'eft du point b à la *fig. 151* ; par la même raifon le point R de la *fig. 154.* doit être autant éloigné du point H^d, que le point R de la *fig. 151* l'eft du point H ; ainfi la ligne YR fera le développement d'une portion de l'hyperbole faite par un plan coupant le Cône parallelement à fon axe par la ligne RY, laquelle fera un angle curviligne aigu, avec la courbe b^d a YD^d, ce qui eft évident, en ce qu'elle eft divergente de la ligne du milieu b^d H^d, bien loin de lui être convergente. Et quoique la ligne RY foit courbe dans le vrai développement, cette courbure eft fi peu fenfible qu'elle ne peut prefque pas changer l'angle qui fe fait en Y, comme on a pû le voir au probleme VII.

du 3^e Livre fig. 266. & 267. de la planche 22. suposant donc une largeur ab de batis donnée entre les arcs $b^1 a$ YD^1 & KbX ; il est clair que si l'on prend sur YR une longueur YN égale à ab , & que l'on tire bN , elle retraira le batis vers N .

Il est encore visible que l'erreur seroit beaucoup moins grande, si l'on avoit pris la section en QR tirée du milieu 2^e des centres de feuillure & de face ; mais elle subsisteroit encore, parce que cette ligne fait en q un angle aigu $a qR$.

D'où il suit évidemment que *les Traits de Maître Blanchard, pour trouver les Courbes d'épaisseur & de hauteur des bois propres à y élegir des Batis de largeurs égales, & en trouver les arêtes par équarrissement, sont généralement tous faux* ; par la seule raison que toutes les sections sur lesquelles il fait ses profils sont paralleles entre elles, étant toutes verticales ; au lieu qu'elles ne devroient pas être paralleles, mais convergentes ; ce qui ne souffre aucune difficulté, puisque toutes ces sections sont inégalement inclinées aux courbes des ceintres de face & de feuillure de toutes les arrières voussures, excepté aux seules sections par le milieu, lorsqu'elles passent par leur axe.

Nous avons donné la maniere de trouver les projections verticales & horisontales des traverses des batis qui se font sur les faces & les feuillures, il nous reste à donner celle de trouver des pièces qui les asssemblent en façon d'entretoises du devant au derriere, lesquelles forment les naissances des surfaces de revêtement sur les piedroits.

On tirera par les points D , p^1 , p^2 , p^3 des perpendiculaires au piedroit DE , qui couperont les transversales $1^m p^1$, $2^m p^2$, $3^m p^3$, ME en des points n $2^v n n$, par lesquels on élèvera des verticales paralleles à CH qui couperont les arcs excentriques de l'élévation HG , $3 3'$, $2 2'$, $1 1'$ aux points o $2^v o o$.

Cette préparation étant faite, on formera des profils sur chacune des perpendiculaires à DE , qui en seront des bases horisontales égales, mais dont les hauteurs élevées sur les points n seront toutes inégales, étant les differences des hauteurs des points $1'$, $2'$, $3'$, G , & des points correspondans de section des arcs en oo .

MAIS comme ces profils ne donnent que deux points de chaque courbe, l'un en haut en o , l'autre en bas en i , il convient d'en chercher un troisiéme entre deux, ce qu'il est facile de faire en sousdivisant 1^o les intervalles de la projection $D p^1$, $p^1 p^2$, &c. par les sousdivisions, desquels on mènera des paralleles à CD . 2^o on sousdivisera de

même les intervalles des centres des arcs de l'élevation $C 1^e$, $1^e 2^e$, & ceux des arcs depuis b jusqu'à H , pour tirer des arcs aussi excentriques entre $b D$, $1 1' 1 2'$, &c. qui donneront des hauteurs différentes, par le moyen desquelles on trouvera un troisième point de la Courbe du profil, comme on les a représenté aux figures marquées †

ON pourroit bien ajuster à ces sections de doële les profils des largeurs égales des batis, comme on voit aux mêmes figures, pour en faire une ligne de projection horizontale courbe, comme on la voit en $y x$, mais on retomberoit dans l'erreur que j'ai trouvé aux Traits du sieur Blanchard, parce que quoique les bases des profils soient perpendiculaires à la projection de l'arc de naissance sur les piedroits $D 1^e g$, elles ne sont pas perpendiculaires à cet arc, c'est pourquoi pour trouver la vraie largeur de cette projection, il faudroit connoître de combien l'obliquité de la section augmente le profil de largeur du batis, ce qui demanderoit une nouvelle opération qu'on peut s'épargner par la pratique suivante.

Application du Trait sur le Bois.

ON commencera premièrement par examiner à vûë d'œil sur l'élevation, la courbure qu'il faudra donner à la pièce de batis qu'on se propose de faire, pour choisir une pièce de bois de largeur convenable pour y tracer l'arc le plus concave, & pour s'en assurer on tirera une corde, par exemple $b D$, s'il s'agit du batis du côté de la feuillure $b Q D$, sur le milieu de laquelle on élèvera une perpendiculaire, qui marquera la flèche qui est le creux de cet arc, & de plus celui de la courbe au-dessus $1 Z X$, qui est le bord supérieur de ce batis, à quoi il faut ajouter l'épaisseur qu'on veut lui donner.

ON en fera de même pour la traverse d'imposte, en tirant une corde Dg pour avoir sa plus grande profondeur qui est vers le point 1^e , à laquelle profondeur on ajouteroit la distance de ce point à la ligne Xy , si elle étoit exactement tracée; mais comme on peut s'en passer, il n'y a qu'à y ajouter environ la largeur du batis; nous allons suivre la construction de cette pièce, après quoi nous reviendrons à celle de feuillure.

ON commencera par dresser le côté de la pièce de bois qui doit être appliquée sur le piedroit, puis on y appliquera le panneau de la courbe $D 1^e g$, suivant laquelle on creusera le bois dans son épaisseur à l'équerre, comme si l'on vouloit faire une portion de berceau, puis on portera sur l'arête courbe du même côté, les distances $D 1. D 2' D 3' D$

Dg pour avoir des points de repaire , par lesquels on tracera à l'équerre sur la face dressée, & dans la surface concave des lignes égales à celles du plan horizontal $D r^v p^1 22^v, p^2 n, p^3 n$, ou seulement à leurs moitez, si le bois n'est pas assez épais.

ON prendra ensuite avec la fauterelle l'angle obtus $D e G$, & appliquant une règle sur les extrémités du bois en D & g , on fera couler une des branches de la fauterelle le long de cette règle, & l'autre successivement sur l'extrémité de chacune des lignes tirées dans le creux au travers de l'épaisseur du bois; on tracera le long de cette seconde branche, des lignes droites qui feront en œuvre des verticales, sur lesquelles on portera les hauteurs correspondantes de chacun des profils marquez \dagger pour avoir des points, suivant lesquels on tracera avec la règle pliante une courbe, qui sera une section de la doële; ainsi depuis cette courbe on débillerà le bois comme en chanfrin, jusqu'à celle qui a été tracée au côté opposé suivant le panneau ou la cerche $D r^e g$, & le parement de doële sera fait; mais parce qu'il ne sera pas de largeur égale comme il convient au batis, on en retranchera l'excédent qu'on marquera avec le Trusquin trainé sur l'arc $D r^e g$, ce qui fait voir qu'on peut se passer de la projection du plan horizontal $y^p x^p$,

VENONS présentement à la construction d'une pièce de batis des traverses de face ou de feuillure, qui servira d'explication à la précédente, que nous n'avons pu accompagner d'une figure pour soulager l'imagination du Lecteur.

SOIT une pièce de bois $b m i Q$ (fig. 153.) destinée à former la Fig. 153. moitié seulement d'une traverse du batis de feuillure, qu'on ne peut faire d'une seule pièce, faute de bois assez large. Ayant dressé un parement pour le côté de la feuillure, on y tirera une ligne $b D$ égale à la corde $b D$ de la fig. 151. sur laquelle on appliquera le panneau de l'arc $b T D$, pour en tracer le contour sur le parement dressé exprès.

Puis on coupera le bois à l'équerre suivant cet arc, pour former une portion creuse cylindrique, dont on réglera l'épaisseur sur les largeurs inégales de la projection horizontale du batis $CD x^p i o z_m$, comme il suit.

ON prendra autant de points que l'on voudra sur la courbe $z_m K x^p$, par lesquels on mènera des parallèles à CH , qui rencontreront l'arc $b T D$ aux points $x^8 Q Y$, puis ayant porté sur le contour du bois creusé en cylindre les longueurs des cordes $b x, b 8, b Q, b Y$, on tracera par tous les points de repaire, qu'elles donneront à l'arête du bois, autant de

lignes à l'équerre sur le parement dressé, qu'on fera égales aux longueurs correspondantes dans la projection Cz^m , er , 910 , qK , Dx , & l'on coupera le bois à l'équerre sur le parement creux, suivant ces épaisseurs inégales. Ensuite par les points de repaires que ces lignes donnent sur l'arête de la nouvelle surface courbe, on mènera des lignes parallèles entre elles, & à la ligne de la tête km de la fig. 153. qui répond à la ligne Hb de la figure 151. qui a dû être tracée avec le biveau mixte TbH , ou avec la fauterelle dès le commencement, suivant l'angle obtus DbH , appliquant une de ces branches sur la corde Dh tracé au premier parement dressé comme Dhf à la fig. 153.

ENFIN sur chacune de ces parallèles, on portera les hauteurs des profils correspondantes, on y appliquera le panneau de la Courbe IX , si elle a été tracée à l'élevation, quoique dans la rigueur cette manière soit moins correcte, parce que la nouvelle surface étant courbe, il faudroit y employer un panneau flexible.

CETTE courbe de hauteur de l'arête supérieure du batis étant tracée, il ne reste plus qu'à délarder le bois, ou comme disent quelques-uns *débillarder*, depuis cette ligne à la première arête inférieure en manière de chanfrin qui change continuellement d'inclinaison, comme l'on voit au profil $b1^r$ de la fig. 153. qui s'élargit tellement depuis le point 1^r que la surface courbe jusqu'au point D , (qui est à la surface plane contre la feuillure,) que l'intervalle du délardement est cinq ou six fois plus grand qu'il n'étoit en k , ce qui forme ce qu'on appelle le gauche du Batis, laquelle obliquité est en cet endroit plus grande qu'en aucun autre, il ne se présente même presque jamais dans la pratique de surface plus gauche à former; cependant son irrégularité qui est difforme dans une pièce séparée, disparoit lorsqu'elle est en place, parce qu'elle est partie d'une surface régulièrement Conique.

Nous ne parlons point ici des parties des assemblages qui sont les tenons, les mortoises, les clefs, &c. Ni des précautions qu'on doit prendre lorsque la Coupe du bois traverse le fil, de manière qu'elle en ôte toute la force; c'est à l'Artisan à prendre ses précautions dans ces sortes de choses, qui sont purement de son ressort, nous nous en tenons à l'art de tracer l'ouvrage, laissant à l'ouvrier celui de l'exécution.

Si l'on vouloit faire le revêtement de bois plié, il faudroit faire le développement de la doële, comme on le voit à la fig. 154. suivant la méthode qui a été donnée au Problème VII. du 3^e Livre, pour le développement des Cônes scalenes.

ON trouvera dans l'épure de la planche précédente 5. & dans celle-ci, tout ce qui est nécessaire pour cette opération. Il s'agit de faire le développement de la surface d'un cône scalene, représenté en petit à la figure 150. dont la section de plus grande obliquité par l'axe, est donnée au profil de la fig. 145. en $H'SR$, & la moitié $H'SM'$ est à la fig. 151. de la planche 52. en $H'SC'$, il n'y a qu'à prolonger $H'C'$ d'une longueur égale, qui seroit hors de la planche, & tirer de son extrémité à ce point S une ligne qui donneroit le plus long côté du Cône, puis traçant sur ce développement celui de l'arc de feuillure BbD & de face FHG , comme il a été enseigné au Problème cité, & les deux *Paraboles ou hyperboles*, dont les projections verticales sont FB , GD ; il restera sur le développement de ce Cône, un quadriligne curviligne, tel qu'il est tracé à la figure 154. compris par quatre courbes $B^d D^d$, $G^d F^d$ inégales, & les égales opposées $D^d G^d$, & $B^d F^d$.

Explication Démonstrative.

ON trouvera la démonstration de cette opération au Problème cité du troisième Livre.

Et celle de l'application du Trait sur le bois, à la page 318. du même Livre, dans lequel nous avons dit que pour tracer une courbe à double courbure, comme sont celles des arêtes des Batis du côté du panneau, dans cette arriere voussure; il falloit pour y parvenir, supposer une surface cylindrique, dont la base soit une des projections de la courbe à double courbure, laquelle projection donne souvent des courbes inconnues, comme ici $z^m xp$, qu'il importe peu de connoître dés-qu'elle est tracée, il suffit de porter sur cette surface les distances de la courbe proposée à cette projection, sur des ligne parallele netre elles, ce que nous avons fait en formant le cylindre sur la courbe $z^m xp$ de la fig. 151. suivant une cerche ralongée sur la corde bD , & nous avons pris les distances de cette base de corps cylindrique aux points donnez sur la courbe à double courbure.

R E M A R Q U E.

APRES ce que nous avons dit des différentes Courbes, qui se forment aux joins de lit, & aux naissances de la plupart des voutes Coniques; on peut juger de ce qu'avance l'Auteur du Livre de la pratique de la Coupe des Pierres, à la page 265. où il dit, que la connoissance des sections Coniques est plus propre à la Catoptrique, à la Dioptrique, & à l'Astronomie qu'à la Coupe des Pierres: puisqu'on a vû;

PREMIEREMENT, que l'Ellipse qu'on y trouve presque partout est

Qq ij

commune à toutes les voutes Coniques & Cylindriques, on verra dans la fuite, qu'elle n'est pas moins frequente dans les Traits des voutes Sphériques & Sphéroides.

SECONDEMENT, qu'il n'est pas rare de trouver dans ces voutes Coniques, les plus ordinaires des portions de Parabole & d'hyperbole, puisqu'elles sont inseparables de nos arrieres voussures. Ainsi l'on ne doit conseiller à personne, de ceux qui veulent se rendre habiles dans l'Architecture, de régler leurs études sur l'avis de cet Auteur.

Il n'est déjà que trop rare de trouver parmi les gens qui s'en mêlent, une théorie suffisante pour une parfaite exécution des ouvrages qui s'y presentent, sans vouloir encore les détourner de celle dont ils ne peuvent se passer, qu'au risque de faire des fautes grossières, ou sans perdre du tems & des materiaux, pour réformer ce qu'ils ont fait au hazard.

Ce sont de pareils discours, qui ont semé chez les Artistes la fausse prévention, que la théorie étoit inutile; erreur qui à souvent coûté cher au Roy & aux particuliers qui font bâtir.

ON ne doit pas exiger qu'un appareilleur, un Charpentier ou un Menuisier, soient de grands Géometres, leur éducation, & le besoin qu'ils ont d'employer leur tems à un travail journalier pour leur subsistance, ne leur donne pas des moyens de s'instruire dans les sciences; mais un Ingenieur, & même un Architecte né de parens aisez, n'est pas excusable d'ignorer les élémens des sections Coniques, au point de n'en connoître l'utilité, & l'usage dans les arts relatifs à l'Architecture, & encore moins d'en vouloir établir l'inutilité.

Usage des Voutes Coniques.

ON fait rarement des voutes Coniques assez grandes, pour qu'on puisse les mettre au rang de celles qu'on appelle *Maîtresses Voutes*, je n'en sçai de cette espece, que celle du grand escalier du Vatican, que j'ai vû à Rome, laquelle diminuë de diametre à mesure qu'elle s'élève par ses impostes, de même que les rangs de colonnes qui la soutiennent, lesquels font une Architecture, en façon de perspective; rare & ingénieuse invention du Cavalier Bernin.

APRES cet unique exemple de grande voute Conique, on peut dire que les plus grandes qui se fassent sont les Lunettes ébrafées qu'on pratique dans les berceaux, pour tirer plus de jour des Vivaux, que par les Cylindriques, faisant ainsi des espèces d'entonnoirs à la lumiere.

LES autres voutes Coniques , qui sont les embrasures de Canonieres ; les arrieres voussures , & les trompes ne sont que de peu d'étenduë.

LES Trompes coniques , en bonne Architecture , ne doivent être mises en œuvres que dans les cas de nécessité, où l'on est obligé de ménager la place d'un angle rentrant , & même lorsqu'on en peut occuper une partie , on doit leur préférer les trompes Spheriques , dont nous parlerons ci-après , par plusieurs raisons.

La premiere , est qu'en celles-ci on diminuë le porte à faux.

La seconde , parce que les Spheriques effacent l'angle rentrant , qui est moins agréable à la vûë qu'un arc de cercle.

La troisieme , parce qu'elles presentent dans leur piedroit une place propre à y pratiquer une porte , s'il en est besoin , comme à celle de l'Hôtel de Toulouse , rue des bons enfans à Paris.

ON fait aussi usage des trompes dans les escaliers *Suspendus* & à *Repas* , ou dans ceux dont les angles sont arondis , comme à l'Observatoire de Paris ; alors leurs impostes deviennent rampantes , & le sommet du Cône est en bas. Nous parlerons de cette disposition à la seconde partie de ce Livre.

LES Canonieres sont moins fréquentes présentement dans la nouvelle fortification que dans l'ancienne , parce qu'on ne fait plus gueres de souterrain pour y placer du Cannon , à cause qu'il est difficile d'en faire dégorger la fumée. Cependant dans les forts Maritimes , & dans les fortifications par Amphithéâtre , sur des Rochers , l'occasion d'en faire se présente assez souvent.

LES plus usuelles de toutes les voutes Coniques , sont les arrieres voussures bombées , & celles de Marseille ; ces dernieres qui sembloient n'être destinées qu'aux *portes Cochères* , ou du moins aux *Batardees* , sont devenuës présentement à la mode , pour les fenêtres , depuis que les Architectes se sont avisez de ceintrer celles des maisons , comme les vitraux des Eglises.

ENFIN la construction des voutes Coniques , est une bonne introduction à celles des Spheriques , dont les voussours peuvent être premierement ébauchez en portion de Cône , qui donne le contour des arêtes des doëles , & des lits dans leur place , par le moyen desquelles il est facile d'achever de creuser la portion Spherique de la doële , comme on va le voir au Chapitre suivant.

C H A P I T R E VII.

DES VOUTES SPHERIQUES,

En termes de l'Art.

Des Voutes en Cu-de-Four.

LEs voutes Sphériques sont si communes, & si souvent exécutées dans l'Architecture Civile, qu'il semble inutile de remanier cette matière, pour en donner les *Traits* qu'on trouve dans tous les livres de la Coupe des Pierres. Cependant l'orsqu'on sçaura leur imperfection, & les fautes grossières qui s'y trouvent mêlées, j'espère qu'on ne trouvera pas à redire que je la traite de nouveau.

ON sçait qu'il n'y a aucun corps plus simple, ni plus uniforme que la Sphère; que toutes les sections qu'on en peut faire par des plans ne varient jamais dans la figure, mais seulement dans l'étendue de cette figure; ce sont toujours des cercles, les uns plus grands à mesure qu'ils approchent de son centre, les autres plus petits, à mesure qu'ils s'en éloignent; cependant l'exécution des voutes Sphériques, n'est pas celle qui a le moins de difficulté lorsqu'on veut ménager la pierre, & ne pas la prodiguer comme font la plupart des Apareilleurs, qui en consomment beaucoup en pure perte, en se servant d'une methode plutôt que d'une autre, soit en les taillant par équarrissement ou par les *Ecuelles*, de Mr. DE LA RUE.

LA premiere raison de la difficulté des voutes Sphériques, vient de ce qu'elles ont une double courbure à l'égard de leur situation, sçavoir, une horisontale, & une verticale, c'est-à-dire, qu'elles sont courbes en tout sens. De sorte qu'on ne peut faire le développement de leur surface pour en former des panneaux, à quoi il faut suppléer par des suppositions de Cônes tronquez, ou de Polyèdres inscrits dans leur surface concave, ou circonscrits à la convexe, afin de venir par gradation à la formation de leur double courbure horisontale & verticale; d'où il suit qu'on ne peut facilement les tracer & tailler du premier coup.

LA seconde, c'est que dans la construction de ces voutes, il ne s'agit pas seulement de la formation d'une surface Sphérique, composée de plusieurs parties rassemblées; mais quelquefois de deux surfaces inégales, l'une concave, l'autre convexe, lorsque la voute est extradossée, & de plus de plusieurs portions de Cônes tronquez inégaux, les uns con-

caves , les autres convexes , les unes plus grandes , les autres plus petites.

PLAN. 53.

Pour expliquer cette remarque , soient fig. 155. deux quarts de cercles Concentriques AGP , LFH , dont le centre commun est en C , lesquels sont divisez par les rayons CG , CK , dont les parties CF & CI , sont communes ; si l'on fait mouvoir cette figure au tour du rayon CP , le mouvement des deux quarts de cercles produira les surfaces de deux Hemisphères APB , LHM , & celui des deux rayons inclinez CG & CK , produira deux Cônes G Cg , KCk , qui ont leur axe dans le rayon CP ; & si l'on considère la Couronne du cercle APB MHL , comme l'épaisseur de la voute , on reconnoîtra que ces Cônes n'y sont compris que dans leur partie GF , IK , *gf ik*. Donc ils sont tronquez de toute la partie produite par la révolution des lignes CF , CI , & parce que ces Cônes tronquez doivent s'appuyer les uns sur les autres ; il suit que leur surface supérieure doit être concave pour recevoir l'inférieure du vouffoir , c'est-à-dire son lit de dessous , qui est convexe ; tels sont des Cornets emboitez les uns dans les autres , lesquels diminuent toujours de grandeur de base , à mesure que la ligne du joint de tête FG ou IK approche du point P , qui est le pole de la Sphère.

Fig. 155.

D'ou il suit que chaque vouffoir est composé de six surfaces , dont il n'y a d'égales que les deux qui sont planes , toutes les autres étant courbes & inégales.

Ces surfaces sont 1°. Ces deux planes qui sont les têtes des joins , montans comme GFIK , & des portions de Couronne de cercles égales.

2°. Deux portions sphériques , l'une concave qui est la doële , l'autre Convexe , l'extrados , qui appartiennent à des Sphères d'inégale grandeur.

3°. Deux portions coniques , l'une Concave , l'autre Convexe , qui appartiennent à des Cônes inégaux , pour les deux lits de dessus & de dessous.

LA troisième raison de difficulté dans la construction des voutes Sphériques , vient des différentes dispositions des joins des vouffoirs , auxquels on donne certains arrangemens par assises réglées. 1°. Tantôt verticales , 2°. tantôt horisontales. 3°. Quelquesfois inclinées à l'horison ou tournées vers plusieurs poles. 4°. Enfin quelques fois dans un tel ordre que la projection de leurs joins de lit , trace un Poligone regulier ou irregulier , ou d'autres figures rectilignes.

CETTE complication de différentes figures dans une même Pierre a

donné lieu à plusieurs especes d'épures , & de manieres de tracer , & tailler les vouffoirs des voutes Sphériques. On en trouve trois dans les Livres , auxquelles j'en ajoûterai une quatrième après que je les aurai expliqué, & fait mes remarques sur leurs avantages & desavantages.

P R O B L E M E XVI.

Faire une Voute Sphérique de rangs de vouffoirs horifontaux ou verticaux.

Premiere disposition , en termes de l'Art.

Faire une Voute en Cu-de-Four , par assises de niveau.

ON peut résoudre ce Problème de quatre manieres.

1^o. EN commençant par former un segment de Sphère , dans lequel on inscrit les arcs des joins de lit & de doële , qui terminent chaque vouffoir.

2^o. EN réduisant la Sphère en Cylindres inscrits.

3^o. EN réduisant la Sphère en Cônes tronquez , inscrits ou circonscrits à ses surfaces.

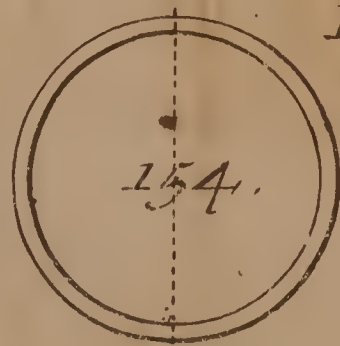
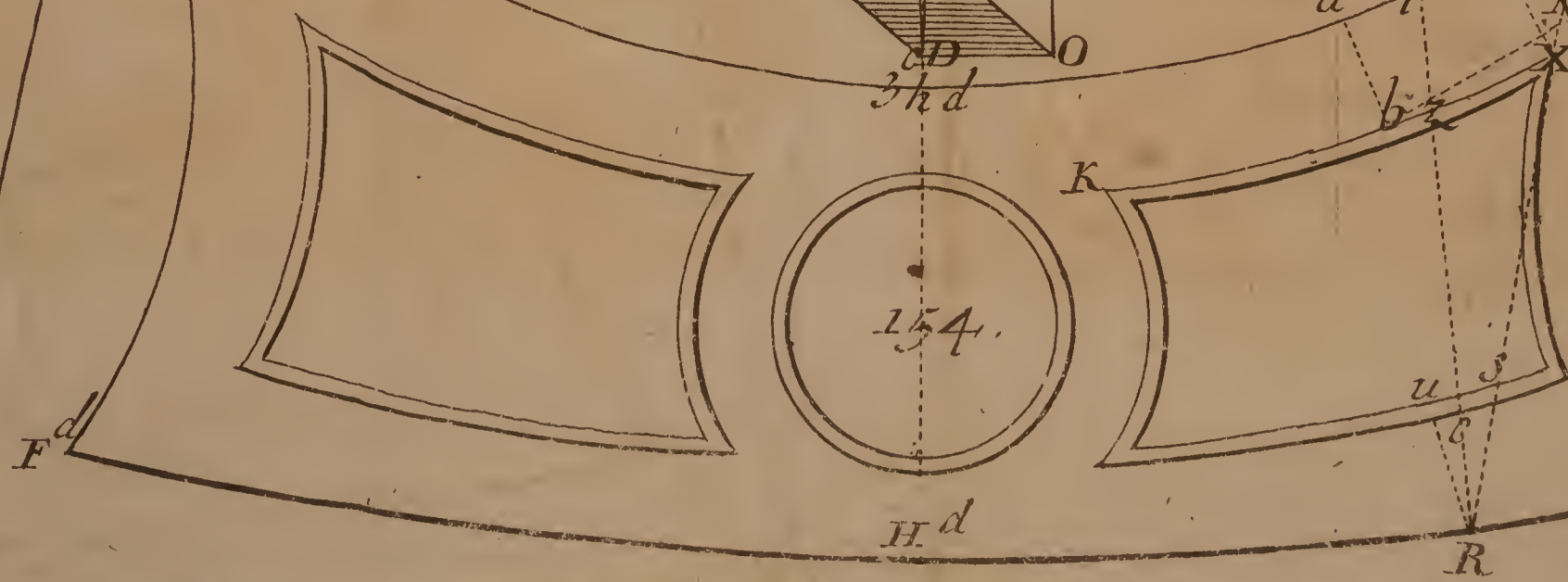
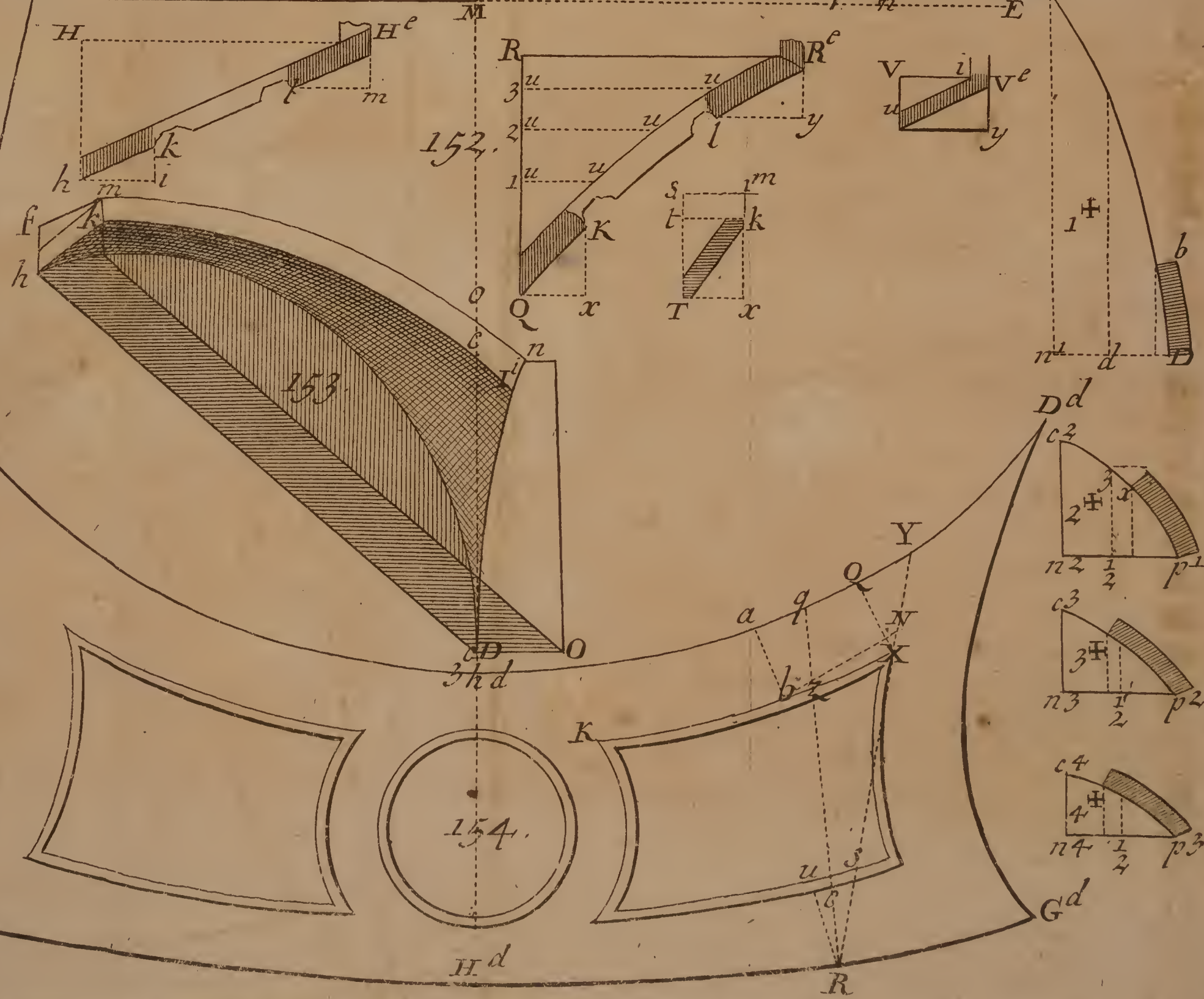
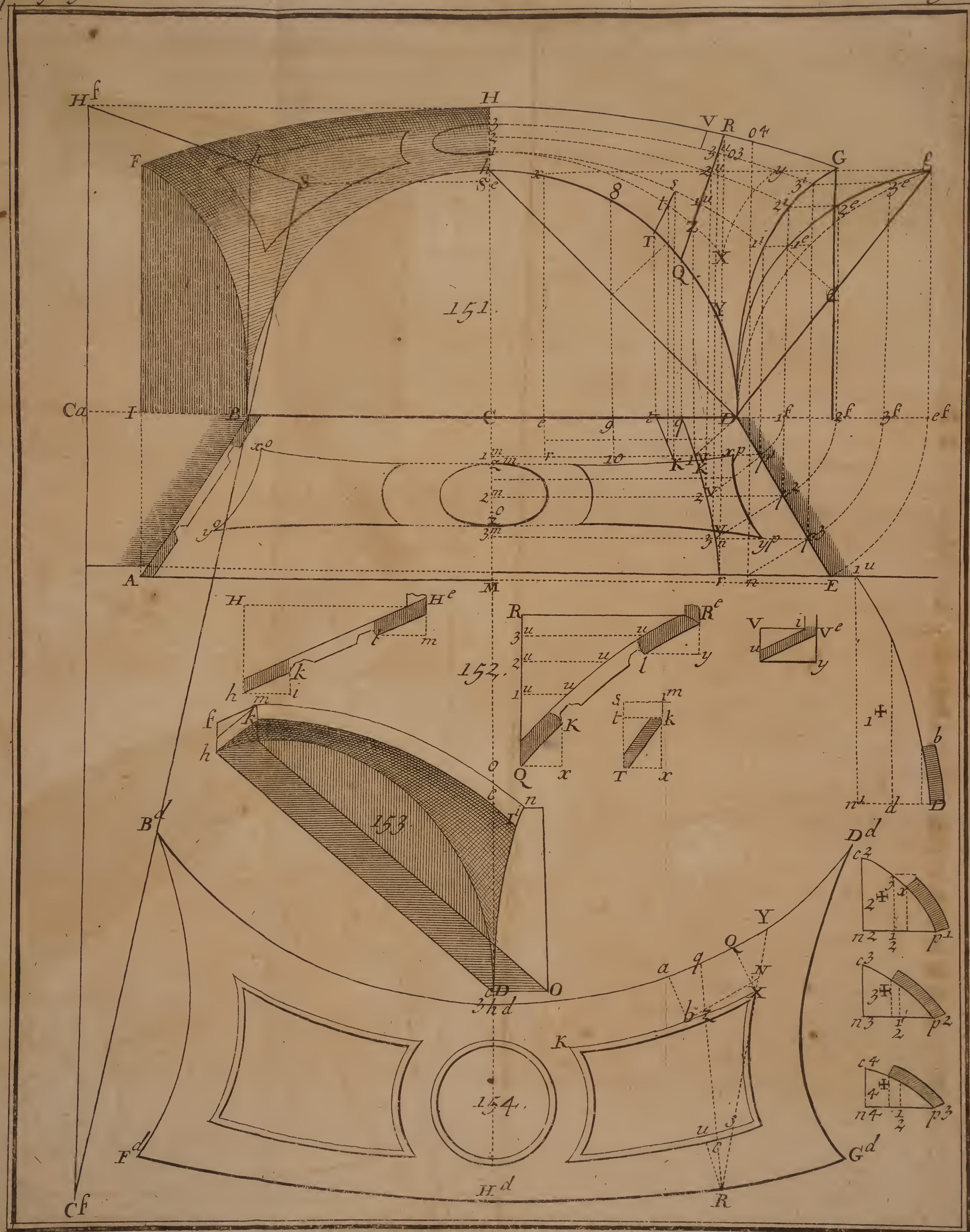
4^o. EN réduisant la Sphère en Polyèdres inscrits , dans la surface concave , ou circonscrits à la surface convexe.

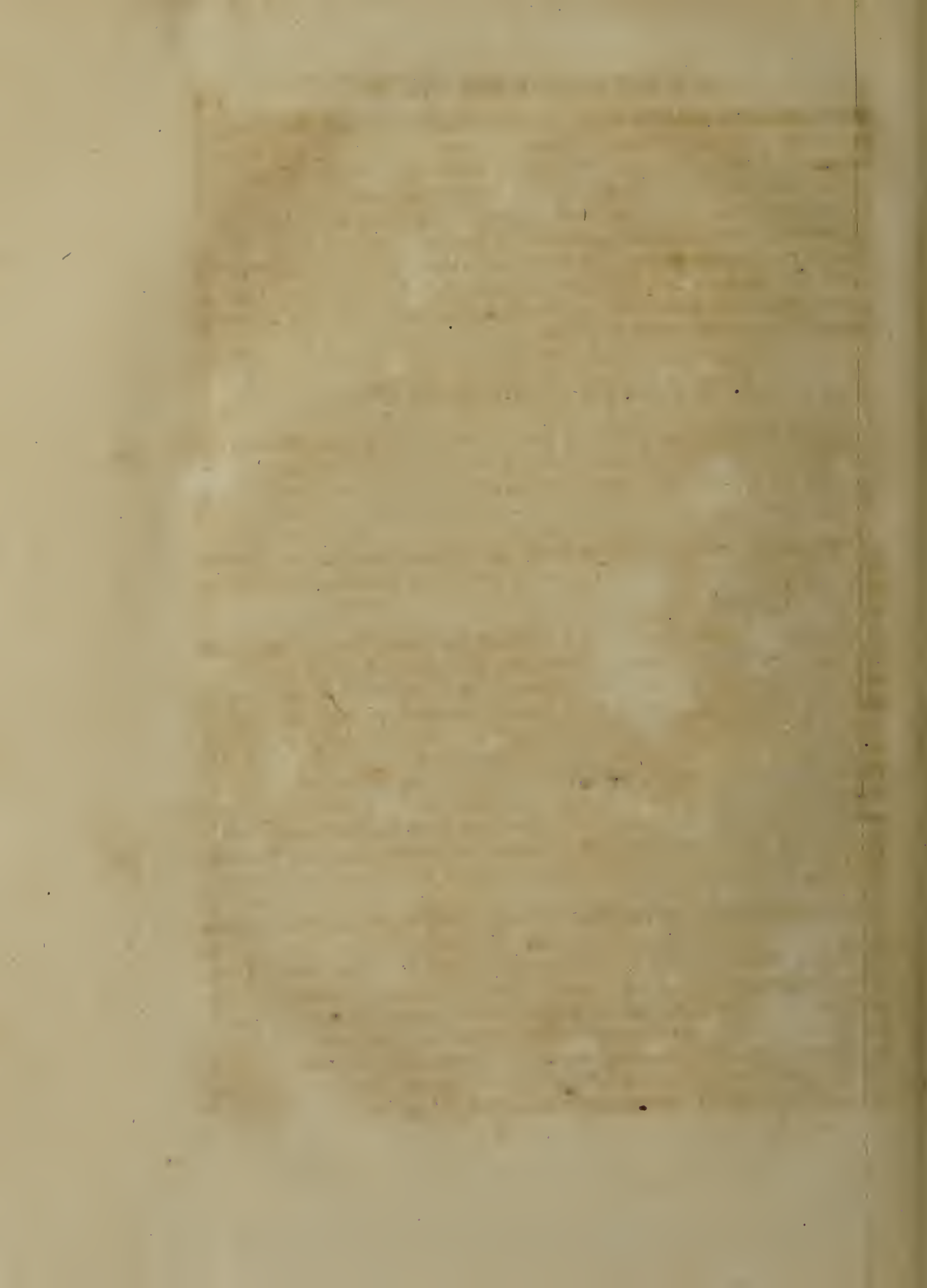
Premiere Methode,

Par la formation d'un segment de Sphère , dans lequel on inscrit les côtez des Vouffoirs.

Fig. 156. Soit (fig. 156.) la demie Couronne de cercle AHB , E^bD , la section verticale d'une Sphère , par son axe HC , laquelle represente l'épaisseur d'une voute Sphérique , & doit servir de ceintre primitif. Ayant fait à l'ordinaire , la division des vouffoirs , aux points 1 , 2 , 3 , 4 , de la doële , tiré du ceintre C , les joins de tête 1' 5 , 2' 6 , 3' 7 , 4' 8 , & abaissé sur le diametre AB , les aplombs de leurs extrémitez 5 p , 1p' 6p 2p , on tracera du centre C par tous les points p des cercles qui seront les projections horifontales des joins de lit à la doële , & à l'extrados. Nous n'avons besoin pour cette premiere methode que de ceux de doële ; ceux d'extrados serviront pour la suivante.

ENSUITE , on fera la projection horifontale de chaque vouffoir que l'on veut faire , en menant du centre C à quelques points F & I , pris à





à volonté sur le joint du lit de dessous, d'une assise quelconque qu'on se propose de faire; les projections des joints de tête Fd ; Ie , lesquelles déterminent la longueur du vouffoir entre ses deux lits de dessus & de dessous; ainsi la projection horisontale de sa doële est le trapeze mixte $Fled$, dans lequel on tirera la diagonale Fe d'un angle à son opposé, dont il faudra chercher la véritable longueur, parce qu'elle est raccourcie par la projection. On la trouvera en portant la longueur Fe en $p^r Z$, la ligne ZI fera celle que l'on cherche. Cela étant fait, & ayant coupé une cerche sur un arc du demi cercle DhE , on aura tout ce qu'il faut pour tracer la pierre.

Application du Trait sur la Pierre.

AYANT dressé un parement sur une pierre (fig. 157.) on y tracera un cercle d'un rayon & d'un centre pris à volonté. Il faut seulement avoir attention de le faire assez grand, pour qu'on puisse y inscrire la doële du vouffoir. Fig. 157.

ON creusera ensuite dans ce cercle un segment de Sphère, suivant les préceptes du Problème II. avec la cerche du cercle majeur DhE , qui est celui de la doële.

CE segment étant formé, on y inscrira la figure quadrilatere de la doële, en la divisant en deux triangles, dont tous les côtez sont donnez sur l'épure de la fig. 156. sçavoir, les deux joints montans des têtes sur l'élevation par l'intervale DI , les deux joints de lit sur la projection horisontale, par l'intervale de la corde FI , pour celui de dessus, & de pour celui de dessous, & la diagonale de ce quadrilatere, sur l'élevation en ZI , qu'on peut commencer à poser la première dans le segment de la fig. 157. en di , parce qu'elle est la ligne la plus longue; puis de ses deux extrémités d & i & de l'ouverture de compas des lits, & des joints montans, on fera des interjections d'arcs, qui donneront les points f & e pour former le quadrilatere $fied$.

LES sommets des quatre angles de la doële étant trouvez. Il est question de tracer dans ce segment de Sphère, les arcs de cercles qui conviennent à la section que font les plans des joints de lit & de tête; or ces arcs ne sont pas tous de même espece, par conséquent ils ne peuvent être tracez avec la même cerche; car ceux des joints montans appartiennent à des cercles majeurs qui passent par l'axe de la Sphère, & ceux des lits, appartiennent à des cercles mineurs, qui coupent cet axe perpendiculairement, il en faut seulement excepter celui de l'imposte AD ou EB qui passe par le centre C , qui est par conséquent

majeur , & l'équateur de cette Sphère. De sorte qu'excepté pour la première section , il faut toujours trois cerches pour tracer les arcs qui comprennent la doële d'un vouffoir , sçavoir , une pour les deux joins montans , laquelle est une portion d'un grand cercle , & deux pour les joins de lit , qui ont des rayons inégaux , lesquelles sont formées sur le plan horifontal , suivant le contour des arcs de projections de lit , comme FI, *de* pour la première assise , où *de* au lit de dessous , est un arc de grand cercle , & pour la seconde assise $p^1 1$, au lit de dessous , & $p^2 n$, à celui de dessus , qui sont tous deux mineurs , dont les arcs doivent être posez dans le segment de Sphère , de maniere qu'étant placez dans la voute , ils soient dans une situation horifontale.

OR comme il est difficile de trouver cette position , quoique suivant les avertissemens de Mr. DE LA RUE , il suffise *d'incliner cette cerche de maniere qu'elle touche le fond de l'écuelle de toute sa longueur* , cette précaution ne me paroît pas suffisante pour déterminer exactement le contour de l'arc de la cerche sur le segment de Sphère , elle est trop mécanique & trop sujette aux erreurs que peuvent causer les fautes que les ouvriers ont pû faire dans l'excavation de ce segment. Il faut poser la cerche sur les deux sommets des angles donnez comme *f* & *i* fig. 157. & avec un biveau mixte à branches mobiles , prendre l'ouverture de l'angle de l'horifon avec la doële , comme CD₁ , fig 156. pour la première assise , & 9 1 2. pour la seconde ; & ayant posé la branche convexe sur le milieu de la doële , on apuyera le milieu de la cerche sur la branche droite du biveau , & dans cette position du plan de la cerche , on tracera suivant son contour l'arc qui doit marquer l'arête du joint de lit.

Pour la position des cerches des joins montans , on en usera à peu près de même , en se servant des biveaux mixtes *d* FI , F *de* , dont la branche courbe convexe sera posée sur les arcs des lits qu'on vient de tracer , & la branche droite apuyera la cerche des joins montans , en la tenant toujours dans le plan de la cerche des joins de lit , posée comme nous venons de le dire. Je ne crois pas qu'on puisse s'assurer de la position des arêtes de ces joins , sans ces précautions.

IL est encore un autre moyen plus sûr , & moins embarrassant de poser les cerches suivant l'inclinaison qui leur convient , c'est de chercher un troisième point de chaque arc , qu'il faut inscrire dans le segment , en prenant des diagonales sur le milieu des projections des joins de lit & de tête , comme Ke , dont on cherchera la véritable longueur , de la même maniere qu'on a trouvé celle de Fe , on divisera l'arc D₁ au point *g* en deux également , on abaissera son aplomb , $g^{\frac{1}{2}}$, par lequel

on menera l'arc horizontal $\frac{1}{2}K$, jusqu'à l'intersection de la projection du joint dF au point K . On prendra l'intervalle Ke que l'on portera sur le diamètre BA , prolongé de $\frac{1}{2}$ en W , par où on tirera la ligne Wg , qui fera la diagonale, qu'on cherche pour avoir le milieu de l'arc df , ou ei de la fig. 157. qui doit être inscrit dans le segment de Sphère; car si des points e & d pour centres, & de l'intervalle gw pour rayon, on fait des arcs de cercles $9\ 10$, $g\ 11$, & que des mêmes points pour centres, & de l'intervalle Dg (de la fig. 156.) pour rayons, on fasse des arcs $9\ 12$, $g\ 13$, qui couperont les précédens aux points 9 & 9 , ces points seront les milieux des arcs dont on cherche la position dans le segment de Sphère, par le moyen desquels on tracera les arcs proposez, en apuyant le contour de la cerche sur les trois points donnez $d, 9, f$; i, g, e ; de sorte qu'en passant par ces points, on ne pourra donner une fausse inclinaison à la cerche; & par conséquent tracer un faux arc, ce qui arrivera dans toute autre position, quoiqu'on suive exactement le contour de la cerche.

CE que nous avons dit des joins montans, peut s'appliquer avec la même facilité aux joins de lit, en tirant des diagonales à leur milieu, comme de F à m & de d à n , dont on cherchera les véritables longueurs, comme on a fait aux précédentes, & en formant des triangles dans le segment, avec les trois côtez donnez.

COMME nous avons pris notre exemple, pour un vouffoir de la première assise, nous avons porté les longueurs des côtez, & des diagonales racourcies par la projection sur le diamètre AB , qui passe par les impostes de la première assise; mais s'il s'agissoit de la seconde, les projections horizontales du vouffoir, dont on cherche les vrais côtez, & leurs diagonales, seroient portées sur l'horizontale $1, 4$, depuis l'aplomb $2\ 2'$, pour profiter si l'on veut de l'angle droit $2\ 2'\ 4$; car rien n'empêche dans l'un & l'autre cas, qu'on ne fasse un angle droit à part où l'on voudra, pour porter sur un de ses côtez la hauteur $2\ 2'$, & sur l'autre la projection du côté racourci, dont on cherche la véritable longueur, qui est celle de l'hypoténuse de ce triangle rectangle; comme nous l'avons dit aux Livres précédens.

LES contours de la doële d'un vouffoir étant exactement tracez par les arcs de cercles qui conviennent à leurs joins montans, ou à ceux de lit, il n'y aura plus qu'à abattre la pierre avec les biveaux de lit & de doële formez sur l'angle mixte $D'1\ 5$ ou $2\ 1\ 5$. (fig. 156.) lesquels seront toujours égaux, à cause de l'uniformité de la Sphère. On aura seulement attention que les branches droites & courbes, soient toujours dirigées perpendiculairement (autant qu'il est possible) à l'arête du

joint, comme nous l'avons dit au 2^e Livre, de quoi on peut s'assurer si l'on vouloit agir avec une scrupuleuse précision, en prenant des parties égales sur l'arête de chaque côté du lieu où l'on pose le biveau, & de ces parties comme centres, & d'une ouverture de compas prise à volonté, faire des interjections d'arcs, comme si l'on vouloit tirer une perpendiculaire sur une surface plane, mais aux gens accoutumés au dessein, le coup d'œil en décide suffisamment, pour se conduire dans la pratique.

L'ARCHITECTE de la Rotonde, qui est hors des murs de Ravenne en Italie, s'est débarrassé du soin d'en former la voute de plusieurs rangs de voussours, par une manière inimitable, en la faisant toute d'une seule pierre. Je répète ici ce fait, parce qu'à la page 30. de ce tome je l'ai révoqué en doute sur le récit de quelques incrédules, qui pour diminuer cette merveille, la réduisent à la formation d'une clef de dix pieds de diamètre, cependant comme le témoignage de Scamozzi que j'ai rapporté, se trouve appuyé de celui de Misson à la 19^e Lettre de son voyage d'Italie, que j'ai lû depuis peu, je crois que je dois citer ici ce qu'il en dit, comme une espèce de réparation de l'injure que j'ai pu faire à la mémoire de Scamozzi. Le lecteur ne me sçaura pas mauvais gré de cette petite digression, qui est assez intéressante par la rareté de l'ouvrage.

„ HORS des Murs de Ravenne (dit Misson) près de l'ancien port,
 „ il y a un Mausolée qu'Amalazonte avoit érigé pour son Pere Theo-
 „ doric, Roy des Ostrogots, qui faisoit son séjour à Ravenne. On
 „ a fait de ce bâtiment une petite Eglise, à laquelle on a don-
 „ né le nom de Rotonde; & ce qu'il y a de plus remarquable, c'est
 „ la pierre taillée en coupe renversée, de laquelle cette Eglise est couverte.
 „ J'ai mesuré cette pierre, & j'ai trouvé qu'elle a trente-huit pieds de
 * Il veut di- „ diametre, & quinze d'épaisseur. * Cette pierre (ajoute-t'il en marge)
 re aparem- „ n'est pas percée par le milieu, comme quelques-uns l'ont écrit;
 ment avant „ on dit à Ravenne qu'elle pèse plus de deux cens mille livres, ce que je
 qu'elle fût „ crois aisément.
 creusée.

„ LE Tombeau de Theodoric étoit sur le haut, & au milieu de ce
 „ petit Dome, entre les Statuës des douze Apôtres qu'on avoit posé
 „ sur le bord tout au tour, ce qui ne subsiste plus.

Si ce Tombeau a été bâti par Amalazonte, qui est mort en l'année 534. ce bâtiment est beaucoup plus ancien que son changement en Eglise, que j'ai datté de l'année 757. sur une description de Ravenne. Revenons à notre sujet.

*Remarque sur cette premiere Methode de la
formation des Voutes Sphériques.*

MR. DE LA RUE est le premier qui ait donné la maniere de tracer les vouffoirs des voutes Sphériques, par l'inscription de leurs angles, dans les segmens de Sphère, à laquelle il veut donner la préférence sur toute autre méthode d'exécuter ces sortes de voutes, blamant beaucoup & avec quelque raison celle de Mathurin Jouffe, de Philibert Delorme, & du P. Deran, qui se servent de Panneaux. Nous devons lui sçavoir gré d'avoir ajouté cette méthode aux anciennes, cependant il nous a laissé encore quelque chose à ajouter.

PREMIEREMENT, à prendre des précautions pour en rendre l'exécution bien correcte dans la formation de son *Ecuelle* entiere, & encore plus dans celle qui est ébrechée comme on a pû le voir au commencement de ce Livre, lorsque nous avons parlé de la formation des segmens, & des portions de segmens de Sphère; je trouve même que le P. Deran page 356. conduit mieux l'ouvrier dans les portions de segment que lui (page 60.) mais ni l'un ni l'autre n'ont pris le moyen de le faire correctement.

SECONDEMENT, à prendre des moyens plus sûrs que ceux qu'il donne, pour poser les Cerches destinées à inscrire dans l'*écuelle* les arcs de cercles qui sont les contours des joins des vouffoirs, parce que ce n'est pas assez de donner les deux points des extrémités, car nous avons montré dans les Lemmes du Ch. I. qu'on peut faire passer une infinité d'arcs de cercles de differens rayons, par deux points donnez dans une Sphère, & que ces arcs de cercles sont entre eux en raison réciproque de leurs flèches.

TROISIEMEMENT, je voudrois pour la position des angles, me servir d'un panneau de doële plate, parce que si la surface concave de l'*écuelle* n'est pas correctement creusée, elle peut faire faire des sections d'arcs, qui donneront des angles mal placez. J'y trouverois encore une sûreté pour l'exécution, parce que le Tailleur de pierre ne pourroit pas s'y tromper.

QUANT à ce qui concerne la méthode en elle même, elle a comme les autres ses *désavantages*.

Le premier, en ce qu'elle n'est propre que pour les voutes parfaitement Sphériques, car notre Auteur ne l'applique point aux Sphéroïdes qu'il renvoye à celle de l'équarrissement. J'ai bien fait voir qu'on

pouvoit aussi l'étendre à la formation des vouffoirs des Cu-de-fours, sur un plan Ovalé ; mais on a pû remarquer par la multiplicité des opérations , qu'elle ne seroit convenable qu'au défaut d'une plus simple.

Le second, c'est qu'elle cause une perte de pierre considérable , particulièrement dans les vouffoirs qui se resserrent beaucoup , & ceux qui se terminent en pointe , comme les premiers des enfourchemens des Sphériques formées en Polygones , d'un petit nombre de côtez , quoiqu'on puisse la ménager par d'autres moyens , comme on le verra ci-après.

Au reste , on doit fort louer Mr. DE LA RUE , d'avoir tâché de corriger la méthode des *Panneaux* dont on se servoit avant lui , *parce que les côtez de ces Panneaux , qui sont les joins montans sont droits , au lieu qu'ils doivent être courbes*, comme l'avoit déjà remarqué *Désargues*, au raport de *Besse* ; cependant cette raison n'est pas suffisante, pour qu'on doive la rejeter totalement. Ces *joins droits* des *Panneaux* étant dans le même plan de coupe que les courbes de ceux de la surface concave dont ils sont les Cordes , sont un moyen très commode pour parvenir à la formation de la surface concave de la Sphère , & de plus à celle des Sphéroïdes , avec la même facilité ; ce qui ne se rencontre pas dans la méthode de la formation des vouffoirs , par l'inscription dans les segmens. Nous allons tâcher de rectifier cette ancienne pratique si méprisée , dont nous tirerons bon parti.

Seconde Méthode de former les Voutes Sphériques, Apellée par *Panneaux*.

*En réduisant la Sphère en Cônes tronquez, inscrits
ou circonscrits à sa surface.*

Nous avons expliqué au troisiéme Livre , comment on pouvoit développer la surface de la Sphère , en une infinité de portions de Couronnes de cercles , qui sont considérées comme les développemens d'une infinité de surfaces de *Cônes tronquez* d'égales longueurs de côtez , si l'on veut , mais dont les angles du sommet & les diametres des bases sont inégaux. Il ne s'agit ici que de faire l'aplication de ce principe , à la construction de nos voutes Sphériques , qu'il ne conduit pas à leur perfection , dans les petites hémisphères , où la largeur des vouffoirs a un grand raport au diametre de la voute ; mais qui en approche si

fort dans les grandes , que la difference devient insensible dans l'exécution.

Supposons pour exemple une voute Sphérique , de grandeur assez ordinaire comme de 30. pieds , & $\frac{1}{2}$ de diametre , & la largeur de la doële de chaque rang de voussoir qu'on appelle *Assise* d'un pied mesuré à la Corde , qui sera égale à la longueur des joins montans , ces cordes des arcs d'un cercle majeur de la Sphère , formeront un Polygone de 96. côtez. Or la difference du côté d'un tel Polygone , avec l'arc de cercle dans lequel il est inscrit , est si petite , qu'elle est absolument imperceptible dans la pratique , puisqu'elle l'est à peine aux Geometres qui ont cru pouvoir la mépriser dans le raport qu'ils ont cherché entré le diametre & sa circonference , ce qui est connu par l'histoire du calcul d'Archimedes , qui a trouvé ce raport égal à celui de 7 à 22 , en suposant un Polygone de 96. côtez , inscrit au Cercle.

Je scai bien que ce raport n'est pas exact , puisque le calcul poussé plus loin , donne des fractions sans fin ; mais aussi je scai qu'elles sont trop petites pour tirer à conséquence , pour l'exactitude nécessaire en Architecture , ce qui supprime ou du moins , excuse l'erreur que Mr. DE LA RUE reproche à l'ancienne Méthode. Le P. Deran n'y étoit pas tombé par surprise ni par ignorance , si l'on en juge par ce qu'il dit „ dans sa Préface. „ On ne peut exiger (dit-il) en nos opérations une „ rigueur telle qu'on la recherche d'ordinaire , és matieres de Géometrie „ purement spéculative , car outre qu'ensuite de cette contrainte , nos „ pratiques se trouveroient souvent plus embarrassées , cela d'ailleurs feroit „ tout à fait inutile , vû que sans se rendre exact à ce point , on ne „ laisse de conduire heureusement à chef les ouvrages des voutes , „ comme la Pratique journaliere le fait voir , & partant on prend „ quelquefois ce qui aproche du vrai pour le précis , comme „ la Corde d'un arc pour l'arc même , ou au contraire , & ce lors „ seulement que ni la curvité de l'arc , ni sa quantité , ne sont pas bien „ grandes ni considérables.

Je conviens que la Corde d'une voute Sphérique d'un petit diametre , comme de dix pieds , dont les assises ont un pied de largeur de doële , differe trop sensiblement de son arc , pour qu'on n'y doive faire aucune correction , parce qu'elle s'en éloigne au milieu d'une flèche d'environ trois lignes ; alors il est à propos de faire une correction à la méthode des Cônes tronquez dont nous parlons ; mais cette correction est facile , puisqu'elle ne consiste qu'à une reprise d'opération ; ainsi que nous allons l'expliquer , en donnant les moyens de se servir

de cette méthode suivant les loix de la Géométrie ; même avec plus d'exactitude que celle où les ouvriers peuvent atteindre , parce que nous cherchons à contenter l'esprit , en n'admettant rien qui ne soit exactement juste dans son principe ; en fera usage qui voudra.

Fig. 161. Soit fig. 161. le demi Cercle majeur APB, la section verticale de la Sphère , par son centre C , & le pole P de ses divisions de joins de lits horisontaux. Ayant divisé ce ceintre en ses vouffoirs , par exemple en sept , aux points 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , & abaissé de ces points des perpendiculaires sur son diametre AB , qui le couperont aux points $p^1 p^2 p^3$, &c. On décrira par ces points autant de cercles concentriques $p^1 E p^6$, $p^2 F p^5$, qui seront les projections des joins de lit.

ON tirera ensuite les cordes des divisions de la doële , qu'on prolongera jusqu'à ce qu'elles rencontrent l'axe CD prolongé. Ainsi A1 rencontrera l'axe au point S^1 , duquel pour centre & pour rayon $S^1 A$, on décrira un arc AE terminé en E à volonté , d'où on tirera au centre S^1 une ligne $Æ 1^d$, du même centre S^1 , & pour rayon $S^1 1$ on fera un arc parallele au précédent , qui coupera la droite $Æ 1^d$ au point 1^d , la portion de couronne de cercle A $Æ 1^d 1$ fera le Panneau de développement de la surface conique de la premiere assise , inscrite dans la Sphérique.

ON fera de même le développement de la seconde assise , en prolongeant la Corde du second vouffoir 1 , 2 jusqu'à ce qu'elle rencontre l'axe prolongé au point S^2 , duquel comme centre , & pour rayon les longueurs $S^2 1$, $S^2 2$, on décrira les arcs paralleles 1 1^1 , 2 2^1 , qu'on terminera à volonté par une ligne $1^1 2^d$, tirée du centre S^2 , ainsi des autres parties de la doële jusqu'à la clef , dont la doële n'est plus une portion de surface de Cône tronqué , mais celle d'un cône entier , qui a pour base le cercle dont le diametre est la corde 3 , 4 , pour côté la corde de l'arc 3 P , & pour hauteur d'axe , la flèche $n P$, mais cette observation n'est d'aucun usage , la clef se fait sans Panneau comme nous le dirons ci-après.

Si par un cas extraordinaire , on faisoit une voute extradossée , après avoir tiré la corde A 1 , il faudroit lui mener une parallele par le milieu m de l'extrados , laquelle seroit une tangeante $T 1$, qu'il faudroit prolonger de même que la Corde A 1 , jusqu'à ce qu'elle rencontrât l'axe prolongé en un point , d'où comme centre , on décriroit les arcs te , $T 1^2$, qu'on termineroit par une ligne $e 1^2$ tirée au même centre ; cette portion de Couronne de cercle seroit le développement du Cône tronqué , circonscrit à la Sphère ; mais ce Panneau est inutile , à moins qu'il ne s'agit uniquement que d'une surface Sphérique convexe , parce que

que lorsqu'on fait une doële, on s'épargne le panneau de l'extrados, en faisant des arcs sur les lits & joins montans, parallèlement à ceux des arêtes de la doële.

Nous ne proposerons point de panneaux pour les lits parce qu'ils sont inutiles, en ce qu'on les forme très-bien par le moyen des biveaux, & que d'ailleurs étant des développemens d'autres surfaces coniques tronquées, on ne pourroit en faire usage qu'après que le lit seroit formé; & alors ils ne serviroient tout au plus que pour verification. Au reste, il est visible par la figure 155. que le centre C est le sommet commun de tous les Cônes des lits GF, *gfj*, IK, *ik*; & leurs côtés CG, CF, CK, CI, tous égaux aux rayons extérieurs & intérieurs de la Sphère, & par conséquent que tous les panneaux de lit développez sont des portions de couronnes de cercles égales en largeur, qui est la différence des rayons de doële & d'extrados DHEI, APBg, mais inégales en longueur de contour, qui diminuë à mesure que les lits approchent de leur pôle P, où est la clef, dans le raport des contours des cercles de la projection horifontale des rayons inclinez Cp^1 , Cp^2 , Cp^3 , c'est-à-dire dans le raport des lignes CA, W_1 , G_2 , n_3 .

On remarquera que nous avons tracé les panneaux de doële hors de la Voute, pour ne pas embrouiller le Trait; ils pouvoient être tracez en dedans sans aucun inconvénient, comme en A *a d* 1; car leur position ne décide de rien dans l'épure.

Les panneaux étant tracez; nous ne prétendons pas nous en servir comme d'un modèle immédiat pour former la doële de la Sphère, nous retomberions dans la faute qu'on reproche à cette méthode que Mathurin Jouffe, les P. Deran & Dechalles ont tirée de Philibert Delorme; mais seulement nous en servir pour former une des concavitez de cette doële suivant la direction horifontale, dans laquelle nous trouverons plus facilement le moyen de la creuser une seconde fois suivant sa direction verticale; c'est-à-dire que nous ferons premièrement une surface Conique, dans laquelle nous apliquerons ces panneaux tracez sur une matiere flexible, pour avoir dans cette surface par le moyen de leur contour, celui des arrêtes des joins de lit de dessus & de dessous, & les cordes des arcs des joins montans de la doële.

Pour parvenir à la formation de la premiere surface conique de la doële, on commencera par déterminer dans le Plan la longueur du Vouffoir qu'on se propose de faire, dont on fera le Plan horifontal comme dans la méthode précédente, par exemple le trapeze mixte *noqs*, on divisera la corde *qs* en deux également en M par où on tirera du centre C la ligne du milieu *mR*, qui donnera les flèches *mr* & MR, qu'on portera au profil sur les horizontales 6 1, 5 2; sçavoir MR de 6 en *u* & *mr* de 5 en V, & l'on tirera la ligne *uV*;

enfin du centre C on menera par le point V la ligne Vz qui coupera 65 prolongée au point z , & l'épure sera faite; il ne reste plus qu'à en faire l'application pour tracer la pierre & la tailler.

Application du Trait sur la Pierre.

Fig. 162.

Sort, fig. 162. un quartier de pierre $abcdg$ destiné (par exemple) pour un Vouffoir du deuxième rang, on commencera par lui faire un parement bcd , au milieu duquel, ou à peu près, on tirera une ligne droite Mm , sur lequel par un point pris à volonté comme u , à peu près éloigné de bc de la longueur MN du Plan horizontal, on tirera une perpendiculaire qs ; puis prenant le biveau de l'angle $Vu6$ du profil, on abattra la pierre suivant cette ligne, tenant ses branches toujours d'équerre sur qs pour former la surface plane hmq , sur laquelle on appliquera le panneau du segment de cercle qRs du Plan horizontal en QuS ; ensuite ayant pris au profil la longueur uV , on la portera sur la ligne du milieu de la pierre, & l'on tirera par le point V une parallèle à qs , sur laquelle on portera de part & d'autre du milieu m les moitiés de la corde mo & mn du Plan horizontal en VK & VL , où faisant une cizelure creuse ou plumée, on appliquera la cerche du segment nro inclinée en angle aigu, suivant la branche TV du biveau obtus TVu , que l'on posera d'équerre sur la ligne du milieu Mm , en sorte que l'inclinaison de cette cerche soit le supplément du biveau obtus dont on se sert, & l'on tracera l'arc de cercle de la cerche dans le creux de la cizelure, suivant lequel & l'opposé QS on abattra la pierre à la règle pour former une surface conique entre ces deux arcs de cercles, sur lesquels on la fera couler comme nous avons dit au Chap. I. Ou bien à cause que l'obliquité de la cerche peut devenir incommode aux vouffoirs qui approchent de la clef, on pourra en faire une qu'on posera perpendiculairement sur la surface bd , comme il suit.

Fig. 163.

ON portera à part, fig. 163. la corde no du Plan 161, sur le milieu de laquelle ayant fait une perpendiculaire, on y portera pour flèche la longueur Vz , au lieu de la flèche du cercle nr ; & par ces trois points on tracera à la main une courbe qui sera un arc elliptique dans les premières assises, un arc parabolique plus haut, & un hyperbolique vers la clef; ces trois points suffisent pour la pratique. Mais si l'on vouloit opérer plus juste, il faudroit transporter le Triangle $VZ5$ à part, mener à l'arc no du Plan horizontal plusieurs perpendiculaires, & les porter sur $V5$, puis par ces points mener des parallèles à $z5$ en des points x , sur lesquels élevant des perpendiculaires, on porteroit les ordonnées à la flèche nr ; mais cette précision est inutile, parce que les vouffoirs comprennent une trop petite partie de la Sphère, pour qu'on ait besoin de cette exactitude.

Fig. 163.

APRES avoir creusé la surface conique entre les arcs donnez , on y appliquera le Panneau de doële 1 Q 2 O pris dans une partie des arcs de 1, 11, & 2, 2^d, qu'on suppose être coupé sur une surface flexible comme du carton , pour être appliqué dans le creux de la doële conique , dans laquelle on tracera le contour de ce Panneau.

ON remarquera qu'un seul Panneau peut suffire à tracer tous les vouffoirs du même rang , quoiqu'on les fasse de longueurs inégales , parce qu'on peut prendre la moitié de chaque vouffoir , & la porter sur ce Panneau où l'on tracera une ligne par le milieu , si le Panneau n'étoit pas assez long pour le vouffoir entier ; & si le vouffoir est plus court que le Panneau , on fera des repaires de la longueur des arcs du lit de dessus & de dessous , qui serviront à terminer la doële , ou en retournant le Panneau bout pour bout , à commencer de la division où ces longueurs se prendront par petites parties au Plan horizontal sur la projection des joins de lit , & se porteront en même grandeur & nombre sur le contour du Panneau.

LE contour du Panneau étant tracé dans la surface conique , on formera les lits avec les biveaux 6 5 8 & 5 6 9 , qui seront égaux , si la voute est exactement Sphérique , & inégaux , si elle est surhaussée ou surbaissée ; car cette méthode convient aux unes & aux autres , en tenant ces biveaux d'équerre sur les arêtes des lits , & à distance proportionnelle. Par ce moyen on formera sans Panneau les surfaces coniques , concaves & convéxes , qui sont les lits des vouffoirs.

ENSUITE on formera les têtes ou joins montans avec le biveau 6 5 8 ou 1 AD , posant la branche courbe sur l'arête du lit , & la droite suivant le biveau de doële conique , & par les trois points 5 , 6 , 9 , on fera passer une surface plane , sur laquelle on appliquera le Panneau de tête 9 6 5 8 pour avoir les arcs des joins montans , suivant lesquels on doit creuser la surface Sphérique qui est la véritable doële demandée.

POUR mieux se conduire dans cette excavation , on se servira d'une cerche d'un arc du cercle majeur A P B , de telle grandeur qu'on jugera à propos , ayant soin de la poser toujours perpendiculairement aux arêtes des lits de dessus & de dessous , & à une distance proportionnelle de leurs angles ; par exemple , si on la met au milieu , au tiers , ou au quart du lit de dessous , elle doit être aussi au milieu , au tiers , ou au quart du lit de dessus , & le vouffoir sera achevé.

Si l'on suppose que le quart de cercle APC se meut autour de son axe CP, il est clair que les cordes $A_1, 1^2, 2^3, 3P$ décriront par ce mouvement des portions des Cônes Droits, que décriraient les lignes inclinées à l'axe $AS^1, 1S^2, 2S^3, 3P$, puisque chacune des cordes est partie d'une de ces lignes.

Nous avons aussi démontré que le développement d'un Cône Droit est un secteur de cercle, duquel retranchant le développement d'une de ses parties parallèlement à sa base, il reste pour développement du Cône tronqué une portion de couronne de cercle, telle qu'on voit à la fig. 161, A1 1^a Æ, & les autres au dessus; de sorte que si le contour des arcs de cette couronne est égal à celui de la projection, cette couronne enveloppera toute la Sphère d'une Zone conique. Or puisque les cordes qui forment les côtés des Cônes tronqués sont inscrites dans les arcs de cercles des divisions du quart AP, il est clair que l'une & l'autre Zone conique & sphérique seront terminées par des cercles communs & parallèles à l'équateur AB (par le Théor. XII. du premier Livre.

QUE ces cercles soient communs, on peut le démontrer de deux manieres: Premièrement, parce qu'ils sont formez par la révolution d'un même rayon AC ou 1^W, 2^G & 3ⁿ.

SECONDEMENT, si l'on considère les arêtes des lits à la doële comme les sections de la Sphère coupée par les surfaces coniques des lits, il est démontré que cette section est un *cercle* (par le Th. XII. du premier Liv.) puisque l'axe du Cône Droit passe par le centre de la Sphère (par la construction.)

ON peut aussi démontrer que celles des Cônes tronquez de la doële, pénètrent par les Cônes tronquez des lits, sont encore des cercles, par le Théor. XXVIII. du premier Livre, puisque ces Cônes ont leurs axes dans une même ligne CP, quoique tournent en sens contraire, en ce que le sommet commun des Cônes des lits est en C vers le bas, & leur base du côté de P. Ceux des doèles au contraire ont leur sommet vers P & au dessus, & leur base en bas du côté de C ; donc les lignes des arêtes des lits de la doële conique sont les mêmes que celles de la sphérique. Ainsi on peut former en même tems leur contour commun, mais non pas les angles rectilignes & mixtes des surfaces qui sont inégaux, celui de la doële sphérique avec le lit étant plus aigu que celui de la conique avec le même lit.

CELA supposé, il est clair que notre application du Trait sur la pierre est un moyen sûr pour la bien tailler; car nous la supposons coupée hori-

fontalement par une surface plane *bisq* qui représente celle du profil *Fig. 161.*
tu 6 o, dans laquelle nous avons tracé le segment de cerche horizontal *Fig. 162.*
qRs, qui est la projection de l'arête du joint de lit de dessous, dont la
 flèche *RM* donne la distance horizontale de cet arc à une surface
 plane qui passe par sa corde *qs*, & qui est représenté au profil par le
 point *u*; & le milieu *mM* du Plan horizontal par la ligne *Vu* du même
 profil.

IL est encore visible que si l'on pose le segment *nro* du Plan horizon-
 tal, suivant l'angle obtus *uVT* à l'égard de *Vu*, il fera posé parallele-
 ment au segment *qrs*, par conséquent il fera à la base du Cône re-
 tranché dont il fera une section circulaire; donc il fera la base supé-
 rieure de la partie de ce Cône restant tronqué.

Ou bien si l'on coupe le Cône par un Plan perpendiculaire à *uV* en
 prolongeant *6 s* jusqu'à la ligne *Vz*, il est visible que l'une & l'autre
 section auront pour corde commune la perpendiculaire sur le Plan *uVs*
 dont la projection verticale est le point *V*; donc ces sections qui ont
 une ordonnée commune seront entre elles comme leurs abscises *Vs* &
Vz; ainsi en divisant ces abscises proportionnellement comme on a fait,
 & élevant sur ces divisions des paralleles à l'ordonnée commune, on
 aura la courbe de la section passant par *Vz* qui sera à la surface du mê-
 me Cône, soit qu'elle soit elliptique, parabolique, ou hyperbolique;
 car elle peut être de ces trois courbes différentes. Aux premières assises,
Vz donnera une Ellipse, aux autres au dessus elle peut donner une Pa-
 rabole, & vers la clef une Hyperbole; mais on la trouvera par la mé-
 thode que nous avons donnée, sans avoir besoin de la connoître.

LE reste du Trait concernant la maniere de faire les lits & les têtes,
 est commun avec les autres méthodes, & n'a pas besoin de démon-
 stration.

Troisième Méthode de former les Voutes Sphériques ou Sphéroïdes,

En réduisant la Sphère en Polyédre.

AYANT tracé l'épure comme à la seconde méthode des Cônes tron. *Fig. 161.*
 quez pour la Sphère (*fig. 161.*) ou pour un Sphéroïde aplati, alongé,
 ou surhaussé, & ayant fait la projection horizontale *noqs* d'un vouffoir
 du second rang donné pour exemple, lequel est marqué au profil en
5, 8, 9, 6, on portera, comme à la méthode citée, les flèches *MR*

& mr du Plan horifontal en ζV & $6u$ du profil, & l'on tirera la ligne Vu qui fervira à tracer le Panneau de doële plate, laquelle eft une des fufaces du Polyédre qu'on va décrire à la fig. \ddagger à côté de 159. On tirera fur une ligne droite mM , qu'on fera égale à Vu de la fig. 156. deux perpendiculaires indéfinies $nosq$, fur lesquelles on portera de part & d'autre des points m & M les grandeurs mo & Mq du Plan horifontal de la fig. 156. en mn & mo & ms & MQ , & l'on tirera les lignes ns & oQ , le trapeze $noQs$ fera le Panneau de la doële du vouffoir représentée en raccourci dans le Plan horifontal $noqs$ de la fig. 156.

Aplication du Trait fur la Pierre.

- Fig. 159.** ON commencera, à l'ordinaire, par dresser un parement, comme à la fig. 159. $b c d e$, capable de contenir le Panneau de doële & l'engraiffement du lit; enfuite ayant tracé le contour du Panneau de la figure \ddagger fur le parement qui lui eft destiné, on prendra le biveau de l'angle de la doële plate Vu avec l'horifon uO , & avec cet angle VuO on abattra le Prisme triangulaire $h a b c f g$.

ON tracera enfuite fur le nouveau parement $a b c f$ l'arc $q r S$ par le moyen de la cerche SRq de la fig. 156. ou plutôt par le moyen d'un Panneau de lit horifontal fupofé $KSRqL$, qu'on apliquera fur ce parement en $kSRQl$, & par les trois points donnez lQo & kSn , on fera paffer (par le Probl. I.) une furface plane qui fera celle de chaque tête, fur laquelle on tracera l'arc $3 \cdot 4$ & les joins de lit $3 \cdot 7$, $4 \cdot 8$ par le moyen d'un Panneau $7 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 8$ de la fig. 156. en pofant le point 4 fur le point Q , & le point 3 fur le point o , pour avoir les joins de tête & de lit.

ON creufera la doële avec le biveau mixte de doële creufe & de l'horifon $3 \times 4 O$ (de la fig. 156. ou de la fig. 161. s'il s'agit d'une voute parfaitement fphérique) en tenant toujours fa branche droite perpendiculaire à la courbe SrQ ; enfuite ayant porté la corde Qo en ry fur le milieu de la doële, on pofera la cerche uro de la fig. 156. fur les trois points oyn de la fig. 159. & l'on tracera l'arc de cercle qui forme l'arête du lit fupérieur. Enfin avec les biveaux mixtes de lit & de doële courbe $8 \cdot 4 \times 3$ & $7 \cdot 3 \times 4$ on abattra la pierre excédante fur les arêtes des lits marquées à la doële, aufquelles on tiendra la branche droite toujours perpendiculaire. Ainfi on formera deux fufaces coniques, une convexe au lit inférieur, & une concave au lit fupérieur, & l'on aura un vouffoir exactement formé.

Explication Démonstrative.

PUISQUE les quatre angles du Sphéroïde ou de la Sphère sont dans un même Plan, comme nous l'avons prouvé à la page 5. le trapèze $snoQ$ de la fig. \ddagger peut & doit les toucher tous, puisque les côtez no , sQ sont les cordes des arcs de cercles horizontaux des lits, & les côtez sn , oQ , celles des arcs verticaux qui passent par les joins montans de la doële.

IL est aussi clair par la construction, qu'ayant fait l'angle RM_m égal à l'angle OnV , le trapèze du panneau de la fig. \ddagger qu'on a tracé sur la pierre à la fig. 159. est incliné à la surface $lqsk$ du voussoir, comme le même trapèze considéré dans la voute, l'est au Plan horizontal; donc la projection horizontale $ornSRq$ de la fig. 156. ou 161. convient à cette surface.

TROISIEMEMENT, puisque les Plans des joins montans sont perpendiculaires au Plan horizontal, & qu'ils ont une direction tendant au centre C , les lignes Sk & ql de la fig. 159. & 161. sont dans ces Plans de même que les points o & n , par conséquent en faisant passer des Plans par les points donnez kSn & lQo de la fig. 159. on aura les surfaces des joins de tête.

ENFIN puisque les arêtes des lits supérieurs & inférieurs sont dans des Plans horizontaux paralleles entre eux, il est clair que les intervalles de leurs parties aliquotes, comprises entre des Plans verticaux, seront égaux entre eux; donc le point y du milieu de l'arc on doit être à même distance du point r du milieu de l'arc QrS , que les cordes Qo & Sn ; or puisqu'on a trois points donnez dans le cercle horizontal du joint supérieur oyn , on aura la position de l'arc nra de la fig. 156. Donc l'arête du lit supérieur sera bien tracée, & par conséquent aussi les lits qui sont formez sur cette arête par le moyen du biveau de lit & de doële, *ce qu'il falloit faire.*



Quatrième Méthode de former les Voutes Sphériques par l'inscription des Cylindres.

En Termes de l'Art , quoiqu'impropres.

Par Equarrissement.

LA première Méthode que nous avons donnée pour former les voutes sphériques , n'est guères propre qu'aux voutes exactement sphériques ; la seconde & la troisième s'étendent aux Sphéroïdes , dont les bases sont circulaires.

CETTE quatrième est générale pour toutes sortes de Sphères , de Sphéroïdes & de Conoïdes , comme nous le ferons voir en son lieu. Il suffit présentement d'en faire l'aplication à la Sphère.

Fig. 161.

SOIT, fig. 161. le cercle APB le Plan horizontal de la voute, dont nous considérons la moitié APB comme son profil, & l'autre moitié AgB comme son plan horizontal.

AYANT divisé le ceintre APB en ses vouffoirs , par exemple en sept aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, on abaissera de chacun de ces points des perpendiculaires qui couperont le diamètre AB aux points p^1 , p^2 , p^3 , &c. par lesquels du centre C, on fera passer des cercles concentriques à AgB, $p^1 E p^6$, $p^1 F p^5$, $p^3 G p^4$, qui seront considérez comme les bases d'autant de Cylindres Droits, & qui sont les projections des joins de lit, inscrits dans la Sphère par les aplombs 1 p^1 , 2 p^2 , 3 p^3 , lesquels Cylindres ont pour axe commun CH.

ON tirera ensuite du centre C les joins de tête à l'ordinaire 4.7, 5.8, 6.9, & le Trait sera fait. Il ne s'agit plus que d'en faire l'aplication sur la pierre, ce qui est très-aisé.

Aplication du Trait sur la Pierre.

ON prendra sur le Plan horizontal la plus grande longueur qu'on veut donner au vouffoir par son lit de dessous, par exemple, pour la seconde assise ik , puis on tirera par le centre C les lignes oi & nk , qui couperont la projection du lit de dessus en no , & la queue du lit de dessous en ik , ce qui donnera le quadriligne mixte $noik$ pour une portion de la base d'un Cylindre, dans laquelle est compris le vouffoir que l'on veut faire.

AYANT

AYANT dressé un parement pour servir de lit nQ de supposition horizontale, on y appliquera le panneau de la figure $noik$, dont on tracera le contour, suivant lequel on abattra la pierre quarrément, ce qui formera une espece de coin émouffé, tel qu'on voit à la figure en NQ , lequel sera composé de deux surfaces planes, & d'une portion cylindrique creuse $NOon$, qu'on formera avec la cerche nro du Plan horizontal.

Fig. 160.

ON portera ensuite la hauteur de la retombée ζt sur les arêtes oO , nN , de o en ζ , de n en z , & la retombée $t\phi$ sur les arêtes oQ & nK de o en q , & de n en p ; ensuite on posera sur les plans des joins montans le panneau de tête $9\phi\zeta 8$, & sur le lit horizontal le panneau $qik\zeta$ en $qpKQ$, pour tracer l'arc qp de l'arête du joint de lit de dessous avec la doële, ce qui se fait aussi plus simplement, mais moins correctement, en traînant np sur no perpendiculaire à l'arc no .

L'ARETE du lit de dessus se tracera par les points z & ζ' , parallèlement à celle de la base no , avec une règle pliante; ainsi les quatre côtes de la doële qu'on doit creuser seront donnez; il ne s'agit plus que d'abattre la pierre de l'un à l'autre, s'aidant d'une cerche faite d'une portion du cercle majeur, dont on tiendra le plan perpendiculaire à l'arc de la base pq ; ensuite on abattra la pierre pour former les lits avec le biveau mixte $6\zeta 8$.

ON peut aussi, avant que de creuser la doële, former les lits avec le biveau d'aplomb & de coupe $t\zeta 8$ pour le lit de dessus, & celui de l'horison & de la coupe $t\phi 9$ pour le lit de dessous, tenant une de ses branches parallèle aux arêtes nN , oO , & l'autre perpendiculaire aux arcs $z\zeta$, no ; par ce moyen on s'épargne la peine de faire un biveau mixte pour le doële & les lits. Il suffira d'une cerche pour la doële, dont la position n'est pas indifférente, comme nous l'avons dit cy-devant; il faut avoir grand soin de la tenir dans la situation d'un méridien, perpendiculairement aux plans passans par les joins de lit, & dans une direction qui tende à l'axe de la Sphère.

ON peut aussi sans le secours des biveaux faire le lit de dessus, si l'on s'est donné la peine de faire un lit parallèle à nQ en NS , & qu'on y trace par le point 8 un arc 89 parallèle à ON , parce qu'on pourra abattre la pierre à la règle comme pour une portion conique sur les arcs $z\zeta$ & 98 .

Explication Démonstrative.

Si l'on suppose la Sphère coupée par des plans horizontaux passans par les points les plus élevez de l'extrados, comme 9 , 8 , 7 , ils couperont les

aplombs prolongez en des points x, y, z , qui donneront la plus grande hauteur du vouffoir sur sa retombée, & l'on inscrira par ce moyen le vouffoir $96BE$ portion de Sphère, dans un cylindre de même hauteur $\propto p^6 Ee$; car faisant mouvoir le parallelograme Ce autour de l'axe Cc , il est évident qu'il formera un cylindre, dont ôtant le cylindre inscrit $Cp^6 \propto c$, il reste une couronne de cylindre formée par l'angle qui est exprimé au plan horifontal par la couronne de cercle, dont $p^6 p^9 KS$ est une partie, & à cause que le mouvement qui forme la Sphère dont le vouffoir est une partie, se fait autour d'un axe commun, il suit que lorsqu'on a celle du cylindre, il ne reste plus qu'à abattre la pierre d'une manière uniforme pour en retrancher les solides courbes prismatiques, formez l'un par le triangle $x96$ rectiligne qui est une portion de Cône, l'autre par le triangle mixte $6Bp^6$, qui est une portion de Sphère circonscrite au cylindre vuide, dont le côté est $6p^6$, ou ce qui est la même chose inscrite dans l'anneau solide.

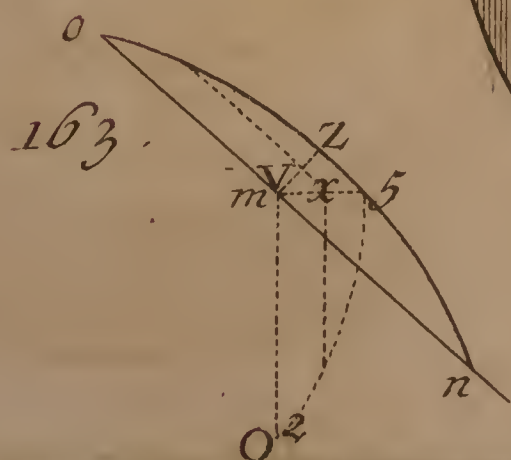
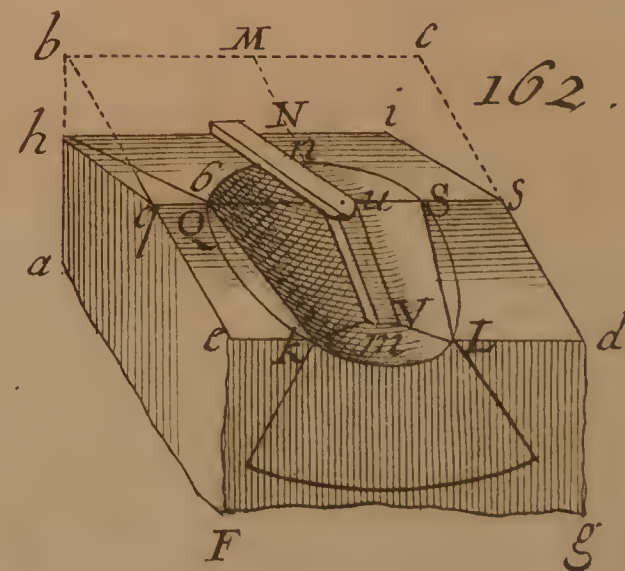
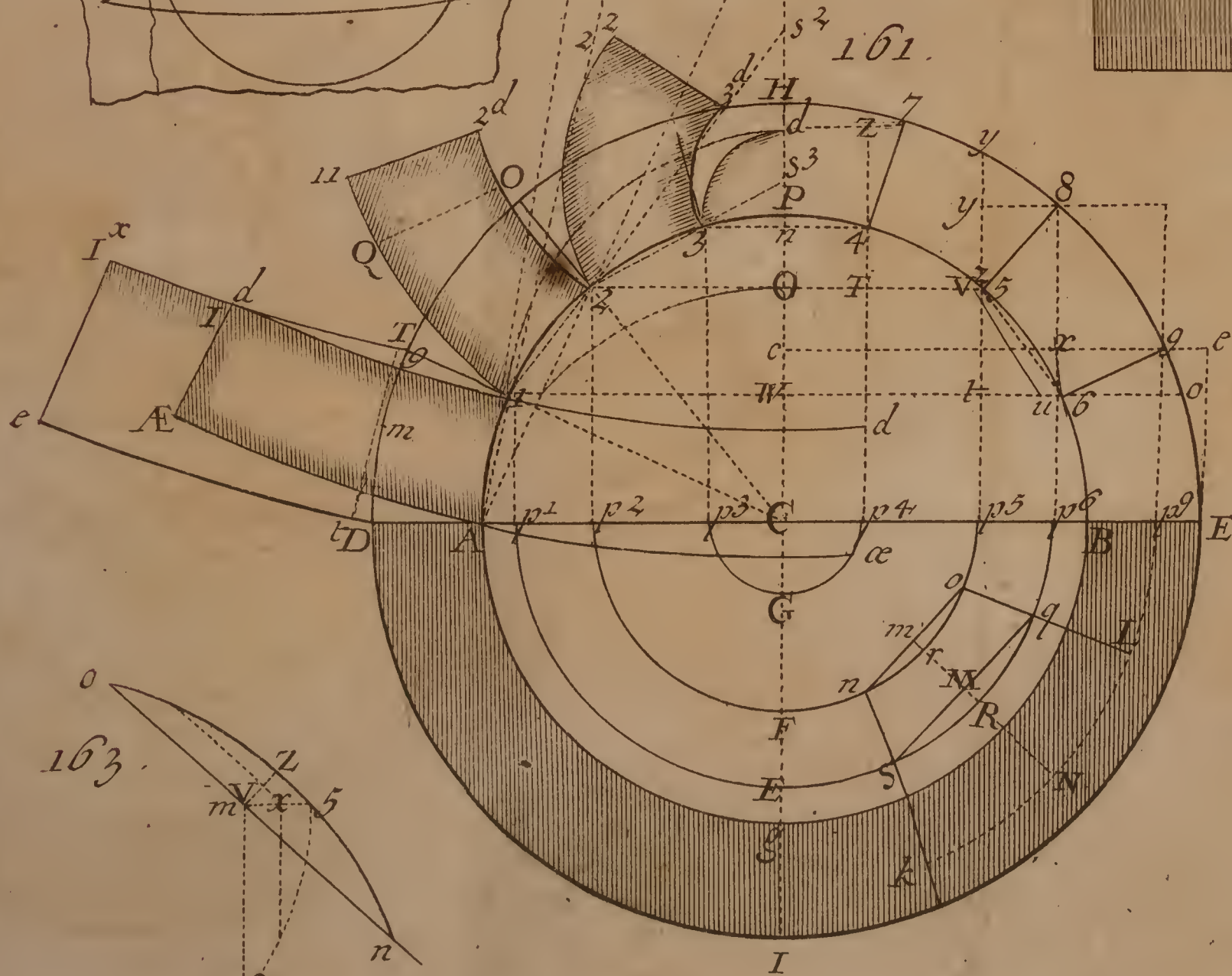
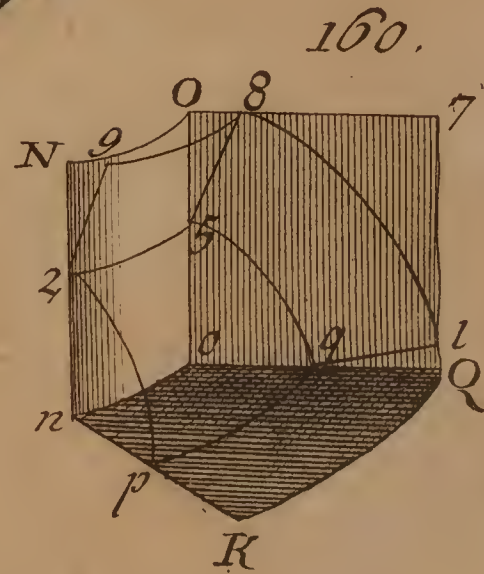
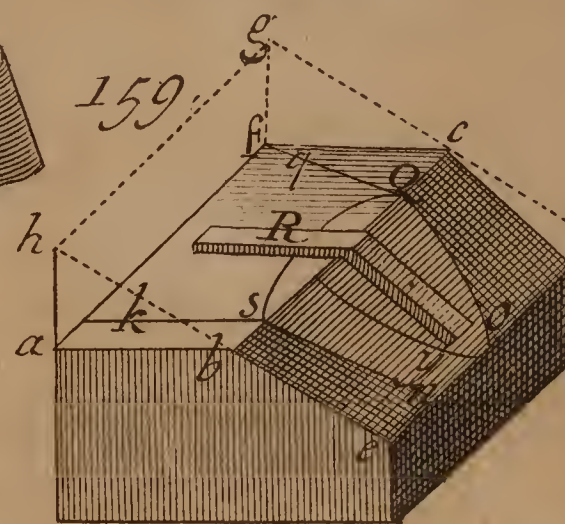
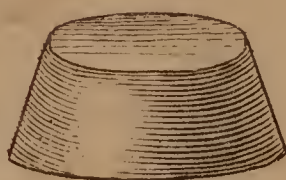
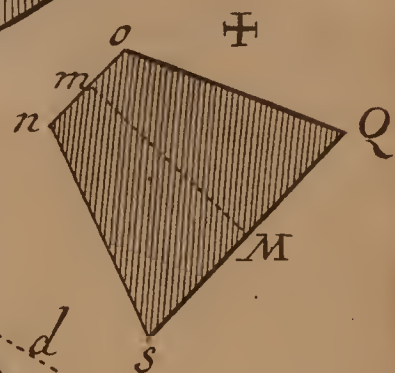
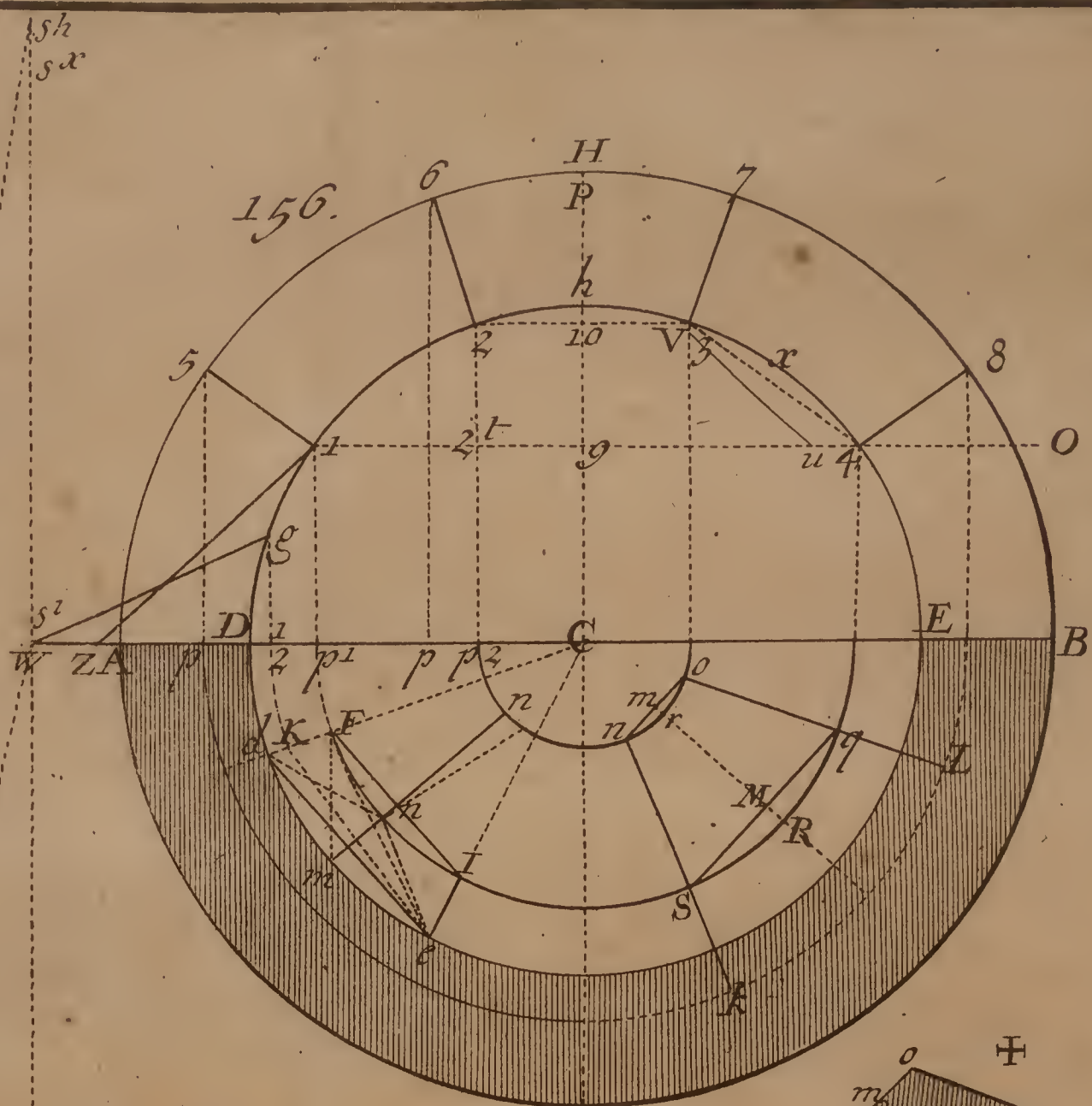
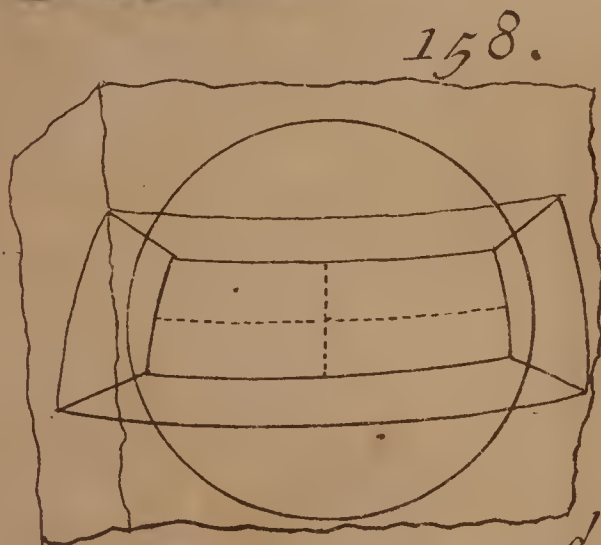
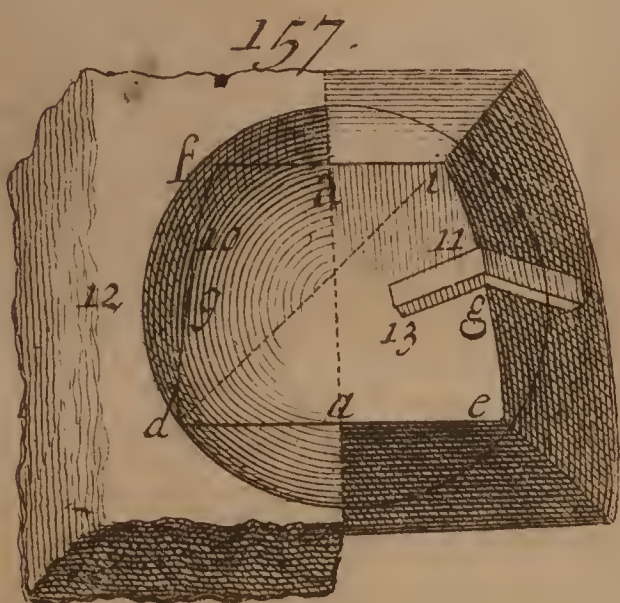
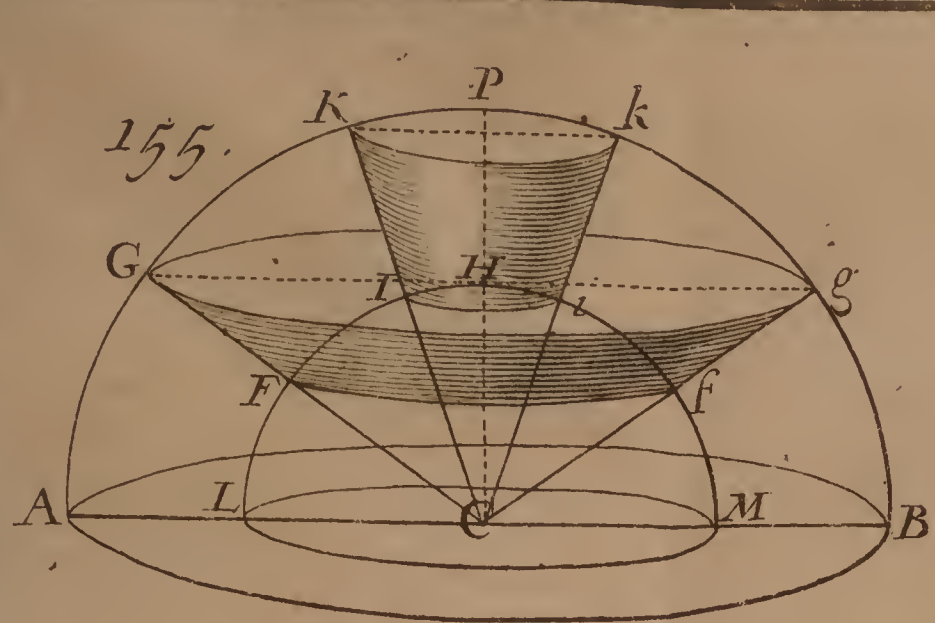
C O R O L L A I R E.

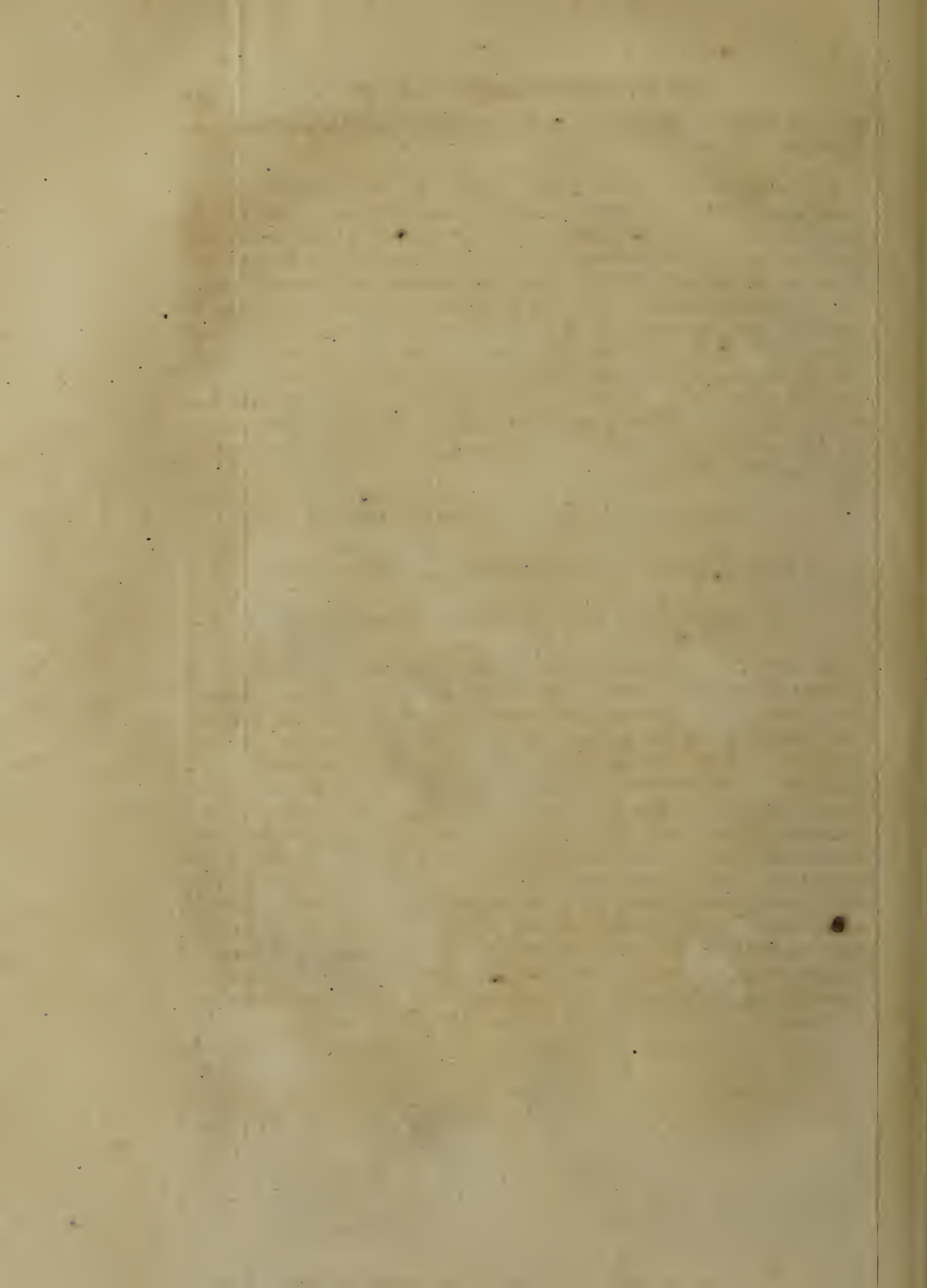
Il est clair que cette méthode est également propre à la formation d'un Sphéroïde dont l'axe est vertical, qu'à la Sphère, puisque la formation de ce solide est la même que celle de la Sphère & du cylindre par la révolution d'une courbe Ad Elliptique autour d'un axe commun, car si au lieu de l'arc circulaire $6B$, & de la coupe 69 on substitue un arc Elliptique & une coupe plus ou moins inclinée, on aura toujours un rapport constant de la figure qui en résultera, à celle du cylindre inscrit; mais nous en parlerons ailleurs en traitant des Sphéroïdes.

*Remarque sur les quatre Methodes de former
les Voutes Sphériques & Sphéroïques.*

Nous avons déjà dit que la premiere méthode par les segmens de Sphère n'étoit pas générale, mais particuliere à la Sphère, & qu'elle occasionnoit beaucoup de perte de pierre, d'où nous pouvons conclure que c'est la moindre de toutes.

Nous avons aussi fait voir que la seconde par l'inscription des Cônes tronquez étoit plus générale, puisqu'elle peut s'appliquer aux voutes Sphéroïdes, de même qu'aux Sphériques, & de plus aux Annulaires. comme nous le dirons en son lieu; mais elle est plus propre aux grandes voutes qu'aux petites, & lorsque la difference de la concavité du Cône tronqué & de la Zone de Sphère ou de Sphéroïde est assez peu sensible pour qu'on puisse la négliger dans la pratique; car dans les petites voutes où il faut reprendre le parement de la voûte conique





pour le creuser en Sphérique, elle n'a aucun avantage sur la quatrième méthode.

LA quatrième par *l'inscription des Cylindres* est sans contredit la plus étendue & la plus sûre pour l'exécution, mais elle cause beaucoup de perte de pierre, particulièrement vers l'élevation de 45 degrés, d'où il faut conclure que la troisième est la plus commode, & celle qui cause le moins de perte de pierre, pour les Sphères & les Sphéroïdes alongez ou aplatis verticaux; mais elle n'a pas le même avantage pour les Conoïdes que la précédente, qui non seulement supprime l'usage des biveaux de lit & de doële variables pour le même lit, mais qui peut encore servir pour les doëles gauches qui n'ont pas leurs quatre angles dans un même plan, de sorte que le Sphéroïde Conoïde ne peut être réduit en Polyédre de surfaces quadrilateres, mais seulement triangulaires, ce qui rendroit cette méthode trop composée, quoique toujours bonne dans son principe.

Seconde disposition des Voussoirs.

Des Voutes Sphériques lorsque leurs rangs sont dans une situation verticale.

IL ne fera pas nécessaire d'entrer dans le détail de la construction des Voutes Sphériques, dont les voussoirs au lieu d'être dans une situation horizontale, sont rangez en Arcades verticales, parce que l'on sent bien du premier abord que ce n'est que la même chose tournée différemment, comme on voit à la fig. 183. de la planche 57. c'est-à-dire que les joins de lit sont devenus les joins de tête, & que les pôles de leurs cercles qui étoient dans un axe vertical, l'un au sommet de la voute, l'autre dans le vuide au dessous, sont icy dans la base horizontale diamétralement opposés; la seule différence qu'il y a de cette disposition à la précédente, c'est qu'une partie de la voute peut être élevée sans l'autre, & se soutenir, au lieu que dans la précédente il faut que chaque rang horizontal soit continué dans le pourtour, de sorte qu'on ne peut faire un tiers ou un quart de Sphère comme dans cette dernière; de là vient qu'on en fait principalement usage pour les Niches qui ne sont que des quarts de Sphères, mais nous parlerons ailleurs de ces mutilations.



Troisième disposition des Vouffoirs.

Des Voutes Sphériques dont les rangs sont inclinez à l'horison, en termes de l'Art, en Coquilles.

Nous traiterons de cette espèce d'arrangement des Vouffoirs des Voutes Sphériques lorsque nous parlerons des tronquées, parce qu'il n'est d'usage, comme le précédent, que pour les Niches.

Quatrième disposition des Vouffoirs.

Des Voutes Sphériques, où ils sont arangez de differente maniere dans la même Voute.

Quoiqu'il soit de la délicatesse de l'Art, de cacher autant qu'il est possible, les joins des pierres qu'on employe à la formation des voutes; cependant comme il est impossible de les cacher entierement sans les couvrir d'un enduit, qu'on ne peut apliquer solidement sur la pierre de taille, les Architectes se sont avisez d'affecter certains arangemens de vouffoirs qui font des figures agréables à la vûë, tirant ainsi une décoration de l'imperfection de l'Art, qui ne peut faire les voutes d'une piece.

PLAN. 54. Ils prennent pour base de cet arrangement une figure rectiligne divi-
Fig. 166. sée par des paralleles, qui forment en differens sens des rangs des vouffoirs verticaux; tel est un Poligone regulier inscrit dans le cercle horison-
tal, comme un Triangle, un Quarré, un Pentagone, un Exagone, &c. cette disposition s'appelle *voute de four fermée en Triangle, en Pentagone, &c.* les rangs disposez suivant chaque côté du Poligone ont un pole à l'horison entre les deux angles inscrits dans le cercle de la base horizontale, comme on peut le voir à la figure 166. ou bien au lieu de placer les angles du poligone à l'horison, il n'en ont placé qu'un à son pole, d'où abaissant des quarts de cercles verticaux sur les divisions de l'horison en certain nombre de parties égales comme en 3, 4, 5, 6, &c. ils ont fait des rangs de vouffoirs verticaux, qui se rencontrent & se penetrent les uns les autres suivant autant de diagonales, ce qu'ils ont appelé *voute Sphérique faisant le plan d'une voute d'arête triangulaire, quarrée, pentagone, &c.* comme on peut voir à la figure 180 de la planche 56.

De la premiere espece de Variations.

Des Voutes Sphériques fermées en Poligones.

Ces Voutes peuvent être considérées comme composées de deux parties, l'une qui est celle de chaque rang vertical conduit tout uniment

comme s'il étoit dans une voute simple, qu'on appelle la Coquille ou la Trompe, telle est la partie AHET fig. 166, l'autre qui est la rencontre de deux rangs qui se croisent & se terminent à un cercle majeur, qui les coupe obliquement dans le plan de la diagonale de leur projection horizontale; & parce que cette rencontre des deux rangs se forme d'une seule pierre *Ei*, qui a deux branches comme une fourche, cette partie s'appelle *l'enfourchement*. La première partie des voutes Sphériques composées, n'a aucune difficulté, puisqu'elle est la même que celle des voutes Sphériques à rangs de voussours verticaux, dont nous avons parlé cy-devant à la seconde disposition.

TOUTE la difficulté consiste donc à la formation des voussours d'enfourchement qui sont communs à deux rangs differens.

P R O B L E M E. XVII.

Faire une Voute Sphérique composée de rangs de Voussours de différentes directions.

Première Disposition.

En termes de l'Art,

Faire les Voussours d'enfourchement des Voutes Sphériques ou Sphéroïdes formées en Poligone.

ON peut résoudre ce Problème de trois manières, la première par l'analyse de la projection du Polygone inscrit dans le cercle de la base horizontale, en faisant par son moyen l'élevation des arcs verticaux, dont elle donne les diamètres ou parties de leurs diamètres.

LA seconde, qui est fondée sur la réduction de la Sphère en cônes tronquez, c'est d'en assembler les surfaces développées qui se coupent obliquement suivant une diagonale, & d'en former le panneau d'enfourchement.

LA troisième, c'est par la médiation des doëles plates.

Première Méthode, par l'inscription de l'enfourchement dans un segment de Sphère.

Soit (fig. 164.) le cercle horizontal $I\ 5\ O\ 1\ 5$, qui est la base de la voute Sphérique dans laquelle on veut inscrire un Polygone, par exemple un *Fig. 164.* Quarré, ayant tiré par le centre C les diamètres $I\ O$ & $5\ 1\ 5$ à angle droit, on tirera par leurs extrémités les lignes $I\ 5$, $5\ O$, $O\ 1\ 5$, $1\ 5\ I$, on divisera ensuite deux de ces côtes en deux également en k & K , par où l'on mena par le centre C deux diamètres $P\ p$ & $P^2\ p^2$, qui seront les axes des quatre segmens de Sphère que retranchent les côtes du quarré

inscrit, ſçavoir IP 5, 5 P² O, &c. On divifera enfuite chacun de ces ſegmens en autant de parties égales que l'on voudra avoir de rangs de vouffoirs, comme par exemple icy en cinq aux points 0, 1. 2. 3. 4. & 5, & par ces divifions on menera des paralleles aux côtez du quarré I 5 & O 15, qui couperont les diametres I O & 5, 15, aux points 6. *d*, *e* *l*, *g* *f*, 8 7, par leſquelles on menera des parelles aux côtez du quarré entre ſes diagonales, comme 68, *d* 7, *e* 9, *l* *f*, & d'autres dans les ſegmens comme 4. 1. 14. 11 &c. 3, 2, 13, 12, & l'on aura la projection de tous les joins de lits des rangs de vouffoirs qui ſont dans une ſituation verticale, c'eſt-à-dire, à la circonſérence des cercles ver-ticaux, qui auront pour diametre les lignes inſcrites dans le grand cercle horifontal, où eſt la naiſſance de la voute.

Il s'agit à preſent de former les Vouffoirs d'enfourchement dans leſ-quels conſiſte toute la difficulté de ces voutes, renvoyant le lecteur, *aux voutes ſimples formées par des rangs verticaux*, pour la formation des vouffoirs compris entre les enfourchemens. On commencera par déterminer dans la projection horifontale, la largeur du vouffoir ſur les côtez du quarré, comme I *a* & I *a*, ſuivant la grandeur de la pierre qu'on veut employer, & par les points donnez *a* & *a*, on tirera les lignes *a* *b*, *a* *b* paralleles à ces mêmes côtez, leſquelles détermineront la direction des joins de tête & donneront pour la projection horifontale du vouffoir le rectiligne de ſix côtez I *a* *b* *d* *b* *a* I, dont les côtez I *a* & I *a* expriment les lits de deſſous, *d* *b* & *d* *b* ceux de deſſus, & les deux autres *a* *b*, *a* *b* les joins montans de la doële; comme cette figure eſt diviſée en deux également par la diagonale, I *d* nous ne parlerons que de la moitié qui eſt le trapeze I *a* *b* *a*, parce que ce que nous en dirons ſ'appliquera facilement à l'autre.

Il s'agit 1^o. de trouver la grandeur d'un ſegment de Sphère capable de contenir le vouffoir, & les côtez de la figure de la doële pour y inſcrire les ſommets des angles, & les arcs compris entre deux, ſuivant la méthode que nous avons donné pour les voutes Sphériques à lits horifontaux ſimples; mais avec un peu plus de compositions dans cette eſpèce.

Pour y parvenir il n'y a qu'à examiner dans quels cercles de la Sphère doivent ſe trouver les lignes de la projection; ſi étant prolongées elles paſſent par le centre C de la fig. 164, elles apartiennent à des cercles majeurs; & ſi elles n'y paſſent pas, elles apartiennent à des cercles mineurs, mais auquel des deux qu'elles apartiennent, leur terminaiſon à la circonſérence du cercle I 5. O 15. donne toujours le diametre du cercle dont les joins du vouffoir font partie, & la ligne de

la projection est toujours une abscisse de ce diametre, laquelle donnera l'ordonnée qui est l'aplomb d'un des angles du vouffoir sur son plan horifontal.

AINSI du point d de la projection, on élèvera la perpendiculaire dD sur le rayon IC , laquelle coupant l'arc $I\gamma$ au point D , donne l'arc ID pour celui du milieu du vouffoir, dont la projection & en même tems l'abscisse, est la droite Id ; de sorte que transportant la corde ID dans le segment de Sphère (fig. 165.) de D en I , on aura la position de deux des angles du vouffoir, sçavoir le faillant qui est la naissance de la voute au point I de la fig. 164, & le rentrant $b d b$ du lit supérieur. Il faut à present se servir de cet intervalle DI pour trouver la position des angles a & a' , comme de la base d'un triangle dont il faut trouver les côtez; pour cela il faut diviser la projection en triangles, en menant une droite de d en a , que l'on prolongera de part & d'autre jusqu'à la rencontre du cercle horifontal de l'imposte $I\gamma$, $O\gamma$, qu'elle coupera en F & G , & ayant divisé FG en deux également en m ; du point m pour centre, & mF pour rayon on décrira un arc de cercle $F a' d'$ indéfini, & par les points a & d on élèvera des perpendiculaires $a a'$, $d d'$, qui couperont l'arc de cercle aux points a' d' , dont l'intervale $a' d'$, qui est la longueur de la corde, est déjà un des côtez que l'on cherche, avec laquelle comme rayon, & du point D de la fig. 165, pour centre, on décrira un arc de cercle dans le segment de part & d'autre de la ligne ou corde DI en $a v$ & $a u$. Ensuite pour avoir le troisieme côté, dont Ia ou Ia' son égal, est la projection, on tracera du point k milieu de la ligne $I\gamma$, dont Ia est une partie, l'arc indéfini $I H$, & élevant au point a , la perpendiculaire $a A$, qui coupera cet arc en A , l'intervale IA , qui est la corde de cet arc, fera le troisieme côté que l'on cherche; de sorte que portant avec le compas cet intervalle dans le segment de la fig. 165; du point I pour centre, on décrira un arc qui coupera $a v$ au point a , & $a u$ au point a , qui est le sommet de l'angle du joint de lit de dessous, & de celui de la doële.

Il ne reste plus à trouver que les deux angles b & b' des joins du lit de dessus avec celui de doële, en cherchant de la même maniere les arcs qui répondent aux lignes de projection $a d$ & $b d$; ce qui est facile à concevoir après ce que nous venons de dire. Il ne s'agit de même que de prolonger de part & d'autre la ligne $d b$, jusqu'à la circonférence du grand cercle qu'elle coupera aux points E & 4 , & de son milieu L décrire un arc EB , puis élevant des perpendiculaires $b B$ & $d d'$ sur son diametre en d & b , l'intervale $B d'$ fera une des cordes des triangles $D a b$ de la fig. 165. avec laquelle pour rayon, & du point D pour centre, on décrira un arc de part & d'autre en b & 6 .

Fig. 164.
165.

& $b\ 6$; enfin sur $a\ b$ prolongée de part & d'autre en z , & en f , & du point R pour centre, on fera l'arc $z\ 2\ a\ 6$, puis élevant aux points a & b des perpendiculaires à $z\ a\ b\ 6\ b$, l'intervale $z\ a\ 6\ b$, fera le troisieme côté, lequel tournant sur le point a ou a , pour centre, coupera l'arc $6\ b$ en b , où fera le sommet du dernier angle que l'on cherche, & l'on aura dans le segment les angles du vouffoir $I\ a\ b\ D\ b\ a$.

IL ne reste plus qu'à placer entre ces angles les arcs de cercles dont on a trouvé les cordes, & sur lesquels on aura coupé & formé les cerches pour les transporter dans le segment de Sphère creuse dans la pierre. Ce qui se fera avec les mêmes précautions que nous avons marquées dans la construction des voutes sphériques simples faites suivant cette méthode, dans laquelle nous avons dit que le moyen le plus sûr étoit d'avoir trois points à chaque arc, pour y placer la cerche, afin que son plan ne puisse être dans une fausse inclinaison ; ainsi pour le côté $I\ a$, on prendra à volonté un point n vers son milieu ; d'où tirant par le point d , un diametre $q\ s$, qu'on divisera en deux également en r , on fera avec le rayon $r\ q$ l'arc $Q\ N$; enfin élevant sur $I\ a$ du point n la perpendiculaire $n\ n^2$, si avec les cordes $I\ n^2$ & $N\ d^2$ pour rayons, & les points N & D pour centres, fig. 165. on fait des arcs de cercles, leurs intersections donneront les points n^1 d'un côté & n^2 de l'autre, lesquels détermineront la position de la cerche, formée sur l'arc $I\ A$. On en usera de même pour les autres côtes, afin que le plan de leurs cerches étant situé dans celui de la section de la Sphère, elles n'y donnent pas de faux contour, observant d'abattre les arêtes de la planche dont la cerche est formée jusques vers le milieu de son épaisseur en chanfrain, afin que cette épaisseur ne soit pas un obstacle pour la pancher comme elle doit être sans s'éloigner du segment creusé dans la pierre.

LES arcs des arêtes des joins étant tracez, on leur appliquera perpendiculairement les biveaux de lit & de doële pour abattre la pierre suivant l'exigence, & former une figure de solide, telle qu'on la voit à la fig. 168, ou pour le premier rang, ou pour le second, comme à la fig. 167, qui paroît à moitié taillée & à moitié tracée.

ON a vû par l'exemple du premier vouffoir, comment on trouvoit la position des angles des joins, en divisant la projection en triangles, & pour montrer qu'il n'importe de quelque maniere que se fasse cette division, nous en avons représenté une différente dans le second vouffoir, fig. 164, en tirant une perpendiculaire 10. 19, sur la diagonale 9. 8, & faisant avec le rayon $M\ G$ pris sur 10. 19. prolongée en g l'arc du cercle $g\ 17. 16$, qui donnera la cerche traversante 17. 16, laquelle sera portée dans le segment de 7. en 7 (figure 167) pour donner le plus grand arc d'un des angles à l'autre

ON

ON a marqué dans la fig. 168, comment le premier vouffoir de la fig. 165, & celui de la fig. 167, se posent l'un sur l'autre, & combien le premier est plus grand que le second, quoique dans la projection fig. 164, les lignes de leur milieu $I d$, & $d l$, soient à peu près égales, & même inégales en sens contraire, puisque $I d$, qui représente l 8 de la fig. 168, est plus petite que $d l$, qui représente la hauteur 8, 9, laquelle est cependant plus petite que l 8; la fig. à côté $d n i$ est la cerche qui a servi à tracer l'arc $d n I$, en appliquant les points d en d , n en n & i en I .

A l'égard des autres rangs de vouffoirs dont on en représente un à la fig. 169, marqué 4^e p^b , c'est celui qui est marqué en plan horifontal de la fig. 164. en 3^e $b b_4$, & celui qui est à côté en portion de Cône tronqué, dont la petite base est marquée 3 P 2, est celui qu'on appelle *trompillon*, qui seroit la moitié de la Clef d'une voute Sphérique, dont les joins de lit seroient horifontaux,

Tous ces differens vouffoirs se voyent rassemblez dans la moitié d'une Voute Sphérique, dessinée en perspective au nombre 166, laquelle montre comment les joins des rangs de vouffoirs, répondent au quar-ré inscrit dans le cercle horifontal qui comprend leur projection. Fig. 166

L'IDE'E de ce genre de construction de Vouffoirs d'enfourchemens, par l'inscription de leurs angles dans un segment de Sphère, appartient à M. de la Ruë, je n'ai fait ici que de la rendre plus simple, & plus exacte pour l'exécution, parce qu'il ne donne qu'une maniere de tâtonnement mécanique très incertaine, pour la position des cerches, qui est de voir si elles joignent au fond du segment, qu'il appelle *écuelle*.

Explication Démonstrative.

LA justesse de cette méthode sera facile à apercevoir, si l'on se représente toutes les lignes de la projection, sur lesquelles nous avons décrit des arcs de cercles, comme autant de portions de diametres de cercles élevez sur le plan horifontal l 5 O, 15. à angle droit, & les perpendiculaires tirées sur ces lignes, comme autant de verticales, qui sont les ordonnées de chacun de ces cercles, dont les lignes de projection sont les abscisses, lesquelles sont formées par l'intersection des differens plans qui se croisent dans la Sphère, & la coupent en différentes zones & segmens, qui ont autant de Poles, que le Polygone inscrit dans le cercle de la base, a de côtez; Or comme tous ces cercles majeurs & mineurs sont verticaux, ils sont tous exprimez dans la projection horifontale, par des lignes droites suivant le Théoreme I. du 2^e livre; de sorte que pour connoître la grandeur de leurs arcs, correspondans aux lignes de

la projection, il faut en faire une élévation, comme si l'on couchoit le plan vertical, dans lequel ils sont, sur le plan horizontal, parce que le diamètre est commun à l'un & à l'autre plan, dont il est l'intersection; Ainsi la figure 164. est un mélange de Plan Ichnographique, & d'élévation ou Ortographie, pour ne pas multiplier le nombre des figures, & en conserver plus facilement le rapport, & avoir des points communs à la projection horizontale, & à la section verticale de la Sphère, faite par ces points donnez dans le Polygone, inscrit au cercle de l'imposte, ou naissance de la voute; En quoi on peut s'aider l'imagination, par des morceaux de papier ou de carton, découpez & appliquez à l'équerre sur le plan horizontal.

Seconde Méthode, de faire les Vouffoirs d'enfourchement, par le moyen des Panneaux de doële plate.

LA perte de pierre est si considérable en suivant la méthode précédente, particulièrement pour le premier Vouffoir à branches, que j'ai cru devoir en proposer une autre, plus propre au menagement auquel on est souvent forcé, & même plus précise; car au lieu de former un segment entier, on ne formera que le triangle sphérique; dans lequel se trouve le vouffoir d'enfourchement, par le moyen d'une doële plate.

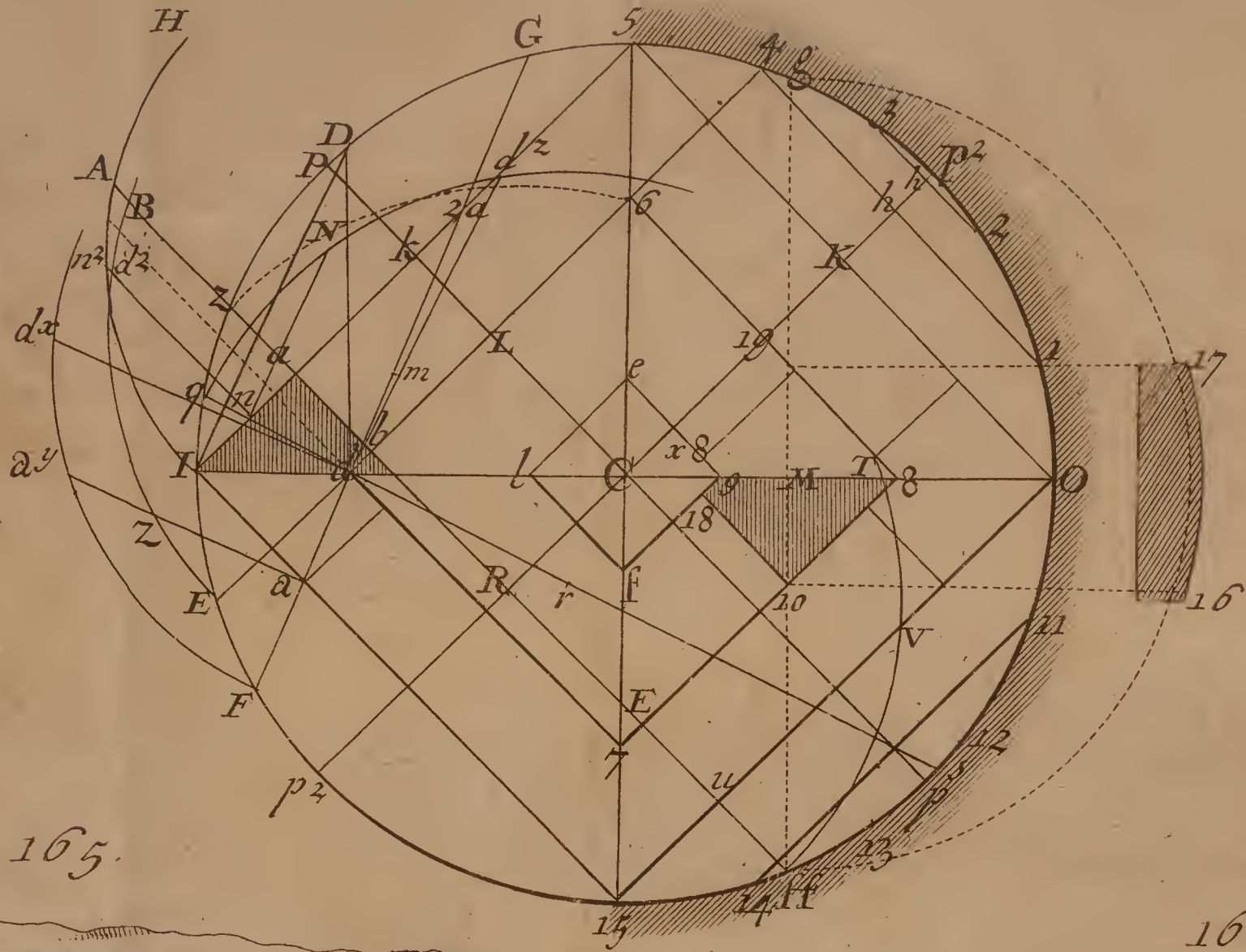
PLAN. 55.
Fig. 170.

SOIT, (fig. 170.) le cercle $APBpD$, le plan horizontal de la voute sphérique, qui est proprement celui de son imposte, dans lequel on a inscrit un Polygone à volonté, par exemple ici un triangle équilatéral ABD , on menera par le centre C , les diagonales ACN , BCs , DCS , prolongées indéfiniment, qui couperont le cercle ABD , aux points Ppp , où seront les pôles des joins de lit de chaque secteur ACD , ACB , BCD .

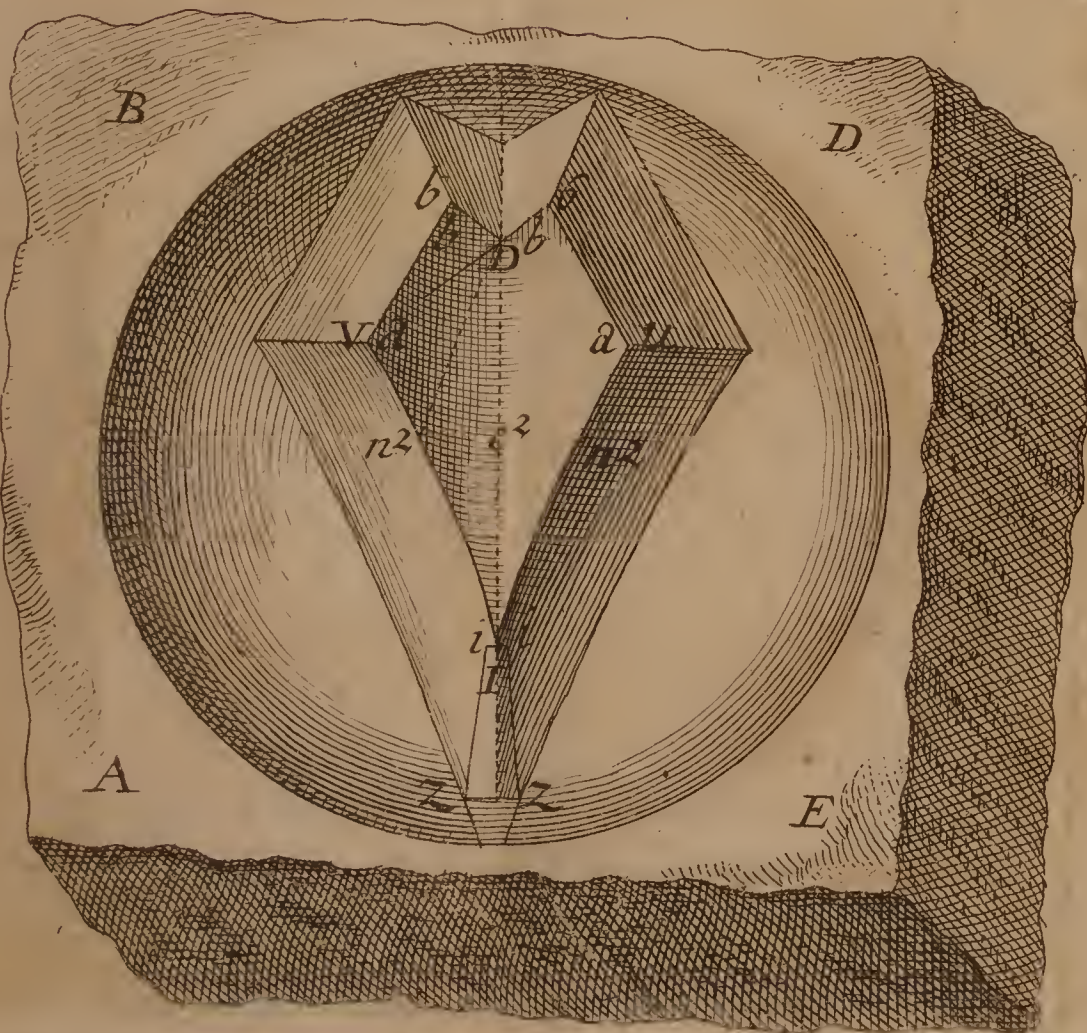
ON divisera ensuite les arcs AP , ou Bp , en autant de parties égales, qu'on voudra avoir de rangs de vouffoirs dans les segmens AB , ou BD , que retranchent les côtez AB , ou BD , du Polygone inscrit, plus une moitié de partie sp , pour le trompillon, comme ici en $4\frac{1}{2}$, aux points 2, 3, 4, 5, p , par lesquels on menera des paralleles à 2, 9; 3, 8; 4, 7; 5, 6: qui seront les projections des joins de lit des vouffoirs, compris dans la partie de la Sphère, qui est hors du Polygone.

POUR avoir celles des Vouffoirs, qui sont au dedans du Polygone, il n'y a (dans la figure présente,) qu'à tirer des mêmes divisions 2, 3, des paralleles à BA , 2. E , 3. d^o , jusqu'à la diagonale AC , ou bien lui tirer par le centre C , une parallele Cs^o , qui coupera le cercle en s , & diviser l'arc sB , en deux parties & demie, ou plus, si on le juge à propos, aux points 2, 3, ou en d'autres, si cet arc donne de plus grandes

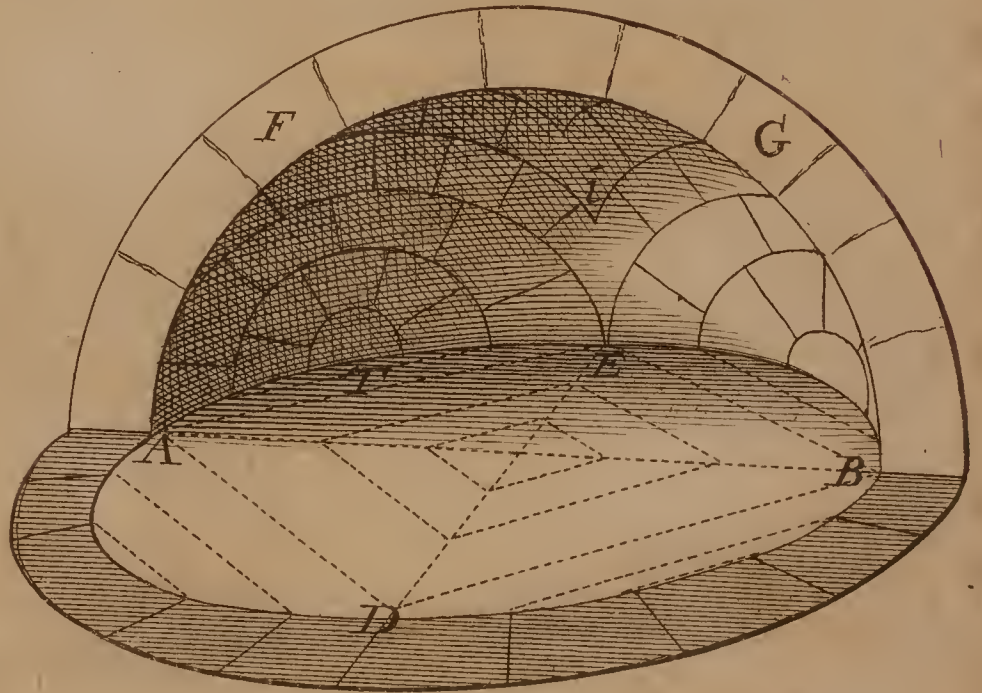
164.



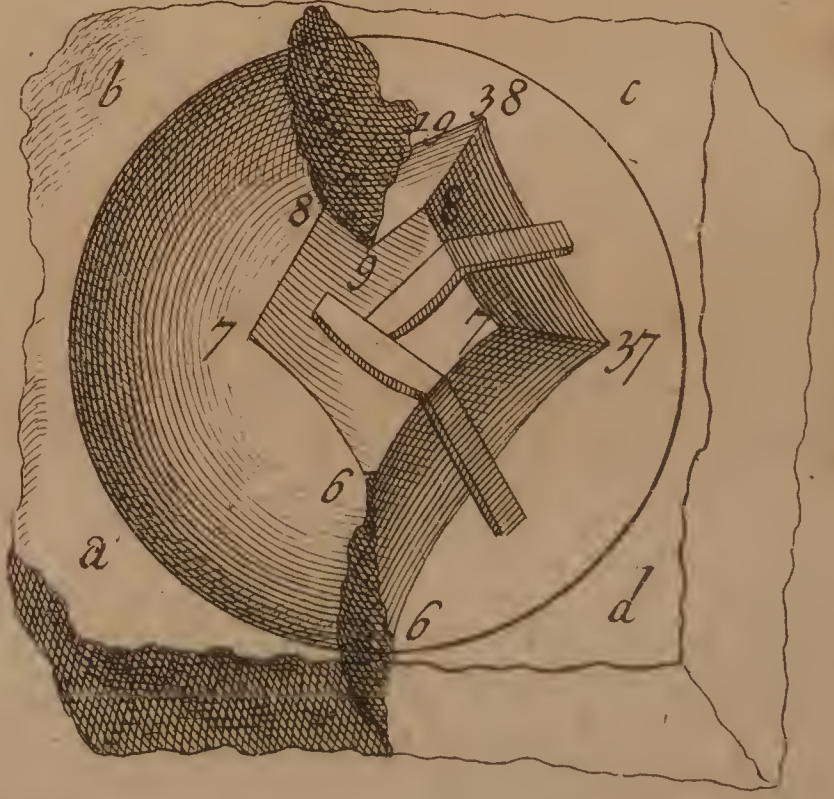
165.



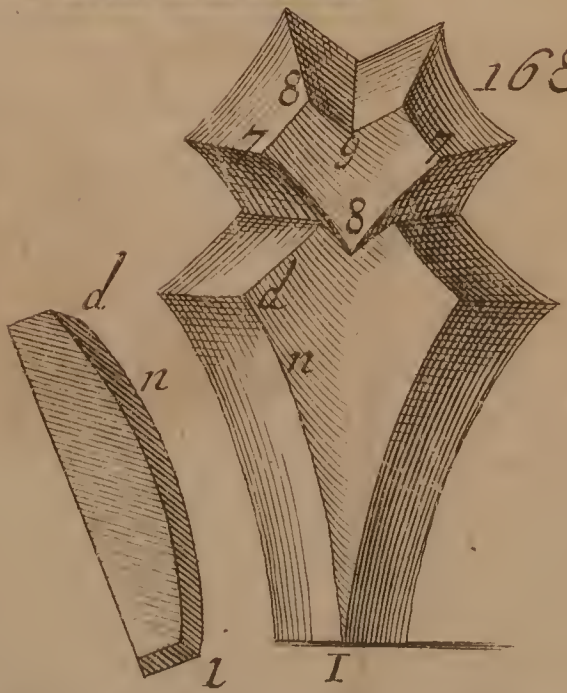
166.



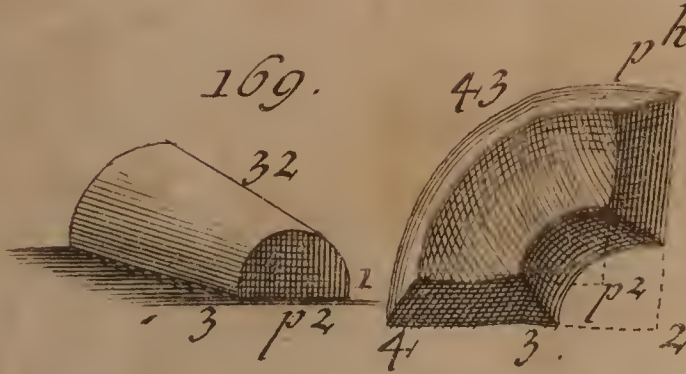
167.

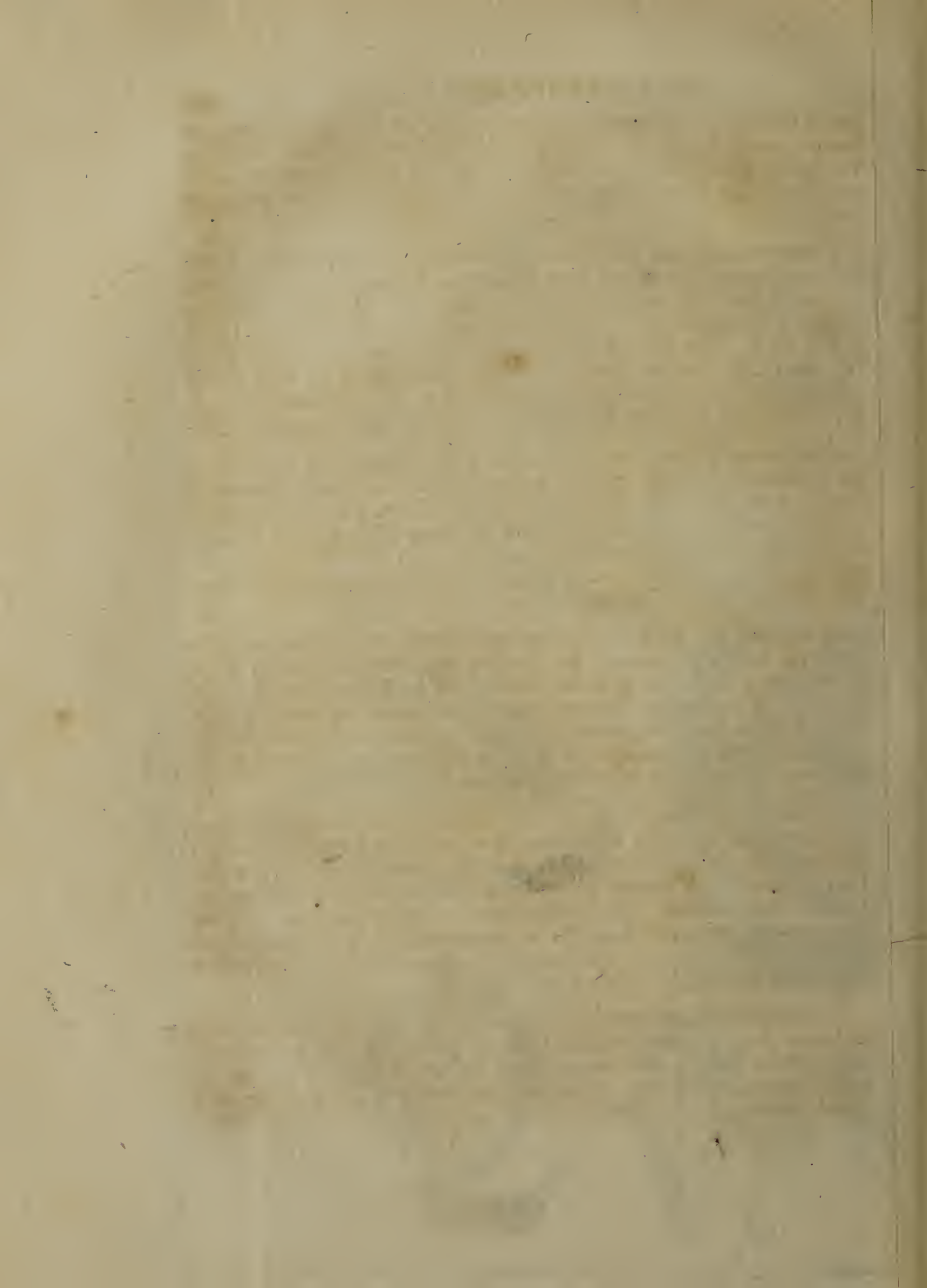


168.



169.





ou de plus petites divisions, & par les points où ces lignes couperont les diagonales $E r^o$, $d^o q^o$, on menera des parallèles aux autres côtez du Polygone, qui en formeront de semblables à $A B D$, lesquels seront les projections des joins de lit des vouffoirs, compris dans le Polygone inscrit.

PRESENTEMENT pour former le *panneau de doële plate* du premier vouffoir d'enfourchement à l'angle A , on menera par le point E , qui est la projection de son angle rentrant au lit de dessus, la ligne $H K$, perpendiculaire à la diagonale $A C$, qui sera terminée aux côtez $A B$ en H , & $A D$, en K ; puis sur $A B$ comme diamètre, & du milieu m , pour centre, ayant décrit un arc indéfini $A b$, on élèvera sur $A B$, la perpendiculaire $H b$, qui coupera cet arc au point b , & l'on tirera la corde $A b$, qui fera un des côtez de la doële plate, qu'on décrira comme il suit.

D'UN point A pour centre, mis à part, comme à la fig. 171, & de l'intervalle de cette corde $A b$ pour rayon, on décrira un arc de cercle, dans lequel on inscrira la ligne $k b$, égale à $K H$ du plan horizontal de la fig. 170, & l'on tirera les lignes $A k$, $A b$, le triangle $A k b$, fera la doële plate que l'on cherche, qui est suffisante pour l'usage qu'on en veut faire, car la véritable est un quadrilatère qu'on trouvera facilement si l'on veut.

DES points k & b , de la fig. 171. pour centre, & de l'intervalle $H b$, de la fig. 170. pour rayon, on fera des arcs qui se couperont en y , d'où comme centre & du même rayon, on décrira un arc de cercle $k m b$; si du milieu m de cet arc, on tire des lignes aux points k & b , le quadrilatère $k m b A$, fera la doële plate qui touche en quatre endroits une portion de Sphère, qui est la doële du tronc de l'enfourchement des premiers rangs de vouffoirs verticaux.

COMME il convient à la bonne construction d'ajouter quelques commencemens de branches à ce tronc d'enfourchement, au lieu de tirer la ligne $H K$, de la fig. 170. par le point E , il faut la tirer un peu plus près du centre C , suivant que l'on veut faire ses branches longues, ou courtes, par exemple en L , & alors faisant l'opération comme il a été dit ci-devant, au lieu du point F , on aura un point I , & au lieu du point b sur l'arc $A b$, on aura un point u , & une corde $A u$, au lieu de $A b$, dont on fera le même usage.

LA doële plate étant tracée, comme à la fig. 171, il faut chercher le biveau de cette doële, avec les plans verticaux, où sont les arcs formés par les sections, sur les diamètres donnez $A B$, & $A D$, afin de poser les cerches de l'arc $A b$, dans leur situation à l'égard de cette doële plate.

DES points k & b pour centres, fig. 171. & de l'intervale HA , de la fig. 170. pour rayon, on fera des arcs vers a & a indéfinis, & du point A pour centre de l'intervale bH , de la fig. 170 pour rayon, on décrira de part & d'autres des arcs qui couperont les précédens, aux points a & a , & l'on tirera les lignes aA , ak & ab , aA , ces trois triangles de suite feront le developement des surfaces d'une pyramide renversée, dont on cherchera les angles des plans par le Probl. XII. du troisiéme livre.

PAR un point D pris à volonté sur Ab , ou Ak , il n'importe, on tirera à cette ligne une perpendiculaire bN , qui coupera les côtez Ak & Aa en b & en N , on portera AN , sur Aa en An , & l'on tirera nb , puis du point b pour centre, ayant fait un arc nx , & du point D aussi pour centre, un autre Nx , qui coupera le précédent en x , l'angle bxD , fera celui du biveau que l'on cherche, & $b xv$ son supplément, dont on fera usage, comme il suit.

Application du Trait sur la Pierre.

AYANT dressé un parement $BCDE$, fig. 174, on y tracera le triangle de la doële plate Akb , de la fig. 171, ou si l'on veut le quadrilatere $akmb$, puis ayant pris avec la fausse équerre l'angle $b xv$, de la fig. 171, & une cerche formée sur l'arc $Afib$, de la fig. 170, on fera une plumée ou rigole le long d'un côté AK , de la fig. 174, pour y apliquer cette cerche, & pour lui donner l'inclinaison de l'angle aigu qu'elle doit faire avec la doële plate, on posera la fausse équerre ouverte comme nous l'avons dit perpendiculairement au côté AK , & l'on apuyera la cerche contre la branche qui est en bas dans cette position, on formera exactement la plumée, & on tracera de même l'arc AH .

Au lieu de prendre l'angle du supplément $b xv$, de la fig. 171, on auroit pû prendre l'angle naturel bxD , mais alors on auroit été obligé de couper les branches du biveau, à la longueur de la flèche fl , de l'arc Ab de la fig. 170, pour pouvoir l'appliquer dans la plumée, comme on l'a représenté sur la ligne AK , de la fig. 174, ce qui est moins expéditif.

ON en fera autant sur le côté AH , de la fig. 174, puis avec la cerche de l'arc $akmb$, de la fig. 171, posée avec le biveau AFz , de la fig. 170, on tracera un troisiéme arc KMH , à la fig. 174, qui terminera le triangle sphérique du tronc de l'enfourchement, suivant lesquels on creusera la doële spérique, dans laquelle on aura les quatres points $AKMH$, représentez à la projection de la fig. 170, par les points

AKEH, & l'arc du milieu, qui est une portion du cercle majeur dont la cerche se formera sur le cercle A B D, de la grandeur de l'arc qui conviendra, qui est au moins A F, pour le tronc, & plus, si on y ajoute des branches comme il convient, au moins un peu, pour former l'angle rentrant du lit de dessus, qui doit recevoir l'angle faillant du lit de dessous du second vouffoir.

Il ne reste plus qu'à retrancher de ce triangle sphérique, un autre petit triangle qui excède la direction du joint en lit, qui doit faire le coussinet du rang de vouffoirs élevez sur le diametre A B, lequel triangle étant exprimé à la projection par le rectiligne E I H, il faut chercher la valeur d'un de ces trois côtez sur les profils, qui est celle de I H, laquelle est donnée sur l'arc A h en i h, on la portera à la fig. 174, sur l'arc tracé H A en H i, puis ayant posé une regle pliante sur les points i & m, on tracera dans la surface concave de la doële, l'arc i M, qui donnera l'arête du lit de dessus du tronc de l'enfourchement, sur lequel s'établit le premier vouffoir simple du rang vertical, sur le côté A B du Polygone A B D, dont on formera la coupe avec le biveau A i d', de la fig. 170.

Nous suposons ici que le point M, soit celui du sommet de l'angle d'enfourchement du lit de dessus, de sorte que ce premier vouffoir n'est que le tronc, d'où partent les branches que forment les deux rangs de vouffoirs qui en sortent, dirigez l'un sur A B, l'autre sur A D; il est aisé de voir que si ce même vouffoir formoit déjà un commencement de ses branches, il seroit aisé de retrancher la partie de l'angle rentrant qui seroit à leur origine, en traînant la longueur de la corde A g, de la fig. 170, sur l'arc A H, de la fig. 174, & sur l'autre arc A K, perpendiculairement à ces arcs, l'intersection de la trace de ces cordes donnera dans la doële sphérique creusée, l'angle de la naissance du second vouffoir d'enfourchement qu'on abattra, suivant le biveau formé sur l'angle de coupe A P S, dans le milieu de l'angle d'enfourchement, & les branches suivant les biveaux de lit & de doële du rang A B 2 G, comme s'il s'agissoit d'une voute simple à rangs de vouffoirs verticaux; cet angle rentrant convient pour y placer l'angle faillant du vouffoir d'enfourchement, qui doit être posé au dessus, parce qu'il en assujettit la pointe sur la diagonale du premier.

Ce second vouffoir doit aussi avoir des branches, & se formera tout comme le premier, prenant sa naissance inférieure au point F, du profil qui est représenté en projection par le point E, & la corde F Q² pour la diagonale, si le vouffoir étoit sans branches commencées, ou F c^b, si on vouloit que ses branches eussent pour longueur la moitié du rang

E M, & pour avoir la valeur de l'arc dont la projection est E M, on fera un profil sur le diamètre G 2, comme on l'avoit fait pour le premier vouffoir sur A B, en retranchant de ce second profil la hauteur I i du premier, ce qui est facile après les exemples que nous avons donnez de pareils profils, à la construction précédente des voutes sphériques, par la méthode des segmens de Sphère, aux figures 164, 165, 167 & 168.

Explication Démonstrative.

POUR former le premier vouffoir d'enfourchement, qui est le concours des deux rangs élevez sur les côtez A B & A D du Polygone inscrit, nous avons commencé par suposer un triangle, appliqué à la surface concave de la Sphère qu'il touche en trois points, dont les projections sur le plan horifontal, sont A, H & K, les côtez de ce triangle sont les cordes de trois arcs trouvez par les profils, comme nous avons fait à la méthode précédente, scavoir a b, valeur de la projection A H, & de son égale A K, par la construction, & parce que la corde H K est horifontale, la valeur en est toute trouvée, c'est pourquoi nous l'avons inscrit dans l'arc k b de la fig. 171, où il est clair que le triangle A k b, est la valeur de la projection A K H, de la fig. 170.

CETTE surface étant suposée appliquée dans la Sphère, entre les plans verticaux des joins de la voute, exprimez par les lignes A B & A D, qui en sont les projections, est un côté de Pyramide triangulaire renversée, dont la pointe est à la naissance de la voute en A, & la base dans un plan horifontal imaginaire passant par le point F, qui exprime en profil la corde dont la projection horifontale est H K; de sorte que la hauteur de cette Pyramide renversée, est une verticale élevée sur le point A, qui est égale à la ligne H b, plus à l'excès de la hauteur E F, sur H b. Ainsi nous avons les quatre triangles qui comprennent cette Pyramide, scavoir, 1^o (fig. 171) A k b, qui couvre la partie de la surface concave de la Sphère où est la doële du vouffoir, 2^o deux triangles qui sont les sections des plans verticaux, coupant la Sphère par les lignes A B & A D, & le triangle horifontal A H K, qui la coupe par les points K & H, un peu au dessous de la hauteur F. Ainsi par le Problème 12 du 3^e livre, nous avons pû chercher les angles d'intersection de ses surfaces entre-elles, qui sont les vrais biveaux de la doële plate avec les plans verticaux, où sont les arcs montans des joins de lit, tournans de A en B & en D; mais comme ces plans ne continuent pas au delà de ces arcs, dans la coupe qui doit faire un angle obtus mixte avec la doële concave, ces biveaux ne servent qu'à trouver la position de cerches de ces arcs, lesquels étant tracez en angle rentrant,

deviennent ensuite une arête faillante de lit & de doële, dont le biveau est celui de l'angle mixte, fait par un arc de cercle majeur avec son rayon prolongé.

IL est visible que cette disposition de Trait est plus générale, que celle des *écuelles* ou segmens de Sphère, puisqu'elle ne convient pas seulement aux voutes exactement sphériques, mais aussi aux culs-de-four surhaussez ou surbaissez; En effet, si l'on substituoit des arcs Elliptiques, aux circulaires élevez sur AB , ou AD , il ne surviendrait aucun changement à la manière de trouver les biveaux de doële plate avec les plans de ces arcs; or ces arcs étant tracez sur la doële, le reste de la construction suit le train ordinaire des coupes convenables aux joints & aux lits des sphéroïdes.

Troisième méthode de faire les Voussoirs d'enfourchement, par Panneaux flexibles, suivant le système de la réduction de la Sphère en Cônes tronquez.

QUOIQUE la manière dont Philibert De Lorme & ses sectateurs, Jousse, Deran, & Dechalles, ont tracez les Panneaux des enfourchemens des Voutes Sphériques fermées en Polygones, soit très fautive, comme l'a fort bien remarqué M. de la Ruë, il ne s'en suit pas, ainsi qu'il le croit, qu'on ne puisse en faire de plus justes, suivant le même système de la réduction de la Sphère en Cônes tronquez, en faisant quelques changemens à leur construction. Nous avons déjà prouvé que ce système n'est point fautif dans son principe, mais seulement qu'il ne pouvoit conduire l'opération, à l'entière perfection de la formation d'une surface sphérique, en ce qu'il étoit borné à celle d'une conique inscrite dans la Sphère; la même vérité subsiste, soit que les Voussoirs ayent des branches comme ceux des enfourchemens, ou qu'ils n'en ayent point; qu'ils soient triangulaires, ou qu'ils ayent leurs côtes parallèles; ainsi nous l'avons purgée du reproche de l'erreur intrinsèque. À l'égard de celui de l'incommodité de l'exécution, en ce que l'éloignement des centres des arcs à décrire, peut causer de l'embarras pour la place, comme le remarque l'Auteur cité, nous y avons pourvu au Problème VIII. du 3^e livre.

LA projection horizontale des joins de lit étant faite, comme il a été dit aux deux exemples précédens du quarré inscrit, fig. 164, ou d'un triangle équilatéral, fig. 170, on prolongera les cordes des arcs GA , & gA , jusqu'à ce qu'elles rencontrent les diagonales DC , en S , & BC , en s , où seront les sommets des Cônes ASN , AsN , dont les rangs de voussoirs verticaux GAB_2 , & gAD_2 , sont des parties tronquées, lesquels deux Cônes égaux se pénètrent suivant une section, dont

Fig. 170.

A N est la projection horifontale ; par conséquent pour avoir le développement de ces Cônes tronquez, on décrira du centre S, & des intervalles S G, & S A pour rayons, la portion de Couronne de cerde indéfinie A G W ∞ , & du centre s, & des intervalles s g, s A pour rayon, une autre portion de Couronne égale A T t g, qui croisera la précédente de ∞ , en X, la figure $\infty \infty$ W X t T ∞ , est celle que les Auteurs citez, prenoient pour Panneau de leur doële très mal à propos, comme on va le démontrer.

Erreurs de l'ancien Trait.

Premièrement, on ne peut faire ce panneau d'une seule piece, il faut nécessairement qu'il soit de deux, parce que l'enfourchement est un composé de deux surfaces coniques, qui se rencontrent dans un angle rentrant.

Secondement, le contour de la ligne du milieu, n'est pas une ligne droite comme dans l'ancien Trait l'est ∞ X, mais une ligne courbe qu'il faut tracer comme il suit.

Troisièmement, la ligne X ∞ diagonale du Panneau est trop courte, ainsi il faut réformer & rejeter cet ancien Trait.

Correction & réforme de ce Trait.

AYANT abaissé du point E, sommet de l'angle de la projection du lit de dessus du premier vouffoir de l'enfourchement, une perpendiculaire E e, sur la ligne G 2, on décrira du point M, pour centre, & de la longueur M G pour rayon, un arc G e, qui coupera E e, au point e.

ON divisera cet arc G e, en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points de la courbe, comme ici en quatre aux points 1, 2, 3, d'où l'on abaissera des perpendiculaires sur G E, qu'elles couperont aux points b, b, b, par lesquels on tirera des lignes dirigées au point S, qui couperont la ligne A E, aux points 2¹, 2², 2³, par lesquels on menera des parallèles à G E, qui couperont la corde A G, aux points v u. On portera ensuite les intervalles de chacune des divisions de l'arc G e, sur l'arc de developement G W, aux points 1, 2, 3, e^d, par lesquels on tirera des lignes dirigées au point S, comme 1. 1¹, 2. 1², 3. 1³, indéfinies ; puis du point S, pour centre, & des intervalles S v, S u, pour rayons, on décrira des arcs de cercles qui couperont les droites ci-devant, aux points 1¹, 1², 1³, par lesquels on tracera à la main, une courbe A 1¹, 1², 1³, e¹, qui est une portion d'Ellipse développée sur le Cône ; laquelle est le développement de celle
du

du milieu de l'enfourchement, de sorte que le triangle mixte distingué par une hachure $A e^d, 1^d$, est le panneau de la moitié du premier vouffoir, laquelle moitié est représentée au plan horifontal, par le triangle rectiligne $A E I$. L'autre moitié du panneau étant en tout égale à celle - cy, le même demi panneau retourné en sens contraire, servira à tracer le reste de la surface du premier vouffoir d'enfourchement, ce qui demande une préparation sur la pierre, & des attentions particulieres pour l'y apliquer; mais il faut auparavant connoître & tracer la courbe, qui se forme à l'angle rentrant des deux surfaces coniques, pour en former une cerche.

AYANT prolongé les lignes $S B$ & $A C$, jusqu'à ce qu'elles se rencontrent en N , & divisé en deux également $A N$ en n , on tirera par ce point n la ligne $1^4, 1^5$, parallèle à $A B$, qui coupera les lignes $S A, S B$, prolongées aux points $1^4, 1^5$, puis ayant tiré à cette ligne une perpendiculaire $n 1^6$, du point Q_d , milieu de $1^4, 1^5$, pour centre, & de cette moitié pour rayon, on décrira un arc $1^5, 1^6$, qui coupera $n 1^6$, au point 1^6 ; la ligne $n 1^6$, fera le demi petit axe conjugué au grand $A N$, par le moyen desquels on décrira à part, (fig. 175.) la demie Ellipse $A 2^6 N$.

ENSUITE ayant porté le demi diametre $A C$, de la fig. 170, de A en C , de la fig. 175, on décrira le demi cercle $A e p$, qui coupera la demie Ellipse $A 2^6 N$ au point e , l'arc Elliptique $A y e$, est celui sur lequel on doit former le contour de la cerche du milieu de l'enfourchement, qui est un angle rentrant formé par la rencontre de deux portions de surfaces coniques; c'est pour quoi la cerche doit être délardée en chanfrain, sur l'épaisseur de la planche dont elle est faite.

IL faut encore tracer par la même maniere une demie Ellipse $g s o$; fig. 175, dont le grand axe se trouvera en menant par g , une ligne $g o$, parallèle à $A N$, fig. 170, & le petit sera la moyenne proportionnelle, entre $4^3 d$ & $d 3$, de la ligne menée par le milieu d , parallelement à $A B$, observant de poser le point g , à distance de A , de la longueur de la flèche de la corde $G g$, de la fig. 170, qui est si petite icy, qu'on n'a pas pû la marquer correctement, & par le point e de l'Ellipse $A N$, on tirera une ligne au point c , qui coupera l'Ellipse sur $g o$, en un point x , dont on fera usage, comme on le va dire.

Application du Trait sur la Pierre.

AYANT dressé un parement $G l i g$, fig. 172, de la largeur au moins de la corde $G g$, de la fig. 170, & de la longueur au moins de la corde $A F$, on portera sur la ligne du milieu $A e$, la longueur de la corde $A h$, puis

aux deux côtez de cette ligne, on en tirera deux autres parallèles GI, ig , à distances égales à la demie corde Gg , de la fig. 170, on prendra ensuite la longueur de la flèche de la corde Gg , pour la profondeur d'un enfoncement de repaire, qu'on fera sur le trait du milieu en A , & la distance ex , pour un pareil repaire qu'on fera en e , puis on creusera une plumée le long de cette ligne du milieu, avec la cerche formée sur l'arc Elliptique Ae , de la fig. 175, posée sur les deux repaires & perpendiculaires au parement dressé : On en creusera deux autres sur les lignes GI, ig , avec la cerche formée sur l'arc Elliptique gx , tenue aussi perpendiculairement au même parement, & on formera à le regle apuyée sur deux plumées une surface conique, comme il a été dit au commencement de ce livre, de chaque côté du milieu, laquelle fera avec la conique de l'autre côté un angle rentrant.

Ces deux surfaces coniques étant faites, on y appliquera le panneau flexible de carton, ou autre chose, découpé sur le triligne mixte $Ae^d, 1^d$, de la fig. 170, pour en tracer le contour d'un côté & d'autre du milieu, en le retournant de droite à gauche, comme on voit à la fig. 172. à chaque moitié.

Il ne reste plus pour achever la voûte, que de la recreuser un peu sur les milieux de chaque portion conique, pour effacer l'angle rentrant du milieu Ae , en y appliquant une cerche de l'arc $GA g$, d'un cercle majeur ABD , que l'on fera mouvoir sur les arcs tracez $A1^d, AI$, comme nous l'avons dit pour la formation des surfaces sphériques. Ensuite de quoi on formera les lits & les coupes, avec les mêmes biveaux qu'aux deux méthodes précédentes.

Quoique je propose ici une application du trait sur la Pierre dans l'exactitude Géométrique, ce n'est que pour en montrer la possibilité, & même la facilité, car on peut se relâcher de cette grande précision dans la pratique, sans qu'il en puisse résulter aucune erreur sensible, dans les voutes où il y a plusieurs rangs de voussoirs, entre les angles du polygone & leurs pôles.

ALORS on peut s'épargner la peine de tracer les arcs Elliptiques AN & go , de la fig. 175, en leur substituant sans façon, un arc de cercle majeur formant une zone de Sphère, ou un triangle sphérique indéfini, où l'on appliquera le panneau flexible de part & d'autre, d'un arc de cercle majeur tracé au milieu du voussoir, parce que l'arc circulaire Aze , est si peu enfoncé au dessous de l'Elliptique Aye , que la différence est presque imperceptible, & que la largeur du demi panneau, pliée dans la surface sphérique, ne peut donner une différence de largeur qu'on puisse apercevoir, étant comparée à ce qu'elle étoit sur la

Surface conique dans la partie étroite vers A, elle pourroit seulement en donner à l'endroit où le panneau a toute sa largeur, comme en E I; mais quelle différence de longueur y a-t'il entre la corde A G, dans cet exemple & son arc, qui n'est que d'environ 13. degrés? elle est si petite qu'on peut la négliger. Il n'en étoit pas de même dans l'ancien trait, où le panneau avoit le double de cette largeur en R r, fig. 170.

AINSI pour faciliter cette construction sans inconvenient, on peut tout d'un coup former une surface sphérique, & y appliquer les panneaux de développement. En effet après avoir formé à la rigueur les deux portions de surfaces coniques, on trouvera que pour y faire passer une surface sphérique, il n'y aura presque pas de ragrément à faire qui en vaille la peine, pour peu que la voute soit grande, & ce ragrément sera d'autant moindre, que la largeur du vouffoir sera petite, à l'égard de la circonférence du cercle majeur de la Sphère; & ordinairement dans les voutes qui auront plus de 15. à 20. pieds de diametre, il se réduira presque à rien.

Nous ne dirons rien des branches des vouffoirs qui excèdent la longueur de la partie commune A E, qu'on peut appeller le tronc, on peut les alonger autant qu'on le jugera à propos, suivant la grandeur de la pierre avec laquelle on fait le vouffoir d'enfourchement, cette partie de branche qui excède le tronc, ne différant en rien des vouffoirs des parties de voutes, dont les rangs sont verticaux, desquelles nous avons parlé cy-devant. Le joint de doële & de lit du panneau doit toujours être tiré au sommet S, comme W α , l h^d &c.

LA doële creusée étant formée en portion de Sphère, & les joins montans tracez, on abattra la pierre avec les biveaux de doële & de lit, comme il a été dit pour toutes sortes de voutes sphériques, soit que les joins de lit soient en situation verticale ou horizontale.

La seule attention que l'on doit avoir, c'est de tenir toujours le biveau perpendiculairement à l'arête du joint, tant sur la doële que sur le lit.

Aplication de ce Trait aux Voutes Sphéroïdes, surhaussées ou surbaisées.

Nous avons montré, ci-devant, que le système de l'inscription des Cônes tronquez dans la Sphère, pouvoit aussi bien convenir aux cul-de-fours surhaussés ou surbaisés, qu'aux sphériques à simples rangs de Vouffoirs, pourvu qu'ils ne soient pas sur un plan ovale, c'est-à-dire, que ce ne soit pas un Conoïde de base Elliptique. Il sera aisé de faire voir aussi que si les rangs de Vouffoirs sont variés dans leurs di-

Fig. 170. rections, les panneaux d'enfourchemens peuvent être faits par la même méthode que nous venons d'expliquer, si au lieu des arcs de cercles verticaux AF , Ab , Ge , qui ont servi à faire les profils des hauteurs des points E & H de la projection, on leur substitue des arcs Elliptiques sur haussez, si le cul-de-four excède le plein ceintre; ou sur baissez s'il est plus bas, parce que nous avons donné au 2^e livre, la manière de trouver les Ellipses de toutes les sections d'un Sphéroïde, & nous en parlerons encore ci-après au chapitre suivant en parlant des Voutes Sphéroïdes.

IL est cependant vrai qu'en ce cas, les Cônes tronquez n'étant pas Droits sur une base circulaire, mais sur une base Elliptique, leurs développemens ne feront plus des Couronnes de cercles, mais des Zônes comprises par deux courbes ondées, telles que sont celles des développemens des Ellipses perpendiculaires à l'axe d'un Cône scalene, dont nous avons parlé au 3^e livre, page 327, ainsi la construction devient beaucoup plus composée; c'est pourquoi, si l'on a de pareilles voutes à faire, je conseille plutôt la méthode précédente de l'usage des doëles plates, que de-celle ci, parce qu'elle fera moins composée, plus expéditive & plus sûre; mais de telles sortes de voutes tombent rarement dans la pratique, un Architecte qui formeroit de pareils desseins, se tailleroit inutilement de la besogne difficile.

Explication Démonstrative.

LA première partie de la construction qui concerne la formation des Cônes tronquez, & de leur développement a déjà été expliquée ci-devant, lorsqu'on a parlé de la formation du Trait des Voutes Sphériques, par le moyen de ce système.

IL s'agit ici d'expliquer ce qu'il y a de particulier à cette espece de Voute, dans la variation de ses joins.

IL est visible que les rangs de Vouffoirs étant tournez differemment, autant de fois que le Polygone inscrit a de côtez, il se forme aussi autant de Cônes tronquez, qui se pénètrent suivant les diagonales, AC , BC , DC , qu'il y a de rangs de Vouffoirs enfermez dans le Polygone ABC , ainsi en les suposant prolongez, on peut considerer autant de Cônes égaux qui se pénètrent, dont les axes se croisent au point C ; Or nous avons démontré au Theoreme 27. du premier livre, qu'en pareil cas les courbes faites par leur pénétration étoient planes, & qu'elles suivoient la nature de la position de la diagonale ACN , considerée comme un plan qui coupe ces Cônes perpendiculairement à leurs triangles par l'axe ASN , AN ; ici cette diagonale AN , coupe les deux

côtez du Cône SA , & SN , par conséquent elle forme une Ellipse, & non pas un cercle comme l'a cru M. de la Ruë, avec les Auteurs qu'il critique, dont il n'a connu qu'une partie de l'erreur; car ce cas de section circulaire ne peut arriver dans aucun Polygone inscrit, mais seulement sur une seule diagonale, lorsque les axes des Cônes se confondent, comme il a été démontré au Théoreme cité du premier livre.

DANS les Polygones au dessus du quarré, cette courbe est une hyperbole, ou bien une parabole, ce qui ne pourroit arriver que par un grand hasard.

QUELLE que soit cette courbe, formée à l'angle rentrant par la pénétration des deux Cônes, il est clair que son développement, sur une surface conique étendue sur une plane, ne peut être une ligne droite, mais une courbe dont la convexité est tournée vers la base, par conséquent deux de ses arcs tournez du côté de leur convexité, ne peuvent se réunir dans un plan; donc cette courbe développée ne peut être commune aux deux surfaces coniques opposées, qui forment la doële de l'enfourchement. Donc il est impossible de faire un panneau d'une seule piece qui puisse s'y appliquer, si flexible qu'en soit le carton, c'est pourquoi nous n'en faisons qu'une moitié.

SANS nous embarrasser de connoître cette courbe, nous la décrivons par notre construction, en faisant le développement du triangle rectiligne $GA E$, qui représente la partie du Cône tronqué $AB_2 G$, restant de la pénétration du Cône tronqué $A g_2 D$, hors de la diagonale $A E$; car si on relève la portion de cercle $G e E$, sur son côté GE , perpendiculairement au plan horizontal $AB D$, on connoitra que c'est une partie de la base du Cône tronqué $G_2 B A$, laquelle ayant été divisée à volonté en plusieurs parties égales 1, 2, 3; si l'on suppose des plans verticaux passans par ces divisions, & par le sommet du Cône S , on aura sur le plan horizontal leurs projections en b_2^1 , b_2^2 , b_2^3 , qui donneront sur la diagonale $A E$, des divisions 2^1 , 2^2 , 2^3 , correspondantes à celles de la portion de base $A e$, aux points 1, 2, 3.

PRESENTEMENT si l'on tire des paralleles à la base GE , par les points 2^1 , 2^2 , 2^3 , elles couperont la corde GA , aux points v_{111} , par où, & du point S pour centre, ayant fait des arcs de cercles concentriques au développement $G W$, de l'arc de cercle dont G_2 est la projection, chacun de ces arcs feront les développemens des lignes droites u_2^1 , u_2^2 , v_2^3 ; or puisque nous avons déjà fait l'arc $G e^d$, sensiblement égale à l'arc $G e$, par une operation Méchanique, (la Géometrie n'en fournissant pas d'autre,) & que de ses divisions aussi

égales, nous avons tiré des lignes droites au sommet S du Cône, il est visible que ces arcs de développemens sont divisez proportionnellement à ceux de la projection A E, par conséquent que les points 1^1 , 1^2 , 1^3 , répondroient exactement sur 2^1 , 2^2 , 2^3 de la projection, si le développement G e^d A, étoit replié sur la portion de Cône G A E, qui est hors de la section A E, par conséquent la courbe A 1^2 , e^d, est le vrai développement de la diagonale A E, de l'interfection des deux Cônes tronquez, & le triangle mixte A e^d i^d, fera le vrai panneau de la moitié du tronc de l'enfourchement, qui est le développement de la surface conique triangulaire, marquée au plan horifontal A E I, ce qu'il falloit faire.

CE Panneau étant supposé bon, il est clair que l'aplication en a été bien faite sur la pierre, car nous avons pris l'angle rentrant que font les cordes A G, & A g, qui sont à la surface des deux Cônes tronquez qui se pénètrent au dessus du point E, où elles font un angle un peu plus aigu que n'est l'angle g A G; ainsi nous avons donné à chaque moitié du tronc de l'enfourchement l'inclinaison qu'elle doit avoir à l'égard de l'autre avec laquelle elle fait un angle rentrant, suivant la courbe A y e, de la fig. 175, comme nous l'avons dit.

APRÈS avoir démontré la justesse de notre Trait, il est à propos de faire voir en quoi pêche celui des anciens Auteurs de la coupe des pierres, pour montrer la fausseté du raisonnement du Pere Déchalles qui l'avoit adopté, & suppléer à la remarque de M. de la Ruë, qui a bien indiqué la faute de leur Trait, mais non pas d'où elle venoit, ni en quoi elle consistoit, car la *preuve Mécanique* qu'il a voulu donner par le moyen des pièces mobiles de papier découpé, n'est que l'exposition d'un seul cas, qui ne conclut pas pour les autres, & qui n'éclaire point l'esprit.

Démonstration de l'erreur de l'ancien Trait des Panneaux d'enfourchement des Voutes Sphériques, fermées en Polygone.

On peut démontrer cette erreur par plusieurs raisons.

1°. PARCE que le Panneau qui est la partie commune de deux Couronnes de cercles, qui sont le développement de deux Cônes tronquez, qui se croisent en changeant de place, change aussi de grandeur relative de l'enveloppement, ou développement-

2°. PARCE qu'on ne peut faire ce Panneau d'enfourchement de doële, d'une seule pièce.

3°. PARCE que la ligne du milieu de ce Panneau , ne peut être une ligne droite.

4°. PARCE que suposant qu'elle pût l'être , elle seroit trop courte pour se plier sur l'arc de cercle de la Sphère , auquel elle doit s'appliquer d'un bout à l'autre.

LA premiere source de l'erreur de Philibert De Lorme , inventeur des Panneaux de développement des Doëles Sphériques en surfaces , applicables aux Cônes tronquez , vient aparamment de ce qu'il a cru que puisque la Couronne de cercle $G W \alpha A$, étoit le développement du rang de vouffoirs $G \alpha B A$, & que l'autre portion de Couronne $g \alpha T A$, étoit celui du rang $g \alpha D A$, la partie $X R \alpha r$, commune à ces deux Couronnes devoit être le panneau de l'enfourchement , exprimé dans la projection horisontale , par le Rhumbe $A Q E q$, qui est aussi commun aux deux Cônes $G B$ & $g D$, qui se croisent.

MATHURIN JOUSSE , le Pere Deran , & ce qui est encore plus surprenant le Pere Dechalles , qui étoit Mathématicien , ont donné dans la fausse lueur de ce raisonnement , sans s'apercevoir qu'il ne pouvoit conclure que pour un développement , dont les parties demeueroient entre elles à même distance où elles étoient , sur la surface du corps envelopé.

Or , il est clair que les deux Couronnes de cercles , qui sont des développemens des deux Cônes tronquez $G B$, $g D$, inscrits dans la Sphère , n'ont pu être transportées sur une surface plane , leurs côtes $A G$, $A g$, restans immobiles , sans que leur partie commune change de place & de grandeur ; donc elle ne peut représenter celle qui est commune aux deux Cônes , qui se croisent dans la Sphère.

POUR prouver cette mineure , il suffiroit de montrer la figure 170 , Fig. 170. où l'on voit que les deux arcs $A b \alpha$, $A d \alpha$, qui sont les développemens des arcs $A B$, $A D$, s'écartent du point A avant que de se réunir au point α , d'où il suit que ce point α , ne doit plus représenter le point A , affecté à la naissance horisontale des arcs de développement , ni la ligne $X \alpha$, la courbe d'intersection des Cônes en angle rentrant , exprimée à la projection par $A E$.

POUR prouver ces dernieres conséquences , j'établis le Lemme suivant.

L E M M E.

Si l'on fait mouvoir deux Couronnes de cercles égales , qui se croisent autour de leurs rayons ou diametres , comme sur des axes de révolution , je dis :

1^o Que plus les axes de révolution seront inclinés entre eux, plus l'intersection sera éloignée de la ligne qui passe par les deux centres des Couronnes.

2^o Que plus l'intersection sera éloignée de cette ligne, plus la diagonale qui lui est perpendiculaire sera courte, & au contraire plus la diagonale de la partie commune des deux Couronnes, perpendiculaire à la précédente, sera longue.

Fig. 173.

SOIENT (fig. 173.) deux portions de Couronnes de cercles égales, $H g A I$, $A F K d$, dont les rayons $C g$, $T d$, sont en ligne droite; Soient aussi deux autres Couronnes de cercles égales aux précédentes, $H g A I$, $G A W u A$, dont les axes $C g$, $C' G$, se croisent en A , on tirera par l'intersection X , la ligne $X o$, perpendiculaire à la ligne $C c'$, passant par les centres C , c' ; je dis que $X o$, est plus grand que $e A$, & $x X$ plus petit que $e A$.

LA première partie est claire, car les lignes $C X$, & $C e$, sont égales comme rayons du même cercle, & $C o$ plus petit que $C A$, opposée à l'angle droit $C o A$; or dans les triangles rectangles $C o X$, $C A e$, la somme des quarrés de $C o$, & $o X$, est égale à celle des quarrés de $C A$ & $A e$, donc en retranchant le quarré de $C o$, plus petit que celui de $C A$, il restera $X o$, plus grand que $e A$.

SECONDEMENT, supposant les Couronnes & la ligne $X o$ prolongées, il est clair que $o X = o Z$, & $o x = o A$, par conséquent $X x = A z$, par la même raison $A e = A E$. Or par la 31^e du 3^e livre d'Eucl, ou par la 15^e du même $A E = A e$, est plus grand que $A z$; donc $A e$ est plus grand que $X x$, ce qu'il falloit démontrer.

PAR la même raison, si l'on suppose une autre portion de Couronne $H I A g y V$, dont le centre est au point 4 , qui coupe la précédente $H g A I$; on démontrera que la diagonale $Y I$, est plus petite que $X x$; car puisque $A y = Y I$, & $X x = A z$, & que la ligne $A y$, s'approche plus de la ligne $C g$, qui passe par le centre du cercle, $A z$, sera plus grande que $A y = I Y$, donc $X x = A z$, est plus grand que $I Y$, ce qu'il falloit secondement démontrer.

Nous n'avons pas besoin de démontrer que l'autre diagonale devient plus grande, pour le sujet dont il s'agit, on peut le voir dans la figure, il nous suffit de conclure que si les axes deviennent parallèles, comme $C g$, $C' N$, alors la diagonale de la partie commune aux deux Couronnes, qui passe par leurs centres, est la plus petite qu'il se puisse, parce qu'alors elle est égale à la différence du grand & du petit rayon de chaque Couronne; & que si les axes concourent en ligne droite, elle est plus grande, étant égale au Sinus droit de l'arc $e g$, dont cette
différence

différence est le Sinus versé, & qu'elle s'étend depuis le diamètre à la circonférence extérieure, au lieu que les autres diagonales n'arrivent point au diamètre.

COROLLAIRE I.

D'où il suit que plus l'angle que font les côtes des Cônes $SA s$, deviendra aigu, plus la diagonale $S s$, s'éloignera du point A , & de son équidistant x , par conséquent plus l'intervalle $x X$ se raccourcira; c'est-à-dire que l'erreur du premier panneau d'enfourchement sera plus grande; or comme cet angle $SA s$, est égal à son opposé au sommet $G A g$, que font entre elles les cordes inscrites GA , & $g A$, dans les rangs de voussours verticaux qui se croisent; il suit que plus les rangs seront larges, les angles qu'elles feront entre elles en A , étant plus aigus, plus aussi il y aura d'erreur, & par un raisonnement contraire, plus ils seront étroits, moins il y en aura; de sorte que s'ils étoient infiniment étroits, la diagonale se confondroit avec la tangente au point A , & alors l'erreur s'évanouiroit avec le Paralogisme du P. Déchalles, & toute la construction du Trait.

COROLLAIRE II.

Non seulement les différentes largeurs des rangs de voussours, changent les angles des arcs des Couronnes, mais encore le nombre des côtes du Polygone inscrit dans le cercle, rapprochant ou éloignant la diagonale $S s$, du point A , change aussi la grandeur de la partie commune aux deux Couronnes de cercles, parce qu'elle raccourcit ou allonge les rayons GS , gs ; d'où il suit que plus le nombre de ces côtes est grand, plus ces rayons sont courts, parce que l'angle ACS , qui est la moitié de celui du Polygone, devient plus aigu, & par conséquent la largeur des Couronnes a un plus grand rapport à son rayon. La corde Ag , c'est-à-dire la largeur du rang de voussour, restant égale, parce qu'elle fait toujours la même angle avec le rayon AC , du Polygone de quelques nombres de côtes qu'il soit.

LA seconde raison qui condamne l'ancien Trait, est qu'on ne peut faire ce panneau de doële d'enfourchement d'une seule pièce, parce que les Cônes tronquez GB , gD , qui se croisent en $A.E$, font un angle rentrant solide curviligne, qu'on peut considérer comme une suite de ceux que feroient des pyramides d'une infinité de côtes. Or nous avons démontré au 3^e livre, qu'on ne peut faire le développement d'un angle solide d'une seule pièce, qui n'est pas divisée par quelque angle rentrant, pénétrant jusqu'au sommet de l'angle solide; parce que (par la 21. prop. du 11^e livre d'Euclide, les angles qui composent un

angle solide sont moindres que quatre droits ; donc il est impossible de faire d'une seule piece un Panneau de surface sur une matiere si flexible qu'on voudra, qui puisse se plier & s'adapter parfaitement à l'angle rentrant de deux Cônes qui se croisent sans être plié en double, mais seulement de deux moitiéz égales, comme nous le faisons dans notre nouveau Trait.

LA *troisième raison* est que le développement de la ligne d'intersection de ces deux Cônes, ne peut pas être une ligne droite ; car soit que cette ligne soit une Ellipse, comme nous l'avons démontré au premier livre, d'un cas pareil à celui-ci, soit qu'elle soit d'une autre section conique ; il est clair, (par ce que nous avons dit au 3^e livre du développement des sections coniques sur la surface du Cône,) qu'elle ne peut être une ligne droite. Or une telle courbe ayant sa concavité tournée du côté du sommet S, ou s du Cône, elle aura sa convexité tournée du côté de la base ; donc les deux arcs oposez ne pourront se réunir en une ligne droite ni courbe, mais seulement se toucher en un point, d'où elles s'écartent l'une de l'autre ; par conséquent les deux panneaux de chaque moitié dont la projection est A Q E, ou A q E, ne peuvent être assemblées en surface plane continuë, & si la concavité est tournée vers la base comme aux hyperboles, elles enfermeront un espace hors œuvre, qu'il faut retrancher de la surface, sur laquelle on les assembleroit, & qui les diviseroit encore en deux panneaux.

Fig. 170.

ENFIN la *quatrième raison*, qui est le défaut dont M. de la Ruë s'est aperçu, est que la ligne du milieu du panneau X x, est trop courte pour être couchée sur la Sphère, depuis le point A, au point F, auquel elle répond, comme on peut le voir en élevant sur A C, au point E, de la rencontre de la projection des Cônes tronquez, une perpendiculaire E F, sur le rayon A C, la ligne X x devroit être égale à l'arc A F.

CETTE inégalité ne peut se démontrer que pour un cas particulier, & encore en suposant la rectification du cercle, parce qu'elle est variable. 1^o. Suivant la largeur des vouffoirs qui donne un plus grand ou un plus petit rapport de l'arc A g, à l'arc A F, secondement suivant le nombre des côtez du Polygone inscrit dans la Sphère, qui donne une plus grande ou une plus petite diagonale A E ; car si au lieu du triangle A B D, on avoit inscrit un exagone A P B p D p A, on auroit eu une diagonale B f, beaucoup plus petite que A E, & l'arc B 1', auquel elle répond, auroit eu un moindre rapport à B f, & B 1 ou A g son égale, un plus grand rapport à cet arc, par conséquent une moindre erreur.

AINSI lorsque M. de la Ruë détermine celle de la voute de four *sur un carré*, d'environ un sixième, (ce qui ne s'accorde cependant pas avec la figure,) il ne peut le dire que dans la suposition de l'exemple

qu'il en donne, où le quart de cercle horizontal n'est divisé qu'en cinq vouffoirs ; car s'il l'avoit été en quinze ou en dix-neuf, comme il le feroit pour une Voûte de 21. pieds de diametre, l'erreur deviendrait si peu fenfible, que l'Apareilleur ne s'en apercevrait peut-être pas.

Il importe peu de connoître cette erreur précisément, puisqu'il faut rejeter ce Trait ; cependant comme il se peut trouver des gens curieux d'exactitude, je vais donner le moyen de la trouver avec précision.

Soit l'arc A P B, ou A G D, divisé en 9. vouffoirs, cet arc étant le tiers du cercle, fera de 120. degrés, par conséquent la 9^e. partie fera de 13 degrés 20', ainsi ôtant 13^d 20' de 180, il reste pour l'arc G D p, 166^d 40', & pour l'angle G A C, 83^d 20', ou pour son supplément à deux droits 96^d 40', qui est l'angle C A S. Fig. 170.

PRESENTEMENT, 1^o. dans le triangle C A S, on connoît l'angle A C S, de 60^d ; l'angle C A S, de 96^d 40' ; donc on connoîtra l'angle C S A, de 23^d 20'. On connoît de plus le rayon C A, que nous suposerons de 1000. parties ; ainsi on trouvera par la Trigonometrie le côté A S de 2186.

Secondement, dans le triangle A S o, rectangle en o, on connoît l'angle o A S, égal à son opposé, au sommet G A C, de 83^d 20', & son complément 6^d 40', qui est l'angle A S o ; ainsi on connoîtra le côté o S, de 2171, & o A, de 254.

Troisièmement, il faut chercher la valeur de la corde A G, qui fera la base d'un triangle isoscele G A C, où l'on connoît les deux angles à la base de 83^d 20', & l'angle A C G, de 13^d 20'. On connoît de plus ses côtez, qui sont le rayon A C = C G ; ainsi l'on parviendra à connoître la corde A G, de 230.

Quatrièmement, pour avoir le Sinus X o, de l'arc X R n, on ajoutera 230 au côté S A 2186, ce qui donnera le rayon S G de cet arc de 2416, du quarré duquel ôtant le quarré du Sinus du complément S o de 2171, il reste pour le Sinus o X 1060 ; dont il faut retrancher o x = o A de 254, il restera pour la valeur de la ligne X x 806, qu'il falloit premièrement trouver.

Cinquièmement, pour comparer la longueur de cette ligne X x à l'arc A F, auquel elle doit s'appliquer, il faut chercher la valeur de sa projection A E, par le moyen du triangle A G E, où l'on connoît l'angle A E G de 30^d, l'angle G A E de 83^d 20', par conséquent le troisième A G E de 66^d 40' ; on connoît de plus le côté A G de 230.

Donc on parviendra à connoître A E de 422, qu'il faut ôter du rayon A C 1000, reste 578, pour le Sinus du complément de l'arc cherché, dont on trouvera le nombre des degrés par cette analogie, comme 1000 est au Sinus total, ainsi 578 est au Sinus de $35^{\circ} 19'$, dont le complément est $54^{\circ} 41'$.

PRESENTEMENT, il ne reste plus qu'à rectifier cet arc d'environ 55 degrés pour en connoître la longueur, & la comparer à la ligne trouvée X x, par l'analogie ordinaire; comme 100 est à 314, ainsi 2000 est à 6280, & ensuite comme 360, 6280 :: $54^{\circ} 40'$, 952. Or nous avons trouvé X x de 806, ainsi cette ligne est à l'égard de l'arc sur lequel elle doit se plier, comme 806, est à 952, où ce qui est la même chose 403 à 476, approchant comme 7 à $8\frac{1}{4}$.

PAR un semblable calcul, on trouvera que dans la Voute Sphérique sur le quarré dont le quart de cercle horizontal est divisé en cinq parties, comme l'exemple de la Planche de M. de la Ruë, la ligne X x, fera à son arc A F, comme 744, est à 873; ce qui est un peu différent du rapport du sixième que cet Auteur a trouvé, car prenant pour 3^e. terme 6. le quatrième est $7\frac{1}{3}\frac{5}{12}$.

Si l'on veut se contenter de trouver cette erreur sur la figure du Trait, il n'y a qu'à rectifier l'arc A F, le porter en A z, & continuer l'arc X G, en Y; l'intervalle Y Z, est la longueur qui manque au milieu du panneau X x, parce que la ligne S o, étant perpendiculaire sur X Y, o X, est égal à o Y, & o x = o A, donc A Y = x X, cette manière est plus exacte que de porter l'arc sur X x, parce que l'origine x, est moins sensiblement déterminée.

R E M A R Q U E.

IL faut observer ici, qu'à examiner le Trait dans la rigueur Géométrique, la ligne X x, ou la notre A e^d du vrai panneau doit encore être plus courte, que celle du développement de l'arc A F de la Sphère, parce que cette ligne est le développement de l'Ellipse d'intersection des deux Cônes tronquez A S N, A s N, laquelle est toute dans le cercle depuis le point A, jusqu'au point F, marqué e^f dans la fig. 175, au dessous, lequel point F, est l'intersection des Cônes tronquez inscrits dans la Sphère.

POUR le démontrer, soit A z^b N l'Ellipse d'intersection de ces Cônes, & A e^f p le demi cercle majeur de la Sphère, qui coupe cette Ellipse au point e^f. Ayant pris à volonté des points v & u, sur A N, & élevé sur ces points des perpendiculaires v z u Z, elles couperont le cercle & l'Ellipse, l'un en y en dedans, l'autre en z au dehors.

PAR une des propriétés de l'Ellipse, on aura $AEN \cdot Aun :: \overline{Ex}^2 \cdot \overline{Y}^2$, mais $\overline{Ex}^2 = AE \times Ep$, par la nature du cercle ; donc $AE \times EN \cdot Aun :: Aun \times un \cdot \overline{Y}^2$, & $AE \times Ep \cdot Aun :: \overline{Ex}^2 \cdot \overline{z}^2$, par la propriété du cercle ; or le rapport de pu à uA , est plus grand que celui de uu à uA ; donc le rapport de uz à Ex , est plus grand que celui de uY à Ex , donc uY est plus petit que uz , par conséquent tous les points de l'Ellipse, sont au dedans du cercle, donc l'arc Elliptique Ayx , est plus court que l'arc circulaire Ax , ce qu'il falloit démontrer.

De la Seconde espece de Variation des Joins, inverse de la précédente.

En termes de l'Art,

Des Voutes Sphériques faisant le Plan d'une Voute d'Arête.

CE qu'on appelle *Voute Sphérique*, faisant le plan d'une Voute d'arête, n'est qu'un renversement de la disposition des joins des Voutes Sphériques fermées en Polygones. Dans celle-ci, fig. 176 & 177, l'ouverture des angles du Polygone est disposée du centre C, à la circonférence du cercle horifontal, ou ce qui est la même chose, du Pôle de l'horifon : à ce cercle de base, comme on peut le voir à la fig. 177 en perspective, coupée à moitié dans son élévation ; & dans les Voutes Sphériques fermées en Polygone, les joins de lit sont disposez de la circonférence au centre ; non que dans l'une ou dans l'autre les angles des enfourchemens, soient tous au centre ou à la circonférence ; mais dans une situation parallele à ceux qui sont au centre, ou à la circonférence. Ainsi dans cette espece de Voute, les enfourchemens dont la situation étoit d'avoir la pointe en bas, & les branches en haut, sont au contraire tournez la pointe en haut & les branches en bas, ce qui ne change en rien la construction que l'on a donné dans les articles précédens, puisqu'il ne s'agit que de la renverser.

D'ou il suit que l'on peut exécuter ces sortes de Voutes de trois manières, comme celles qui sont fermées en Polygone, sçavoir.

1°. Ou par l'inscription des arcs qui forment les côtez des Vouffoirs dans un segment de Sphère, si la Voute est parfaitement Sphérique.

2°. Ou par les panneaux des Cônes tronquez développez.

3°. Ou par la réduction de la Sphère en Polyèdre, c'est-à-dire par les panneaux de doële plate.

Il suit secondement, qu'en suivant la méthode des Auteurs qui en ont

écrit, parmi lesquels M. de la Ruë n'est pas compris, parce qu'il n'a pas parlé de cette espèce de Voute, on trouvera les mêmes erreurs pour les panneaux d'enfourchemens qu'on a exposés en parlant des Voutes Sphériques fermées en Polygone, mais en sens contraire; car au lieu que dans celle-ci le panneau étoit trop court, dans les Voutes Sphériques faisant le plan des Voutes d'arête, ces panneaux se trouvent trop longs d'une semblable quantité; ce qui est bien sensible, puisque c'est la même construction renversée. Ainsi fig. 176., l'intervalle $b^4 P$ de la ligne du milieu, est plus court que $R P$ trouvé suivant l'ancienne méthode, par l'intersection de l'arc $L R$, tiré du centre S , & de la diagonale $G R$, du Polygone qui est ici un Pentagone $A D E G \zeta$.

ON pourroit se dispenser d'entrer dans le détail de cette construction en renvoyant le Lecteur à la précédente qu'il ne s'agit que de renverser, mais crainte de me rendre obscur en affectant d'être concis, je vais l'exposer au long, parce que l'une servira d'explication à l'autre.

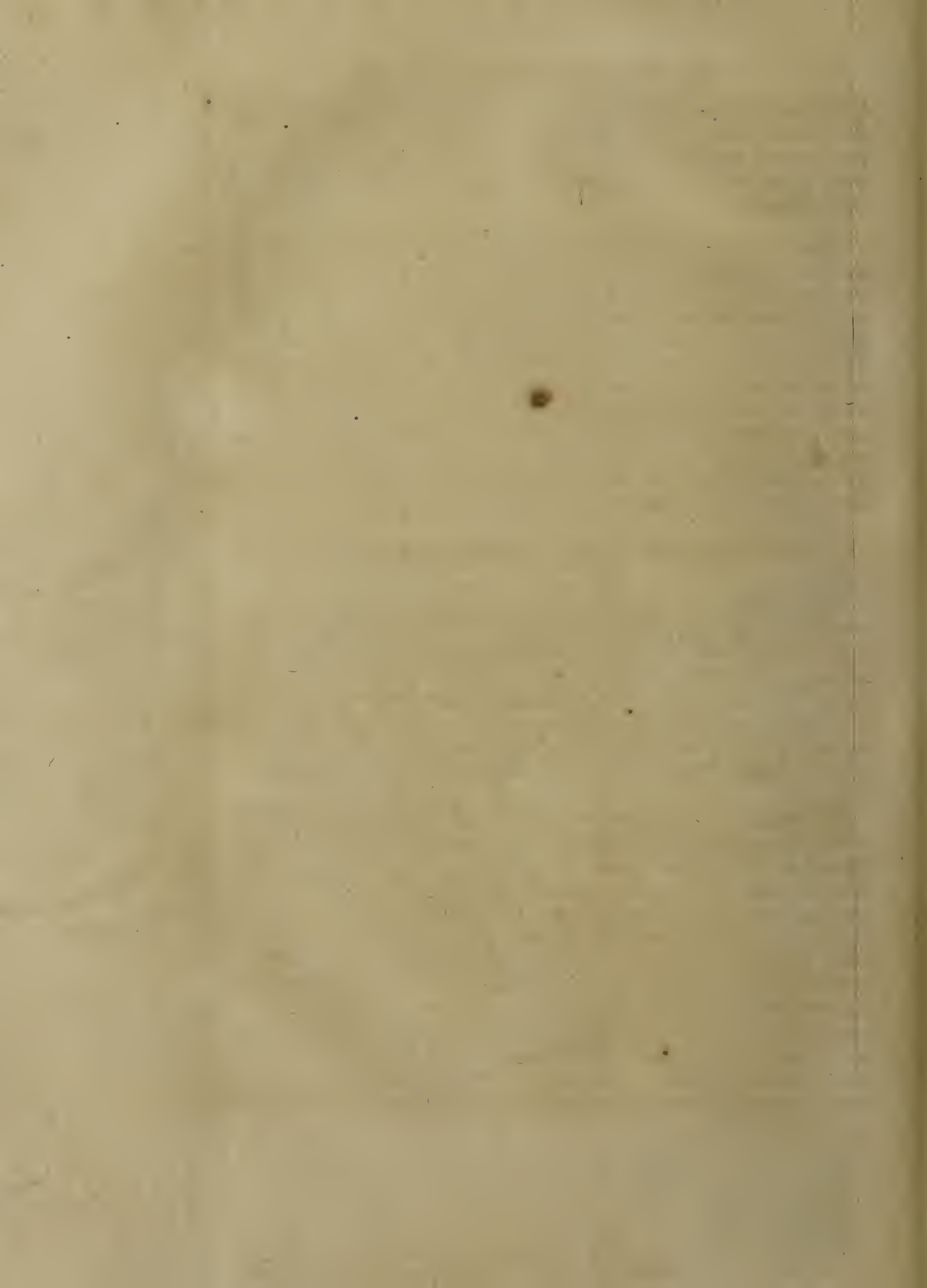
Fig. 176. Soit pour exemple (fig. 176.) le cercle horizontal $A K B F$, qui est la base ou l'imposte de la Voute Sphérique dont on veut disposer les joins, en sorte que leur direction projetée, soit telle que le seroit celle d'une Voute de cinq arêtes. Ayant divisé sa circonférence en cinq parties égales aux points A, D, E, G, ζ , on tirera par ces points & par le centre C , autant de diagonales $A B, D F, E g, G P, \zeta K$, dont une moitié $D C, A C, E C$, &c. donnera la direction du milieu des joins de lit qui se trouvent dans les secteurs $P C K, P C g, g C F$, &c. & l'autre moitié du diamètre donnera la diagonale de tous les angles d'enfourchement, comme $P C, C g, C F$, &c.

ON divisera ensuite chaque cinquième partie de la circonférence, comme $P K, K B$, &c. en autant de parties égales qu'on voudra avoir de Voussoirs, lesquelles doivent être en nombre impair, afin qu'il y en ait une au milieu, comme $P g$, en L, M, N, O, g , en sorte que l'intervalle $M N$, donne un rang de Voussoirs, dont le milieu soit suivant le rayon $A C$, qui divise l'arc $P g$, en deux également, afin qu'il y ait cinq rangs de Voussoirs qui se croisent en C , d'où ils partent en forme de rayons d'étoile.

LE plan horizontal étant ainsi tracé comme on voit dans la figure, on se déterminera au choix de la méthode, dont on veut se servir pour l'appareil.

Première Méthode.

Si la Voute est parfaitement Sphérique, on peut l'exécuter par l'inscription des arcs de cercles, qui forment les côtes des Voussoirs d'en-



fourchement dans des segmens de Sphère, comme nous l'avons dit des Voutes fermées en Polygone. Il ne s'agit que de les chercher, en prolongeant les lignes droites de la projection, jusqu'à ce qu'elles coupent la circonférence de part & d'autre, & donnent par ce moyen leur diamètre.

Ainsi pour avoir l'arc L_4 , dont LH est la projection, on prolongera LH jusqu'en ll , & ayant divisé Lll en deux également, en $\frac{l}{2}$, on fera au dessus ou au dessous de LH un arc indéfini, puis on élèvera sur LH une perpendiculaire H_4 , au point H qui coupera cet arc au point 4 , l'arc L_4 fera celui d'un des côtez du Vouffoir, & la valeur de la projection du côté LH , égal à HX ; de même pour trouver l'arc du milieu de l'enfourchement, dont la projection est PH , on élèvera en H , une perpendiculaire HQ , sur le rayon HC , l'arc PDQ fera celui du milieu que l'on cherche. On a aussi dans l'horison l'arc LPX ; ainsi par le moyen de leurs cordes on inscrira ces arcs dans un segment de Sphère préparé, comme nous l'avons dit, pour y tracer le Vouffoir du premier enfourchement, les suivans se trouveront de même.

Seconde Méthode, par Panneaux flexibles.

AYANT divisé l'arc L_4 , formé comme il a été dit ci-devant, sur le diamètre Lll , en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points au contour du Panneau d'enfourchement, on prolongera la corde LP , jusqu'à ce qu'elle rencontre la perpendiculaire CS , sur le milieu du diamètre Lll , au point S , où sera le sommet du Cône tronqué, dont LP est une partie de côté. De ce point S pour centre, & SL pour rayon, on décrira un arc LR , sur lequel on portera les parties de l'arc L_4 successivement, pour y avoir une même longueur de contour Lb^+ .

ON tracera ensuite la courbe b^+P du milieu de l'enfourchement, de la même manière qu'on a tracé celle du premier Vouffoir de la Voute Sphérique précédente fermée en triangle, en menant *premièrement* des perpendiculaires sur LH , par les divisions $1, 2, 3, 4$ de l'arc L_4 , qui tomberont sur LH aux points t & T . *Secondement* par ces points t & T , des lignes droites au point S , qui couperont PH aux points u & v . *Troisièmement* par ces points u & v , des paralleles à LH , qui couperont la corde PL aux points o & n . *Quatrièmement* par ces points & du point S pour centre, on décrira des arcs indéfinis $o\ 5$, $n\ 6$, &c. dont les longueurs seront déterminées aux points 5 , 6 , & 7 , par les intersections des lignes droites tirées des divisions de l'arc Lb^+ , au point S , la ligne menée par les points b^+ , 5 , 6 , 7 , P , fera le côté du demi panneau d'enfourchement, qui doit être appliqué au milieu du premier Vouffoir, com-

me en Pb , de la fig. 178. dans un angle rentrant de deux portions de Cônes tronquez qui se pénètrent, comme il a été dit au Trait précédent. Les Vouffoirs suivant au dessus se feront de même.

R E M A R Q U E.

Il faut cependant remarquer dans cette méthode, que l'on ne peut faire des panneaux de doëles des rangs de Vouffoirs qui sont sur les rayons AC , DC , EC , &c. parce que les cordes de l'arc MN , & de ses semblables étant parallèles à la ligne CS , qui est l'axe commun des Cônes tronquez établis sur les cercles, dont LH & MI sont les projections d'une partie de leurs bases, ces cordes, dis-je, ne peuvent rencontrer un tel axe, de sorte que tous les rangs de Vouffoirs, depuis l'imposte jusqu'au sommet de la Voute représenté par le point C en projection, doivent être ébauchés comme des portions de Berceaux, & non pas de Cône, comme les autres Vouffoirs faits suivant ce système des Cônes tronquez inscrits dans la Sphère, & ensuite creusés en portions de Sphère, comme les rangs verticaux des Voutes Sphériques simples, où il n'y a pas de changement de direction des joins, à moins que l'on ne voulût diviser la doële en deux portions de Cônes, tournez en sens contraire, ce qui seroit se donner inutilement du travail, & s'amuser à la bagatelle.

Troisième Méthode, par *Panneaux de Doële plate.*

ON formera un triangle isoscele avec trois côtez donnez, sçavoir la corde LX , de l'arc horizontal LPX , & les deux cordes égales à $L4$, de l'arc vertical $L24$, dont LH & XH sont les projections, ce triangle représenté en Lbx , de la fig. 178, sera la doële plate du premier Vouffoir d'enfourchement.

Fig. 176.

ON cherchera ensuite le biveau de doële plate & du plan vertical, passant par chaque joint montant, en suposant à peu près comme au Trait précédent, une pyramide triangulaire $Lp^h \propto H$, dans le vuide de la Voute, mais en situation naturelle, la base en bas & la pointe en haut, au lieu qu'à ce Trait elle étoit renversée. Ainsi ayant ajouté de part & d'autre du triangle lbx , de la fig. 178, les triangles égaux Alb , axb formés sur les côtez, par l'intersection des lignes prises pour rayons, & des points l & b , x & b pour centres, à la fig. 179. en LH & $L4$, on trouvera par la même pratique l'angle EYD , de la fig. 179, dont le supplément ED'' est celui que l'on cherche, par le moyen duquel on aura la coupe lxX , de la fig. 178, qui résultera de l'angle du plan vertical passant par Hx , & du plan incliné de la doële plate Lbx , qui est en surplomb sur la base de suposition $Lp^h \propto$.

L'Aplication

L'Application du Trait sera facile, ayant dressé un parement pour y appliquer le Panneau triangulaire de doële plate, on abattra la pierre pour former les joins montans avec le biveau ED , de la fig. 179, & avec le biveau formé sur l'angle QzR , de la fig. 176, où l'on suppose le point z au milieu de la corde LX , en dedans du point P , qu'on a supposé ci-devant à la circonférence avec ce biveau posé perpendiculairement sur le côté Lx , de la fig. 178, on abattra la pierre pour former le lit de dessous.

LES Vouffoirs d'enfourchemens qui doivent se poser au dessus se feront de même, avec cette différence, qu'on ajoutera une partie de longueur au dessous de l'angle rentrant, pour avoir une partie de la naissance des branches qui sont ici renversées du haut en bas, au lieu qu'au Trait précédent elles s'ouvroient du bas en haut.

LES surfaces des joins montans étant faites, on y appliquera les cerches des arcs dont les arêtes de la doële plate sont les cordes, qui sont à la fig. 176; les arcs $Lz4$, pour le joint $lz4$, de la fig. 178, & LPX , de la fig. 176, pour le lit LPx , de la fig. 178.

ON trouvera aussi la cerche du milieu de la doële, à la fig. 176, sur l'arc PDQ , qui est déterminé par la droite HQ , perpendiculaire sur le rayon PC , d'un cercle majeur passant par le point P , où est le milieu de la base horizontale du Vouffoir LX , & par le point H , où est le sommet de la doële plate, représenté en Lbx , de la fig. 178.

LE reste s'achèvera comme aux Voutes Sphériques à joins simples, en formant les lits & têtes par le moyen des biveaux de doële creuse, & de lit ou de tête.

POUR donner une juste idée de l'impossibilité du développement des Panneaux d'enfourchement de cette Voute, comme à la précédente, suivant l'ancien Trait, nous avons tracé une partie du panneau $Alz4L$, dans la place où le Trait le donne, en $I^2 b b^2 l^2 m^2$, que nous avons distingué par une hachure d'une moitié de ce panneau, laquelle anticipe sur celle qui ne l'est pas $I^2 b^2 x^2 y^2$, d'une quantité exprimée par la saillie de l'arc $I^2 b b^2$, & comme l'autre moitié avance autant sur celle qui est hachée en d , il suit que la partie en fuseau $I^2 b b^2 d$, est commune aux deux moitiés de panneau, par conséquent double; donc il est impossible d'exprimer ce développement par une surface simple, qui puisse s'étendre sur une surface plane.

U S A G E.

CETTE disposition des joins des Voutes Sphériques, se met rarement

en pratique dans toute la surface, mais elle est très commune vers le sommet dans toutes les Rotondes décorées de Colonnes ou de Pilastres, dont la faillie est ordinairement en partie continuée dans la Voute, par des Arcs doubleaux, qui vont se réunir tantôt à la clef, tantôt à une bordure, qui renferme une Calotte, comme aux Chapelles du Dôme des Invalides à Paris, & ailleurs.

DES VOUTES SPHERIQUES, INCOMPLETES ET TRONQUEES.

TOUTES les Voutes en cul-de-four, qui sont moindres qu'un Hémisphère, ou Hémisphéroïde, peuvent être apellées *Incompletes*, cependant je crois devoir en distinguer de deux sortes.

LES unes que j'apelle *Incompletes ouvertes*, sont celles qui n'ont pour apui qu'un arc horizontal moindre que le cercle, & au reste se soutiennent en l'air par l'art de leur appareil, ou sur une face comme les *Niches*, ou sur deux ou plusieurs, comme les *Trompes Sphériques*.

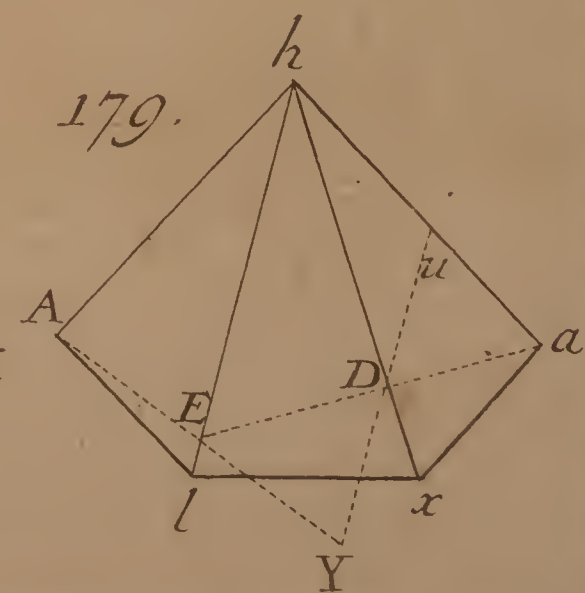
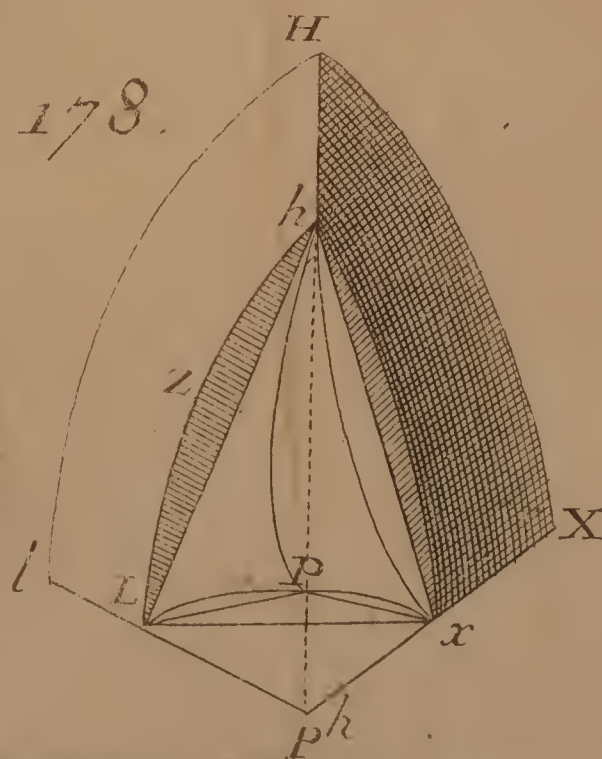
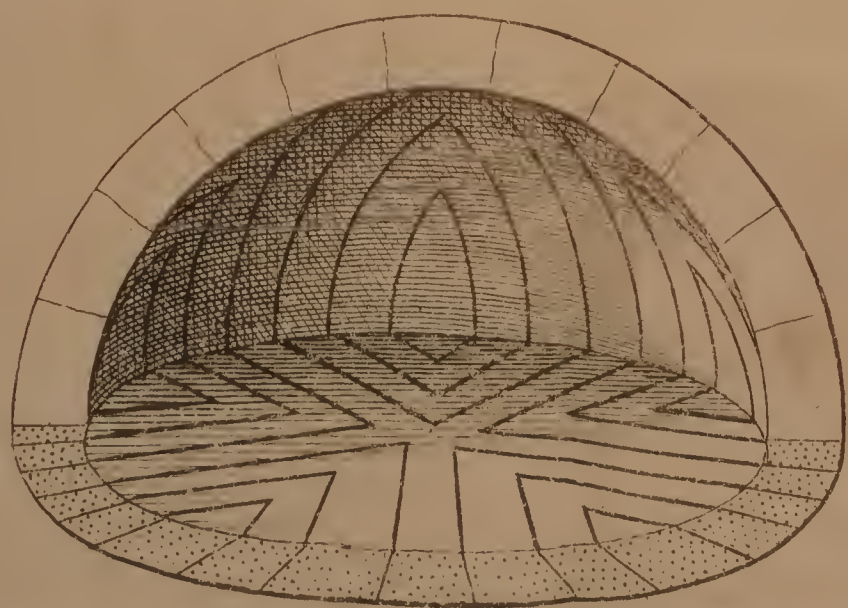
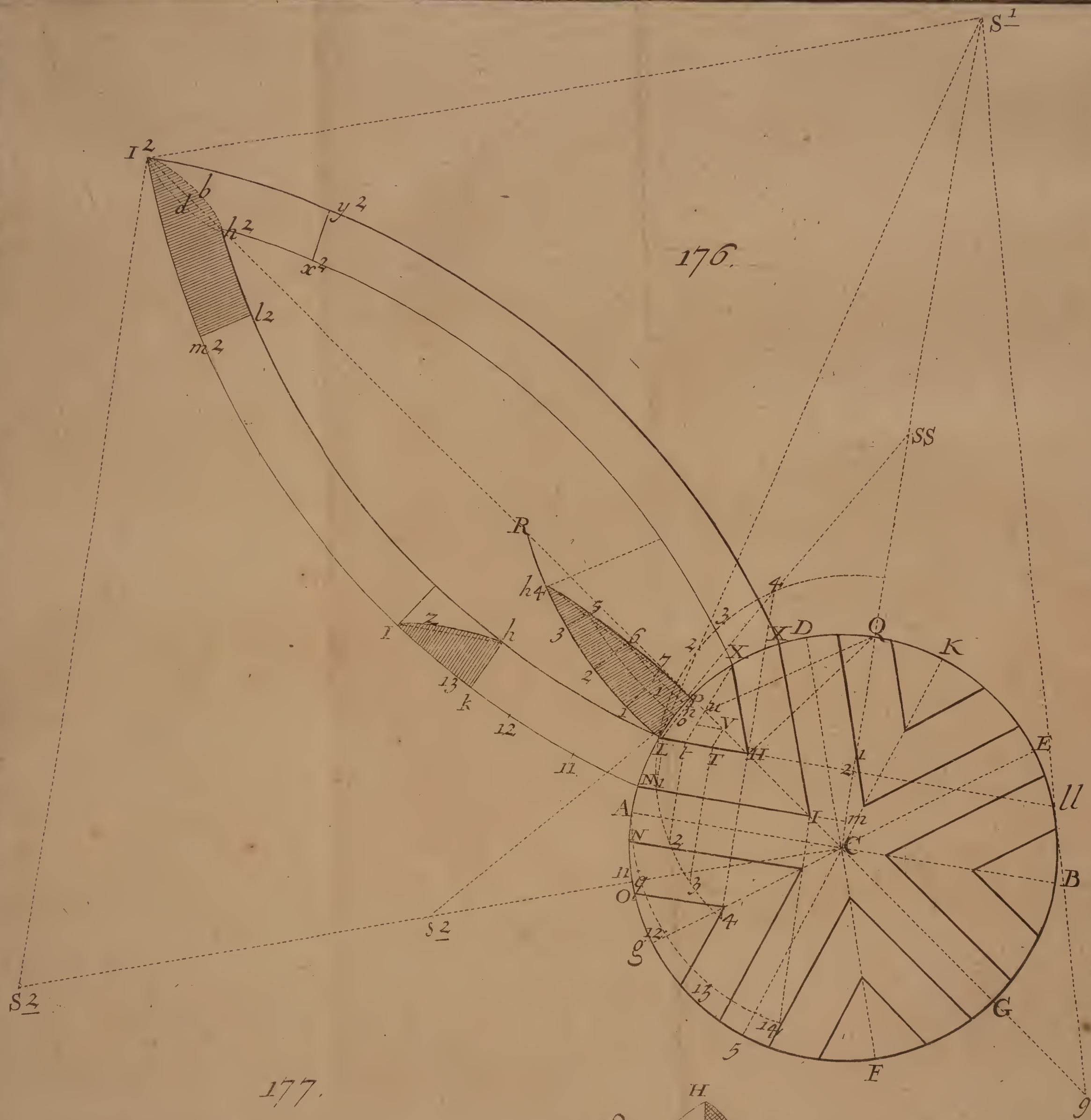
LES autres que j'apelle *Tronquées*, sont celles qui ont peu ou point de base horizontale, mais qui sont soutenues par des murs en ligne droite, qui retranchent à chaque pan un demi segment de Sphère, tels sont les *Culs-de-fours en pendentif*, sur un quarré ou sur un Polygone quelconque, dont les apuis de naissance ne sont ordinairement que sur les sommets de leurs angles.

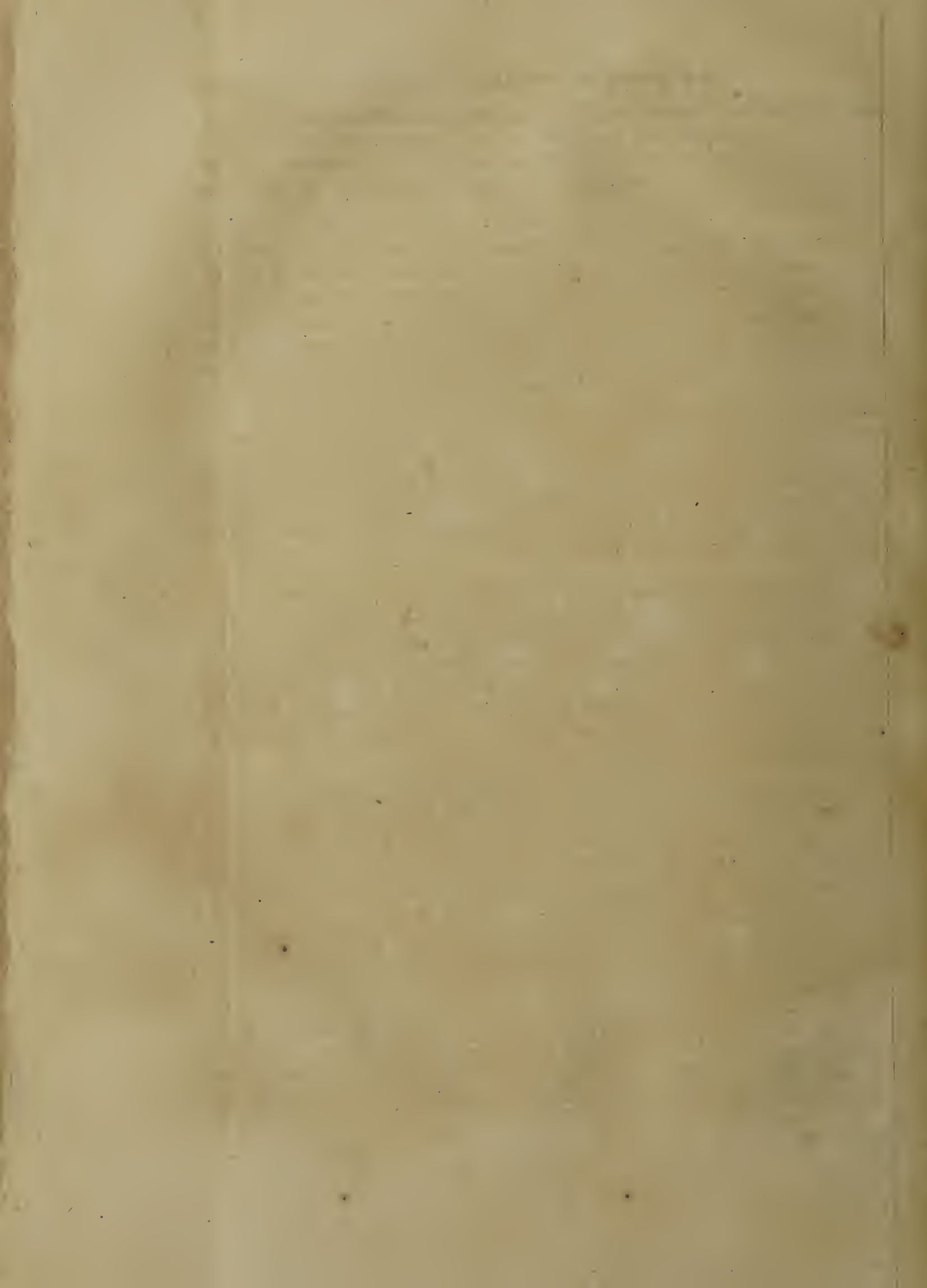
LA difference de l'arrangement des joins de lit des Voutes Sphériques, décide des différentes manieres dont on peut retrancher quelque partie de l'Hémisphère, sans alterer la solidité au point qu'elle ne puisse plus subsister, la raison est bien sensible, puisque cet arrangement change l'apui des rangs de Voussoirs, & la direction de leur *Poussée*, d'où il suit :

1°. QUE lorsque les rangs de Voussoirs sont horizontaux, & leurs lits assez en pente pour glisser, on ne peut rien retrancher de chacun sans les détruire, parce qu'en interrompant la continuité, l'effort qu'ils font en ce sens poussant au vuide, ils doivent s'écarter & tomber.

2°. LORSQUE les rangs sont verticaux, & de largeur uniforme, on peut les élever jusqu'environ à 25. degrés de hauteur, parce que le frottement des lits peu inclinez les soutient, mais environ à 30. degrés ils coulent, & ne peuvent être retenus qu'en leur substituant un apui.

3°. LORSQUE les rangs sont inclinez vers un pôle horizontal, & d'épaisseur inégale en fuseau, tendant à ce pôle, on peut les élever jusqu'au quart de cercle, mais on ne peut rien retrancher des parties inférieu-





res, ni latérales ; cependant si l'on considère la relation que les rangs de Voussoirs ont entr'eux dans une même Voute, on reconnoitra que l'on peut quelquefois retrancher beaucoup de l'Hémisphère sans les détruire, & qu'en leur substituant des apuis de murs, on peut les tronquer tout comme l'on voudra.

ON conçoit facilement qu'on peut retrancher des rangs de Voussoirs tous entiers, lorsqu'ils ne servent pas d'apui à un autre rang ; ainsi dans les arrangemens horisontaux, on peut retrancher autant de rangs que l'on veut, à commencer à la Clef qui est au pôle de l'horison, parce que chaque rang se contient lui-même dans l'effort qu'il fait horisontalement pour s'écarter, c'est-à-dire, en termes de l'Art, qu'il *fait Clef*, & qu'il est soutenu par l'inférieur suivant l'effort qu'il fait verticalement ; ainsi d'une Voute Sphérique à rangs de niveau, on peut élever autant de rangs & si peu que l'on veut, sans achever la Voute.

Secondement, des rangs à plomb, on peut en faire des complets, si peu & autant que l'on veut jusqu'à la Clef de la Voute, c'est-à-dire, depuis le pôle horisontal jusqu'à l'équateur, où est le sommet de la Sphère ; mais on ne peut aller au-delà.

Troisièmement, des rangs inclinez à l'horison, qui aboutissent à deux pôles oposez de niveau, & qui diminuent en côtes de Melon, on peut comme aux verticaux en élever jusqu'aux pôles de l'horison, lorsqu'ils sont entiers ; je veux dire, lorsqu'ils vont d'un pôle de leurs cercles à l'autre, comme l'on conçoit les Méridiens dans la Sphère du monde Droite, dont l'équateur devient un cercle vertical, & dans ce sens on peut en élever si peu que l'on veut, parce que chaque rang a son apui sur les inférieurs collatéraux.

DANS cette troisième espece d'arrangement de rangs de Voussoirs inclinez à l'horison, on peut encore faire des retranchemens de leurs parties, depuis l'équateur jusqu'aux pôles ; de sorte qu'on peut conserver le même arrangement, & ne faire qu'un quart de Sphère, ou moins si l'on veut, parce que les apuis ont leurs directions au pôle qui est à la base horisontale.

Ces quatre circonstances sont les seules où l'on peut faire des Voutes Sphériques incomplètes, c'est-à-dire, moindres que l'Hémisphère, & ouvertes.

MAIS en leur donnant des apuis de murs de force suffisante pour résister à leur poussée, on peut les *tronquer* d'autant de façons que l'on voudra ; d'où il résulte qu'on peut établir une Voute Sphérique sur une enceinte de murs droits, disposez entr'eux en fornée de tel Po-

lygone que l'on voudra. Nous nous arrêterons aux trois arrangemens de Vouffoirs qui conviennent la mieux aux réguliers, pour que la direction de leurs joins y fassent une agréable symétrie, après que nous aurons traité des Voutes Sphériques incomplètes.

Des incomplètes ouvertes.

LA première est celle qui est faite par rangs de Vouffoirs, dont les lits sont plans & horisontaux, au lieu d'être inclinez & coniques, ce qu'on appelle *en tas de charge*, elle ne peut être mise en usage que pour des petites niches; & parce qu'il n'y a point d'Art dans son appareil nous n'en ferons pas mention, nous avertirons seulement qu'on fait un peu de coupe vers le sommet, parce que les arêtes y deviennent trop aiguës, & par conséquent cassantes. Cette disposition de joins n'est pas agréable à la vûe, par ce qu'elle n'est pas naturelle, on en peut voir l'effet, fig. 185.

P R O B L E M E . X V I I I .

Faire une Voute Sphérique, ou Sphéroïde incomplète.

CE Problème comprend trois cas. 1°. Lorsque la disposition des joins continus est en demi-cercles verticaux parallèles à l'équateur, en sorte que leur pôle commun soit au milieu de la portion du cercle horisontal de l'imposte.

2°. LORSQUE l'arrangement des rangs de Vouffoirs est en côte de Melon, comme les intervalles des Méridiens dans la Sphère armillaire; en sorte que leur commune intersection qui est au pôle de l'équateur, par lequel on suppose la Sphère coupée, ou par un de ses parallèles, soit au milieu de l'arc horisontal de l'imposte, comme au cas précédent.

3°. LORSQUE les Vouffoirs étant arangez de la même manière, la Sphère n'est pas coupée comme dans les deux cas précédens, perpendiculairement à son axe, mais obliquement par deux ou plusieurs plans verticaux, ou si l'on veut inclinez à l'horison en talud, pourvu que l'angle des plans latéraux, ne fassent pas un angle plus aigu que celui de 45. degrés avec l'axe mesuré horisontalement, parce qu'au dessous, les clavaux pousseroient trop au vuide.

P R E M I E R C A S.

Où les joins continus des rangs de Vouffoirs, sont des cercles verticaux perpendiculaires à l'axe de la Sphère, dont le pôle est au milieu de l'arc de l'imposte.

En termes de l'Art ,

Trompe en Niche droite pardevant , par rangs de Vouffoirs paralleles à la face.

Ce premier Cas ne demande point de construction particulière , puisque ce n'est que la moitié , ou moins si l'on veut d'une Voute de rangs verticaux , ou d'une Voute Sphérique ordinaire , dont les joins de lit sont changez en joins de tête ; comme on peut voir à la figure 182 , qui en est le plan horifontal , & 183 la vûe en perspective.

S E C O N D C A S .

Où les joins continus des rangs de Vouffoir sont inclinez à l'horifon , comme autant de Méridiens de la Sphère Droite , coupée par son équateur.

En termes de l'Art ,

Trompe en Niche & en Coquille.

SOIT (fig. 181.) le demi cercle A P B , le plan horifontal de la Niche à son imposte , dont le centre est C , on fera l'autre demi cercle A H B , pour l'élevation verticale de la Niche , quoiqu'il soit renversé ici du haut en bas , ce qui revient au même , comme nous l'avons fait observer dans les Principes du Dessin , au 3^e livre. On divisera la circonférence en autant de parties égales qu'on voudra avoir de Vouffoirs , comme ici en cinq , aux points A , 1 , 2 , 3 , 4 , B ; par lesquels on tirera , à l'ordinaire , des perpendiculaires sur son diametre A B , pour en avoir les projections en 1^p , 2^p , 3^p , 4^p , par lesquelles & par le point P , milieu du demi cercle A P B , où est un pôle de la Sphère , on fera passer autant de quarts d'Ellipses (par le Problème VII. du 2^e livre ,) dont les deux axes sont donnez , sçavoir P H , commun à toutes les Ellipses pour grand axe , & 1^p C , 2^p C , pour les deux autres demi-axes , ces Ellipses seront les projections horifontales des cercles majeurs inclinez à l'horifon , qui sont les joins de lit de la Niche.

Fig. 180.
181.

CEPENDANT comme l'on n'a besoin pour la construction , que d'un point ou deux de chacune de ces Ellipses , on peut s'épargner la peine de les tracer , supposé qu'il ne s'agisse que d'une Niche qu'on fait ordinairement , d'une ou deux pièces par chaque rang ; car s'il s'agissoit

d'une plus grande Voute, comme pourroit être le Chevet de quelque Chapelle, il faudroit tracer les quarts d'Ellipses dans tout l'intervale de la ligne de face au pôle.

POUR trouver les points de la projection Elliptique des joins de lit à la jonction d'un Vouffoir à son trompillon, ou à un second Vouffoir, entre celui du devant & le trompillon, on menera par le point D, pris à volonté suivant l'exigence de l'appareil, la ligne D E parallèle à A B, sur laquelle comme diametre, ayant fait le demi cercle D b E, en haut ou en bas, il n'importe, & l'ayant divisé en même nombre de parties égales que le demi cercle A H B, si l'on abaisse par les divisions des perpendiculaires sur D E, elles donneront les points 1', 2', qui seront aux projections Elliptiques des joins de lit sur le plan horizontal, par lesquels & par les points correspondans sur A B, on menera des lignes droites indéfinies 1^p, 1', 2^p, 2', qu'on prolongera jusqu'à leur intersection avec la ligne du milieu C P, prolongée en S.

PAR ce moyen on réduira la portion de Sphère A D E B, en portion de pyramide tronquée inscrite à l'Hémisphère, dont l'axe C S, est commun à la Sphère dans la partie C P, les cinq côtes de cette pyramide tronquée, seront autant de doëles plates des Vouffoirs, desquelles il faut tracer les surfaces.

SI les divisions des Vouffoirs sont égales, il est clair que toutes les doëles le seront aussi, en ce cas un panneau servira pour toutes.

Fig. 184.

AYANT tracé à part, fig. 184, une ligne 3' 4', on lui fera une perpendiculaire M m, puis ayant pris la moitié de la corde de l'arc de tête du Vouffoir qu'on veut faire, par exemple 1', 1', fig. 181, on la portera de part & d'autre du point m, de la fig. 181, en 1', 1', & la moitié de la corde 3' 4', de la fig. 184, qu'on portera en m 3, & m 4, de la fig. 184. Par les points 3' 4', on menera des lignes 3' 3^e, 4' 4^e parallèles à m M, & des points 1', 1' pour centres, & pour rayon l'intervale de la corde A D ou E B, on fera des arcs de cercles qui couperont les lignes 3' 3^e, 4' 4^e aux points 3^e, 4^e, par lesquels on menera des lignes 3^e. 1', 4^e. 1', & 3^e. 4^e, le trapeze 1'. 3^e. 4^e. 1', fera la doële plate que l'on cherche.

LES panneaux de lit seront tous égaux à celui de l'imposte O B E N, soit que les divisions des têtes des Vouffoirs soient égales ou inégales entr'elles dans l'intervale A B E D.

LES biveaux de lit & de doële se trouveront par la manière générale, on prolongera la corde 3' 4', jusqu'à la rencontre du diametre A B en O,

la ligne tirée de O en S fera la section de la doële plate avec l'horison, on en usera de même pour les autres Voussloirs, excepté pour la Clef dont la section avec l'horison fera la ligne $u S v$, parallèle à la corde 2° 3°.

L'INTERSECTION des plans des lits prolongez avec l'horison fera comme dans les Voutes coniques, à l'axe P C H, où ils tendent tous par la direction des joins de tête; avec ces deux lignes & les projections des joins de lit, on trouvera l'angle des plans qui est le biveau demandé.

ON élèvera sur le point 3^p , la perpendiculaire $3^p 3^e$, sur la projection $3^p 3^e S$, qu'on fera égale à la hauteur $3^p 3$, & ayant tiré $3^e S$, on lui fera la perpendiculaire $3^e K$, qui coupera $S 3^p$ prolongée en K, par où on mènera la perpendiculaire F G, qui coupera l'axe P C en F, & S O prolongée en G; sur S K prolongée, on prendra $K x$ égal à $K 3^e$, on mènera F Y & $x G$, le supplément à deux Droits de l'angle $F x G$, donnera le biveau Y x L que l'on cherche.

ON trouvera aussi le biveau de la doële & de tête, comme aux Voutes coniques; ainsi ayant formé un morceau de Pyramide tronquée, on appliquera sur les plans des faces, les arcs de tête & de trompillon s'il est vertical, & sur les plans des lits, les arcs des Méridiens A D, B E, & l'on aura ce qui est nécessaire pour creuser la doële Sphérique exactement.

L'Aplication de ce Trait sur la Pierre n'a aucune difficulté, non plus que sa démonstration, dans laquelle il y a seulement une observation à faire sur la différence de cette espèce de Voute avec les autres Sphériques; c'est que les joins de lit sont plans & non pas coniques, parce qu'ils sont tous des cercles majeurs, dont le plan passe nécessairement par l'axe de la Sphère, au lieu que dans les autres espèces de Voutes Sphériques, le plan du cercle du joint de l'extrados, & celui de la doële correspondant, ne sont pas dans un même plan, mais à la surface d'un Cône tronqué, comme nous l'avons dit, il n'y a dans celle-cy de joint conique que celui qui se fait à la tête du Voussloir qui joint le trompillon, encore pourroit-il être plan, si les arêtes ne devenoient pas trop aiguës, comme on le voit par l'angle mixte I E R; il convient mieux de les faire suivant la coupe naturelle I E N, qui les rend droites, & la surface conique.

IL n'est pas nécessaire de dire pourquoi on fait un segment de Sphère au pôle qu'on appelle trompillon comme aux Voutes coniques, puisqu'il est visible que c'est par la même raison que les angles devroient trop aigus. Ces lits en joins coniques tant au trompillon qu'aux Voussloirs, se feront comme aux Voutes Sphériques ordinaires, en abat-

tant la Pierre suivant le biveau mixte I E N ou P E N, qui est le même au trompillon & au reste de la doële.

Remarque sur cette Construction.

L'AVANTAGE de cette construction sur celle des Auteurs qui ont écrit de la Coupe des Pierres, consiste en ce qu'elle s'applique également aux Sphéroïdes, comme à la Sphère; la seule différence qu'il y a, c'est que les biveaux de la doële plate avec les plans des lits, ou des têtes dans les Voutes surhaussées ou surbaissées, ne peuvent servir que pour les deux Voussiors collatéraux correspondans, ce qui ne fait aucun changement à la construction, mais qui augmente seulement le nombre des opérations; c'est pourquoi nous n'avons pas jugé nécessaire d'en donner des exemples particulières.

A l'égard de l'application des cerches pour l'excavation de la doële Sphéroïde, il faut toujours avoir attention à situer leurs plans dans la doële, comme les Ellipses d'où elles sont tirées sont situées dans le Sphéroïde, ou si elles sont circulaires, comme elles peuvent l'être, dans le sens qu'elles sont perpendiculaires à l'axe du Sphéroïde & qu'on veuille opérer avec justesse, il faut les situer par le moyen des biveaux mixtes, formez suivant la perpendiculaire à la tangente, comme I E N l'est dans la Sphère.

T R O I S I E M E C A S.

Des Voutes Sphériques incomplètes, dont les joins sont inclinez à l'horison, comme à la précédente, mais qui sont une partie moindre qu'un quart de Sphère, dont les faces sont dans deux plans qui font un angle saillant.

En termes de l'Art,

De la Trompe Sphérique sur le Coin,

OU

De la Trompe sur le Coin & en Niche.

Fig. 187. SOIT (fig. 187.) l'angle saillant A C B, qu'on appelle en Architecture un Coin, dans lequel on veut faire un renfoncement Sphérique, qui soutienne l'encognure de cet angle. Ayant divisé l'angle A C B, en deux également, par la diagonale P C, du point C pour centre, & de l'intervalle C A, pris à volonté, on décrira l'arc de cercle A P B, qui fera le plan horisontal de la Trompe à son imposte, & dont le milieu P fera le Pôle, ou le centre du trompillon.

Du

Du même point C, & de l'intervale C A ou C B, on décrira un quart de cercle B 2 H, qui représentera l'élevation d'une des deux faces de la Trompe, que l'on divisera en autant de parties que l'on voudra avoir de Vouffoirs, comme en trois & demie, aux points 1, 2, 3, H, mettant une demie pour la moitié de la Clef. De chacune de ces divisions on abaissera, à l'ordinaire, les aplombs 1 p^1 , 2 p^2 , 3 F pour avoir les projections de ces divisions sur le rayon horizontal C B, & par ces points de projection donnez & l'axe commun P p double de P C, on fera passer des Ellipses P L F, P N I, P p^1 . par le Problème VI. du 2^e livre, qui feront les projections horizontales des joins de lit depuis la face jusqu'au pôle P, on les tracera aussi si l'on veut, de l'autre côté dans le Secteur A C P; comme dans son Collatéral C P B; ensuite on réduira la surface Sphérique en Pyramide tronquée, comme nous avons fait à la construction précédente pour chercher la doële plate, en suposant autant de sections circulaires perpendiculaires à l'axe P C, qu'on aura de Vouffoirs.

PAR exemple, pour le troisième Vouffoir dont la projection est F P p^2 , on tirera par le point F, la perpendiculaire G K, sur l'axe C P, laquelle coupera le cercle majeur de la Sphère A P B p, en K. Du point G pour centre, & pour rayon G K, on décrira un quart de cercle K i g, dans lequel on menera F f parallèle à G g, & par la rencontre I de l'arc Elliptique P N p^2 , avec la ligne G H, on menera I i parallèle à F f, ou ce qui est la même chose à l'axe P g.

IL faut ensuite déterminer la tête du Vouffoir du côté du trompillon. Par le point D, pris à volonté sur l'arc horizontal D P, pour terme du trompillon D P E, on menera D E, perpendiculaire à P C, par conséquent parallèle à G K, sur laquelle, comme diamètre, on décrira le demi cercle D b E, dont les divisions se trouveront en tirant par les points L & N d'intersections de ce diamètre, avec les arcs Elliptiques P L F, P N I, les perpendiculaires L l, N n, sur D E, qui couperont ce demi cercle aux points l & n, & l'on aura toutes les lignes nécessaires pour trouver le panneau de la doële plate comme il suit.

AYANT tiré du point N en I, la corde N I, on la transportera à part, (à la fig. 189.) en N I, & sa division au point Q, faite par l'intersection de la ligne C B, projection d'une face de la Trompe. Ensuite on élèvera à chacune de ces extrémités & de sa division en Q, une perpendiculaire, faisant N n, égale à l'ordonnée N n du demi cercle D b E, de la fig. 187, & I i égale aussi à I i de la même figure. On tirera n i, qui coupera l'indéfinie Q q au point q, la ligne n i sera la corde de l'arc que le joint forme dans la Sphère, laquelle corde

étoit racourcie par la projection en NI , on la prendra pour un des côtez du panneau, pour trouver les autres.

Fig. 188. ON fera à part, (fig. 188.) une ligne mM , perpendiculaire sur une autre indéfinie fi , & ayant pris la moitié de la corde ln , de l'arc DmE , de la figure 187, on la portera de part & d'autre du point m , fig. 188, en l & en n . De même on prendra la moitié de la corde fi , de la fig. 187, & on la portera aussi de part & d'autre du même point m en f , & i , par où l'on menera les lignes fF , & iI , parallèles à mM . Ensuite du point l pour centre, & de l'intervale ni , de la fig. 189, pour rayon, on décrira un arc qui coupera fF , en F ; puis du point n de la fig. 188 pour centre, & de l'intervale nq de la fig. 189, on fera aussi un arc qui coupera iI , au point q , on tirera la ligne qF , le trapézoïde $FqnI$, fera le panneau d'une doële plate qui paroît plane; mais parce que la Sphère est coupée par le plan vertical de la face BH , dont la projection est CB , lequel n'est pas parallèle à la section du joint du trompillon DE , il suit que les quatre angles de cette portion de Sphère ne sont pas dans un même plan, (par l'observation de la page 4 ;) de sorte que le trapézoïde $Flnq$, n'en peut toucher que trois, sçavoir ceux dont la projection est $LN F$ de la figure 189, & que le point q ne touche pas le quatrième p^2 ; cependant, comme il est dans le même plan que le joint de lit, il sert à le trouver.

IL faut premièrement chercher la véritable longueur des lignes Np^2 , & Qp^2 , qui sont racourcies par la projection, en faisant un profil sur la base Np^2 , aux extrémités de laquelle on élèvera deux perpendiculaires Nn^2 , p^2 , 2^2 , qu'on fera égales à Nn , & à $2p^2$, ce qui est indiqué dans la figure par les arcs de cercles 22^2 , nn^2 , ensuite on menera n^2 , 2^2 , qui sera la valeur de Np^2 .

POUR trouver la valeur de la projection Qp^2 , on fera Qq parallèle à $2p^2$, & l'on portera sur l'indéfinie Qq , l'intervale Qq , de la fig. 189, qui donnera le point p de la fig. 187; si l'on tire $q2$, cette ligne sera la valeur de la projection Qp^2 , par le moyen de ces deux lignes, on trouvera la position du quatrième angle du Vouffoir, dont la projection est p^2 , en faisant un triangle qu'on peut joindre au panneau de la fig. 188, pour lequel on a les trois côtez donnez, sçavoir, qn qui est la base, n^22^2 & $q2$ de la fig. 187, qui sont les deux autres côtez avec lesquels faisant des intersections d'arcs de cercles, on aura le point 2 de la fig. 188.

IL faut considérer que ce triangle $qn2$, ajouté au panneau, n'en fait pas une partie, mais un second panneau, qui doit être appliqué sur la surface du joint de lit, pour y trouver par ce moyen, l'angle

qui est hors du plan de la doële plate, laquelle devroit être gauche, pour les toucher tous quatre.

IL reste à trouver le biveau qui doit servir à donner l'inclinaison de la doële plate, & du plan du joint de lit & de tête, ce qui se fera suivant nos principes ordinaires, en trouvant ; 1^o la section du joint de doële avec l'horison 2^o du joint de lit, avec la même horison, 3^o & de la face avec le même.

POUR trouver la section de la doële avec l'horison, il n'y a qu'à prolonger la corde ln , jusqu'à la rencontre du diamètre DE , prolongé en O , & par le point S , rencontre de FL , ou IN , prolongées jusqu'à la rencontre de l'axe $CP S$, on menera la ligne SO , qui sera celle qu'on cherche. Fig. 187.

LA section commune de tous les plans des joins de lit avec l'horison & entr'eux, est à l'axe PC . Celle de la face & de l'horison est CB . Par le moyen de ces lignes, on trouvera les biveaux de doële plate & de lit, comme dans le Trait précédent, & celui de doële & de tête, comme au Trait de la *Trompe plate*.

Application du Trait sur la Pierre.

AYANT tracé le contour du panneau de la doële plate, tracée à la fig. 188, on abattra la Pierre au long des joins de lit, avec les biveaux de lit & de doële, trouvez par la manière ordinaire, & la tête, avec son biveau de doële & de tête ; l'arête formée sur le côté lF , sera la corde de l'arc de Sphère, dont la valeur est $E K$ à la fig. 187, qu'on tracera sur le lit, par le moyen d'un panneau, ou d'une cerche.

IL n'en fera pas de même de l'autre côté nq de la doële plate, il faudra ajouter sur la surface du lit le triangle $nq2$, pour avoir la corde $n2$, de l'arc de cercle qu'il faut tracer avec la même cerche ou panneau, quoiqu'il soit plus petit, parce que tous les plans des lits, passans par l'axe PC , forment à la surface de la Sphère des cercles majeurs.

POUR tracer l'arc de tête, on tirera sur le parement coupé au biveau, une ligne du point F , au point 2 , qui sera la corde de l'arc de cercle majeur $3 \cdot 2$ de la fig. 187.

ENFIN pour former la tête du côté du trompillon, marquée sur le panneau ln , on tracera l'arc ln du demi cercle $D b E$, de la figure 187, & par le moyen des quatre arcs tracez pour les quatre côtes du Vouffoir, & la cerche d'un arc de cercle majeur, posée sur les arcs de tête pour apuis, à distances proportionnelles des lits, & suivant une

direction tendant à l'axe , on creusera exactement la doële Sphérique dont on a les quatre termes bien posez.

A l'égard de la Clef, il en faudra faire le panneau de la même manière que celle de la Trompe sur le coin , parce qu'il n'y aura point de gauche , si les demies têtes sur chaque pan sont égales entr'elles, avec cette seule différence , qu'au lieu des arcs de parabole , qu'on traçoit sur les plans des Trompes coniques , on se servira ici d'un arc de cercle majeur $A D B p$, pris en H_3 , qui en est la longueur. A l'égard du trompillon , c'est un demi segment de Sphère , à former suivant ce que nous avons dit au commencement de ce livre , page 25.

Explication Démonstrative.

Fig. 189.

LORSQUE nous avons tiré par la projection F , de la troisième division des Vouffoirs marquée 3, nous avons changé l'obliquité de la face CB , à l'égard de l'axe PC de la Sphère, en une base de pyramide tronquée Droite GKS , formée par les doèles plates, comme au Trait précédent, & inscrites dans la Sphère par les cordes de l'arc du cercle mineur, qui a pour rayon GK , afin que les côtez LF , & NI , deviennent égaux entr'eux ; alors le trapeze isoscele $FlnI$, de la figure 188, en exprimera la surface, puisque tous ces côtez & ces angles sont égaux à ceux d'une surface de cette pyramide, par la construction ; mais parce que l'obliquité de la section, en retranche une partie qui est FQI dans la projection, à la fig. 187, & FqI dans le panneau, à la fig. 188, nous avons retranché de la ligne nI , la partie qI , égale à la valeur de la projection QI , de la fig. 187, & nous avons réduit le trapeze $FlnI$, surface de la pyramide droite, en un trapézoïde $Flnq$, surface de la pyramide oblique sur la base CB . Or parce que l'angle des plans de la pyramide droite, se fait suivant la ligne NI , qui en est la projection, & que celui de la pyramide oblique, se fait suivant la ligne Np^c , qui est dans le même plan que la ligne NI , parce que les trois lignes NI , Np^c , Ip^c , sont dans un même plan, nous avons fait servir NI , c'est-à-dire, sa valeur, ou celle de sa partie nq fig. 188, de base à la formation d'un triangle qui nous a donné le point 2, quatrième angle de la portion de Sphère que comprend le Vouffoir ; lequel point 2, est hors du plan $Flnq$, dans un plan qui lui est incliné, en sorte que le point 2. ne tombe pas perpendiculairement au point q , mais suivant l'angle des plans du côté de la pyramide, & de celui qui passe par son axe CS , & son côté IS , ce que nous avons fait & ce qu'il falloit faire, pour avoir sur ces plans tous les arcs de la Sphère, & la creuser par le moyen de ses cerches.

Remarque sur la Construction.

ON peut faire la même application de cette construction, aux Trompes qui sont surbaissées ou surhaussées, (c'est-à-dire, des portions de Sphéroïdes,) que dans le Trait précédent ; car suposant toujours l'axe du Sphéroïde en PC , en sorte que la courbe PKp , soit une Ellipse, qui se meut autour de cet axe, comme sur un côté immobile. Soit que Pp , soit son grand ou petit axe, il est clair que les rayons $\propto E$, & GK , décriront toujours des cercles, & que le Sphéroïde pourra être réduit en un Cône droit inscrit, & tronqué entre ces deux ordonnées $\propto E$, & GK , & par conséquent en pyramide droite.

LA difference tombera seulement sur l'arc de face, dont CB est la projection, lequel sera un quart d'Ellipse, au lieu que dans le précédent cas, il étoit quart de cercle. Or ce quart d'Ellipse sera facile à tracer, puisque ses deux demi-axes conjugués, seront donnés par la détermination du côté CB de la face de la Trompe, & de la hauteur de sa Clef CH .

IL sera encore vrai que les projections des joins de lit, seront des Ellipses pour le Sphéroïde, comme pour la Sphère ; car les sections de leurs plans, seront des Ellipses, par le Théoreme V. du premier livre, & la projection d'une Ellipse, est aussi une Ellipse, par le Théoreme III. du même livre ; donc cette construction convient au Sphéroïde, comme à la Sphère, *ce qu'il falloit prouver.*

DES VOUTES SPHERIQUES TRONQUEES.

QUOIQUE l'on puisse tronquer les Voutes Sphériques, aussi bien que toutes les autres, en les coupant par des murs de forces suffisantes pour soutenir leur poussée, on ne doit le faire, que lorsqu'il n'en résulte aucune difformité ; comme lorsque ces Voutes Sphériques sont coupées par des murs disposez en Polygone régulier inscrit dans le cercle, tels sont le Triangle équilatéral, le Quarré, le Pentagone, l'Hexagone, &c. parce que la régularité de leurs côtes retranche toujours des demis segmens égaux autour de l'Hémisphère, & fait que les parties qui restent entre les angles des murs, auxquelles on donne le nom de *pandantifs*, sont toutes égales & uniformes dans la distribution des joins, ce qui fait une symétrie agréable à la vûe.

MAIS lorsqu'on s'écarte de cette régularité, comme lorsqu'on veut faire une Voute Sphérique entre quatre murs, disposez en *quarré long*, l'inégalité des côtes de cette figure, qui sont alternativement plus longs

& plus courts, retranche des segmens de Sphère inégaux ; d'où il résulte que les Clefs des *Formerefts*, c'est-à-dire, des Ceintres en demi cercle formez par la section des murs verticaux coupant la Sphère, sont de hauteurs inégales, aussi bien que tous les joins qui y viennent aboutir, lorsque les Vouffoirs sont situez par rangs verticaux.

IL y a trois sortes de *Voutes tronquées* usitées, la première est celle dont
 PLAN. 56. les joins de lit ont leurs pôles au sommet de la Voute, c'est-à-dire,
 Fig. 190. dont les rangs de Vouffoir sont horisontaux, on l'appelle *Cul-de-four en Pandantif*.

LA seconde est de celles qui ont plusieurs pôles à l'horison, & autant que le Polygone a d'angles, telles sont les *Voutes Sphériques en Pandantif*, sur un *Quarré*, un *Pentagone*, un *Exagone*, &c. dans celles-ci les rangs de Vouffoirs sont verticaux, & coupent perpendiculairement les diagonales du Polygone, on en peut voir de cette espece à la planche 59, fig. 207 & 208.

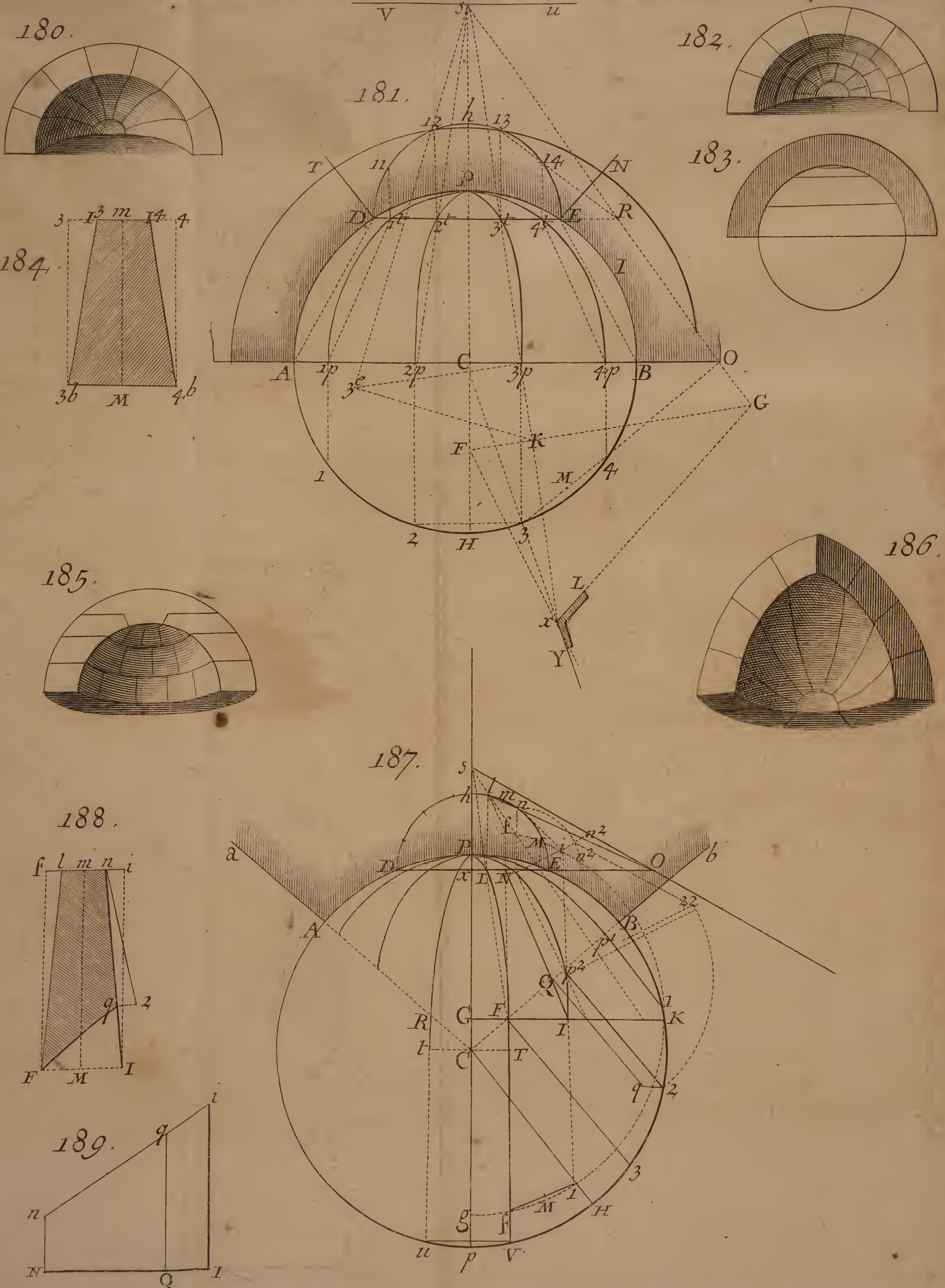
LA troisième espece est semblable à celle-ci, dans l'arrangement des joins de lit, à l'égard de l'horison, mais non pas à l'égard du Polygone inscrit dans la Sphère ; car ils ne sont pas perpendiculaires aux diagonales, mais paralleles aux côtez du Polygone ; ainsi leurs pôles qui sont aussi en même nombre que les côtez, ne sont pas dans les angles du Polygone, mais au milieu du segment que chaque côté en retranche, de sorte qu'au lieu de Pandantifs, elles forment des enfourchemens dans les angles. Ce sont ces *Voutes Sphériques*, dont nous avons parlé sous le nom de *Voutes Sphériques fermées en Polygone*, qu'on a vu dessinées en perspective, à la fig. 166, de la planche 54, dont on ne fait que retrancher la partie du trompillon en lui substituant un mur si l'on veut ; car si les angles de ces *Voutes* sont bien butez, les *formerefts* peuvent être sans apuis, au lieu qu'il n'en est pas de même des deux précédentes.

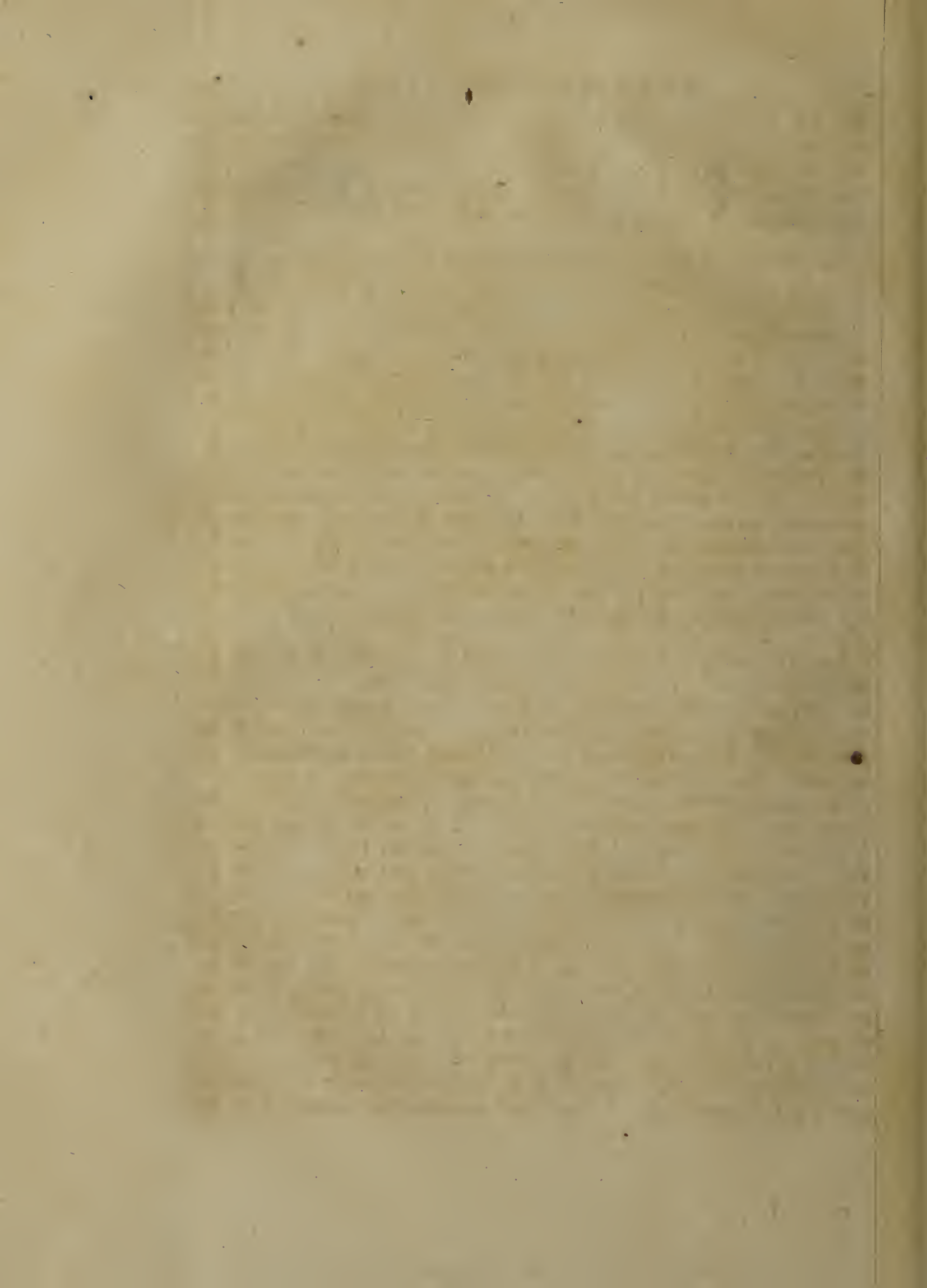
Première espece.

Cul-de-four en Pandantif, sur un Polygone quelconque.

Fig. 191. Soit pour exemple (fig. 191.) le triangle équilatéral A B D, la disposition des murs qu'on veut vouter en cul-de-four ; nous choisissons cette figure quoique moins usuelle, parce qu'elle est plus simple & plus propre que le quarré, à distinguer les lignes du Trait de celles du plan horisontal, & à servir de modele pour les Polygones impairs.

ON commencera par diviser en deux également les angles A, B, &





D, par des diagonales A C, B C, D C, dont l'intersection donnera le point C, pour centre de tous les arcs qui représentent la projection des joins de lit, & le pôle P, de tous les cercles horisontaux, que ces mêmes joins font dans la surface concave de l'Hémisphère tronquée par les trois plans verticaux A B, B D, D A.

LA distance de tous ces cercles du centre C, sera déterminée par la quantité de Vouffoirs que l'on veut former, depuis l'imposte jusqu'à la Clef, c'est-à-dire, au pôle P; c'est pourquoi, ayant élevé sur C B, la perpendiculaire C P, égale à C B, on décrira du centre C, le quart de cercle B 4 P, qui représentera le profil de la Voute, depuis l'imposte B, jusqu'à la Clef, dont le milieu doit être le point P; on divisera ce quart de cercle en tel nombre de Vouffoirs qu'on voudra, par exemple ici en sept & demi, mettant la demie P 7, pour la moitié de la Clef. Par chaque point des divisions ayant abaissé, à l'ordinaire, des perpendiculaires qui représentent des aplombs, on aura sur le rayon C B, les points 7^p, 6^p, 5^p, 4^p, &c. qui détermineront la longueur des rayons de la projection des joins de lit, lesquels joins seront tous des arcs de cercles concentriques, passant par ces points, & terminez en partie par les côtez du Polygone A B D; je dis en partie, parce que tous ceux qui seront en dedans du point 5^p, seront des cercles entiers, qui seront au dedans du Polygone.

LES Architectes ont coutume d'inscrire le premier cercle T F G, dans le Polygone, en sorte qu'il touche les côtez A B, B D, D A du Polygone, peut-être parce qu'ils y trouvent quelque raison, peut-être aussi pour plus de facilité de l'Apareil, afin que les Vouffoirs qui sont aux points d'atouchement G T F, soient moins composez; car autrement leur doële seroit en partie plane & verticale, & partie concave; mais comme cette difficulté arrive aux rangs de Vouffoirs inférieurs, qui sont tronquez par le mur, elle me paroît de peu de conséquence; cependant cet assujetissement cause une grande irrégularité dans la largeur du Vouffoir du Cul-de-four entier, & de ceux des Pendantifs, particulièrement dans le Quaré, dont on ne peut diviser le quart de cercle du profil B P, en parties égales plus une demie, en voici la raison, le point 5^p, est terminé sur C B, par l'intersection de l'arc A 5 B, & de la ligne G T 5, perpendiculaire sur le côté du Polygone A B. Or il est clair, que dans le Quarré, l'arc 5 B, est de 45 degrés, puisqu'il est la moitié de A 5 B, qui est le quart du cercle de 90 degrés, tel est l'arc B P, ou B b, à la fig. 196; de sorte qu'en ce cas le point P, tombe sur A, parce que la perpendiculaire sur la demie diagonale C B, tombe en C A, & que l'intervale P 5, devient égal à 5 B; donc l'arc 5 P, qui doit contenir une moitié P 7, au

dessus des divisions égales , laissera un plus petit reste de 5 à 7 , que de 5 à B ; donc les divisions deviendront inégales dans chaque partie , & par conséquent les largeurs des Vouffoirs qui en dépendent & déterminent les intervalles des joins de lit le feront aussi , & ne feront plus de simétrie depuis la Clef à l'imposte.

IL n'en est pas de même dans le cas présent du triangle équilatéral A B D , où l'arc 5 B n'est pas de 45 , mais de 60 degréz , parce qu'il est la moitié du tiers 120 , qui est l'arc A 5 B ; de sorte que l'arc P 5 , restant au dessus vers le pôle , est de 30 degréz , lequel étant divisé en deux & demi , donne 12 degréz pour chaque largeur de Vouffoir , laquelle division est partie aliquote de 5 B , de 60 degréz qui donne 5 Vouffoirs de 12 degréz chacun , de même que les deux & demi restant de 5 à P.

D'ou il suit , que si le nombre des Vouffoirs dans le *Cul-de-four en Pandantif sur un Quarré* , est assez grand pour rendre l'inégalité qui en résulte peu difforme ; on pourra faire le cercle entier T G F , tangent au Quarré , mais si le nombre en étoit trop petit pour couvrir le défaut , je veux dire diminuer l'apparence de cette irrégularité , je ne vois pas qu'on doive suivre dans cette partie du Trait , ni le Pere Derand , ni Monsieur de la Ruë.

LA projection des joins de lit horifontaux étant faite , on peut choisir une des trois manieres que nous avons donné pour la formation des Voutes Sphériques , dont la partie qui est au dessus de G T F , ne differe en rien de celles de la premiere espece , toute la difference tombe dans celle qu'on appelle Pandantif , laquelle est comprise dans le triangle mixte G F D de la projection.

LA maniere la plus simple & la plus commode , est celle de l'équarrissement , particulièrement pour la première & seconde Pierre , que l'on fait ordinairement en tas de charge , c'est-à-dire , sans donner de coupe aux lits , par deux raisons : la premiere c'est que l'engraissement de la coupe , c'est-à-dire , son inclinaison au dessus d'un plan horifontal , est très peu considérable , & ne rend point les arêtes des lits supérieurs trop aigues. La seconde , parce que ces Pierres faisant partie d'un mur , dont les lits sont de niveau , le racommodement en est plus commode , en ce qu'il faudroit réserver un excédent de Pierre sur le lit , pour y menager l'engraissement de la partie qui doit être en coupe ; mais lorsqu'on commence à monter plus haut , cette pratique ne convient plus.

Il faut remarquer que la partie de la Voute qui est en Pandantif , est d'autant plus grande , que le Polygone sur lequel le Cul-de-four est

est établi a moins de côtez; ainsi le Pandantif du Triangle est plus grand que celui du Quarré; celui du Quarré plus grand que celui du Pentagone, & ainsi de suite, parce que l'angle du Polygone devenant plus grand, les deux tangentes tirées de son sommet au cercle inscrit, sont toujours plus petites, comme on peut le voir en jettant les yeux sur B T de la fig. 191, & B T de la fig. 196.

D'où il suit que lorsque le Polygone a plus de quatre côtez, on peut sans inconvenient, mener le tas de charge jusqu'au sommet du Pandantif, mais non pas dans le Quarré, & encore moins dans le Triangle; car il est clair que si l'on tire ζR , parallele à C B, la ligne R ζ , représentant un lit horisontal, feroit avec la doële $\zeta \cdot 4$, un angle mixte R $\zeta \cdot 4$, dont l'arête ζ seroit trop aiguë, & pour le Quarré faisant $p^3 e$, perpendiculaire sur B E, & menant $e f$, parallele à E C, on voit que l'angle $2 e f$ est moins aigu, mais qu'il l'est encore trop. Pour le Pentagone dont l'enfourchement finiroit à peu près au point 3. fig. 192, on voit que l'angle $2 3 \cdot 2$, commence à devenir assez fort pour qu'on y mene les assises, en tas de charge, & à plus forte raison à l'Exagone, dont la derniere assise de Pandantif, seroit au milieu des points 2 & 3.

Fig. 196.

CETTE petite digression fait voir jusqu'où l'on peut élever les assises des Pandantifs en tas de charge, c'est-à-dire, jusqu'où il convient de les tailler par équarrissement, car dès qu'elles deviennent en coupe, on les fait aussi commodement & avec moins de perte par panneaux.

Application du Trait sur la Pierre.

POUR faire les premieres assises du tas de charge, par exemple pour la Pierre $e i k$ de la fig. 191, ayant tracé au lit de dessous l'angle $i D K$, on se retournera d'équerre sur ce lit, pour tracer le même angle au lit de dessus, & y inscrire l'arc $i k$, qu'on prendra sur l'épure, & on abattra la Pierre entre les points i & k du lit de dessus, & le point D du lit de dessous, suivant une cerche formée sur une portion d'un cercle mineur, qui aura pour diametre le côté du Polygone, tel est le demi cercle A H B.

Fig. 194.

Quoiqu'il n'importe de former cette cerche de la longueur précise de l'arc que doit occuper le côté du premier Vouffoir, on peut cependant la trouver très facilement, si on éleve une perpendiculaire $q r$ sur le côté A B, au point q , où l'arc $r^1 q$ le coupe, l'arc B r^1 , sera celui que l'on cherche, & l'arc B r du cercle majeur, sera celui de la cerche qui convient au milieu du premier Vouffoir, depuis le sommet B, ou D de l'angle du Polygone, jusqu'au milieu de l'arc $i k$.

du lit de dessus ; ainsi ayant deux points de chaque cercle , & l'arc du cercle qui doit s'y adapter , on creusera avec toute la précision possible la premiere doële au dessus de l'imposte , dont la figure sera telle qu'elle paroît en D , fig. 194 pour l'intérieur , & au coin saillant D de la figure 191 , si la Voute étoit extradossée.

LA seconde assise du tas de charge se fera de la même maniere , en traçant le lit de dessus $o l m n$ suivant l'épure , en $o l m n$ de la figure 193 , & s'étant retourné d'équerre au lit de dessous pour y avoir des repaires aux points L & m , on y tracera le triangle $l D m$ de la fig. 191 , sur les côtez duquel on portera les longueurs $l i$ & $m k$, pour y poser l'arc $i k$ du lit de dessous , qui étoit celui de dessus de la premiere assise , ce qui est très aisé & facile à concevoir.

ON poursuivra de même à la troisiéme assise , si le tas de charge peut encore y être pratiqué , sans que le lit de dessus fasse un angle trop aigu avec la doële , & que le Vouffoir du Pandantif comprenne toute la partie qui est entre les deux murs , se servant toujours pour la naissance du Pandantif sur le mur , d'une partie quelconque du cercle mineur A H B à la fig. 191 , & B H D à la fig. 196 , d'un arc du cercle majeur A B D pour le milieu de la doële.

MAIS si le Vouffoir du Pandantif ne s'étend pas d'un mur à l'autre , comme aux assises au dessus de la premiere & de la seconde , où il ne pourroit occuper tout l'espace G T , l'aplication du Trait sur la Pierre devient un peu plus difficile , ou du moins demande plus d'attention , parce que la doële qui est une surface courbe , fait un angle mixte rentrant avec la plane du mur , lequel angle est d'une ouverture inégale d'un bout à l'autre , étant d'autant plus aigu qu'il approche de B en T , de sorte qu'on ne peut le former avec un biveau.

Fig. 196. Soit (fig. 196 ,) la dernière assise du Pandantif K L T G , divisée en quatre Vouffoirs , ou la moitié Q G M A en deux également , ou inégalement , par la ligne $b o$, tirée du centre C , qui coupe le mur A E au point n .

LE Plan horizontal du premier Vouffoir , fera le Pentagone mixte $m M b n k m$, composé de trois Droites $m M$, $b n$ & $n k$, & de deux courbes $M b$ & $m k$.

ON taillera la Pierre sur l'arc $M b$, comme si on vouloit faire une portion cylindrique de Tour ronde , dont A M $b o$ fera le panneau du lit horizontal , suivant les côtez duquel on abattra la Pierre à l'équerre ,

sur le parement creux Mb , & sur les joins AM , bo . La hauteur de ce Vouffoir sera réglée par celle que la coupe Pq du lit de dessus donne au dessus de P , par exemple en S , qu'il faut ajouter à la hauteur de la retombée Pg ; on décrira ensuite du centre C , par le point n , l'arc nx , qui coupera CA en x , d'où on élèvera sur la même CA , la perpendiculaire xy , qui coupera l'arc dP , profil du Vouffoir au point y , & la retombée de dg en z , la figure $rzypq$, fera le panneau du joint montant ob , & la figure $rdpq$, fera celle de l'autre joint montant AM ; ainsi appliquant ces deux panneaux sur les côtes du Vouffoir préparé en portion de cylindre, comme à la fig. 195, & la figure $MmKn$ sur le lit de dessous, on aura toutes les arêtes du Vouffoir tracées.

IL ne s'agit plus que d'abatre la Pierre de l'une à l'autre. Premièrement par les trois points donnez (fig. 195.) y, n, K , on fera passer une surface plane qu'on terminera entre y & k , par un arc de cercle formé par le moyen d'une cerche coupée sur le cercle mineur BHD , de telle longueur qu'on voudra, il n'importe, pourvu qu'elle soit assez longue pour s'étendre de y en K .

SECONDEMENT, on abatra la Pierre entre les cinq lignes courbes Pm, py sur les joins montans, Pp sur la surface creuse, mk sur le lit de dessous, & ky qu'on vient de former, lesquelles étant les termes de la surface courbe qu'on doit former, conduiront le Tailleur de Pierre de façon qu'il ne peut se tromper pour peu qu'il ait de connoissance. Il pourra encore s'aider d'une cerche convexe faite sur le cercle majeur ABD , pourvu qu'il l'a tienne toujours perpendiculairement à l'arc Pp , & parallèlement aux joins montans AM du plan horisontal, ou PM de la fig. 195.

Pour tailler le second Vouffoir $obGQ$ de la fig. 196, on commencera de même par faire une portion de cylindre Droit, en traçant sur le lit de dessous le panneau $obGQ$, & abatan la Pierre à l'équerre de tous côtes; ensuite sur la surface du joint montant ob , on posera le panneau qui a été employé au Vouffoir précédent, qui doit se joindre contre celui-ci, & le joint GQ restera en ligne droite; puis on appliquera au lit de dessous le panneau du triangle mixte Gbn , dont ayant tracé le contour, on aura toutes les arêtes de la Pierre tracées. On abatra la Pierre en droite ligne de n en y , & par les quatre points donnez bP, yn , on fera passer une surface plane qu'on terminera entre yP , avec une cerche convexe formée sur le cercle du ceintre du formeret BHD , & la surface courbe triangulaire PTy , avec une cerche convexe formée sur le cercle majeur APB , qu'on observera de tenir perpendiculairement à l'arc PT , & parallèlement à TG , & la coupe Pq se

$Bbbij$

Fig. 196.
197.

fera à l'ordinaire, comme à toutes les Voutes Sphériques ; l'effet de ces deux Pierres rassemblées est représenté à la figure 198 & 199.

R E M A R Q U E.

Le dernier Vouffoir du Pandantif qui aboutit au milieu du formeret en T, ou qui le touche par son milieu au point T, s'il est commun à deux Pandantifs, devient si aigu en ce point, ou si mince, qu'on ne peut le faire sans y ajouter une partie du mur qui fortifie la Pierre, c'est pourquoi, on ne peut le faire que composé d'une surface courbe & d'une surface plane dans sa doële, ce qui en réduit le Trait à la voye de l'équarrissement.

D'où il suit, que si le mur du formeret étoit supprimé par une ouverture en arcade sans bandeau, il faudroit que ce dernier Vouffoir n'eût pas son lit de dessus dans un cercle tangent au Polygone en T, comme le veulent les Auteurs de la coupe des Pierres, mais dans un cercle qui fût tout au dedans du Polygone, à quelque distance du point T, pour lui donner de l'épaisseur ; il n'en est pas de même des Vouffoirs inférieurs du Pandantif, on peut les faire sans y ajouter une partie de la surface du mur, & les poser sur des lits concaves cylindriques, ou coniques, appuyez sur le contour de ce mur arondi cylindriquement de niveau, ou coniquement en coupe pour mieux buter la Voute ; en ce cas, on peut faire les Vouffoirs du Pandantif, suivant les trois méthodes couvenables aux Voutes Sphériques.

PREMIEREMENT, si on veut les faire par panneaux flexibles de développement, (fig. 191.) on élèvera une perpendiculaire C Q, sur une des diagonales, par exemple A C, & ayant transporté les divisions du quart de cercle B 5 P, sur l'arc de cercle circonscrit A p, en A 1, 1° 2, 2° 3, &c. on prolongera les cordes A 1, 1° 2, 2° 3, 3° 4, jusqu'à la rencontre de la ligne C Q, pour avoir les sommets des Cônes 1°, 2°, 3°, 4°, 5°, &c. desquels comme centres, on décrira des arcs de développement suivant la maniere ordinaire à ce système, puis d'un point pris à volonté sur chacun de ces arcs pour le milieu du Pandantif, on menera un rayon m a, & l'on prendra la moitié m k, de l'arc i k de la projection, qu'on portera de part & d'autre du point a, l'on tirera les courbes o i, l 3, en subdivisant les Vouffoirs pour trouver des points entre o & i, & l & 3 ; mais à cause que cette précision donneroit trop d'embarras, il suffira de les tracer avec une cerche de l'arc A H B, & l'on aura le troisième panneau.

Pour le quatrième on prendra de même sur la Couronne de développement g b 4, un milieu b a, aux côtez duquel on portera les demi-arcs

de $i k$ & de $G M T$, $M l m M$, & entre les points $i k$, $4 g$, on tracera de même des arcs $i g$, $k 4$.

Remarquez que cette pratique quoique d'une exactitude suffisante pour une bonne exécution, n'est pas exacte dans la rigueur Géométrique, je ne trouve pas étrange que le Pere Dérand ait passé par dessus cette petite erreur, parce qu'il nous a préparé dans sa Préface à ces sortes de négligences, qui ne tirent point à conséquence pour l'exécution; mais je suis surpris que le Pere Déchalles, qui a prétendu en le copiant y ajouter des Démonstrations, se soit grossièrement trompé dans celle qu'il veut en donner, *clarum est*, dit-il, *quòd arcus desumptus à semi circulo terminet tale exemplar*, il est bien vrai que l'arc $A H B$, termine les côtez des Vouffoirs, mais non pas celui des panneaux faits suivant le systême des Cônes tronquez inscrits dans la Sphère; car puisque ces portions de Cônes inscrits, ont leur axe dans une ligne verticale élevée au point C , qui représente le centre commun de leurs bases, & que ces Cônes sont coupez par des murs verticaux, par conséquent parallèlement à leur axe, qui est aussi vertical, il suit que les sections que font les surfaces planes des murs, sont des hyperboles, & que la courbe du panneau fait par le développement de la surface du Cône, est une hyperbole développée avec la surface du Cône, & non pas un arc du cercle $A H B$; or parce que tous ces Cônes tronquez, ont leurs côtez de plus en plus inclinez à l'axe commun, à mesure que les rangs de Vouffoirs aprochent de la Clef; il suit que la courbure des hyperboles diminue toujours, parce qu'elle augmente d'amplitude; de sorte que si la Clef étoit si plate, que l'angle du sommet du Cône fût infiniment grand, l'hyperbole se réduiroit à une ligne droite.

Nous ne proposerons pas dans la pratique la recherche de ces courbes, quoique nous ayons donné la maniere de les tracer au 3^e. livre, parce que ce seroit s'amuser à la bagatelle, il suffit d'en trouver un point ou deux entre les extrémités données par la subdivision des Vouffoirs; mais comme nous n'admettons point de faux principe de pratique, nous voulons que le Lecteur soit toujours convaincu de la vérité de celles qu'on propose, & qu'il sçache à quoi s'en tenir pour celles que la facilité fait adopter, lorsque l'erreur qui en résulte peut être insensible dans l'exécution.

LA démonstration de ce Trait est répandue dans l'explication qu'on en a donné, & dans celui des Voutes Sphériques complètes.

QUANT à la seconde méthode de la construction des Voutes Sphériques, on remarquera que les Pandantifs peuvent être exécutez par l'inscription des côtez des Vouffoirs, dans un segment de Sphère, lors-

qu'ils doivent comprendre une partie de la surface du mur en œuvre ; laquelle entre dans le segment de Sphère , & doit subsister pour une plus solide construction.

A l'égard de la méthode de la réduction de la Sphère en Polyèdre , elle peut très - bien être employée pour les Pandantifs , en creusant la doële plate des Voussoirs , suivant l'angle du supplément à deux Droits de la pyramide triangulaire , formée par les quatre plans de la doële plate des deux cordes , & des arcs qui sont sur les murs verticaux qui se joignent , & du plan du lit de dessus , comme on a fait au Problème XVI. fig. 159 , parce que les Voussoirs angulaires des formerets doivent comprendre une partie de la surface du mur , au moins le premier qui seroit extrêmement aigu & posé sur la pointe ; cependant les Voussoirs ensuite pourroient fort bien être réduits à la portion de Sphère qu'ils occupent , sans y comprendre une partie du mur , & alors rien n'empêcheroit qu'on ne se servît de cette méthode , où les angles des pierres du mur , que leurs joins de lit horizontaux formeroient avec l'arc du formeret , ne seroit pas trop aigu ; mais comme cet inconvénient est presque inévitable , il faut convenir que la voye de l'équarrissement , c'est-à-dire , de l'inscription des Cylindres dans la Sphère , est celle qui convient le mieux à tous les Voussoirs angulaires , pour joindre le Pandantif au mur sur lequel il s'appuie.

R E M A R Q U E.

CETTE sorte de Voute étoit usitée chez les Anciens , Palladio liv. I. dit , qu'il a reconnu dans les ruines des Thermes de Titus à Rome , une Voute en Cul-de-four sur un Quarré , cependant Vitruve , dans l'énumération des Voutes , ne dit rien de celle - ci.

Seconde Espece.

Voute Sphérique en Pandantif sur un Polygone régulier quelconque , où les Voussoirs sont verticaux.

P R E M I E R C A S.

Sur le Quarré.

CETTE Voute peut être variée de deux manieres.

Premierement , on en peut faire le Trait comme de la Voute Sphérique fermée en Polygone , & retrancher tous les segmens de la Sphère , par des murs rangez en côtez de ce Polygone , sur les cordes du cercle

circonscrit à son plan horizontal, ce qui est possible, comme nous l'avons dit, sans la construction du reste de la Voute, parce que les rangs de Voussoirs qui sont parallèles entr'eux, & verticaux dans le segment de Sphère, ne sont pas de suite nécessaire avec ceux dont est composé le Polygone, il leurs servent seulement d'apuis, qui peuvent être remplacés par ces murs; nous ne dirons rien de cette première façon qui a été expliquée au Problème XVII. On n'a qu'à revoir la fig. 166. à la planche 54, où les joins sont parallèles aux côtes du Polygone, & imaginer qu'on élève des murs sur les cordes A E, E B, B D, D A, qui mettent les Trompes ou Niches Sphériques, hors de l'enceinte carrée.

Secondement, on peut changer la direction des joins des rangs de Voussoirs verticaux, en les faisant perpendiculaires aux diagonales du Polygone inscrit dans le cercle majeur, qui est le plan horizontal ou projection de l'Hémisphère, comme on voit (fig. 209.) & dont l'effet est représenté en perspective (fig. 210.) pour un Carré; alors il se fait une double inscription. *Premièrement* du Polygone dans le cercle; *Secondement* d'un second Polygone dans le premier, comme ici le Carré E F G I, dans le Carré A P B D.

Soit pour exemple (fig. 209.) le Carré A P B D inscrit dans un PLAN 60. cercle, ou sur tout autre Poligone que l'on voudra sur un de ses côtes, comme A D pour diamètre, ayant tracé le demi cercle A H D, on le divisera en tel nombre de Voussoirs que l'on jugera à propos, mais en nombre pair, *contre l'usage ordinaire*, parce qu'il n'y a pas de Clef sur le milieu, il doit s'y trouver un joint, ou un Voussoir à branches, qui en commence deux rangs; nous avons divisé ici le quart de cercle A H, en quatre parties égales, desquelles ayant abaissé des perpendiculaires 1^p, 2^p, 3^p, H I, pour en avoir la projection, on tirera les diagonales A B, D P, auxquelles on mènera des parallèles par les points p, comme p^d, p^d, & I E à D p, & p 6 & I G à A B, & transportant les mêmes divisions & parallèles sur E p, p F, F B & B G, on aura la projection de ces quatre portions de la Voute, qu'on appelle *Pendantifs*, lesquelles sont l'espace compris entre le carré E F G I inscrit, & le carré A P B D circonscrit au précédent, mais inscrit dans la Sphère.

Il reste à faire la division des rangs de Voussoirs du carré inscrit, pour cela ayant prolongé un de ses côtes E F, jusqu'à la rencontre du cercle circonscrit, qu'il coupera au point f, on divisera l'intervalle f B en deux & demi, pour avoir deux rangs & la moitié de la Clef, aux points 1^s, & 1⁶, qui donnent des divisions inégales à celles des Voussoirs formant les Pendantifs; car l'arc P 1 3, étant de 45. degrés,

P f fera de $56^d\ 15'$, & par conséquent f B de $33^d\ 45'$, lequel nombre de degréz étant divisez en deux & demi donne $13^d\ 20'$, pour une division entiere, au lieu de $11^d\ 15'$, que donne la premiere division du Pandantif; ainsi les Vouffoirs du quarré inscrit seront plus larges à la doële, que ceux des Pandantifs.

PAR les points 1^s & 1^6 , ayant mené $1^s V$, $1^6 X$, paralleles à A B, on menera par ces mêmes points V & X des paralleles à F E & F G, qui donneront les points v & u, x & x sur les diagonales E G, F I du quarré inscrit, par le moyen desquels on achevera la projection, en menant par ces points des paralleles aux côtez E I & G I.

POUR en venir à présent à l'*Aplication du Trait*, il faut comme aux Pandantifs de la Voute précédente avoir égard à la liaison des Vouffoirs avec les murs, pour une bonne construction, en les composant d'une partie de la doële sphérique, & d'une partie de la surface plane du mur au formeret, où se fait l'angle de la jonction des deux surfaces; de forte qu'on ne peut exécuter cette sorte de portion de Sphère, par l'inscription de ses côtez dans un segment de Sphère parfait, pour lequel il faudroit enlever la pierre qui doit faire un angle avec la surface sphérique, & une partie du mur.

MAIS rien n'empêche qu'on ne se serve toujours de celle de la *réduction de la Sphère en Polyèdre*, laquelle donnera pour le premier Vouffoir une doële plate triangulaire, que l'on creusera dans la pierre suivant le biveau de cette doële plate, avec les murs verticaux du polygone sur lequel on élève la Voute Sphérique tronquée; ce biveau est le supplément à deux angles droits de l'angle des plans de la doële plate, & de celui qui passe par la corde & l'arc du formeret, que l'on trouvera de la même maniere que nous l'avons expliqué au Problème XVII. fig. 171. planche 55, parce ce qu'on a quatre plans qui forment une pyramide renversée, sçavoir les deux des murs, celui de la doële plate, & celui du lit de dessus; ainsi il est inutile de la repeter ici.

2°. ON peut aussi, mais avec moins de commodité, se servir de la méthode des *panneaux de développement de la réduction des rangs de Vouffoirs en Cônes tronquez*, parce que les joins montans de ces panneaux, doivent être des courbes des trois especes des sections coniques, suivant que les rangs des Vouffoirs sont plus près ou plus loin de leur pôle P; car le développement du joint du formeret, dont la projection est q F; est la courbe q^d , F^d qui est une Ellipse, parce que le plan du mur vertical P B, coupera le Cône e f g f en ses deux côtez, étant prolongé au dessous du sommet S en Y. Le joint dont la projection est q o, peut être une parabole, si la corde 1^2 , 1^3 , étoit parallele au plan

plan P B, dont $o q$ est une partie; & enfin le joint du formeret, dont $o n$ est la projection, est une hyperbole, parce que si l'on prolonge la corde 1^1 , 1^2 , qui est le côté du Cône tronqué, & qu'on prolonge aussi le plan B P, il coupera ce côté au delà du sommet S du Cône parfait.

CEPENDANT à cause que les panneaux ne sont qu'une disposition à la perfection des Voutes Sphériques, puisqu'après les avoir employé pour former des Cônes tronquez, il faut en venir à une seconde excavation de la pierre, on peut fort bien, au lieu des courbes des sections coniques, tracer tout d'un coup sur le panneau une portion d'arc du formeret, lorsque les Voussoirs comprennent un petit nombre de degrés du cercle, parce qu'alors la corde diffère peu de l'arc, & par conséquent la surface conique rentre si peu dans la Sphérique, que l'erreur de ce contour devient insensible, & peut être négligée.

LA construction des panneaux de la figure 209, étant la même que celle de la figure 170 & 191 pour le Pandantif, depuis P, jusqu'en F, on verra à la seule inscription de la figure, la manière de les tracer.

LA différence qu'il y a de ces Pandantifs à ceux dont les joins de lit sont horizontaux, est que le pôle de chaque Pandantif, est dans l'angle du Polygone en A, ou B, ou P, ou D, & que dans l'autre espèce de Voute, les pôles sont tous réunis à la Clef.

A l'égard des Voussoirs d'enfourchement rangez sur les perpendiculaires E G, I F, aux côtes du Polygone qui sont les diagonales du Quarré inscrit, il faut se rapeller ce que nous avons dit des enfourchemens au Problème XVII. des Voutes Sphériques fermées en Polygone; on y verra que pour trouver le panneau de l'enfourchement $m F g N u y$, il faut en faire deux moitiés, & chercher la courbe Elliptique, comme il a été dit au même endroit, auquel on renvoyé le Lecteur.

LA démonstration de cette construction, étant la même que celle du cas précédent pour les Pandantifs, & que celle des enfourchemens des Voutes Sphériques fermées en Polygone, on n'a rien à ajouter à ce qui en a été dit.

Troisième manière de faire les Pandantifs de rangs de Voussoirs verticaux.

Par équarrissement.

Nous nous sommes peu arrêtez sur les manières précédentes, par-

ce que nous jugeons que la voye de l'équarrissement est la plus convenable à ces sortes de Pandantifs.

LA préparation du Trait, est de faire la projection verticale du Pandantif sur un plan perpendiculaire à la diagonale du Polygone inscrit dans la Sphère.

ON tirera par le point P, la ligne $b P R$, perpendiculaire à la diagonale $D P$, & par les points E, K, L, I; F, q , o , n , on menera des parallèles à la même diagonale; puis on prolongera les projections des joins de lit F E, $q K$, $o L$, &c. jusqu'à ce qu'elles rencontrent le cercle circonscrit A P B, aux points $e k l i$, qui donneront pour rayons des arcs de la projection verticale, les lignes $m e$, $m k$, $m l$, $m i$; de sorte que prenant chacun de ces rayons successivement, on décrira du même point P pour centre, les arcs $e^e M 4^f$, $k^e 3^q$, $l^e 2^o$, $i^e 1^n$, qui seront terminez de part & d'autre à des lignes parallèles à $D P$, tirées par les points E, K, L, I; F, q , o , n , & l'on tracera à la main par les points de leurs intersections les Courbes $P e^e$, $P 4^f$.

On bien d'une autre maniere plus simple & plus correcte, ayant trouvé comme nous venons de dire, les rayons $m e$, $m k$, $m l$, $m i$, & ayant tracé avec ces rayons des arcs concentriques au point P, on prendra la longueur de la ligne $R 4^f$, de laquelle pour rayon, & du point P pour centre, on fera des arcs qui couperont cette ligne F 4^f , aux points x & X, qui seront les foyers d'une Ellipse, dont l'arc $P 4^f$ est le quart, P R la moitié du petit axe, & $R 4^f$ la moitié du grand; ainsi il fera aisé de le décrire, & son égal $b^e P e^e$, par le Problème VII. du deuxième livre.

IL ne reste plus pour achever le Trait, que de tirer du centre C les coupes $e T$, $k t$, &c.

Aplication du Trait.

ON fera trois paremens d'équerre les uns aux autres, par exemple *Fig. 214.* *fig. 214.* N A, N H, N C; sur celui qui sera destiné pour être aplomb A D N B, on appliquera le panneau formé sur l'épure de l'assise, ou une partie du rang de Vouffoir qu'on peut faire avec la pierre qu'on veut mettre en œuvre, par exemple pour la moitié du dernier rang, on levera le panneau $e^e M m z k^e$ à la *fig. 209*, posant M z sur l'arête M N de la *fig. 214*, & $z k^e$ sur N K, puis on tracera suivant ce panneau, l'arc $e^e M$, en $e M$ de la *fig. 214*, on repairera ainsi le point m^o de ce panneau en m , par où on menera $m g$, parallèle à l'arête N G, sur le parement de retour N H, & par le point k , on menera sur le

lit de dessous, une parallèle kF à la même arête NG . Ensuite prenant avec la fausse équerre l'angle CAP du plan horizontal fig. 209, on le portera à la fig. 214, en NPk pour tracer au lit de dessous, la ligne Pk , qui coupera kF au point K ; on creusera ensuite une portion de cylindre entre les lignes kF & mg , par le moyen d'une cerche formée sur l'arc k' , m' de la fig. 209; on levera le panneau de tête $Sekt$, de l'horizontale Se avec l'arc ek , ou bien le panneau gk eT de la verticale gk avec le même arc ke , puis on appliquera ce panneau sur le parement NH , posant le côté droit gk , sur l'arête MD ; si on fait le panneau sur gk , qui représente une verticale, ou bien se sur rg , si on a levé le panneau de la seconde manière, puis avec le panneau on tracera l'arc ek en Mr , avec ses coupes MT , rt marquées au panneau, puis on trainera avec le compas la ligne rK , parallèlement à la ligne ou arête courbe mk , qui a été formée en creusant la portion de cylindre, ou bien avec une règle pliante, on tracera dans ce creux l'arc rK , entre lequel & l'arc eM , on creusera une portion de doële Sphérique, par le moyen d'une cerche faite sur ek , portion d'un cercle majeur qu'on tiendra toujours perpendiculairement autant qu'il est possible à ces deux courbes; de sorte qu'on ne pourra s'en servir que jusqu'au point L , suivant la position KL ; il restera donc à creuser la partie triangulaire Lek , qui se termine au mur EP ; pour le faire on formera une cerche sur l'arc $3H$, puis abattant la pierre suivant la ligne KP tracée au lit de dessous, & la ligne Pe , on formera une portion de surface plane sur laquelle on appliquera la cerche ou panneau $H3r'$, qui donnera l'arc eK , entre lequel & l'arc KL , on achevera de creuser la portion de Sphère eLK .

LA doële Sphérique étant creusée, on abattra la pierre pour former les lits de dessus & de dessous $EQTM$, & Krt avec les biveaux mixtes keT , ou ce qui est le même, ekt de la fig. 209, comme à toutes les autres Voutes Sphériques; & l'on aura un Vouffoir qui comprendra une portion du mur $KPEQ$, pour éviter l'arête trop vive qui se formeroit suivant l'angle mEK de 45. degrés (fig. 209.)

Explication Démonstrative.

IL est visible que la projection horizontale & verticale sont bien faites pour ce qui regarde les joints de lit, on peut seulement demander pourquoi nous avons formé la projection verticale des arcs des formerets $P4^f$, Pe' en quarts d'Ellipse, la raison est qu'ils sont la projection verticale d'un quart de cercle AH ; or nous avons démontré au 2^e. livre, que la projection d'un cercle étoit une Ellipse, donc ces arcs sont bien tracez.

IL est clair aussi que nous avons supposé l'Hémisphère entière par la circonscription du cercle $A P B D$, au quarré inscrit $A P B D$. Suivant cette supposition nous avons prolongé les projections des joins de lit $F E$ en e , $q K$ en k , &c. pour avoir les diametres des cercles des projections verticales des rangs de Vouffoirs verticaux concentriques en P , où est le pôle de tous ces cercles considerez dans la Sphère, ainsi que les autres points $A D B$, où sont les pôles des portions Sphériques apellées Pandantifs, qui sont retranchez de l'Hémisphère par le Quarré $E F G I$, inscrit dans le premier $A P B D$, & par les plans des murs des formerets $A P$, $A D$; $B P$, $B D$.

L'Aplication du Trait sur la Pierre est claire par les principes du 3^e livre, puisqu'à chaque face de pierre supposée verticale, nous avons appliqué la projection d'élevation & de profil, & à l'horizontale le Trait du plan horizontal.

Des Voutes Sphériques en Pandantif sur des Polygones irréguliers.

LORSQUE les côtez du Polygone qui sont les murs des formerets, sont de longueurs égales, ils retranchent évidemment des demis segmens de Sphère égaux entr'eux, par conséquent d'une hauteur égale à la Clef, alors toutes les Clefs sont de niveau.

PAR un raisonnement contraire, si les murs des formerets sont de longueurs inégales, les segmens de Sphère qu'ils retrancheront dans une Voute Sphérique, seront plus grands les uns que les autres, par conséquent leurs Clefs ne seront plus de niveau, ce qui est une difformité insupportable dans un lieu de parade pour l'habitation, & qu'un Architecte ne doit exécuter que dans quelques Souterrains.

Fig. 212. SUPOSANT par exemple que l'on veuille vouter en Cul-de-four un Quarré long, dont nous représenterons ici la moitié suivant la diagonale en $A D B$ fig. 212, le ceintre du formeret du grand côté $A D$, fera le demi cercle $A H B$, & celui du petit $D B$, fera le demi cercle $D h B$, lesquels étant divisez à même nombre de Vouffoirs, donneront par leurs projections des divisions inégales en $E D$, & en $F D$.

D'où il suit, 1^o que le pôle du Pandantif qui étoit au Quarré de la fig. 209. en P sur la diagonale, s'en trouve icy éloigné de l'intervale d'un arc de cercle majeur $P D$, décrit sur la diagonale $A B$ pour diametre, lequel arc $P D$ fera d'autant plus grand, que les côtez du Quarré long seront inégaux, parce que $C P$ devant toujours être perpendiculaire sur $A B$, l'inégalité des côtez du Quarré long, retranche

plus ou moins du quart de cercle $P D B$, suivant leurs plus ou moins de différence de longueur, ou d'obliquité des angles si le Polygone n'est pas rectangle.

D'où il suit encore, 2°. que les centres des arcs verticaux des joins de l'ist du Pandantif, ou Panache $E^e M F^e$, $k^e m 3^e$, $1^e m 2^e$, ne sont plus réunis à l'angle D , comme ils l'étoient en P au Quarré, mais separez en des points c, c, c , donnez dans les intersections de la ligne $T D$, parallèle à $A B$, avec les verticales $m^h M$, $m^3 m$, $m^2 m$, tirées par les milieux des projections de ces joins en $E F$, $K q$, &c.

LES intersections de ces mêmes lignes avec les arcs $E^e M f^e$, $k^e m 3^e$, &c. marqueront aussi le milieu du Pandantif, en tirant par les points où ils se croisent, la courbe $M m D$ qui est Elliptique.

DE cet exemple de la moitié d'un Quarré long, on peut déduire celle du Rhumbe du Rhumboïde, & des autres polygones irréguliers.

COMME la construction en est parfaitement semblable à celle de la figure 209, dont nous venons de parler, nous ne nous y arrêterons pas plus long tems, d'autant plus qu'on peut vouter un Quarré long, & de telles figures de beaucoup d'autres manieres plus agréables à la vue, & au cas qu'on veuille les vouter en Pandantifs, il convient pour mettre les Clefs de niveau aux figures en parallelogrames oblongs, de faire la Voute en Hémisphéroïde au lieu de l'Hémisphère, c'est de quoi nous allons parler.

CHAPITRE VIII.

DES VOUTES EN SPHEROIDES.

En termes de l'Art,

Des Voutes en Cul-de-four surhaussées, surbaisées, ou sur un Plan Ovale.

Nous distinguons de deux sortes de Sphéroïdes, les uns réguliers, les autres irréguliers.

Nous apellons *Sphéroïde régulier* le solide formé par la révolution d'une Ellipse constante autour d'un de ses axes, si c'est sur le grand, le Sphéroïde sera appellé *Oblong* ou *Alongé*, si c'est sur le petit le Sphéroïde sera appellé *Aplati*.

Nous apellerons *Sphéroïde irrégulier* celui qui est formé par la révolution d'une demie Ellipse variable dans son contour, telle seroit celle qui en tournant sur un axe vertical constant, s'élargiroit ou se retréciroit par son autre axe, suivant le contour d'une autre Ellipse horizontale.

ON doit encore faire une distinction des Sphéroïdes réguliers *Oblongs*, lorsqu'on applique leur figure aux Voutes; si le grand axe est vertical, la Voute s'appellera *surhaussée*, & si le même axe est horizontal, elle ne s'appellera pas *surbaissée*, mais *Cul-de-four sur un Plan Ovalé*.

LA raison de cette distinction de nom, est fondée dans la manière de la construction, parce que le Cul-de-four surhaussé, dont les joins de lit sont horizontaux, se fait comme les Voutes Sphériques où ces joins sont des cercles concentriques, mais dans l'autre situation ces joins de lit sont des Ellipses qui rendent le Trait de la coupe des Voulsoirs si difficile, que tous nos Auteurs de la coupe des pierres y ont échoué, comme nous allons le montrer.

Erreurs de tous les anciens Traits des Voutes Sphéroïdes.

LA première faute des Auteurs des Livres de la Coupe des Pierres dans ce Trait, consiste en ce qu'ils n'ont pas su faire le *Plan*, c'est-à-dire, la projection des joins de lit. Le Pere Derand veut que ce soient des *Ovales équidistants*. M. de la Ruë dans la même idée, les trace par des arcs de cercles concentriques mal assembles, avec d'autres aussi concentriques entr'eux, mais excentriques aux premiers avec lesquels ils font des jarêts, qu'il auroit pu éviter en suivant une meilleure méthode, mais il n'auroit jamais pu éviter les inconveniens attachez à ce mauvais principe, comme on le verra ci-après.

PLAN 59.
Fig. 205.

POUR sentir la raison de cette Erreur, il faut sçavoir que les *Ovales équidistants*, ainsi que les Ellipses qui seront aussi équidistants, sont des figures dissemblables, qui formeroient dans la doële de la Voute des joins de lits irrégulièrement placez, & hors de la surface d'un Sphéroïde régulier, la raison peut en être aperçue du premier abord en jettant un coup d'œil sur la fig. 205, où l'on voit sensiblement que les Ovales concentriques & équidistants, s'allongent de plus en plus à mesure qu'elles approchent du milieu C, où elles deviennent enfin pointuës.

MAIS comme ce n'est pas assez d'en convaincre les yeux qu'une figure mal faite peut tromper, il faut aussi en convaincre la raison. Puis-

que les points F & f, par exemple, sont deux des quatre centres de l'Ovale sur lesquels sont décrits tous les arcs qui passent par les extrémités des grands axes, il est clair que les Ovals qui passeront par ces points, ne seront plus composées que de deux arcs de cercles tracez des centres c^x & c^y , qui se croiseront aux points F & f, où les arcs de réunion s'évanouissent en se réduisant à un seul point. La chose est encore plus claire, si l'on veut décrire d'autres Ovals au dedans des points F & f; donc la figure des premières Ovals se change alors en celle d'un Fuseau qui n'est plus propre à désigner un lit de Voute Sphéroïde, où il ne doit point y avoir d'angle.

Fig. 205.

Le Pere Dechalles pour éviter cet inconvenient dans son Trait de la Voute rampante, ouverte au milieu, & tournante sur un Plan Oval, veut que l'on prenne les distances égales, non sur les rayons tirez des foyers, comme les Auteurs citez, mais sur les rayons tirez au centre de l'Ovale, comme en D C; nous allons démontrer que cet expédient ne sert de rien, en ce qu'il ne peut rendre les Ellipses ou Ovals, ni concentriques, ni équidistantes.

*Alia interior
Ellipsis si fieri
potest, non
tantum con-
centrica sed
etiam equali
intervallo
distans ab ex-
teriori, quæ
distanciæ su-
mantur se-
cundum ra-
dios à centro
procedentes.
lib. V. prop.
12.*

Premièrement il est visible à la figure 205, que la courbe I K p, s'approche plus de l'Ovale A D B. en K, que la courbe I L p³.

Pour en sentir la raison il faut tirer du centre C par le point L, où la ligne D C coupe l'intervalle I p³; la ligne L q, & par le point K, une ligne qui lui soit parallele K P.

Puisque les arcs de cercles F L & D q, sont tirez du même centre c^y , ils sont par la construction équidistans d'un intervalle égal à A I, mais suivant la construction du Pere Dechalles, la distance D K doit être faite égale à A I; donc les lignes D K & q L devroient être égales, mais D K n'est qu'une partie de D L; donc le point K est au dehors de l'Ovale I L p³, par conséquent plus près de l'arc D N. Il semble que cet Auteur a senti la contradiction de sa construction lorsqu'il a ajouté, *si fieri potest*.

Il ne reste donc d'autre moyen pour rendre la surface de la voûte de cette Voute, d'une figure régulière, que de faire les Ellipses des joints de lit concentriques & semblables, mais non pas équidistantes, comme le demandent le Pere Derand & Dechalles, puisqu'il est impossible, comme on le verra encore plus clairement dans l'explication du Trait de notre construction.

Le second défaut du Trait des Auteurs des Livres de la Coupe des Pierres est moindre que celui-ci; peut être même pourra-t'il être contesté que s'en soit un; c'est qu'ils font les joints montans en ligne

droite à la projection tendant au centre C, au lieu qu'ils doivent être courbes, si l'on veut observer une parfaite simétrie dans les divisions des lits, où les joins de doële doivent couper des parties proportionnelles de chacune des Ellipses de ces lits, depuis l'imposte jusqu'à la Clef, dont le milieu est représenté dans la projection horizontale, par le centre commun C; or les lignes droites tirées par des divisions de parties égales à l'imposte, coupent les Ellipses des lits supérieurs en parties inégales entr'elles; donc les joins de doële dont les projections sont des lignes droites, altèrent & gâtent la simétrie des Voulfoirs, donc ils doivent être faits courbes en projection, d'où il suit, qu'ils doivent être en œuvre des courbes à double courbure, puisqu'ils ne peuvent être représentés en projection par des lignes droites.

Fig. 200.

POUR prouver la mineure, il faut tirer du point K, pris au milieu de l'arc DB de la fig. 200, une ligne droite au centre C, & l'on montrera que cette ligne coupera l'Ellipse concentrique $I p^3 i$ plus près du point 6, qui est le correspondant du point 6*i*, que du point 7, c'est-à-dire, que l'arc $p^3 k$ est plus petit que $k i$, auquel il devroit être égal

IL est clair que les arcs Elliptiques des Ellipses concentriques, ne sont pas coupés par un diamètre en même raison que leurs cordes, parce que leurs cordes sont parallèles entr'elles, & les arcs ne sont pas équidistans, comme nous l'avons démontré au premier livre, par conséquent ils ne peuvent être coupés proportionnellement par une ligne droite, comme le feroient des arcs de cercles concentriques par leurs rayons. Ainsi dans l'Ovale de la figure 205 qui imite l'Ellipse, on voit que les cordes semblables $g G$, $h h$, $A D$, ne parviennent pas jusqu'au diamètre DC, & qu'au contraire si l'on en tire d'autres BD, Ee, QG, elles passeront au delà de la ligne DC tirée au centre; donc elles ne couperont pas les Ovals concentriques proportionnellement, mais dans un rapport toujours inégal que l'on peut facilement reconnoître dans cette Ovale, en ce que la différence des sections des arcs concentriques coupés par des lignes droites DC, tirées au centre de l'Ovale, & DY, $c y$, au centre de l'arc DN, est l'arc YL; car puisque les lignes Dc, Nc, sont des rayons d'un même cercle, tous les arcs DN, eP, Gp², Yp³ sont semblables étant concentriques & entre les mêmes rayons; or la ligne DL retranche de ces arcs les parties GO & YL, qui sont d'autant plus grandes, qu'elles approchent du centre; par conséquent si l'on divise l'arc IL p³ en deux également en m, suposant AN divisée également en D, il n'y aura qu'une ligne courbe qui puisse passer par les points Dm & C, puisque le point m est hors de la Droite DC, ce qu'il falloit démontrer.

QUOIQUE

QUOIQUE cette démonstration dans l'Ovale composée d'arcs de cercles, ne concluë pas exactement pour l'Ellipse, elle donne du moins un grand indice de la même propriété, puisque cette composition d'arcs de cercles, est une bonne imitation de la figure de l'Ellipse; je la mets ici, parce qu'elle est à la portée de tous ceux qui n'ont qu'une simple notion des Elemens de Géometrie.

POUR en faire l'aplication à l'Ellipse, il faut sçavoir que hors des axes les diametres ne coupent pas les cordes & les arcs également, comme dans le cercle que nous avons démontré au Lemme du liv. II. pag. 193, parce qu'ils sont inclinez aux cordes plus qu'aux arcs qu'ils soutiennent, par conséquent le demi diamètre CK de la fig. 200, coupera la corde DB plus près de D , que de B , quoique les parties DK , & KB de l'Ellipse soient égales; or les cordes DB & $p'i$, étant parallèles entr'elles, sont coupées proportionnellement par le demi diamètre CK ; donc le point x est plus près de p' que de i , mais il n'en est pas de même des Ellipses, puisqu'elles ne sont pas équidistantes entr'elles, l'arc $p'k$ est plus près du point x , que l'arc DK ne l'est du point X , parce que les diametres ne sont pas en même raison; donc la Droite KC coupera le premier en k , plus près de p' que le point K ne l'est de D , *ce qu'il falloit démontrer.*

R E M A R Q U E.

IL suit de ce que nous venons de dire, qu'on ne peut éviter toute forte d'irrégularité, si l'on fait les divisions des Voussloirs égales entre elles, leurs joins montans feront des Courbes à double courbure, & si l'on fait les joins à simple courbure Elliptique, les divisions seront inégales. On remarque ordinairement ces défauts dans les Edifices, où les Voutes sont ornées d'arcs-doubleaux élevez sur des Pilastres espacés dans une Tour Elliptique à distances égales, comme à un Salon des plus modernes & des plus beaux Hôtels de Paris. La raison des Architectes est sans doute, afin que les arêtes des arcs doubleaux se bornoyent en ligne droite.

Je n'oserois me déclarer en faveur des joins à double courbure, contre un principe de décoration si bien établi par l'usage; je ne voudrois pas même faire de tels arcs-doubleaux en petit nombre & fort éloignés, ou qui ne feroient pas continuez en croisées à la Clef, ou diametralement oposés, s'ils sont coupez par un plafond de milieu; mais je pense que s'il y en a plusieurs dans une Voute simétrisée, cette ondulation des arcs-doubleaux ne sçauroit être que très agréable à la vûë, en voici selon moi une preuve convainquante.

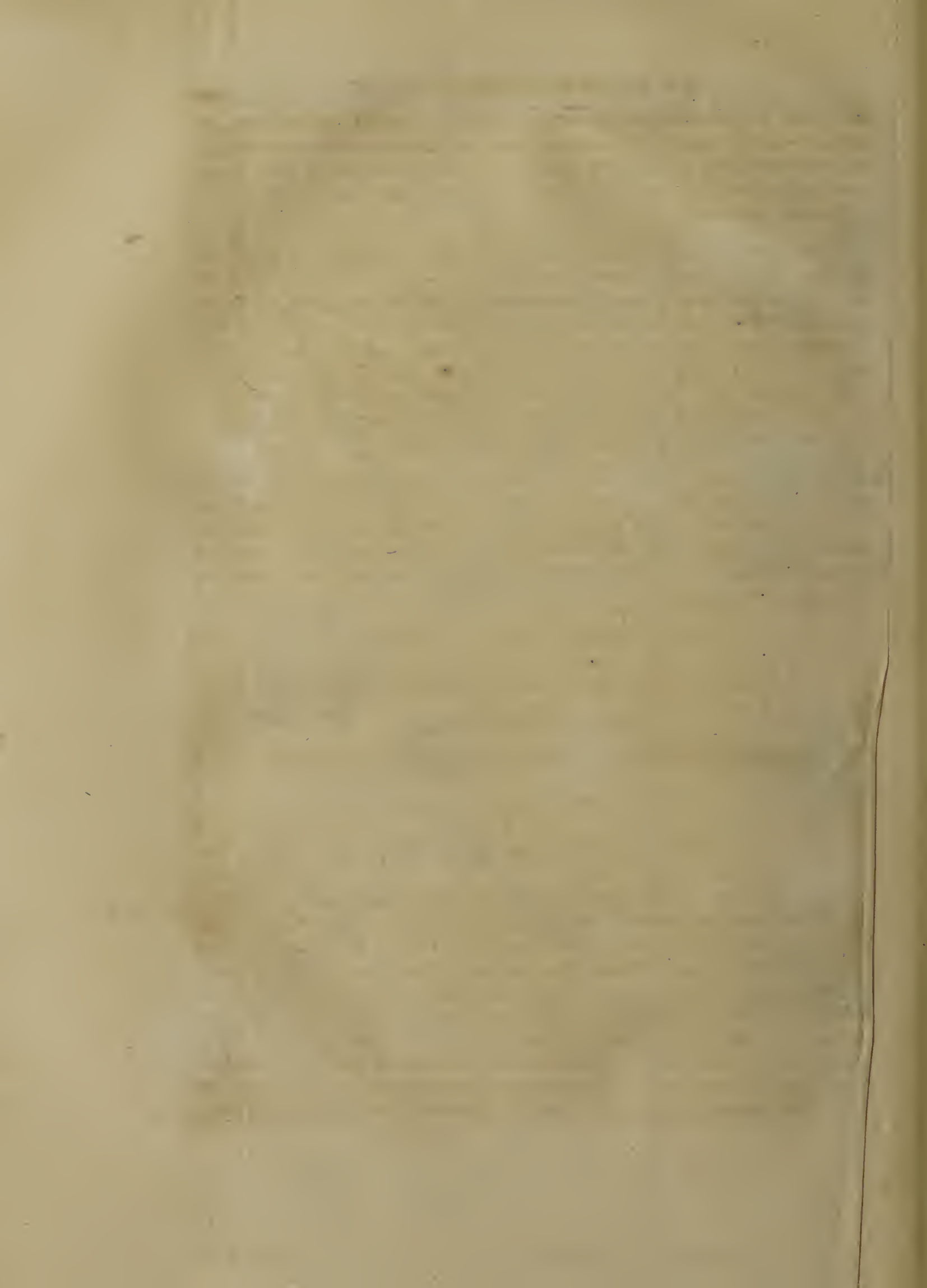
Si l'on ornoit une Voute Sphéroïde de compartimens horizontalement égaux, je veux dire d'égale largeur à chaque rang, comme sont ceux de la Voute Sphérique du Panthéon, on ne pourroit conserver l'égalité des parties horizontales, sans incliner les côtes montans des quadres qui se plieroient en façon de S par leurs inflexions ; or cette figure qui n'est point désagréable à la vûe, paroîtroit au jugement une suite nécessaire de l'égalité des quadres renfoncez, par conséquent un effet de l'art, que la simétrie rendroit agréable. On peut avoir remarqué pareille décoration dans plusieurs ornemens d'Ouvrages d'Architecture & de Meubles, comme en des Tabatieres de ces figures qu'on appelle *de Gout*.

QUOIQU'ES joins montans à double courbure, soient attribuez à une plus grande perfection d'ouvrage, que les joins à simple courbure dirigez dans des plans verticaux, je ne condamnerai pas ceux-ci, lorsqu'ils seront interrompus par des liaisons & non pas continuez jusqu'au pôle ou près du pôle, comme les arcs-doubleaux & les compartimens des quadres resserrez. Je ferai seulement remarquer que cette construction ôte la facilité de l'appareil, en ce qu'elle fait que les doëles des Vouffoirs deviennent gauches, c'est-à-dire qu'elles n'ont pas leurs quatre angles dans un plan ; ainsi on ne peut les faire comme nous avons enseigné au Chapitre VII, par la voye du demi équarrissement, sans une correction un peu difficile, mais seulement par l'inscription des cylindres Elliptiques dans le Sphéroïde, ce que le Pere Derand appelle par équarrissement.

JE conviendrais aussi que si on les fait courbes, & que les Vouffoirs soient en assez petit nombre en hauteur, pour que la courbure devienne sensible, c'est encore une autre petite difficulté, ou plutôt une sujétion ; mais si le nombre en est grand, ils pourront être pris sans erreur sensible pour droits, chacun en particulier, parce qu'il comprendroient une très petite partie d'une Courbe, dont les inflexions ne sont pas considérables.

DE toutes ces observations il suit, que M. de la Ruë a eu raison de dire que *cette Voute à cause de sa figure Elliptique est assez difficile à bien exécuter, c'est pourquoi, on doit apporter autant de soin à tracer les Vouffoirs, qu'à les bien poser*. Mais comme il se contente d'indiquer les difficultés sans en lever aucune, & sans éviter les fautes du Pere Derand qu'il a suivies, je vais tâcher d'y suppléer.

JE remarquerai auparavant une correction dans son Errata qu'il n'auroit pas dû faire. *Les foyers, (dit-il,) de l'Ovale du plan, serviront pour tracer les Ellipses qui représentent les plans des assises*. Cela est impossi-



ble ; car s'il entend par le mot *d'Ellipse*, la Courbe qui est une des sections coniques, il est démontré que les concentriques semblables, ne peuvent avoir les mêmes foyers, & s'il entend par ce mot *l'Ovale* composée d'arcs de cercles, nous en avons fait voir l'inconvenient qu'on ne peut lever.

POUR donner ce Trait avec toute la justesse convenable, & pour distinguer par des noms, des choses différentes, nous diviserons les Voutes Sphéroïdes en *Régulières* & *Irrégulières*. Les *Régulières* sont celles qui sont formées par la révolution d'une Ellipse sur son grand axe. Les *Irrégulières* sont celles qui ne sont pas formées par cette révolution, mais dont les sections des joins horizontaux sont des Ellipses semblables & concentriques dans la projection, rangées dans la hauteur les unes sur les autres, suivant le contour d'une demie Ellipse verticale, & perpendiculairement à son petit, ou à son grand axe.

ON peut encore la considérer suivant une autre Génération en supposant une demie Ellipse verticale, qui se meut autour de son demi axe vertical, laquelle s'ouvre & se resserre en tournant suivant le contour d'une Ellipse horizontale, dont le centre est dans l'axe de la verticale ; nous appellerons cette dernière espèce de corps une *Ellipsoïde*, pour les distinguer du Sphéroïde.

PROBLEME. XIX.

Faire une Voute en Sphéroïde Oblong.

En termes de l'Art,

Voute en Cul-de-four, sur un Plan Ovale.

PREMIER CAS.

Du Sphéroïde Régulier.

Soit (fig. 200.) l'Ellipse A H B D le plan horizontal de la Voute, *Fig. 200.* ou si l'on veut seulement sa moitié A D B, pour faire servir l'autre moitié A H B de profil, suivant son grand axe où est sa longueur ; sur D H petit axe comme diamètre, on fera le demi cercle D h H pour servir de profil suivant sa largeur, & on divisera la moitié D h en ses Voussiors, par exemple ici en trois & demi aux points 1, 2, 3, h, par lesquels on abaissera des perpendiculaires sur D C, aux points P, p², p³. On tirera la corde D B du petit au grand axe, & par les points P p² p³, on lui menera des parallèles, qui couperont le demi grand axe C B, aux points e, g, i, qui seront les extrémités des Ellipses concentriques D d d ij

triques, qu'il faut tracer pour faire les projections des joins de lit de chaque assise ou rang de Vouffoirs ; ainsi on portera les moitez de leurs grands axes de l'autre côté de C, sçavoir C *e* en C E, C *g* en C G, C *i* en C I, & par le Problème VII. du 2^e. livre, on tracera les Ellipses E P *e*, G p² *g*, I p³ *i*, qui feront semblables & concentriques, mais non pas *équidistantes*, comme les demandent mal à propos le Pere Derand & ses Sectateurs.

POUR le démontrer, on n'a qu'à examiner les triangles semblables C D B, C P *e*, où l'on a C D . C P :: C B . C *e*, ou en divisant C D — C P = P D . C D :: C B — C *e* = *e* B . C B, & en alternant P D . *e* B :: C D . C B ; or C D est plus petit que C B, donc l'intervalle P D d'une Ellipse à l'autre au petit axe, est plus petit que C B distance des deux Ellipses au grand axe, *ce qu'il falloit démontrer* pour condamner les pratiques des Auteurs de la coupe des pierres.

MAIS diront leurs Partisans, il suit de là que les doëles seront de largeurs inégales, puisque la corde B 1^o du profil B H sur le grand axe, est plus grande que la corde *b* 1^f du profil *b* H sur le petit axe, quoique la hauteur horifontale de ces points soit égale, parcequ'entre les parallèles 1^f 1^o & C B, la corde *b* 1^f est moins inclinée que la corde B 1^o, ce qui n'arrive pas dans la construction du Pere Derand. J'en conviens, mais cette inégalité, outre qu'elle est imperceptible à la vûë, n'est point un défaut, c'est une propriété inséparable & nécessaire à l'uniformité des divisions de la figure coupée par des plans horizontaux, telle est celle du retrécissement des dégrez de longitude sur la Sphère Armillaire, & des quadres de compartimens des Voutes Sphériques qui ne sont en rien désagréables à la vûë.

LES projections horizontales des joins de lit, étant tracées par des Ellipses concentriques & semblables, on pourra tracer les joins montans par des lignes droites, au lieu des courbes tirées de la circonférence au centre, si l'on veut tailler les Vouffoirs par équarrissement, & ne pas se piquer d'une trop grande régularité. Mais si on est plus curieux d'exactitude, ou qu'on ait des compartimens suivis, à faire depuis la naissance jusqu'à la Clef, on les tracera en lignes courbes par plusieurs points que l'on trouve très-facilement.

AYANT divisé l'arc de naissance D K B, en un nombre arbitraire de parties égales, comme ici en 5 aux points 5, 6¹, 7¹, 8, B, on divisera les autres quarts d'Ellipses, qui sont les projections des joins de lit en un même nombre de parties égales, comme P *e* aux points 5², 6², 7², 8^e, *e*, & ainsi des autres, & par les points trouvez, on

tirera à la main ou avec une regle pliante les Courbes $C 7 7^3 \cdot 7^2 7^1$; $C 6 6^3 \cdot 6^2 6^1$; $C 5 5^3 \cdot 5^2 5^1$, qui auront deux inflexions opposées, comme des S.

ON peut aussi les trouver autrement par des lignes droites, en déterminant la longueur des doëles des Vouffoirs, par des cordes parallèles entr'elles, qui coupent les Ellipses concentriques; ainsi ayant déterminé, par exemple dans un second rang de Vouffoirs la longueur $a b$ sur l'Ellipse $E L P$ pour une pierre, on tirera les cordes $E a$ & $a b$, & par le point G du lit de dessus, leurs parallèles $G d$, $d c$, qui donneront sur la troisième Ellipse $G p^2$, les points d & c , aux intersections de ces cordes avec l'Ellipse, la figure $a d c b$ sera la projection horizontale du Vouffoir qu'on se propose de faire, par le moyen de laquelle on pourra tailler ce Vouffoir de deux manières, comme il a été dit pour les Voutes Sphériques. 1°. Ou par équarrissement en faisant une portion de cylindre elliptique qui ait pour panneau du lit de dessus l'arc $d l c$, & pour celui de dessous l'arc $a L b$. 2°. Ou par panneaux de doële plate, comme nous l'avons expliqué à la méthode de la réduction de la Sphère en Polyèdre, dont nous allons faire l'application au Sphéroïde.

AYANT divisé les cordes $a b$, $d c$ en deux, également en M & m , on menera par ces points la ligne $Q q$, qui coupera l'axe $A B$ en C , ou $D H$ auprès du point C , on la divisera en deux également au point x , d'où on tirera une parallèle à $C B$, ou à $C D$, qui coupera l'arc de cercle $R r$ au point R , la ligne $x R$ fera le demi axe d'une Ellipse, dont $Q q$ fera le grand axe, par le moyen duquel on décrira le quart d'Ellipse $R y Q$. Ensuite des points $L l$, on élèvera des perpendiculaires au diamètre $Q q$, qui couperont l'arc $Q y R$ aux points $a y$, par lesquels on tirera des lignes $a k$, $y x$, parallèles & égales aux flèches $L M$, $l m$ par les points k & x , on menera la ligne $k x$, l'angle rectiligne $a k x$ donnera le *biveau* de l'horison avec la doële plate, & la ligne $k x$ donnera la vraie longueur du milieu de cette doële.

Pour former le panneau de cette doële, dont on a la projection en $a b c d$, on tirera une diagonale dont on cherchera la vraie longueur par le profil, en faisant à part un triangle rectangle, qui aura pour une de ses jambes cette ligne $a m$, portée en $a T$, & pour l'autre la hauteur de la retomhée $T 2$, du ceintre primitif $D b$, l'hypoténuse $a m^x$, sera la vraie longueur cherchée, avec laquelle on fera le panneau de doële plate. Fig. 204.

ON prendra 1°. sur le plan horizontal la longueur $a M$; 2°. sur le profil de l'arc $Q R$ la longueur $k x$; & 3°. sur le profil séparé la lon-

Fig. 201. gueur am^x , dont on fera le triangle ikm^x ; ensuite on prolongera la ligne ik , d'une longueur kb , égale à Mb du plan; par le point m^x , on menera une parallèle dc à ib , sur laquelle on prendra les parties m^xd , m^xc égales à celles du plan horizontal md , mc , & l'on tirera les lignes id , cb ; le trapeze id , cb fera le panneau de doële plate que l'on cherche; ainsi on aura tout ce qui est nécessaire pour tailler la pierre.

Application du Trait sur la Pierre.

Fig. 202. AYANT dressé un parement pour servir de lit supposé de niveau, on y tirera une ligne ab (fig. 202.) avec laquelle on fera par le moyen de la fausse équerre, les angles baN , & abo égaux à ceux du plan de l'épure; ensuite ayant divisé cette ligne en deux également en M , on prendra avec la fausse équerre l'angle amL de la fig. 200, pour tracer sur ce lit la ligne LM . On abattra la pierre avec le biveau Nkx du profil, en tenant une de ses branches sur la ligne LM , & l'autre en ligne droite, en borneyant par le plan de cette planche; en sorte que l'angle M ne soit ni à droite ni à gauche des points L & m , ce qui donnera sur la pierre un point m , par lequel & par la ligne ab , ayant fait une surface plane, on y appliquera le panneau id , cb de la fig. 201, pour y tracer la doële plate qui donne la position des quatre angles du Vouffoir. Il reste à présent à creuser la doële entre ces angles.

1^o. Sur le plan horizontal on tracera l'arc ab , par le moyen d'un panneau levé sur le plan de l'épure. 2^o. Au lit de dessus, on creusera avec une cerche l'arc dc , en faisant une plumée par le moyen de cette cerche, dont on tiendra le plan parallèle au lit horizontal du dessous, puis avec une autre cerche formée sur l'arc ay du profil QyR , on fera une autre plumée pour le milieu de la doële; enfin les deux joins montans se creuseront suivant deux autres arcs elliptiques, pris sur des Ellipses qui auront pour grand axe les lignes ad , bc prolongées, comme on a fait pour le milieu Ll ; mais comme cette opération seroit un peu trop longue, il suffira dans la pratique de prendre la flèche de l'arc 1, 2 du centre primitif Db , ou du secondaire AH & de la porter sur le milieu de la corde du panneau en fl , & de mener par les points c , f , b , une courbe avec une regle pliante

LA doële étant creusée, on abattra la pierre pour former les joins montans, faisant passer une surface plane par les trois points donnez Nad d'un côté, & obc de l'autre, après quoi il ne restera plus qu'à faire les lits de dessus & de dessous qu'on doit faire avec le

biveau de doële & de lit du ceintre primitif circulaire, pris seulement avec la fausse équerre sur la corde & la coupe $b\ 1^f\ 5$, en la faisant courir quarrément sur les arêtes des lits de dessus & de dessous; mais cette méthode toute bonne qu'elle est & suffisante pour la pratique, n'est pas tout à fait exacte, en ce qu'elle fait les lits coniques gauches, comme il est visible par le profil, car si l'on fait la ligne de coupe naturelle à l'Ellipse $1^o\ 5^o$ égale à celle de la coupe du cercle $1^f\ 5$, la ligne $5\ 5^o$ ne sera plus parallèle à l'horizontale $1^f\ 1^o$, & comme les cordes $1^f\ b$. $1^o\ B$ sont inégalement inclinées, il suit que les coupes $1^f\ 5$. $1^o\ 5^o$, qui doivent faire à peu près les mêmes angles avec ces cordes, ne sont pas aussi également inclinées, ni parallèles entr'elles. Il semble que pour la commodité de l'appareil il convient mieux de faire ces sortes de Voutes, par la voye de l'inscription des cylindres, qui fournit un moyen de faire les coniques en portions de Cônes Droits, en sorte qu'à même épaisseur de Voute, ils sont toujours de niveau.

Seconde Méthode, par l'inscription des Cylindres.

Nous avons assez expliqué cette méthode en parlant des Voutes Sphériques, pour qu'il ne soit pas nécessaire d'en repeter ici la pratique; à la perte de pierre près elle est préférable à celle des panneaux de doële plate, dans ces sortes de Voutes, à cause de la facilité de l'exécution, particulièrement si l'on vouloit faire les joins montans courbes, comme ils sont tracez à l'épure, parce qu'on peut en appliquer le panneau au lit de niveau du dessus & du dessous, & le tailler comme une portion cylindrique très-peu creuse; cependant elle n'empêche pas qu'on ne soit obligé de faire des cerches différentes pour chaque joint montant, & même pour le milieu des doëles, si le Vouffoir occupe une assez grande partie, pour que les arcs elliptiques deviennent sensiblement differens en contour. On a mis au bas de la planche 59. à la fig. 207, un quartier de pierre ébauché, pour y po- Fig. 207.
 ser les hauteurs des retombées, les retombées, & les panneaux de tête, & le même Vouffoir achevé à côté à la fig. 208, ce que l'on peut Fig. 208.
 comparer à la figure 160 de la planche 53, & au discours du Chapitre précédent page 328 & 330.



*Des Voutes Sphéroïdes irrégulières , ou des Voutes
Ellipsoïdes.*

En termes de l'Art,

*Voutes de Four surhaussées ou surbaissées, ou sur un
Plan Ovale.*

CETTE sorte de Voute diffère de la précédente , en ce que les sections perpendiculaires à son axe ne sont pas des cercles , mais des Ellipses dont le demi axe vertical est plus grand ou plus petit que le demi axe horizontal , c'est-à-dire , dont le ceintre est surhaussé ou surbaissé , mais qui sont cependant semblables entr'elles.

Fig. 206. Soit (fig. 206.) l'Ellipse $A D B E$ le plan horizontal de la Voute , son ceintre à plomb ou sa coupe par le milieu en travers $A H B$, & son ceintre à plomb ou sa coupe par le milieu suivant sa longueur $D b E$ ou $e H d$, on prendra celui des deux qu'on voudra pour primitif. Soit , par exemple , la moitié du petit $A H$ divisée en ses Vouffoirs aux points $1, 2, 3, H$, d'où ayant abaissé des aplombs sur le demi axe $A C$, qui le couperont aux points Q, q^2, q^3 , on mènera par ce point des lignes $p^3 q^3, p^2 q^2, P Q$, parallèles à la corde $A E$, qui détermineront les longueurs des demis grands axes des Ellipses qui doivent être les projections des joins de lit , & les perpendiculaires sur $C E$, comme $q^3 3^0, q^2 2^0, Q 1^0$, étant faites égales à celles du ceintre primitif $A H$, donneront les points $b 3^0 2^0 1^0 E$ de l'Ellipse du ceintre sur le grand axe.

Si l'on vouloit trouver un ceintre sur la ligne $F C$, ayant tiré la corde $A F$, on en useroit de même qu'au cas précédent , dont celui-ci ne diffère que par un peu plus de variété , & par conséquent de difficulté pour l'exécution.

CETTE trop grande variété de courbures & de sections elliptiques fait , 1^0 qu'on ne peut exécuter ces Voutes par l'inscription des Cônes tronquez , comme les Voutes parfaitement Sphériques , parce que n'ayant pas pour base des cercles , mais des Ellipses , les développemens n'en seroient plus des Couronnes de cercles , mais des courbes ondées , telles qu'on les voit à la planche 22 du troisième livre , ce qui rendoit l'opération trop composée.

EN

En second lieu, on ne peut les faire par le moyen des segmens de Sphéroïde, qu'il seroit long & difficile de tracer pour chaque Vouffoir en particulier, comme on en peut juger par ce que nous avons dit au Chapitre premier de ce livre.

Troisièmement, on ne peut les faire par la voye des panneaux de doële plate, lorsqu'on voudra faire les joins montans par des plans verticaux menéz sur les lignes droites tirées du centre à la circonférence, parce qu'en ce cas les doëles sont gauches, c'est-à-dire, que les quatre angles des Vouffoirs, excepté ceux qui sont à distances égales des axes, ne sont pas dans un même plan, à moins qu'on ne commençât par les faire plans pour les recouper ensuite, ce qui employeroit du tems inutilement & demanderoit encore une attention particulière. Ainsi on est en quelque façon obligé de les exécuter par la voye, apelée improprement par les Auteurs de la coupe des pierres, *par équarissement*, qui est celle de l'inscription des cylindres dans l'Ellipsoïde.

REMARQUE SUR L'USAGE.

Ces sortes de Voutes sont très communes dans les Eglises modernes, il y en a six égales entr'elles dans celle de Saint Pierre de Rome, trois à chacun des *bas côtez*, dont l'Ellipse de l'imposte a 45. pieds de longueur de grand axe, 34. de petit, & 21. de hauteur sous clef, suposant qu'il y en eût une, au lieu de la Lanterne qui la couronne. Il y en a une à peu près de même grandeur à Saint Sulpice à Paris, à la Chapelle de la Vierge, dont le grand axe a 48. pieds de long, le petit 35, & la hauteur sous clef 19. Les Eglises de Saint André du Quirinal, ou de Monte Cavallo, de Saint Charles du Cours à Rome, sont voutez de cette espece de Voute, avec des Lunettes & Lanternes, la Chapelle du Saint Sacrement des Peres de l'Oratoire de Saint Honoré à Paris, & quantité d'autres, qu'il est inutile de citer; ainsi on peut dire que quoique la plus irrégulière des Voutes en Cul-de-four, ce n'est pas la moins usitée.

On me dira peut-être que les grandes Voutes se font souvent de Briques, comme une partie de celles que je cite, & qu'ainsi on n'y trouve pas les mêmes difficultez qu'aux Voutes de Pierre de Taille, j'en conviens, mais le Trait devient alors nécessaire aux Charpentiers, pour la formation des ceintres sur lesquels on construit la Voute, & il sert de plus pour la Charpente extérieure du comble dont nous allons parler.

Observations sur les Figures des Dômes.

LORSQUE les Voutes Sphériques ou Sphéroïdes sont aparentes au dehors, on est ordinairement obligé de les recouvrir d'une seconde Voute *d'Entrecoupe*, ou d'un comble de charpente de figure differente qui se présente agréablement à la vûë, parce qu'une surface Sphérique ou Sphéroïde surbaissée, n'a pas la même grace étant vûë par dehors que par dedans, elle paroît trop basse, en termes de l'Art, trop *écrasée*, comme l'expérience le montre en quelques-uns des Dômes modernes des Eglises de Paris; de sorte qu'on est obligé de les surhausser par dehors, comme l'on a fait à Saint Pierre de Rome, & à Paris à la Sorbonne, au Val-de-Grace & aux Invalides, afin qu'étant vûs d'en bas ils soient d'un agréable contour, en voici la raison.

IL est certain qu'une Sphère entiere de quelque côté qu'elle soit vûë, paroît toujours comme un cercle, c'est ainsi que le Soleil, la Lune, & les Planettes lorsqu'elles sont dans leur *plein*, paroissent en quelque endroit qu'ils soient, sur l'horison, ou au Zenith, faisant ici abstraction d'un changement insensible que la réfraction peut y causer.

IL n'en est pas de même d'un Hémisphère, dont la section n'est pas dans un plan qui passe par l'œil du Spectateur, ni perpendiculaire au rayon visuel passant par le centre de l'objet; car hors de ces cas l'Hémisphère paroîtra plus grand que le demi cercle, si l'œil est du côté de la convexité, & plus petit s'il est du côté de la section plane, ce qui est visible par les differentes Phases de la Lune, où il n'y a jamais qu'un Hémisphère de Lumiere, & un peu plus, lequel change cependant toujours à notre égard par ses differentes expositions, c'est pourquoi, les Dômes en Hémisphère qui sont sujets à être vûs de differens endroits, & de bas en haut, ne sont aperçus que suivant l'apparence du plan passant par leurs impostes, laquelle fera toujours une Ellipse par dehors, parce que le rayon visuel ne peut être perpendiculaire à ce plan, que lorsqu'on est précisément sous le milieu de la Clef, ou précisément en l'air au dessus, dans l'aplomb de la même Clef; c'est pourquoi il faut que l'Art corrige les apparences qui diminuent la grace du contour du Dôme, en le rendant plus bas que l'Hémisphère aparent, ce que l'on fera par le Traît suivant tiré d'une des Leçons de feu M. de la Hire à l'Academie d'Architecture que j'ai énoncé differemment, précédé & augmenté des raisons qu'il laissoit à trouver à ses Auditeurs, & qu'un habile Professeur en Mathématique, qui l'a publié depuis peu, a de même obmis & laissez à la méditation du Lecteur.

PROBLEME. XX.

Trouver les axes conjugués de la portion d'Ellipse Génératrice d'un Sphéroïde, lequel étant vu d'une distance & d'une hauteur donnée, présente à l'œil l'apparence d'un corps Sphérique.

Ou pour l'Architecture,

Faire l'épure d'un Dôme surhaussé, de manière qu'étant vu d'une distance & d'un niveau donné à la ronde, il paroisse à peu près Sphérique en plein ceintre.

Soit (fig. 203.) A H la hauteur de la naissance du Dôme qu'on doit faire, prise à plomb sur le niveau du point de distance donné D; on réduira cette hauteur A H & la distance A D en petit, comme l'on fait tous les desseins par le moyen d'une échelle, par exemple au douzième prenant des demi-pieds pour des toises, pour en faire un triangle rectangle A H D, qui est une préparation nécessaire au Trait de l'épure de la grandeur naturelle du Dôme. Fig. 203.

AYANT fait A H verticale A D horizontale, dans les mesures proportionnelles aux vraies longueurs & hauteurs, & ayant tiré H D, on lui mena du point H une perpendiculaire H B, qu'on fera égale à la mesure du demi diamètre du Dôme, suivant sa réduction en petit, comme on vient de faire pour le triangle A H D, & l'on tirera la ligne D B.

ENSUITE sans faire aucune réduction de mesure en petit par l'échelle, on mena par le point A une ligne A E perpendiculaire à H D, & égale à la vraie mesure du demi diamètre du Dôme, par exemple, si la Tour qui le porte avoit douze toises de diamètre, comme celle des Invalides, on porteroit sur A E la longueur de six toises, & par le point E, on mena la ligne E F parallèle à D B, laquelle coupera A H prolongée au point F.

ON fera ensuite $GI = GH$, & l'on tirera A I K, qui rencontrera F E prolongée au point K, on portera la longueur A K de F en L, & l'on divisera le reste L A en deux également en C, par où on mena C M parallèle à A D, & égale à A E demi diamètre du Dôme.

LES lignes F C & C M sont les deux demis axes conjugués que l'on cherche, & le point C le centre du Sphéroïde, par le moyen desquels on tracera une portion d'Ellipse plus grande que le quart d'un arc M N, dont la révolution sur son grand demi axe C F, formera le Sphéroïde d'un Dôme dont l'apparence sera Sphérique, lorsqu'on

E e e ij

le regardera du point donné D, & de tous les équidistans à la ronde qui feront dans le même niveau.

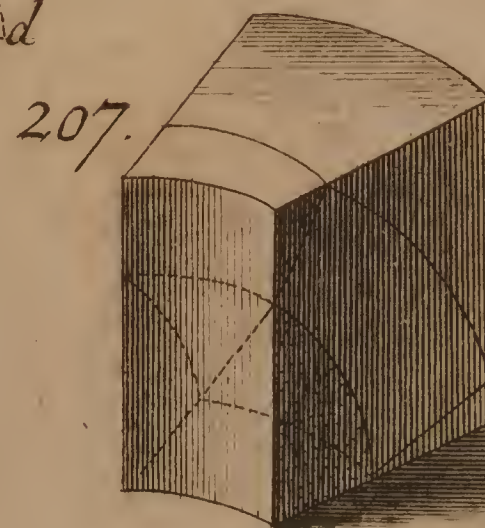
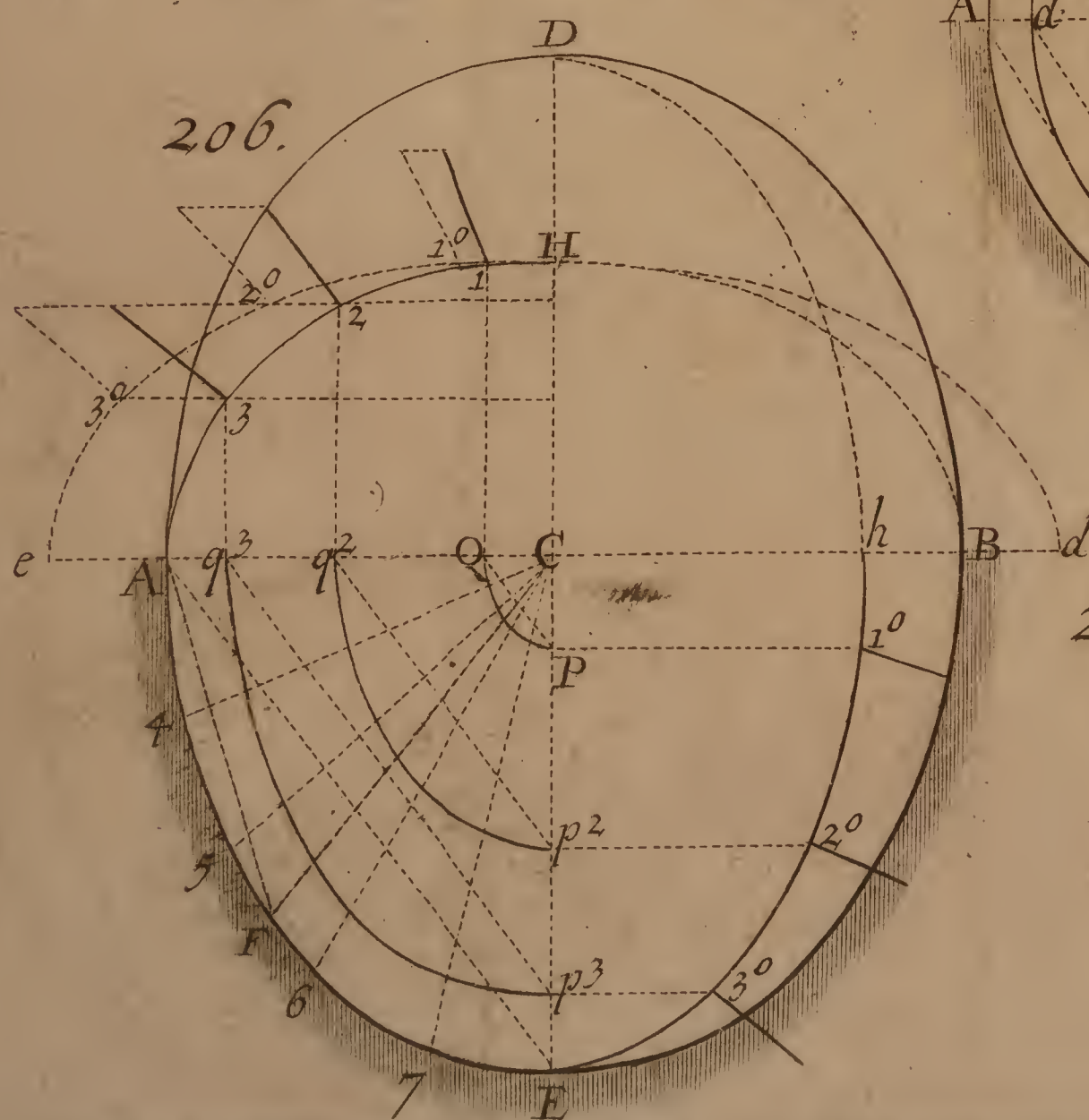
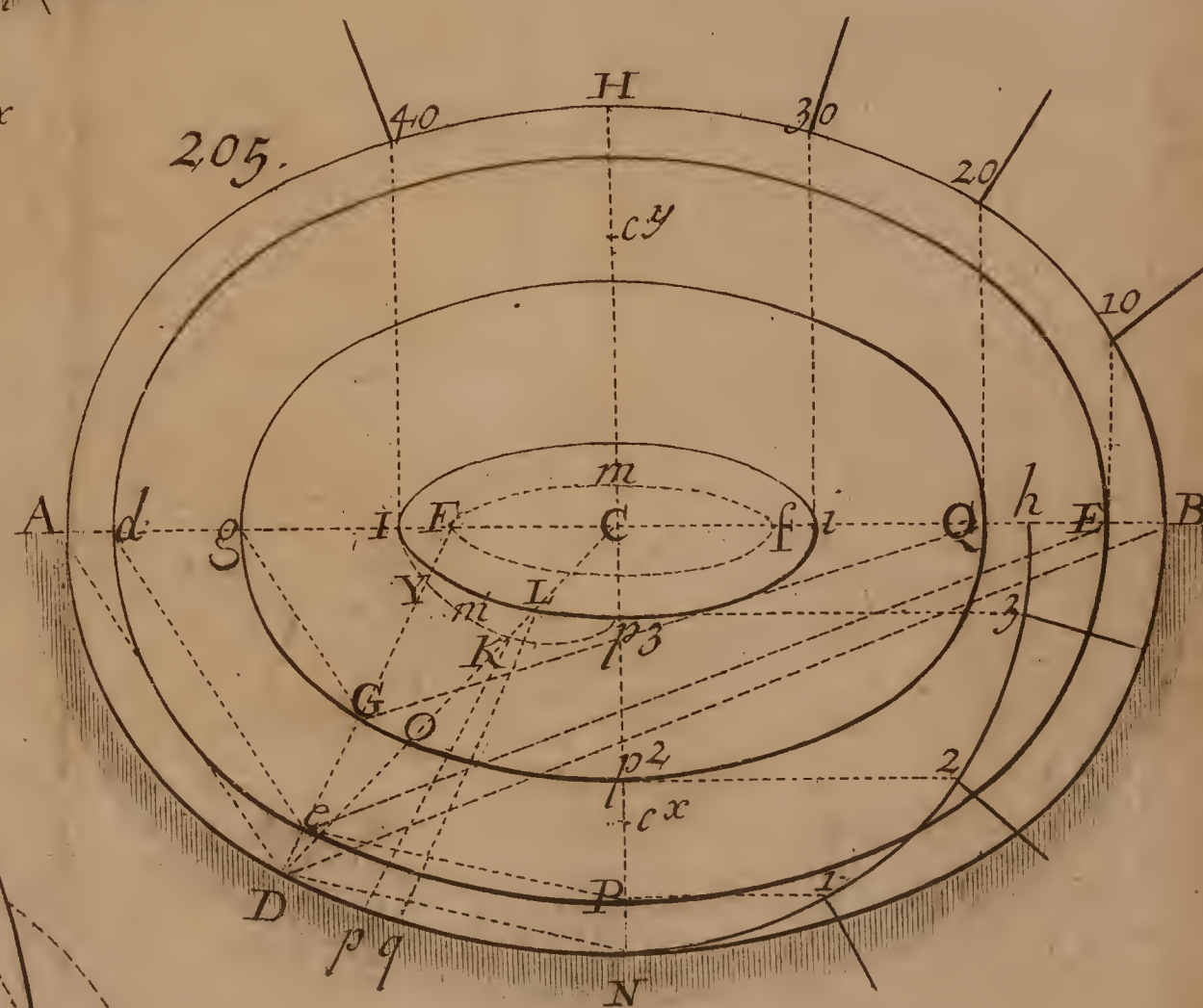
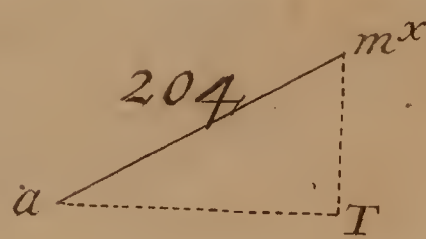
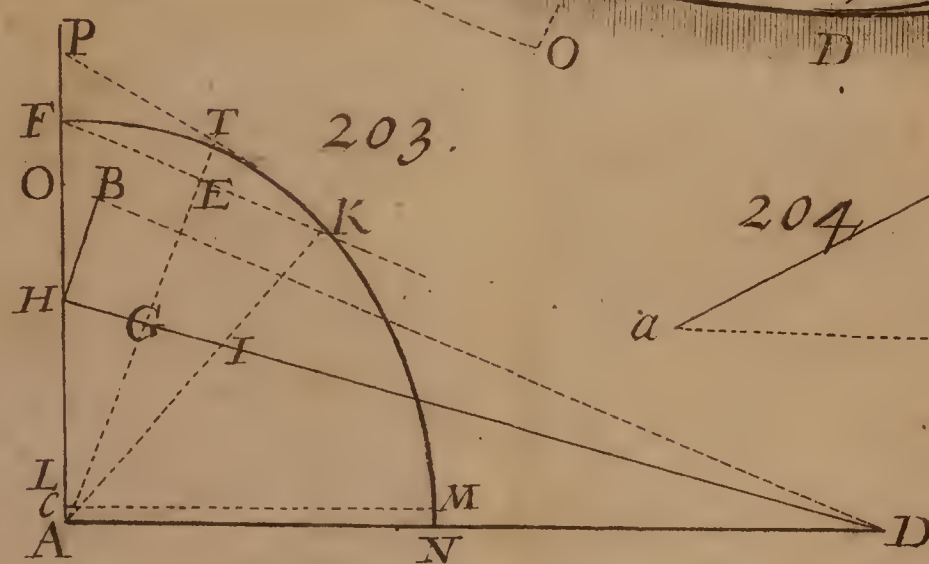
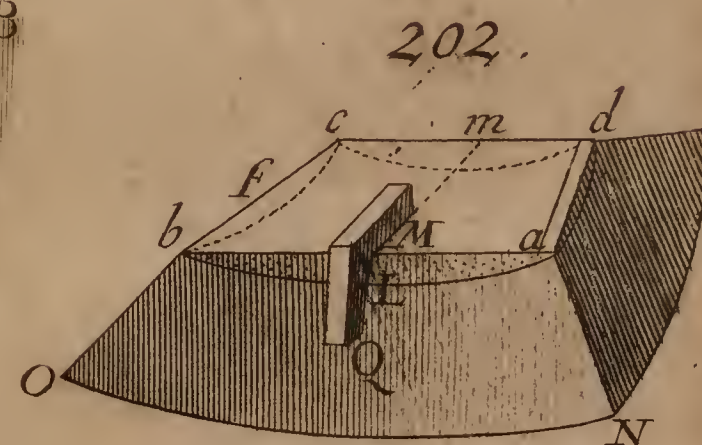
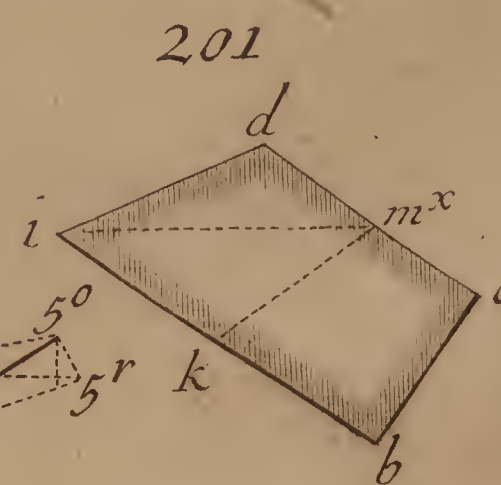
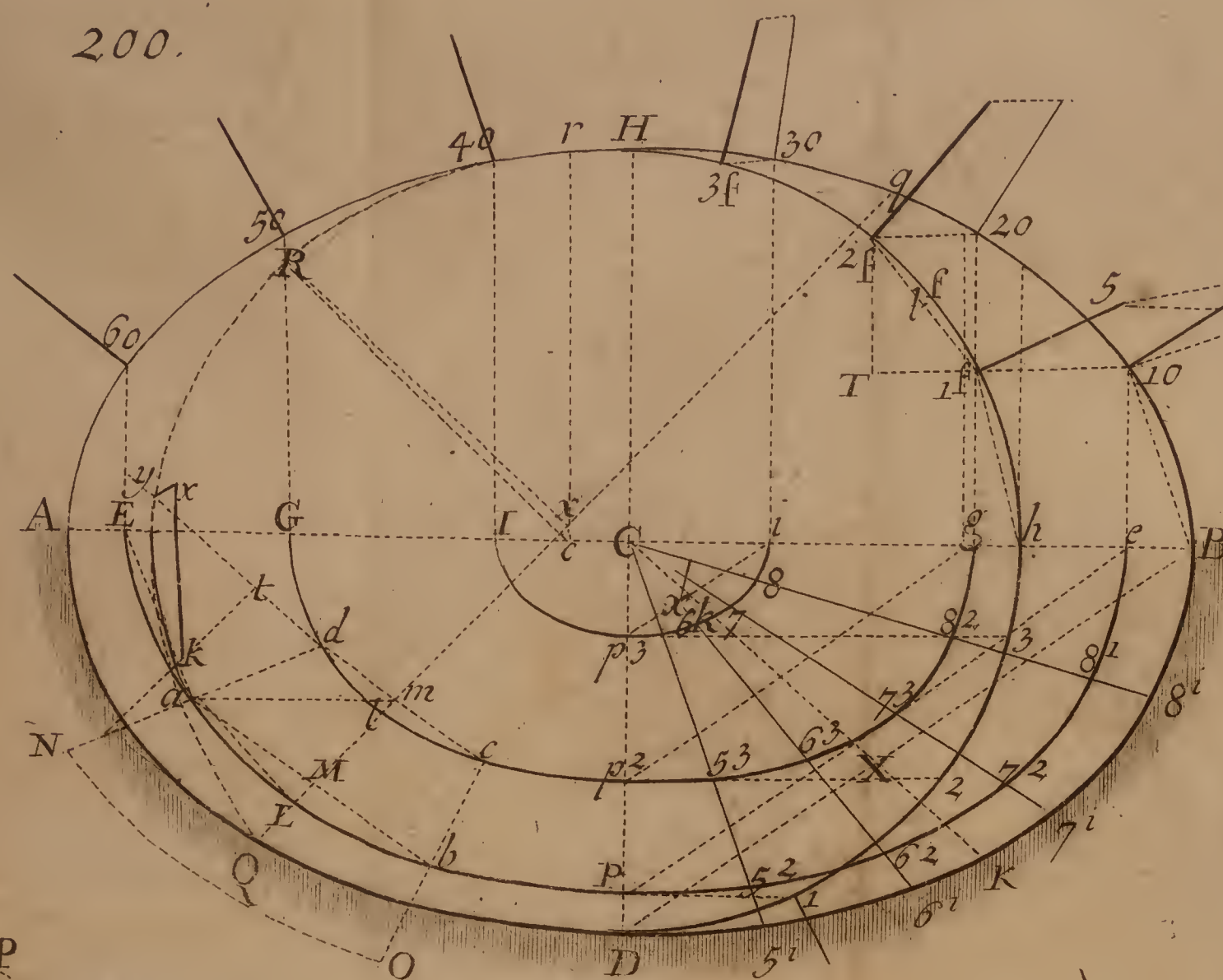
Explication Démonstrative.

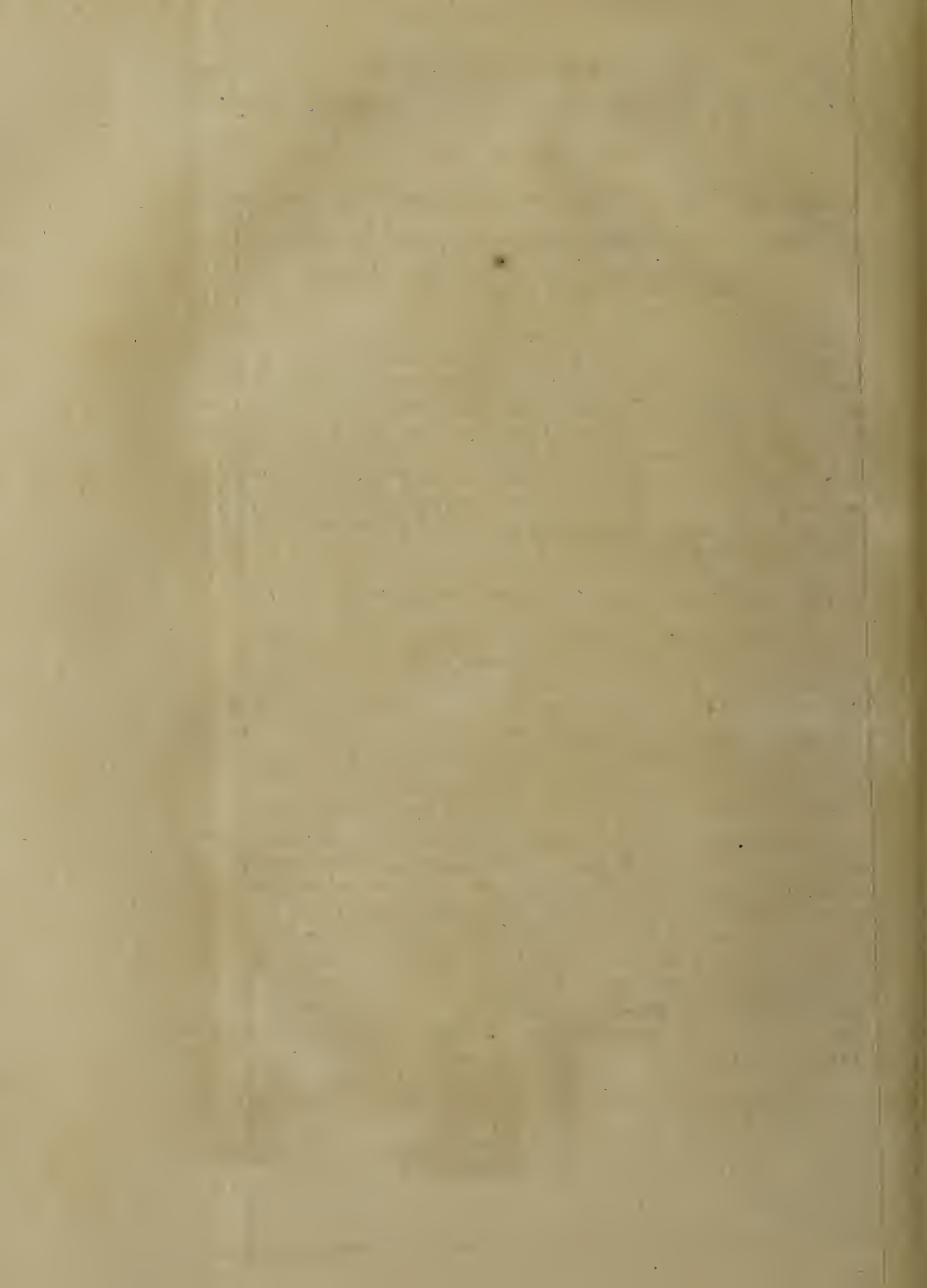
Si on prolonge D B jusqu'à son intersection O avec la verticale A F, & qu'on suppose une Sphère dont le rayon vertical H O, est élevé au dessus de D ou A D de la hauteur A H, on reconnoitra que ce rayon étant vû du point D, doit paroître racourci suivant la perpendiculaire H B, à laquelle il paroîtra égal, l'un & l'autre étant compris dans le même angle de la vision H D O, formé par les rayons visuels D H & D O; donc par l'inverse suposant un rayon de Sphère incliné en H B, il paroîtra égal à un plus long H O.

Or par la construction, à cause des paralleles E F & B O partie de D O, on aura H B. A E :: O B. F E :: H O. A F; donc le Dôme doit être alongé, c'est-à-dire surhaussé dans le raport des lignes A E & A F; cependant parce que la ligne A K qui fait au dessous de A E un angle égal à E A F, paroîtroit aussi égale à A F, quoiqu'elle soit plus courte, puisque la ligne F K est inclinée à la ligne H I, autant que sa parallele O D; il paroît convenable de ne prendre ni l'une ni l'autre de ces lignes A F, A K pour demi axe, mais de placer le centre C au milieu de leur différence L A.

PRESENTEMENT si l'on demande le lieu où l'on doit placer la naissance de la Lanterne ou de l'ornement qui doit servir d'amortissement au Dôme, il semble qu'on ne peut mieux la mettre qu'au point d'atouchement T d'une tangente P T menée parallelement à F E, parce que la partie supérieure T F, ne peut être vûe du point D, considéré dans le vrai hors de la réduction, ainsi cette partie étant totalement inutile à la décoration, on ne peut se dispenser d'y substituer quelque *Lanterne*, *Piedouche* ou autre ornement plus élevé, dont la base doit passer au point T. Mais comme un Dôme n'est pas toujours vû d'une même distance, plusieurs Architectes veulent que cette Lanterne ait le tiers du diametre du Dôme; c'est une affaire de gout, dont on trouve differens exemples dans les Ouvrages des plus fameux Architectes. Il ne s'agit pas ici d'en faire l'examen.







DES VOUTES SPHEROIDES TRONQUEES.

En termes de l'Art,

Voutes en Cul-de-four en Pandantif sur un quarré long, ou sur une Lozange, dans laquelle les Clefs des Formerets sont de niveau.

PLAN 60.

Soit (fig. 213.) le quarré long A D B E le plan horifontal de la Voute en Cul-de-four. Ayant tiré les diagonales A B, D E, qui se croisent en C, on décrira sur un des petits côtez A D comme diamètre, le demi cercle A *b* D pour ceintre du petit formeret, qu'on divi-
 fera en ses Vouffoirs en nombre pair, comme aux Traits précédens des Voutes Sphériques de cette espece, aux points 1, 2, 3. *b*, 5, 6, 7, desquels ayant abaissé des perpendiculaires sur A D, qui la couperont aux points P *p*, on menera par ces points de chaque côté du milieu F, des lignes F G, *p q*, *p q*, paralleles aux diagonales A B, D E, qui couperont le côté D B aux points G, *q*, *q*; on en fera de même aux quatre coins du quarré long, comme on le voit à la figure pour avoir les plans ou projections horifontales des Panaches.

On portera ensuite la moitié A F de I en *b^f* sur le côté A E, & du centre C, par le point *b^f*, on fera un quart de cercle C S K, qui coupera G I prolongée en K, par où on menera K L parallele à I F, qui coupera H F prolongée au point L, les lignes C K & C L seront les moitez des axes conjuguez de l'Ellipse A L D N B O &c. circonscrite au quarré long A D B E, laquelle est le plan horifontal de la Voute Sphéroïde, tronquée par les murs élevez sur les côtez A D, D B, B E, E A.

OR parce que nous suposons le Sphéroïde régulier formé par la révolution de cette Ellipse sur son axe L O, on peut considérer sa moitié L D N B O, comme le profil ou section verticale de cette Voute par son axe, dans lequel on voit que C G étant égal à F *b*, hauteur du ceintre A *b* D, par la construction, le point G peut représenter le point H du formeret D H² B, au dessus duquel la Voute s'éleve d'un segment, dont D N B est le profil qui comprend la partie représentée à la projection par le Rhumbe F G H I, & ses paralleles, lesquelles sont les projections des joins de lit, comme à la Voute précédente.

LA formation du ceintre D H B du formeret est très aisée, puis-

que l'on a les points de la projection de ses divisions en G , q , q , & les hauteurs des perpendiculaires qu'on y doit élever, sçavoir $p^1 1$, $p^2 2$, $p^3 3$, $F h$.

IL nous reste à trouver les hauteurs du milieu des arcs du Panache qui sont les demi-axes des Ellipses, dont les arcs $f M g$, $3^p m 3^q$, &c. sont des parties, on menera par les points p^5 , p^6 & p^7 , des parallèles à $F I$, qui couperont la diagonale $A C$ aux points n , n , par lesquels on menera des parallèles à $A K$, qui couperont le rayon $C K$, aux points o , I , o^6 , o^7 , desquels on élèvera des perpendiculaires à $C K$, qui couperont le quart de cercle $S K$ aux points z , h^f , 1^6 , 1^7 , où seront les hauteurs demandées; ainsi la ligne $o z$ sera le demi-axe de l'Ellipse dont $f M g$ est une partie, de laquelle $F G$ est la projection horizontale, & en même tems une partie de son grand axe, dont on trouvera la longueur entière en la prolongeant de part & d'autre, jusqu'à ce qu'elle rencontre l'Ellipse $A L D B O$ circonscrite au rectangle $A D B E$, qu'elle coupera aux points f^e , g^e , la ligne $f^e g^e$ sera son grand axe, par le moyen duquel & du petit axe trouvé $o z$, on décrira une portion d'Ellipse $f M g$, qui est le dernier joint de lit du ceintre du panache.

ON trouvera de même le grand axe $L N$ de l'Ellipse dont $3^p m 3^q$ est l'arc vertical de l'élevation du troisième joint de lit du panache, par le moyen duquel & de la moitié de son petit axe $I h^f$, on décrira un arc elliptique qui passera par les points 3^p , m , 3^q .

ON aura aussi de même le grand axe $i k$, & la moitié du petit o^6 , 1^6 , pour tracer l'arc $2^p m 2^q$, &c. & le reste de la projection verticale de tous les joints de lit du panache compris dans la figure $D f M g D$.

IL reste encore à tracer les projections des joints de lit compris entre les quatre panaches dans le Rhumbe $F G H I$; pour cela on divisera l'arc $S h^f$ qui est coupé en h^f par la ligne $A E$, en deux parties & demies pour comprendre deux rangs de Vouffoirs, & la moitié de la Clef aux points y , x , desquels on abaissera des perpendiculaires sur le rayon $C K$, qui le couperont aux points v & u . On menera par ces points de part, & d'autre des lignes $u t$ & $V T$ parallèles à $I H$, qui couperont $C H$ aux points t & T , par lesquels on menera d'autres lignes égales aux précédentes, & parallèles à $H G$; ainsi en continuant autour de C , ces lignes $u x$, & $v y$ seront les hauteurs des naissances u , t & V , T des arcs elliptiques des joints de lit des rangs de Vouffoirs verticaux compris dans le Cul-de-four dont les projections horizontales sont les Droites $u t$, $V T$, qui sont aussi

des parties de leurs grands axes , qu'on trouvera en prolongeant ces lignes jusqu'à l'Ellipse circonscrite , comme $V T$ en a , la ligne $b a$ fera la moitié de cet axe , dont il faut encore trouver la moitié de son conjugué , qui est représentée en projection horifontale par le seul point b .

On tirera la Droite $E O$, à laquelle on fera $b e$ parallele , qui coupera $C O$ en e , d'où on élèvea sur la même $C O$, une perpendiculaire $e d$, qui coupera l'arc elliptique $D N B$ du Cul-de-four au point d , la ligne $e d$ fera le demi axe conjugué au demi axe $b a$, par le moyen desquels on décrira l'arc elliptique dont $V b T$ est la projection horifontale , comme nous l'avons dit pour ceux du Panache. On trouvera de même celui dont $u t$ est la projection.

Ces arcs étant tracez à part , (ce que nous n'avons pas fait dans ce Trait faute de place dans la planche ,) on aura tout ce qui sera nécessaire pour tailler les Vouffoirs par la voye de l'équarrissement , qui est la plus convenable & la plus expéditive pour ces sortes de Voutes.

On pourroit cependant fort bien se servir de la formation des segmens de Sphéroïde , pour y inscrire les Vouffoirs à branches des angles $F, G, H, I; T, V, u, t$, &c. de la même maniere que nous l'avons expliqué pour les Vouffoirs du Sphéroïde Oblong de la Voute en Cul-de-four , sur un plan Ovale ; car celle-ci est de même un Cul-de-four sur un plan Ovale , mais tronqué de ses parties $A L D$, $D N B$, & des deux autres opposées & égales , par les murs $B E$, $E A$, avec cette seule difference que les rangs de Vouffoirs sont verticaux.

Nous ne proposerons pas ici la voye des doëles plates , parce que les suifaces passans par les quatre angles des Vouffoirs , ne sont pas ordinairement planes , mais gauches , il n'y a que le Vouffoir triangulaire de la naissance de chaque pannache , qu'il convient fort de tailler par le moyen d'une doële plate , comme nous l'avons expliqué au Chapitre précédent , pour les panaches des Voutes Sphériques ; parce qu'il n'a que trois angles dans son tronc ; c'est en effet le moyen le plus simple & où il y a le moins de perte de pierre. La meilleure méthode pour les autres Vouffoirs qui ont quatre côtez , est de les tracer & tailler par équarrissement , comme il a été dit pour les Voutes Sphéroïdes , il n'y a de difference que dans la figure de l'élévation & point dans l'aplication.

Il faut seulement changer les biveaux mixtes de lit & de doële , suivant l'exigence des coupes des Ellipses , aux points où elles sont coupées par les lits , ce qui demande un peu de soin & d'attention ,

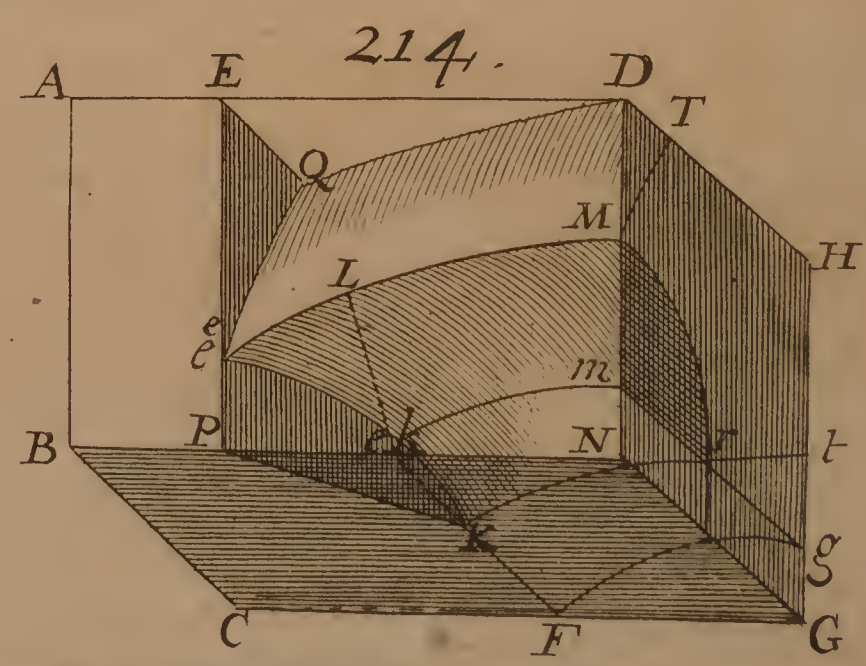
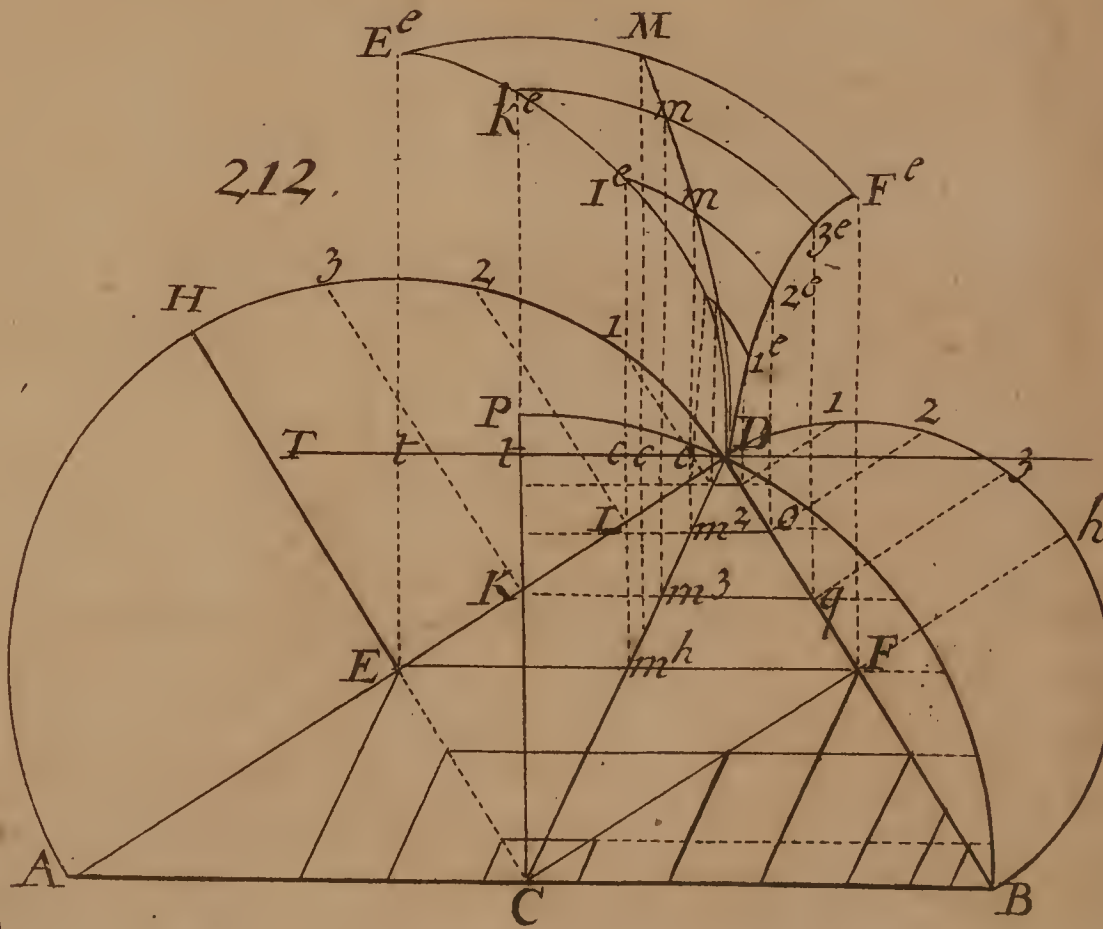
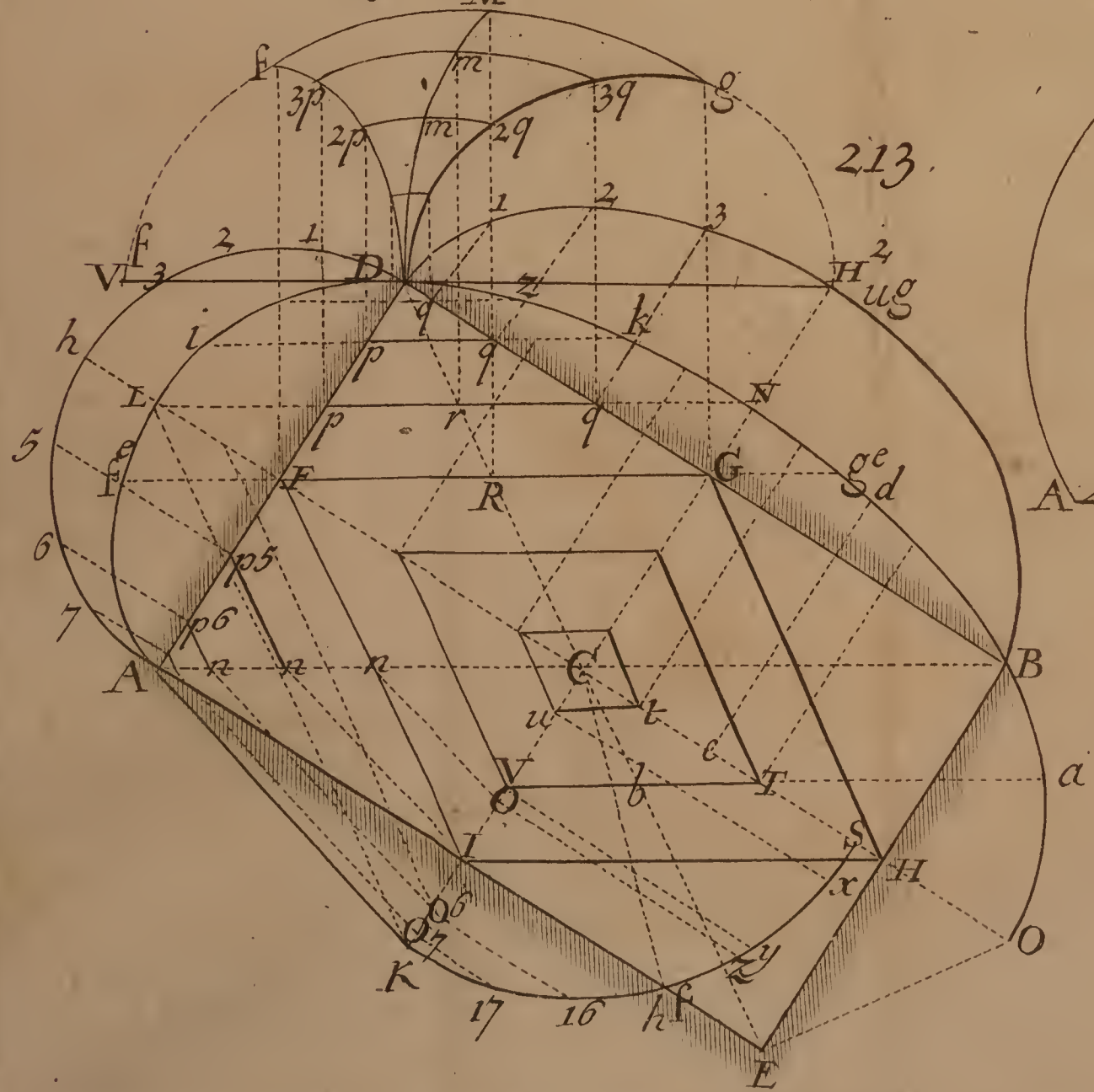
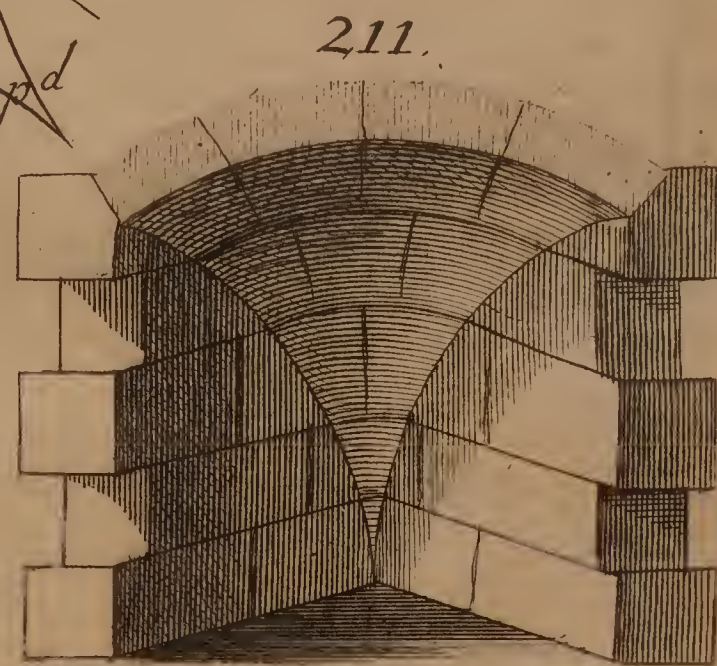
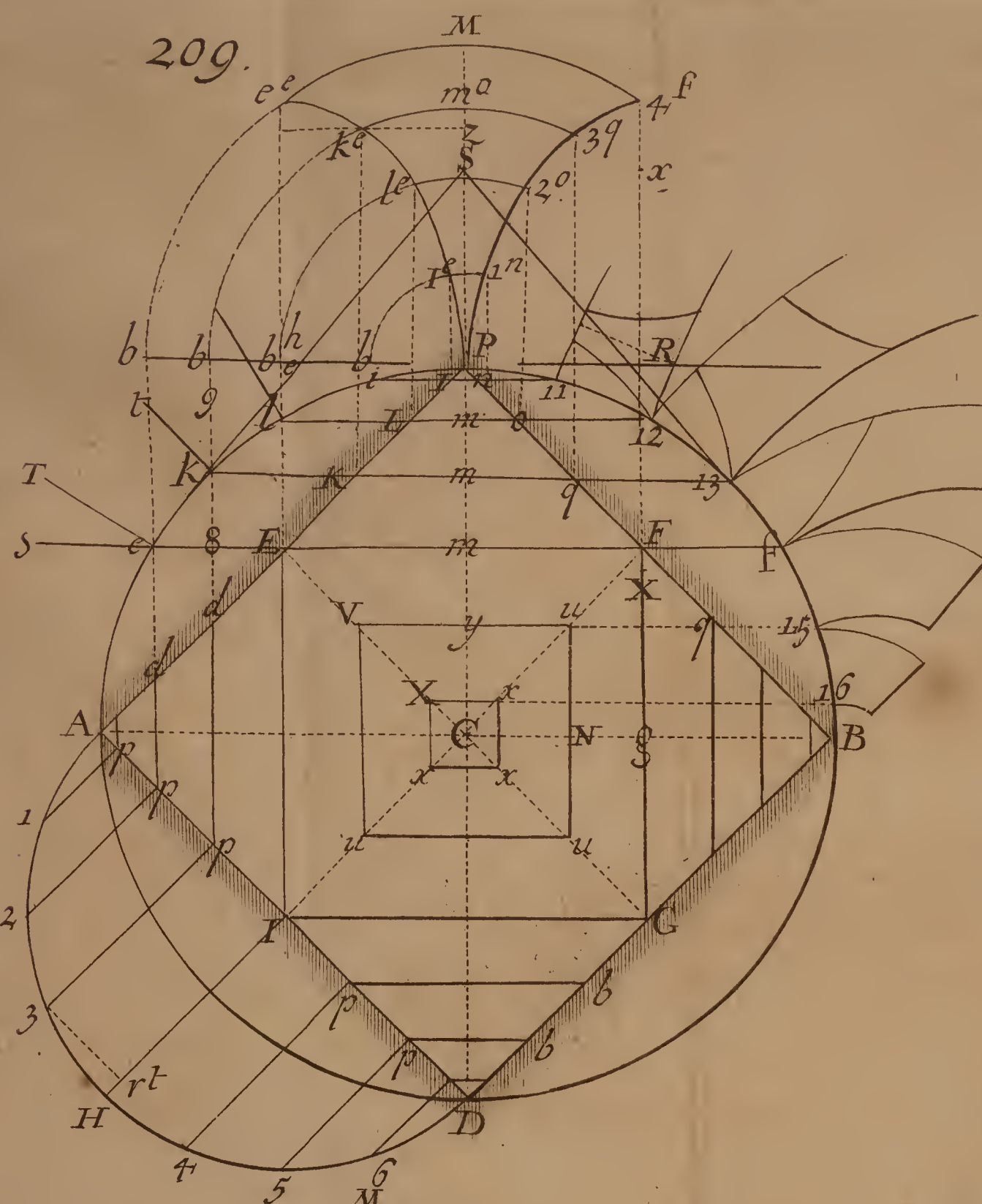
parce que ces lits sont des surfaces coniques gauches, en ce qu'elles sont parties des Cônes Scalenes & non pas Droits, comme aux Voutes Sphériques.

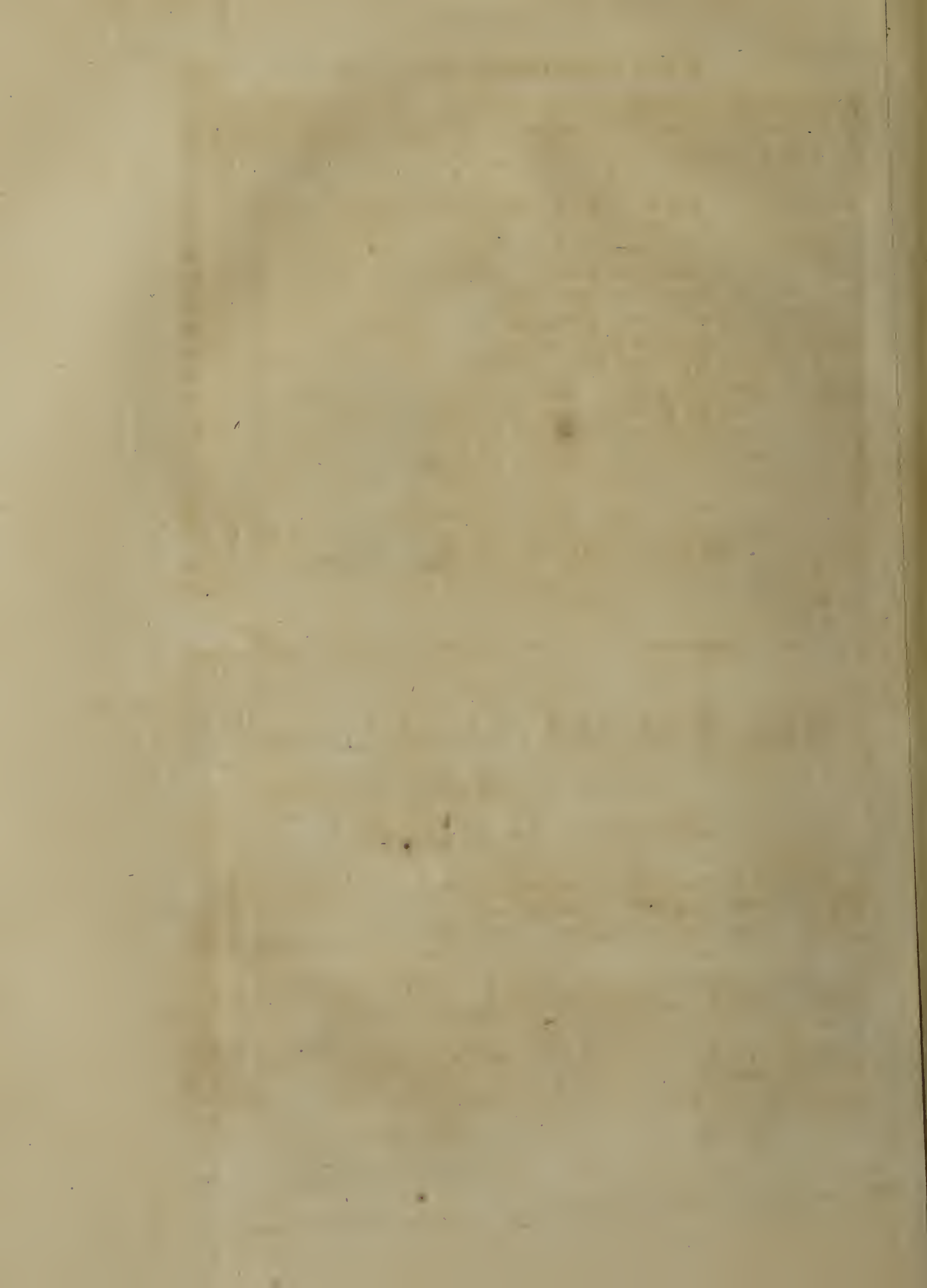
Explication Démonstrative.

IL faut se représenter une moitié entière de Voute Sphéroïde, dont l'Ellipse $A L D N B O$ &c. est le plan horifontal de l'imposte, ensuite que cette moitié est coupée par des plans verticaux paralleles entr'eux $D B$, $A E$, & $A D$, $B E$, qui rétranchent des segmens elliptiques $A L D$, $D N B$ &c. dont les sections verticales sont représentées, l'une par le demi cercle $A b D$, considéré comme perpendiculaire à l'axe $L O$ de la demie Ellipse $L N O$, qui est la génératrice du Sphéroïde par sa révolution autour de cet axe $L O$. L'autre section est représentée par l'Ellipse $D H^2 B$, qui doit être semblable à l'Ellipse génératrice $L N O$ par le Théoreme V. du premier livre, parce que le Sphéroïde est coupé en $D B$, parallelement à l'axe $L O$, & la moitié de son petit axe $G H^2$, doit être égal au demi diametre $F b$ de la section circulaire, c'est-à-dire, que les hauteurs des deux sections doivent être égales, en voici la raison.

Si l'on suppose un troisième plan vertical coupant le Sphéroïde par les points F & G du plan horifontal, qui sont les projections des points b & $b f$, il coupera les plans verticaux par $A D$ & $D B$, à distances égales du point R de la diagonale $D E$, où est le centre de la section elliptique faite par ce troisième plan; donc les ordonnées de l'Ellipse tirées des points F & G à son diametre $f^e g^e$, seront égales entr'elles par l'article 37. du premier livre; mais ces ordonnées sont aussi communes aux sections des plans $A D$ & $D B$ coupez par leur milieux F & G ; donc les verticales représentées par les lignes $F b$ & $G H^2$ sont égales entr'elles, *ce qu'il falloit démontrer.*

PRESENTEMENT, si l'on examine le reste de la construction, pour trouver les diametres & les hauteurs des sections elliptiques des plans passans par les joins de lit; on remarquera facilement que nous avons trouvé ces diametres en prolongeant les projections des joins de lit, jusqu'à la circonférence de l'Ellipse $A L D N B O$, &c. où elles doivent se terminer, suposant le demi Sphéroïde entier, & que nous avons trouvé les hauteurs en divisant ces diametres proportionnellement à ceux des autres sections, qui ne leur sont ni égales, ni paralleles; & qu'enfin nous avons quelquefois suposé des sections imaginaires, par exemple par le milieu de la Clef en $K N$, pour avoir les hauteurs du quart de cercle $S K$, qu'il se faut représenter comme perpendiculaire au plan $A D B E$, quoiqu'il soit couché sur ce plan
par





par la nécessité du dessein qui ne peut exprimer des surfaces en l'air ; ainsi pour peu qu'on y fasse attention, on reconnoitra que tout y a été fait dans l'exactitude Géométrique.

DES VOUTES CONOÏDES.

CE feroit ici le lieu de parler des Voutes *Conoïdes*, si elles étoient en usage dans l'Architecture, mais comme il est rare qu'on se serve de paraboles ou d'hyperboles pour faire des ceintres, à cause que leur naissance feroit un jarret à l'imposte avec les pieds-droits, nous n'en dirons rien ; cependant si le cas arrivoit, il ne feroit pas plus difficile à résoudre que pour les Sphéroïdes, lorsque les lits seront de niveau à chaque rang de Vouffoir, parce que leurs projections seroient des cercles, & les joins montans des portions de paraboles ou d'hyperboles égales entr'elles dans chaque rang ; enfin les coupes des lits se trouveroient par la méthode qui en a été donnée au Probl. 16. page 194. du deuxieme livre. Mais si ces Voutes étoient fermées en Polygone, comme certaines Sphériques dont nous avons parlé, pour trouver les joins de lit il faudroit chercher les sections des plans qui les couperoient, lesquelles suivant les directions données, feroient ordinairement des Ellipses, comme il a été démontré au Théoreme VI. du premier livre.

CHAPITRE IX.

DES VOUTES ANNULAIRES.

En termes de l'Art,

Des Voutes sur le Noyau.

N O U S rangerons les Voutes sur le Noyau à la suite des Sphériques, parce qu'elles y ont beaucoup de raport dans leur partie concave, & qu'elles peuvent être construites par les mêmes moyens.

LE nom d'*Annulaires* que je donne aux Berceaux tournans quoiqu'inusité en Architecture, exprime parfaitement la figure de ces sortes de Voutes ; car si l'on coupe un anneau à verge ronde sans chaton par la moitié de son épaisseur, on aura une figure semblable à une Voute sur le Noyau, en prenant le plein de l'anneau pour le vuide de la Voute.

Fig. 215.

POUR donner une idée plus juste de cette figure & en exprimer géométriquement la Génération, il faut la confiderer comme la trace d'un demi cercle ou d'une demie Ellipse verticale A H B (fig. 215,) qui se meut par son centre sur une Courbe quelconque horisontale C I K circulaire elliptique, ou de telle autre courbure qu'on voudra, en telle situation que son rayon C H toujours vertical, & son diametre A B, soit non seulement toujours horisontal, mais aussi toujours dirigé au centre Cⁿ du Noyau B D C, dont on ne met ici que le quart, suposant la Courbe de révolution C I K circulaire; car si elle étoit elliptique comme il arrive quelquefois, le diametre A B ne doit pas être dirigé au centre, mais en un point *u* fig. 216, déterminé par une perpendiculaire V *u* menée à la tangente T *t*, sur un point R de la courbe elliptique de révolution K R C; cette connoissance présupposée, venons à la pratique.

P R O B L E M E. XXI.

Faire une Voute sur le Noyau circulaire ou elliptique tournant sur une Courbe quelconque.

P R E M I E R C A S

où la Courbe de révolution est circulaire.

Fig. 215.

SOIT (fig. 215.) un quart de Couronne de cercle A B D E Q L A, le plan horisontal de la Voute dont le quart du Noyau est B D E Cⁿ, sur A B comme diametre du cintre, on décrira un demi cercle A H B, ou si l'on veut une demie Ellipse surhaussée ou surbaissée, dont on divisera le contour en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, d'où on abaissera à l'ordinaire, des perpendiculaires qui en donneront les projections aux points *p*¹, *p*², *p*³, *p*⁴, par lesquels on tracera autant de cercles concentriques au Noyau du point Cⁿ; enfin par les divisions 1, 2, 3, 4, & par le centre C, on tirera les joins de tête 1 . 4, 2 . 3, &c. & la préparation générale sera faite. Il n'y a plus qu'à se déterminer au moyen de faire le Trait, par panneaux ou par équarrissement, c'est-à-dire, par l'inscription des cylindres.

Premiere Méthode.

Par l'inscription des Cylindres, apellée équarrissement.

L'APLICACION de ce systéme est ici la même que pour les Voutes Sphériques ou Sphéroïdes.

AYANT déterminé la longueur du Vouffoir qu'on se propose de faire, par exemple un du second rang $1^{\circ} 1'$ dans la partie concave près du grand pied droit, sur la projection $p' M s e$, on tirera par ses extrémités & par son milieu M , des lignes droites au centre C'' du Noyau, qui donneront pour la projection horifontale du Vouffoir, le quadriligne mixte $1^{\circ} M 1' 2' s 2^{\circ}$, dont on élèvera le panneau suivant lequel on abattra la pierre, pour en former une portion de cylindre, telle qu'on le voit en perspective à la fig. 221, puis ayant pris à l'élevation 215, la différence des hauteurs de retombée $2 g$, on la trainera sur la surface concave $g s g$ de la figure 221, pour y tracer la Courbe $2 e 2$ parallele à l'arrête $g g$.

ON prendra aussi la retombée $1 g$ de la fig. 215, pour la trainer sur le lit de dessous parallelement à la même arête $g s g$; ensuite appliquant le panneau de tête 5. 1. 2. 6. sur chacune des têtes $a g$ & son opposée, on en tracera le contour, suivant lequel on peut abatre la pierre de différentes manieres. *Premierement* pour former les lits on peut se servir du biveau $g 2. 6.$ pour former celui de dessus 6. 6. 2. 2., appuyant une de ses branches sur le parement creux $g 2, 2. g$ quarrément sur la ligne 2. e 2. de la Fig. 221.

Secondement, on peut creuser la doële par la même maniere avec un biveau mixte, formé sur l'angle mixte du lit & de la doële 6. 2 e 1, ou, si le lit n'est pas encore fait, avec le biveau de l'aplomb & de la même doële V 2. e 1, & ensuite former de même le lit de dessous avec son biveau.

Ce que nous avons fait pour la partie concave, se fera de même pour la partie convexe, par exemple pour le quatrieme Vouffoir dont la projection est le trapeze mixte $3^{\circ} 4^{\circ} n 4' 3' m$, ainsi qu'il est représenté à la figure 222 en prespective, laquelle produira un Vouffoir dont la figure est dessinée de même au chiffre 220 avec les lettres & chiffres relatifs à la fig. 215.

Seconde Méthode, par Panneaux flexibles.

L'APPLICATION de ce système de suposition de Cônes tronquez inscrits dans l'anneau, est encore la même qu'aux Voutes Sphériques; car si l'on fait $Q S$ perpendiculaire au rayon $A C''$ du cercle de révolution $A L Q$, cette ligne pourra être considérée comme l'axe commun à tous les Cônes tronquez des rangs de Vouffoirs, dont une partie en dessus, est l'axe de ceux de la partie concave, depuis la naissance du grand pied droit en A , jusqu'à la Clef en H , & la partie en dessous,

F f f ij

fera l'axe commun de tous les Cônes tronquez de la partie convexe autour du Noyau, depuis la naissance B sur ce noyau, jusqu'à la Clef en H.

CELA supposé, il n'y a qu'à prolonger les cordes des arcs A 1. 1. 2. en dessus, jusqu'à la rencontre de l'axe QC^2 , que la premiere corde A 1 ne rencontre que bien loin hors de la planche, & que la corde 1. 2 rencontre au point C^2 , duquel comme centre & pour rayons les intervalles, $C^2 1$, $C^2 2$, on décrira des arcs 1. 1^d , 2. 2^d , qu'on terminera à telle grandeur que l'on voudra, par une ligne $1^d 2^d$, tendant aussi au centre C^2 , la portion de Couronne de cercle 1. 1^d , $2^d 2$, fera le développement de la doële conique tronquée, inscrite à la partie concave de la seconde assise de la Voute sur le Noyau.

On en usera de même pour la partie convexe du côté du Noyau, avec cette difference qu'au lieu de prolonger les cordes en haut, on les prolongera en bas jusqu'à l'axe $C^2 Q$, comme la corde 3. 4, qui rencontrera cet axe au point ∞^4 , où sera le centre de la portion de Couronne 3. 3^d 8. 4, & la corde 4 B le rencontrera au point S^6 , où sera le centre de celle B 4^d , ainsi il n'y a qu'à se rapeller ce qui a été dit de la construction des Voutes Sphériques suivant ce système, pour l'appliquer à celles des Voutes sur le Noyau, où il n'y aura d'autre difference que des Cônes renversez, dont les panneaux de développement s'appliqueront sur des surfaces convexes, au lieu que dans les Voutes Sphériques il n'y en a que des concaves. A l'égard de la Clef, il n'y a aucune façon qu'à lever le panneau de doële plate sur le plan horisontal où il est dans sa juste étendue & figuré sans altération, & en faire les coupes suivant les angles 6. 2. 3, ou 7. 3. 2.

Troisième Méthode.

Par le moyen des Doëles plates.

LORSQU'IL s'agit de menager la pierre, on doit préférer la méthode des doëles plates aux précédentes, la construction en est tout à fait la même dans la partie concave, depuis la clef jusqu'à la naissance au pied droit de la Tour, que pour les Voutes Sphériques, auxquelles on renvoye le Lecteur pour ne pas repeter ce qui a été dit à la pag. 325.

Nous nous arrêterons seulement à ce qu'il y a de particulier dans la partie convexe, depuis la clef jusqu'au Noyau.

Fig. 215. AYANT déterminé au plan horisontal la longueur du Vouffoir qu'on veut faire, par exemple (fig. 215.) au quatrième rang marqué 3. 4 à l'élevation, & 3° 4° 4¹ 3¹ au plan horisontal, comme il a été dit ci-de-

vant à la première méthode page 411, on portera dans une figure 218. à part la longueur de la corde $3 \cdot 4$ en $m n$, à laquelle on fera deux perpendiculaire $q r$, & $t T$, qu'on terminera en portant de part & d'autre de m , la longueur $q m$ du plan horizontal en q & r , & la longueur $n T$ en $n t$ & $n T$, & l'on aura le trapeze $q r T t$, qui sera le panneau de doële plate tangente à la doële convexe du Vouffoir demandé.

ENFIN on tirera par le point 4 l'horizontale 4 O, & la préparation sera faite.

Application du Trait sur la Pierre.

AYANT dressé un parement pour y appliquer le panneau de doële plate fig. 219, & en ayant tracé le contour, on prendra avec la fausse équerre l'angle de la doële & de l'horison $3 \cdot 4 O$, suivant lequel on abattra la pierre pour former un parement de suposition, sur lequel on appliquera le panneau levé sur le plan horizontal en $n^o t T n^i$, qui donnera la position des lignes $n^o t$ d'un côté, en $n^i T$ de l'autre, par lesquelles & par les lignes $t q$ & $T R$, on fera passer de surfaces planes qui seront les joins montans des Vouffoirs, sur chacun desquels on appliquera le panneau de tête pris à l'élevation de la figure 215 en $7 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 8$, observant de l'éloigner au point 3 de l'arête de la doële plate au lit de dessus de l'intervale marqué au plan $q 3^o$, & au lit de dessous de l'intervale $t 4^o$, pris horizontalement, c'est-à-dire, parallèlement au lit de suposition horizontale.

ON abattra ensuite la pierre en surface conique convexe, par le moyen des cerches concaves formées sur les arcs $3^o m 3^i$ au lit de dessus, & $4^o n 4^i$ à celui de dessous tenues horizontalement, c'est-à-dire parallèlement au lit de suposition, laquelle position est déterminée par les trois points donnez.

ENFIN avec la cerche convexe de l'arc $3 \cdot 4$, on creusera la véritable doële en tenant cette cerche appuyée sur les deux arêtes de lits de dessus & de dessous qu'on veut tracer, observant de tenir le plan de cette cerche dirigé perpendiculairement à la tangente de la surface convexe & posée à distance proportionnelle des deux têtes, c'est-à-dire, que si elle est sur le milieu du lit de dessus, elle soit aussi sur le milieu de l'arête du lit de dessous, si elle est posée au tiers de l'un, qu'elle soit aussi au tiers de l'autre, & par ce moyen on aura la doële exactement formée, par le moyen de laquelle on abattra la pierre avec les biveaux mixtes $4 \cdot 3 \cdot 7$ & $3 \cdot 4 \cdot 8$, pour guides posez de la même manière

que la cerche de la doële, pour former les lits convexes au dessus, & concaves au dessous en surfaces coniques.

Si les arêtes des lits sont bien faites, on peut s'épargner la peine de faire des biveaux mixtes en se servant de la fausse équerre ouverte sur les angles de coupe $4^{\circ} 3' 7''$ & $7^{\circ} 3' 8''$, tenant ses branches perpendiculaires aux arêtes courbes des lits, c'est-à-dire, à leurs tangentes. La différence de ces Voussoirs convexes avec ceux de toutes les autres Voutes, est qu'ils se retrécissent en dehors de la doële, & que dans toutes les autres Voutes à doèles concaves ils s'élargissent.

Il faut remarquer que la méthode des doèles plates peut servir généralement pour toutes sortes de Voutes sur le Noyau, de quelques courbes que soient leurs ceintres de doële surhaussé ou surbaissé, & de quelque Courbe que soit le contour de leur révolution horizontale; mais comme le Trait devient alors un peu plus difficile, il est à propos d'ajouter ici quelque chose touchant celles qui ne sont pas circulaires.

Seconde Espece.

Des Voutes sur le Noyau Elliptique.

LA construction des Voutes en Berceau qui tournent autour d'un Noyau Elliptique, peut être facilement déduite de celle des deux autres dont nous avons parlé, sçavoir pour la partie concave, depuis la grande circonférence de la Tour jusqu'à la Clef, elle doit être semblable à celle d'une Voute Sphéroïde, & pour la partie convexe, depuis le Noyau jusqu'à la Clef, elle doit être tirée de celle de la Voute sur le Noyau circulaire, avec quelques petits changemens de direction des têtes & des lits, qui ne doivent pas tendre au centre de l'Ellipse du Noyau, mais être perpendiculaires à la tangente du Noyau, aux points où ils le rencontrent.

Il n'y a donc pas de difficulté pour l'exécution, mais il y en a un peu pour en tracer le plan horizontal sur des termes donnez.

Premierement, si le Noyau est Ovale d'une composition d'arcs de cercles, dont les deux centres des petits arcs soient dans la masse du Noyau, il n'y aura point de difficulté à continuer toutes les Ovals concentriques qui doivent marquer les projections des joins de lit, & le contour du mur de la Tour en Ovale.

MAIS si le contour concave de ce grand pied-droit de la Tour, étoit donné de même composition d'arcs de cercles, & que les centres de ses arcs donnez sur le grand axe, fussent hors de la masse du Noyau, c'est-à-dire, dans le vuide de la Voute, on ne pourroit plus lui tracer un Noyau parallele, je veux dire équidistant du contour creux de la Tour qui porte la Voute, ce qui est clair par ce que nous avons dit du Trait des *Voutes sur un plan Ovale*.

Secondement, si la révolution de la Voute est Elliptique réguliere, je veux dire, que le contour du Noyau & celui du mur de la Tour soient deux Ellipses Géométriques concentriques au centre du Noyau C^n & semblables, qu'on appelle Asymptotiques, comme sont les quarts Ea , Qb de la figure 216, il est évident par les Théoremes 1, 4 & 5 du premier livre, & ce que nous avons dit des Voutes Sphéroïdes, que l'intervalle du vuide de la Voute sera toujours inégal dans chaque quart d'Ellipse, depuis le grand axe $C^n Q$ au petit $C^n b$; ainsi tous les rangs de Vouffoirs seront de largeurs inégales & gauches, c'est cependant la figure la plus réguliere. Fig. 216.

Troisièmement, si l'on donne pour le contour creux de la Tour, une Ellipse $Qc cb$, & qu'on veuille que la Voute ne soit pas plus large dans un endroit que dans l'autre, il faut prendre sur cette Ellipse autant de points que l'on voudra à volonté en C, C, C , desquels comme centres, & d'un intervalle donné pour rayon, qui sera la largeur de la Voute, par exemple ab , on tracera autant d'arcs de cercles vers $d d \infty$ auxquels on menera à la main ou avec une regle pliante, une ligne courbe $ad d X$ qui les touche tous sans les couper; cette ligne sera le contour du Noyau demandé, laquelle Courbe ne sera plus une Ellipse semblable, mais une *Epicicloïde* ou *Roulette*.

D'où il suit, comme dans le premier cas, que ce Noyau deviendra angulaire au point X .

Quatrièmement, si au contraire on donne le quart d'Ellipse convexe Ea pour contour du Noyau, on cherchera par la même pratique le contour concave correspondant vis-à-vis, qui doit terminer celui du creux de la Tour sur un rayon donné pour la largeur de la Voute, par exemple ab ou EQ , par le moyen duquel on tracera autant d'arcs que l'on voudra avoir de points de l'Epicicloïde, laquelle sera la courbe menée par l'atouchement de tous ces arcs en $Q z z z$.

CETTE construction est la plus réguliere & la plus convenable à la beauté intérieure de la Voute & de son Noyau, dont le contour peut être tel qu'on le souhaite.

Les projections des joins de lit se traceront aussi de la même manière, & seront équidistantes du pied-droit, comme l'on voit *Y y b*.

Le plan horizontal de la Voute étant tracé, il sera facile de faire les ceintres tels qu'on voudra surhaussez ou surbaissez avec leurs divisions & aplombs de retombées à l'ordinaire, un seul suffira si la Voute est par tout également large, mais si elle est faite en anneau régulièrement elliptique, ce ceintre & ses divisions changeront continuellement dans le quart d'Ellipse. Si le ceintre sur la plus grande largeur *E Q* est circulaire, comme son égal *A H B*, celui de la petite distance *a b b* sera surhaussé, afin que la clef & tous les joins de lit soient de niveau. Il n'y a pour en faire le Trait qu'à suivre ce qui a été dit, pour les divisions proportionnelles des diamètres des Ellipses d'inégales largeurs & de même hauteur.

PAR les points *1', 2', 3', 4'*, provenant des points *1, 2, 3, 4*, du ceintre primitif *A H B*, on tirera des lignes parallèles à la corde *Q b*, qui couperont le diamètre *a b* aux points *s', s'', s''', s''''*, par lesquels on élèvera des perpendiculaires égales aux hauteurs des retombées du ceintre primitif *1 p', 2 p'', &c.* lesquelles donneront les points *1., 2', 3', 4'*, au contour de l'Ellipse surhaussée *a b b*.

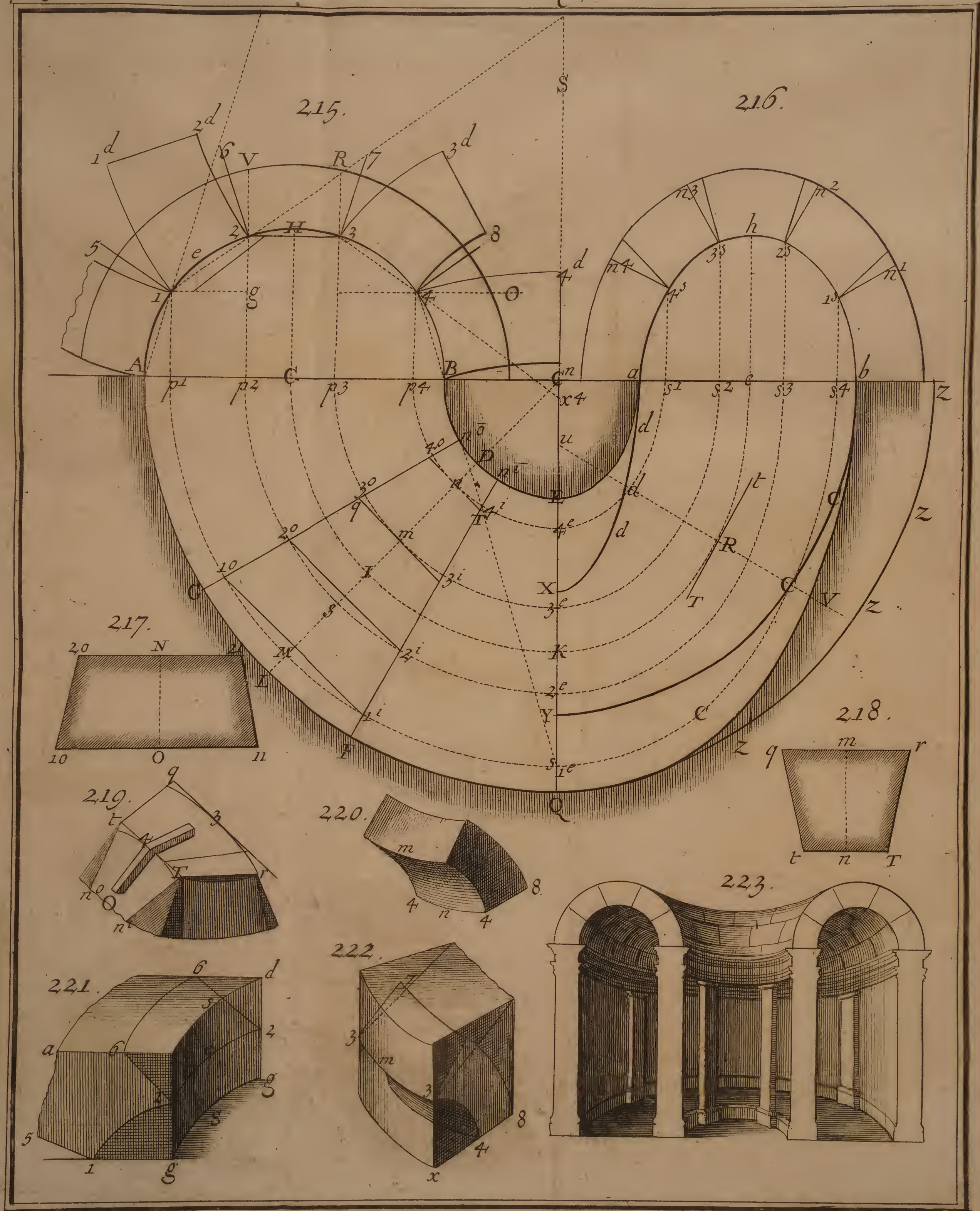
IL suit de cette construction, qu'à faire les joins montans suivant la règle; ils ne seroient pas en ligne droite par tout ailleurs qu'aux axes, ainsi qu'il a été dit de ceux des Voutes Sphéroïdes.

Des Voutes sur le Noyau incompletes.

PUISQUE la partie concave d'une Voute sur le Noyau, depuis son grand pied droit jusqu'à la Clef, n'est autre chose qu'une Voute de four surbaisée, il est visible que chaque rang de Vouffoir complet fait Clef, c'est-à-dire, se soutient par lui-même; par conséquent qu'on peut ne faire que cette seule partie, laissant le milieu vuide, ou y substituant un plafond, telles sont les Vouffures des Salons ovales & des Tours rondes, ce que j'ai exécuté à une petite Chapelle Elliptique que j'ai fait bâtir dans un Fort.

IL n'en seroit pas de même de la partie convexe autour du Noyau; il est évident qu'elle ne peut se soutenir sans être appuyée par la concave opposée.

IL ne paroît pas nécessaire d'ajouter ici une explication démonstrative de tous les Traits de la Voute sur le Noyau, parce qu'ils ont tant de ressemblance



ressemblance à ceux des Voutes Sphériques & Sphéroïdes, qu'il est très aisé d'en faire une application de soi-même; faisant seulement attention à la différence de la Génération des Voutes sur le Noyau, dont le ceintre décrit par sa révolution autour du Noyau, autant de courbes horisontales, qu'il y a de divisions de Vouffoirs, lesquelles sont ordinairement équidistantes dans leur projection de l'intervalle des retombées, à moins que l'Anneau ne soit régulièrement Elliptique. D'où il résulte, hors de ce dernier cas, que ces courbes de projection des lits peuvent n'être pas de même espèce que celles du Noyau ou de la Tour, comme nous l'avons fait remarquer, mais des Epicycloïdes si le Noyau est donné de contour Elliptique, & le vuide de la Voute de largeur uniforme.

DES VOUTES HELICOIDES.

En termes de l'Art,

Des Berceaux Tournans & Rampans.

Si l'on suppose qu'une Voute sur le Noyau, au lieu de tourner horizontalement s'élève à mesure qu'elle tourne, il se formera une autre espèce de Voute qu'on doit appeler *Vis sur le Noyau*, cependant on luy donne ordinairement deux differens noms; si le Noyau est d'un diamètre assez grand pour pouvoir être vuide dans le milieu, on l'appelle *Berceau tournant & rampant*, tel est celui qui est représenté en Perspective à la fig. 225. mais si le Noyau est si petit qu'il soit plein en façon de Colonne, on appelle la Voute, *Vis St. Giles*, parce que la plus considérable ou peut être la première a été faite au Prieuré de *St. Giles*, en Languedoc.

De ce que nous venons de dire, il suit 1°. que la Génération des *Vis sur le Noyau* ne diffère de celle des *Voutes sur le Noyau*, qu'en ce que le demi cercle Générateur AHB, qui faisoit sa révolution sur une Courbe horisontale, la fait en s'élevant sur une helice sans incliner son plan & son diamètre, & sans en changer la Direction du côté de l'axe de cette Helice.

2°. QUE chaque point du demi cercle Générateur pris à son diamètre, ou à sa Circonférence décrit par ce mouvement, une helice de même nature que celle de la révolution centrale, c'est-à-dire dont la projection sera une Courbe de même espèce, circulaire, ou Elliptique, mais que chacune de ces helices sera non seulement différente de la centrale, mais encore qu'elles sont toutes différentes entr'elles, en sorte qu'il ne s'en trouvera pas deux égales; celles qui feront les plus

G g g

près de l'axe , feront les moins courbes & moins inclinées, que celles qui en font plus éloignées.

3°. QUE cependant celles qui seront produites par les mouvemens des points, qui sont de niveau entre eux , comme 1 & 4, 2 & 3, de la fig. 224. & tous ceux du diametre A B , marcheront à pas égal , en hauteur , & parviendront en même tems à la ligne perpendiculaire , à l'axe de la Vis & au plan tangent de l'helice de révolution centrale. J'appellerai celles-cy des *Helices compagnes*.

4°. QUE les lignes dont l'inclinaison est donnée avec le diametre A B , ou un arc du cintre Générateur , comme sont les coupes des joins de tête , conserveront aussi toujours leur même inclinaison , à l'égard de l'horison , ou d'une ligne à plomb parallele à l'axe de la Vis.

5°. QUE non seulement chaque point du demi cercle Générateur , ou d'un autre cintre Elliptique ne change pas de hauteur relative à son diametre horisontal , mais encore qu'il ne change pas de distance à l'égard de l'axe de la Vis , lorsque la projection de l'helice est circulaire ; il n'en est pas de même si la projection de l'helice est elliptique ; car alors il est visible que le cintre Générateur & ses parties s'en aprochent , & s'en éloignent deux fois à chaque révolution complete. J'appellerai cette distance de l'helice à son axe le *demi diametre de l'helice*.

6°. Enfin il suit de cette Génération , que la surface d'une Voute en Vis est un composé d'une infinité d'helices inégales quoique de même espece , qui forment une Doële , & des lits intrinsequement *gauches* , de sorte qu'on ne peut y adapter une surface plane quadrilatere qui puisse la toucher par ses quatre angles ; par conséquent qu'on ne peut faire une telle Voute par la voye des panneaux de Doële plate simple , sans y ajouter un second panneau en joint , qui atteigne au quatrième angle , comme nous avons fait à la *Trompe en Niche sur le coin* , ce qui jetteroit une confusion dans le Trait ; ainsi l'on peut dire avec Mr. de la Ruë que la voye des panneaux ne convient pas à ces Voutes , mais non pas qu'elle soit impossible comme il le dit , puisqu'il est toujours possible de faire passer un plan quadrilatere par trois points , & trouver la distance d'un quatrième point donné à ce plan , par un second panneau en retour.

PROBLEME XXII.

Faire une Voute en Vis d'un ceintre quelconque.

En termes de l'Art,

*Faire la Vis St. Giles, en plein ceintre, surbaussée
ou surbaissée.*

Soit, Fig. 224. le quart de cercle BDE Cⁿ, le Noyau de la Vis. Fig. 224. c'est-à-dire le quart de Noyau auquel les trois autres sont égaux, & le quart de cercle ALQ, le plan horizontal de la Tour ronde, dans laquelle est la Voute en Vis, tournant & rampant autour du Noyau.

On commencera par faire les divisions du ceintre AHB, & les projections des joins de la même manière, que pour la Voute sur le Noyau, dont nous venons de parler.

ENSUITE on divisera le grand arc ALQ, en autant de parties égales qu'on voudra, pour assigner à chacune une hauteur arbitraire par exemple celle d'une marche de l'escalier, qu'on suppose dans la Tour Voutée, par exemple en fix aux points 1^r FLG, 5^r Q, dont les intervalles rampent, chacun de six pouces en hauteur. Par tous ces points on tirera les lignes droites au ceintre Cⁿ du Noyau, qui couperont la Circonférence aux points n¹, n², D, &c.

Ou bien sans égard aux marches, assigner au quart de révolution une hauteur comme fB, premièrement il faut développer les deux helices, qui se forment aux impostes de la Voute, l'une au Noyau BDE, l'autre au mur de la Tour ALQ, ce que l'on fera par le moyen des divisions, que nous venons de trouver sur la projection de l'une & de l'autre, par les hauteurs qui leur sont assignées. Développement.

Ou bien en rectifiant tout d'un coup, chacun de ces Arcs ALQ & BDE, & prenant la hauteur totale qui seroit dans cet exemple de 3 pieds, suposant chaque hauteur de six pouces.

ON fera donc à part Fig. 230. un angle droit f a Q, on portera sur f a Fig. 230. la hauteur donnée pour un quart de révolution, & sur a Q la longueur de l'arc ALQ de la fig. 224. rectifiée en portant successivement autant de petites parties qu'on jugera à propos, par exemple ici seulement les six de la première division 1^r, F, L, G, 5^r, Q, plus il y en aura, plus l'opération sera exacte; & l'on tirera l'hypoténuse fQ, laquelle sera le dé-
G g g ij

velopement de la premiere helice , de la naissance de la Voute sur le côté de la Tour creuse.

Fig. 230. ON rectifiera de même tous les Arcs des projections des joins de lit, $p^1 q^1$, $p^2 q^2$ &c., & celui du contour du Noyau B D E, où est l'autre naissance de la Voute, pour avoir au développement de la *fig. 230.* les points e , q^4 , q^3 , q^2 , q^1 , Q, par lesquels & le Sommet S, on tirera des lignes droites se , sq^4 , sq^3 , sq^2 , sq^1 , qui seront les deux développemens de chacune des helices des joins de lit.

ON déterminera ensuite la longueur du Vouffoir qu'on se propose de faire par des lignes tirées sur le plan horifontal, par exemple pour un Couffinet de la Tour creuse, la longueur F G; par les extrémités F, G, & le milieu L, on tirera des lignes au centre C du Noyau, qui couperont la projection du premier lit, aux points $1^o 1^1$, & ayant prolongé ces lignes dans l'épaisseur du mur à volonté pour la queue de la pierre qui doit y entrer en r & f , la figure quadrilatere mixte $r 1^o 1^1 f$, fera la projection du Vouffoir qu'on se propose de faire, dont les côtez n'étant pas dans leurs mesures, à cause de l'inclinaison de la Voute, il faut en chercher la valeur comme on va le dire.

Fig. 229. PREMIEREMENT, on tirera les cordes $1^o 1^1$, F G, & la parallele rs , qui couperont le ligne du milieu aux points M, m , m^2 ; puis on fera à part, comme à la *Fig. 229.* une verticale X L, & une horifontale rS , sur laquelle on portera de part & d'autre du point L, les longueurs des moitié des cordes $m^2 r$ en L r , & L S; M F de la *fig. 130.* en L F & L G, de la *fig. 129.* & M 1^o en L 1^o & L 1^1 ; puis par tous les points r , S, F, G, 1^o , 1^1 , on tirera des paralleles à X L indéfinies, qui seront les bornes des trois différentes helices des arêtes du Vouffoir, 1^o au lit de dessus 2 o à celui de dessous à la naissance, & 3 o au même lit de dessous dans l'épaisseur du mur prise en rf de la *fig. 224.*

IL faut présentement chercher la hauteur dont chacune de ces helices s'éleve en rampant sur la longueur horifontale donnée, & parce que elles doivent toutes s'élever au même niveau, il suffit d'avoir la hauteur de l'une pour les avoir toutes.

ON portera la rectification de l'arc F L G, de la *figure 124.* en Q F de la *figure 130*; la hauteur 2 F fera celle que l'on cherche, qu'on portera à la *figure 129.* en F f par où tirera l'horifontale iR qui coupera les verticales sur rR & $1^o i$ en R & i . On tirera par ces points & les opposez de l'autre les lignes R S, fG & $I 1^1$ qui marqueront les inclinaisons différentes de chacune des helices des arêtes du Vouffoir proposé, au lit de dessous; où elles se croiseront toutes en M.

POUR tracer les helices du lit de dessus, il faut premierement porter sur la ligne du milieu XL, la hauteur de la retombée $1 p'$, de la fig. 224. en $M m$ de la fig. 229. & au dessus de la hauteur $N 1$ de la fig. 224. prise de niveau à un point a , ou à un autre point ς , pris à volonté sur la coupe $1. \varsigma$, & par les points m & N on tirera des paralleles à la ligne du dessous, $i 1'$. comme $V u$, & cd terminées aux verticales $1. C$, $1. y$.

PAR le point N on tirera aussi kl parallele à $F G$, si le point N a été pris de niveau au point a de la fig. 224. mais si ce point est pris ailleurs comme à la hauteur d'un autre point, à volonté comme ς . qui réponde per exemple au point u de la projection sur la ligne $F u$, on tirera par le point C une horisontale a , sur laquelle on portera la longueur $I u$ de la fig. 224. en $X K$, & par le point K & N on tirera la ligne kl , faisant $N l$ égal à $N k$, l'on aura une projection verticale du Vouffoir, $R a c d b s 1' R$, qui donnera toutes les mesures de la hauteur & de la longueur de la pierre comprise par des lignes droites, qui n'expriment pas les arêtes du Vouffoir, qui sont des helices, mais seulement leurs cordes passans par trois de leurs points chacune, sçavoir, leurs extrémitez & le projection verticale du milieu.

OR comme ces helices ont pour projection horisontale un arc de cercle, si la Vis est circulaire, il suit que ces courbes sont à la surface d'une portion de cylindre, dont les bases sont les arcs $F G$, $1^o 1'$, $u v$ de la fig. 224. il faut commencer par former un segment de cylindre, assez grand pour pouvoir les y tracer.

C'EST pourquoi il faut tirer des lignes droites par les points les plus avancez C & b au lit de dessus, & R & $1'$ à celui de dessous des lignes $t b$ & $R T$, la tranche de cylindre $R t b T$, qui sera circonscrite aux angles du Vouffoir, fera capable de le contenir dans toute son étendue.

IL faut présentement chercher la valeur de l'arc, dont la projection est l'arc du centre $1^o n 1'$ de la partie du Vouffoir la plus avancé en dedans, qui a pour corde la ligne inclinée $x 1'$ de la fig. 229. au lit de dessus, ou $C y$ au lit de dessous, lequel arc est une portion d'Ellipse, & non pas une portion de cercle, comme le font tous les Auteurs de la coupe des pierres, par l'operation des *trois points perdus* il faut en chercher les points comme il suit.

ON divisera la moitié de la projection $1^o m$ de la fig. 224. en deux également en o , pour tirer $o p$ parallele à la fleche $m n$, puis ayant divisé le ligne $i 1'$, ou $C y$ en quatre parties égales aux points o , M , O , & tiré par ces points des perpendiculaires, on y portera les longueurs

Mn de la fig. 224. & op , en Nn , op & Op de la fig. 229. & par les points $CpnPy$, on tracera à la main ou avec une regle pliante la courbe sur laquelle on doit former la cerche, pour creuser la surface cylindrique de préparation à la taille du Vouffoir.

LES Auteurs en dicrivent autant qu'il y a d'autres helices, mais dans notre méthode on verra qu'une seule nous suffit, on pourroit même se contenter de l'arc de cercle $1^o n 1'$, si l'on vouloit faire un premier Vouffoir qui portât son couffinet de niveau à la naissance de la Voute.

Aplication du Trait sur la Pierre pour la formation des Vouffoirs concaves.

Fig. 224. AYANT dressé un parement de suposition verticale, on y apliquera le panneau en Rhumboïde, de la Section plane faite par une corde par exemple $1^o 1'$ du premier Vouffoir du côté de la Tour où il forme la naissance de la Vis, lequel est le parallelograme $\propto cy 1'$ de la fig. 229.

Fig. 229. LE contour de ce panneau étant tracé sur le parement, on abatra la pierre à l'équerre sur les deux côtez Cy & $\propto 1'$, pour former deux lits plans inclinez, sur lesquels on tracera par le moyen d'un panneau ou d'une cerche l'arc Elliptique ralongé $\propto pn p 1'$, posant sa corde en haut sur le côté Cy , & en bas sur le côté $\propto 1'$, par le moyen de ces deux arcs on creusera à la regle une surface concave cylindrique, comme elle est représentée à la fig. 228.

Fig. 228.

ON portera ensuite la hauteur de la retombee $1 p'$ de la fig. 224. en $1' u$ de la fig. 229. sur le côté de l'arête $y 1'$, & la même hauteur sur le côté opposé $C \propto$ en $i V$, de sorte que l'intervale $\propto V$ de ce côté est plus grand que $1' u$, de l'autre de la hauteur $\propto i$ comprise entre la ligne de niveau $R i$, & l'inclinée $R T$, passant par les points les plus avancez R & $1'$, entre les points repaires sur les arêtes en u & V , on trouvera une helice avec le panneau de développement, de celle qui passe par les points $p' q'$ de la figure 224. qui est à la figure 230. le triangle rectangle $V' g q'$, lequel panneau fera fait de carton, ou d'une l'anie de plomb, pour être appliqué dans le creux du parement concave, formé pour la préparation de la figure 228. en posant le côté $V' g$ sur l'arête $C \propto$ de la figure 229. le point V' sur V , la pointe q' tombera de l'autre côté en u .

ON peut aussi tracer la même helice sans panneau flexible, seulement avec une regle pliante, sur laquelle apuyant d'une main pour la faire toucher au fond du creux, on tracera avec l'autre l'helice $V m u$, qui

fera l'arête de la doële avec le lit de dessus du Vouffoir, par le moyen de laquelle on trouvera celle de l'arête du lit de dessous.

IL faut auparavant former les têtes oposées du Vouffoir, par le moyen d'un biveau mixte, F 10 p n pris sur le plan horifontal de la fig. 224. dont les branches seront posées d'équerre aux arêtes $x C$ & y^1 , comme il est marqué aux fig. 228. en F p & 229. en d o. Sur chacune de ces têtes on trouvera par le moyen d'un panneau, ou d'une cerche l'arc A 1, de l'élevation de la figure 224. & sa coupe 5. 1, comme on le voit en raccourci à la figure 229. en bas en l u G, & à celle d'en haut en C V f. On formera ensuite un biveau mixte N 1 A, à la même élévation, qui est compris par l'aplomb N 1, & l'arc de la doële 1 A.

ON posera la branche droite N 1 parallèlement aux arêtes $C x$ & y^1 , & on abattra la pierre suivant l'exigence de l'autre branche courbe convexe, pour creuser la doële, observant que le plan de ce biveau, soit toujours bien perpendiculaire à la surface concave, & que son angle 1 coule toujours sur l'hélice, qui a été tracée en V m u, l'extrémité de la branche courbe tracera par ce mouvement l'arête du lit inférieur avec la doële.

ENFIN on formera un second biveau de lit & de doële sur l'élevation de la figure 224. en 5 1 A abattant la pierre suivant l'exigence de la branche droite, la courbe servant ici de guide, comme la droite seroit au premier biveau d'aplomb & de doële; Si le cintre est circulaire, le même biveau renversé servira pour les lits de dessus & de dessous, observant de tenir ce second précisément dans la même situation verticale, & son plan perpendiculaire au creux cylindrique, en sorte que s'il étoit prolongé il passât par l'axe de la Vis, supposé au point C.

Formation des Vouffoirs convexes.

IL faut se ressouvenir que j'appelle Vouffoirs convexes ceux qui sont du côté du Noyau, depuis la Clef jusqu'à la naissance sur le Noyau, parce qu'ils sont en effet convexes dans le contour horifontal, quoiqu'ils soient encore concaves dans le contour vertical, de sorte qu'on pourroit les appeler *concavo-convexe*.

LORSQUE le Noyau est assez gros pour être composé de plusieurs pièces dans son circuit horifontal, il est clair que la construction des Vouffoirs convexes n'est qu'un renversement de celle des concaves, en ce qu'il faut commencer par former une surface cylindrique convexe fig. 227. pour tracer l'arête de lit supérieur, & de doële au lieu de la Fig. 227.

cylindrique concave, que nous avons formé à la fig. 228. & 229. & que le Vouffoir doit être plus large à la doële qu'à la queue, comme le représente la fig. $c f^n g^n d$ de la fig. 227. au lieu que le contraire est observé aux Vouffoirs concaves.

CETTE difference au reste ne change en rien le fond de la construction, de sorte qu'en jettant les yeux sur la figure 227. on peut y reconnoître celle de la figure 229. observant que celle-cy étoit pour un des premiers rangs des Vouffoirs concaves, à la naissance, & que la figure 227. est celle d'un Vouffoir du second rang concave convexe, dont l'hélice $a b$ a sa projection au quart de cercle $p 3 q 3$, & son développement à la figure. 230. est le triangle rectangle $v^3 q^1 q^3$, il sera facile d'en faire usage comme du premier $V^1 g q_1$, ainsi je crois pouvoir me dispenser de détailler la construction de la fig. 227. où il ne peut avoir aucune nouvelle difficulté.

IL n'en seroit pas de même pour la formation du premier rang des Vouffoirs convexes, à leur naissance sur le Noyau, si le Noyau est un si petit diamètre qu'on soit obligé de le faire d'une pièce à chaque assise, comme l'on fait les colonnes par *tambours*, & même s'il n'étoit fait que d'un petit nombre de pierres à chaque assise, comme de trois ou quatre par ce qu'alors il faut que les Vouffoirs en Tambours portant la rampe du coussinet pour que les lits soient de niveau, ce qui nous oblige à chercher deux courbes de sections de la Vis par un plan horizontal.

LA première est la section d'un corps heliboïde convexe, coupé par un plan perpendiculaire, à l'axe de ce corps cylindrique tournant, & rampant autour de son axe, laquelle courbe donne le contour des arêtes de la doële avec des lits de niveau, ou plutôt les arêtes des doèles de deux Vouffoirs portans coussinet.

LA seconde courbe qu'il faut trouver, est la section d'un corps helicoïde en Vis, dont la surface est toute convexe dans son contour, mais droite dans sa direction à l'axe de la Vis, à la difference de la doële qui étoit courbe en tout sens.

Première Courbe de section horizontale.

Fig. 224. & 230. POUR la facilité de l'instruction, nous ne suposerons ici que le quart de l'hélice, & du Noyau $B D E C^n$. On commencera par diviser sa Circonférence $B D E$, en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points en la courbe, comme ici en six aux points $n^1, n^2, D n^4, n^5, E$, par lesquels on tirera autant de droites indéfinies parallèles à l'axe $Q R$,
sur

sur lesquelles on portera successivement les hauteurs de la ligne sc de la fig. 230. qui est le développement de l'hélice du contour du Noyau au dessus de l'horizontale AC , par exemple 51^{re} de la fig. 230. en $5a$ de la fig. 224. $4V^{\text{re}}$ en $4b$, $d3^{\text{re}}$ en g^e , 24^{re} en $2d$, ainsi du reste, & par tous les points C^{re} , a , b , c , d , e , f , on tirera une ligne courbe $c^{\text{re}}f$, qui fera la projection verticale de l'hélice de la naissance de la Voute en Vis sur le Noyau ; comme cette naissance doit être coupée par le lit horizontal du tambour à la hauteur de la première retombée de la division 4 du ceintre AHB , il faut chercher les différentes saillies de la Voussure de cette naissance, à la hauteur du lit du niveau du tambour. C'est pourquoi on mènera par chacun des points donnez à la projection de l'hélice $abcdef$, des horizontales parallèles au diamètre AB , comme aC^1 , bC^2 , cC^3 &c. & une autre horizontale dR par le point 4 de l'arc HB qui représentera le lit de dessus du Tambour.

ENFIN avec le rayon AC transporté successivement sur toutes les horizontales en aC^1 , bC^2 , & on trouvera tous les points c^1 , c^2 , c^3 , c^4 , desquels on décrira des arcs $c^{\text{re}}g$, ag , bg , cg , qui couperont l'horizontale dR aux points W , x , y , z , où seront les avances que l'on cherche.

AINSI prenant à volonté un point P sur l'arc de la projection du joint de lit p^4q^4 sur un rayon de la révolution n^5 , 5^{re} , pour la plus grande saillie, qui est celle de la retombée p^4B , on portera sur le rayon suivant n^4G , l'intervalle xW de la ligne verticale n^5b à l'arc ag coupé par l'horizontale dR en x , cette longueur xW portée sur n^4G , donnera le point X , qui est un de ceux que l'on cherche ; on continuera de même à porter l'intervalle yn sur DL , pour avoir le point Y , & l'intervalle zn sur n^2F , pour avoir le point Z , & comme l'hélice af est coupée par l'horizontale dR au point d , il n'y aura point de saillie en ce point, qui répond au point n^1 du contour horizontal du Noyau, ainsi on tirera à la main ou avec une règle pliante la ligne courbe n^1YXP , par les points trouvez n^1ZYXP , qui fera celle que l'on cherche, pour section horizontale de la doële à hauteur du point 4, de la première retombée du côté du Noyau.

Seconde Courbe de section horizontale au lit de la Vis.

Le même plan horizontal qui a coupé la doële depuis le point d jusqu'au point R^{re} , à l'élevation suivant la courbe n^1YXP du plan horizontal coupe ensuite le lit de la Vis suivant une courbe différente PxE , depuis le

Fig. 224.

point P, qui est commun aux deux sections jusqu'au point E qu'il faut trouver.

On prendra la hauteur r_0 du point r , où le joint de têt e 4 8 coupe l'aplomb du Noyau fB , sur l'horizontale 4 R, & on la portera à la figure 230. du point a en R, par où on tirera une parallèle à la base ae , qui coupera la ligne se au point 1^n , d'où l'on abaisse sur ae la perpendiculaire $1^n 5$.

On portera ensuite la longueur rectifiée $5e$ sur l'arc B E de la figure 224. du point n^s , qui répond au point P, sur la ligne Cⁿ P de n^s en E en la cinglant, c'est-à-dire en appliquant & pliant cette longueur sur la ligne courbe, ce qui se fait de deux manières, ou en prenant successivement des petites parties de la longueur $5e$ de la figure 230. & les portant de même sur l'arc B E, ou en prenant sur une règle la longueur $5e$, & en la tournant comme une tangente mobile, depuis le point n^s jusqu'à, ce que le point e de la règle deviennent celui de l'atouchement de la règle au point e .

CELA fait on a déjà deux points de la courbe en P & E, il faut en chercher d'autres; ayant divisé l'intervalle du point 4 e en autant de parties égales qu'on voudra avoir de ces points, par exemple seulement en deux en m , on divisera aussi en même nombre l'arc $n^s E$ au point u , par où on tirera du centre Cⁿ une ligne indéfinie $u x$, sur laquelle on portera la distance $m V$ du point m , au nud du Noyau fB , de u en x , la ligne menée à la main ou avec une règle pliante, par les points P x E, sera celle que l'on cherche pour la section horizontale du lit de la Vis.

L'ESPACE que les deux courbes $n^s Y P$ & $E x P$ comprennent, est la section horizontale de la Vis coupée par le lit horizontal d'un Tambour du Noyau, tant à la doëte qu'au lit, dont on fera usage comme il suit.

Formation d'un Tambour d'une portion d'assise du Noyau, portant la Naissance de la Vis.

Si le Noyau de la Vis est d'un assez petit diamètre pour être fait d'un seul Tambour, il faudra ajouter à chaque extrémité de son diamètre l'allongement de la première retombée $p^4 B$, & sur ce nouveau diamètre former un Tambour en tranche de cylindre, pour qu'il puisse comprendre le Tambour du nud du Noyau, & la faillie de la naissance.

Pour la facilité de l'instruction nous supposerons le Noyau assez grand pour être fait de quatre pièces à chaque assise, ainsi nous ne formerons

Fig. 226. qu'un quart de tambour, comme on voit à la fig. 226.

ON commencera par former un quart de Tambour, dont la hauteur sera celle de la retombée $4p^4$, & les lits de dessus & de dessous jaugez, & en retour d'équerre sur les joints montans, seront égaux au quart de cercle $C_n p^4 q^4$ de la fig. 224.

ON levera ensuite le panneau $B n^1 Y P E$, qu'on appliquera sur le lit de dessous en $e p m$ de la fig. 226. puis ayant tracé un quart de cercle $E D B$ au lit de dessus avec le rayon $C_n B$ de la fig. 224. on portera sur son contour l'intervalle $E n^2$, de quatre divisions, parce que le point n^2 répond aplomb sous le point d , où l'horizontale $4 d$ coupe l'hélice de la naissance $C_n d f$, & l'on aura pour reculement du lit sur le Tambour le point D de la fig. 226. par lequel on tirera du centre C_n , la ligne $C_n L$ qui coupera l'arête supérieure du grand Tambour $p^4 P q^4$ au point L par lequel, & par le point q on tracera l'hélice $L l q$ sur la surface du plus gros cylindre avec une règle pliante.

ON portera ensuite l'intervalle $q p$ du lit de dessous, en $L P$ au lit de dessus, & par les points p & P , on tracera avec une règle pliante appuyée sur ces deux points une seconde hélice semblable à la première. Enfin ayant tiré à la fig. 224. une ligne du centre C_n par l'origine n^1 , de la section de la doële $n^1 Y P$, qui coupera l'arc $p^4 P q^4$ au point K , on portera la distance $q^4 K$ en $q p K$ de la fig. 226. pour avoir le point K , qui répond au point n^1 de l'origine de la section horizontale de la doële, & au lit de dessus en reculant le panneau, on aura le point de la même naissance qui tombe au-delà du quart de cercle, par le moyen duquel on trouvera une troisième hélice parallèle, & égale aux deux précédentes.

LA pierre étant ainsi tracée, on abattra quarrément 1^o , le prisme mixte $D L q q^4 E e D$, pour avoir l'angle rentrant en hélice $D e$.

SECONDEMENT le prisme triangulaire mixte $D L P p q e D$ par le moyen d'une petite cerche concave formée sur la ligne convexe $P x E$ de la fig. 224. qu'on tiendra toujours de niveau, c'est-à-dire parallèle au lit.

TROISIEMEMENT on abattra le prisme mixte $p^4 B b a k n^1 B$, pour avoir l'angle rentrant du tambour, & de la naissance ébauchée avec le nud du Noyau. Enfin on abattra un quatrième prisme mixte $B p^4 P p k n^1 B$ par le moyen d'une cerche convexe, formée sur l'arc concave $A 1$ ou $4 B$ de la fig. 224. qu'on tiendra toujours dirigée au centre du Noyau, & son plan par l'axe du Noyau; & la pierre sera achevée.

Du Berceau tournant & rampant incomplet.

En termes de l'Art,

De la Vis à jour suspendue.

Si l'on supprime toute la partie convexe de la Vis St. Giles, le Noyau qui lui servoît d'appui devient inutile, par conséquent l'on peut le supprimer aussi, il semble du premier abord que cela ne se peut sans détruire le reste de la Voute, cependant l'expérience nous fait voir le contraire dans ces escaliers fort communs, qu'on appelle *Vis à jour suspendue en Voussure*, qui subsistent parfaitement par une raison semblable à celle que nous avons donné des Voutes Sphériques, & sur le Noyau incomplètes, qui est que les rangs des Voussoirs depuis l'imposte concave de la Tour jusqu'à celui qui forme la Clef, se soutiennent mutuellement, & pour me servir des termes de l'Art, *font Clef* chacun en particulier; la différence qu'il y a dans la Vis consiste en ce que le dernier Voussoir qui est le plus haut de chaque rang, n'étant pas buté contre un autre Voussoir, comme aux Voutes sur le Noyau, ne se soutiendrait pas sans un appui de quelque arcade, ou d'une pièce de bois de palier; mais aussi ce dernier Voussoir n'est pas si difficile à contenir qu'aux Voutes sur le Noyau, parce qu'il pousse très peu, particulièrement si la Vis est un peu roide, l'inclinaison de sa position en rejetant le fardeau sur les Voussoirs inférieurs qui lui servent d'appui.

Il ne paroît pas nécessaire d'entrer dans le détail de la construction de cette Vis incomplète, puis qu'elle est exactement la même que celle de la Vis St. Giles jusqu'à la Clef, le reste demeurant vuide & supprimé, il ne s'agit que d'une petite différence au rang de Voussoir, le plus élevé qui doit porter le Limon de l'escalier, sur lequel on met la Balustrade, ou un appui de fer.

Cette différence du dernier rang qui fait clef, consiste à faire le parement qui est aplomb du côté du vuide en portion de cylindre, de la hauteur que donne l'épaisseur de la Voussure en cet endroit, précisément de la même manière qu'il a été dit, pour l'ébauche d'un Voussoir concave destiné à la fig. 228. dans laquelle portion cylindrique ayant décrit les helices égales du haut & du bas *cd* & *i r*, on fera l'appui de la balustrade avec l'équerre, au lieu du biveau d'aplomb & de coupe, dont nous nous sommes servis pour former les lits de la vis, tenant toujours une des branches de l'équerre aplomb parallèle à l'axe du cylindre, en sorte qu'étant appliquée sur la surface concave, il ne paroisse pas de jour entre deux; l'autre branche qui est supposée de niveau, fera

toujours dirigée à cet axe , comme nous l'avons dit au commencement de ce livre , pour la formation des surfaces en helices page 37.

Nous parlerons plus au long des Vis à jours à la fin du 3^e. Tome.

Des Berceaux en Vis sur le Noyau Elliptique.

CE que nous avons dit des Voutes sur le Noyau elliptique , fournit déjà la maniere de faire les projections des vis , sans aucune difference , ce qui est clair.

OR cette projection étant faite , il ne se présente aucune nouvelle difficulté pour l'élevation , il n'y a qu'à se servir des mêmes Biveaux d'aplomb , de doële , & de coupe , que dans les exemples précédens , ainsi cette difference ne mérite pas qu'on s'y arrête.

IL n'est pas nécessaire non plus de parler du cas , où le ceintre primitif de la vis au lieu d'être circulaire , comme nous l'avons supposé est elliptique surhaussé ou surbaissé , parce qu'il est visible que la difference ne tombant que sur les coupes , il faut se servir des biveaux de la même maniere , qu'il a été dit pour les berceaux horisontaux de cette espece ; pour les biveaux d'aplomb & de doële , il en faut changer à chaque assise , que le ceintre soit circulaire ou non , ainsi il ne s'agit que de changer la branche courbe suivant l'exigence de la partie elliptique , que comprend le rang de Vouffoir que l'on fait.

Explication Démonstrative.

CE que nous avons dit au commencement de ce Chapitre , touchant la Génération des Berceaux tournans , & rampans en vis sur le Noyau , est déjà une bonne préparation , pour rendre raison de leurs constructions.

PREMIEREMENT on connoît que les surfaces de ces Voutes étant composées d'une infinité d'helices , qui sont des courbes à double courbure , elles sont intrinséquement gauches , de sorte qu'il est impossible d'y appliquer des panneaux de doële plate , qui les touchent en plus de trois angles ; ainsi les Apareilleurs qui du tems de Philibert de Lorme cherchoient à faire le Trait par panneaux , faute d'entendre le fond de la question , cherchoient l'impossible , suivant le méthode des doèles plates ou flexibles pour être appliquez à une surface conique , comme aux Voutes Sphériques. Ils pouvoient seulement se servir de panneaux flexibles de développement , pour en tracer les arêtes sur une surface cylindrique ,

dont l'intersection commune à la doële forme une helice , qui est l'arête de lit & de doële.

SECONDEMENT, puisque la Vis n'est en quelque façon qu'une répétition continuelle du ceintre primitif AHB , qui s'élève sur une helice , en changeant la direction de son plan , sans changer la situation horisontale de son diametre , il suit que tout ce qui convient aux berceaux touchant les coupes , les retombées & les biveaux d'aplomb & doële , convient aussi à nos Vis dans une ligne d'intersection seulement , qui est commune au berceau de niveau & la à Vis qu'il peut pénétrer.

DE la premiere observation que l'helice est une courbe à double courbe , qui peut être commune à un cylindre & à une vis , il suit que pour trouver plusieurs arêtes de lit & de doële , il faut aussi supposer plusieurs surfaces cylindriques , pour pouvoir y tracer par le moyen des panneaux flexibles, les helices des arêtes , suivant les principes qui en ont été donnez au troisieme livre , page 342. & fig. 281. La raison est que la surface helicoïde étant intrinséquement gauche , il est impossible de parvenir immédiatement à sa formation ; ainsi on est obligé de considerer chaque rang de Vouffoir comme enfermé entre deux cylindres , passans l'un par l'arête du lit de dessous avec la doële , l'autre par celle du lit de dessus , les uns concaves du côté de la Tour , les autres convexes du côté du Noyau.

PRESENTEMENT , si l'on considere les differentes helices , qui se forment aux arêtes de chaque Vouffoir , on reconnoitra qu'il y en a quatre , sçavoir deux aux arêtes de lit & de doële , & deux aux arêtes d'extrados & de lit ; car quand même la Voute ne seroit pas extradossée , on est obligé de supposer des largeurs égales à chaque lit , qui déterminent une arête d'extrados.

C'EST pourquoi en faisant l'élevation d'un Vouffoir ébauché en portion de cylindre il faut faire la projection de six helices , qui sont totalement inégales dans leur contour & dans leur inclinaison à l'horison , sçavoir , de trois helices à la surface cylindrique passant les points C, V, i ; (fig. 229.) & quatre aux arêtes du Vouffoir en K, v, f, R , desquelles il y en a une en V u , qui est commune à la surface du cylindre.

DE ces six helices il en a deux K L, cd au dessus , & deux autres RS, f r au bas de la portion du cylindre , qui doivent marcher à pas égal , quoique par de plus long & plus courts circuits , c'est-à-dire qui ne doivent pas plus s'élever n'y avancer en nombre de degrés dans le circuit , l'une que l'autre , en sorte que la ligne droite ac X perpendicu-

laire à l'axe de la vis qui passe par l'une de ces helices cd , qui est sur le cylindre, rencontre aussi la compagne KL qui est sur la vis, d'où il suit, que si l'on considère le point N , comme la projection d'une horizontale perpendiculaire au plan du papier, les deux helices compagnes KL , cd doivent passer par le point N , par conséquent les deux lignes droites KL & cd , de même que leurs égales RS & fr' qui se croisent en M , passent cependant chacune par trois points des deux helices paralleles & compagnes, qui sont toujours à distances égales l'une de l'autre; ainsi les points NM sont équivalamment doubles, & si au lieu des deux lignes droites RS , fr' on suppose deux courbes qui soient les projections verticales des helices compagnes, ces deux courbes qui se croisent au même point M , représenteront deux helices paralleles entr'elles, que j'appelle par cette raison compagnes; ce qui ne peut arriver en aucun cas des lignes droites, parce que les projections de deux paralleles en quelque situation qu'elles puissent être, sont aussi toujours paralleles entr'elles, quoique plus ou moins éloignées que les objectives qu'elles représentent; elles peuvent bien dans un cas se confondre en une, dans la projection, mais jamais elles ne peuvent se croiser.

CETTE projection verticale des arêtes du Vouffoir étant supposée, il est visible que pour en comprendre tout l'intervalle dans une portion de cylindre, il a fallu supposer des plans ab & RT , passans par les points les plus élevez c & b , & les plus bas R & r' ; de sorte que la surface du cylindre excède les helices qui doivent être tracées sur le cylindre, de deux triangles mixtes, ponctués à la fig. 228. en CYd , & xir' , lesquels doivent être retranchez par une coupe à l'équerre sur la surface cylindrique, pour que les lignes qu'on doit supposer tirées à l'axe, par les points de l'helice du cylindre, rencontrent à même hauteur, celle de l'arête du Vouffoir à la doële ou à l'extrados.

IL reste à démontrer que les points des Courbes de la situation horizontale de la doële, & celle du lit ont été bien trouvez.

PREMIEREMENT pour la section de la doële, puisque nous voulons que cette section soit faite par un plan horizontal, ce plan & la courbe de son contour sera représenté dans une projection verticale, par une seule ligne horizontale $4R$, passant par le point 4 de la division du premier Vouffoir du côté du Noyau; c'est un effet de la projection expliquée au deuxième Livre, page 207. parce qu'il est perpendiculaire au plan de description; il sera encore vrai par la même raison, que si l'on suppose plusieurs plans verticaux passans par l'axe en C'' , & par les points pris à volonté FLG , $5'Q$, ils couperont le Noyau suivant des lignes

droites, dont les points n_1, n_2, D, n_4, n^5, E , sont les projections horisontales, par lesquelles si l'on tire des perpendiculaires au dessus de l'horizontale $A C^n$, on aura la représentation des intersections de ces plans avec le Noyau, aux lignes $C^n R^n, 5^b, 4^b, 3^b, 2^b$, qui couperont l'horizontale $4 R^n$ aux points d, n, n, n, R^n de l'aplomb du nud du Noyau; mais parce que ce Noyau est débordé par une partie de la doële au dessus de la naissance de la Voute, exprimée en projection verticale par la courbe $C^n a b c d e f$, il faut trouver la faillie de la partie de la doële qui débordé le Noyau sur, chacune des sections des plans verticaux passant par l'axe C^n , & les points $F L G 5^r Q$.

PUISQUE les sections de tous ces plans sont des demis cercles égaux au Générateur $A H B$, il est visible que toutes ces faillies $R_n n, n x, n y, n z$, seront égales au Sinus versé de l'arc de cercle compris entre la naissance sur le Noyau, & la ligne horizontale $4 R$ passant par le point 4 , où est la hauteur du lit de dessus du Tambour; puisque les hauteurs $a n, b n, c n$, sont égales à leurs Sinus droits, qui sont déterminez par les restes des hauteurs $a b c d$, au dessus de l'horizontale $B C^n$, jusqu'à sa parallèle $4 R^n$; ce qui paroît évidemment à la plus grande hauteur $4 p^4$, laquelle est le Sinus droit de l'arc $4 B$, & $p^4 B$, son Sinus versé, lequel arc est égal à l'arc $C^n W$, la hauteur $C R$ égale à $4 p^4$, & par conséquent $W R^n$, égal $p^4 B$.

IL ne reste donc plus à prouver que les hauteurs de ces points $a b c d$, ont été bien trouvées, ce qui ne souffre aucune difficulté, puisqu'elles ont été prises sur les perpendiculaires comprises entre le développement du Noyau $B D E$, représenté à la fig. 230. par la ligne $a e$, & le développement de l'hélice $f e$, la hauteur $5 a$ de la figure 224. ayant été faite égale à $5 1^r$ de la figure 130; la hauteur $4 b$ de la figure 224. égale à $4 V^r$ de la figure 230. ainsi de suite, par conséquent la courbe $C^n f$ est la projection verticale de la ligne de la naissance de la Voute, sur le Noyau de la Vis, enfin il est clair que toutes ces faillies étant posées sur les projections des plans verticaux coupans la vis $1^r o^1 F n^2 L D n$, &c. en $n^2 z, D y n^3 x$, seront dans la situation où elles doivent être, puisqu'elles sont des parties de ces plans, dont la courbe $n^1 z y x P$ est celle de la section horisontale de la doële qui doit être ajoutée au nud du Noyau, pour former le premier Tambour qu'on se propose de faire.

L'EXPLICATION de la construction de la seconde courbe, de la section horisontale du dit lit, dont le profil est la ligne 4^8 , est peu différente de celle de la doële, en ce que la section du plan vertical $A H B$, qui donne la plus grande faillie en $n^5 P$, égale à la retombée qui est le Sinus versé $p^4 B$ de l'arc $B 4$, donne aussi la plus grande faillie du lit $4^0 = p^4 B$, qui est

qui est la projection de la ligne $4e$, qui excède le nud du Noyau fB , c'est pourquoi le point P est commun aux deux courbes de section de doële PYn^1 , & de la section de lit PxE ; or la hauteur re à la partie de l'hélice, dont la projection verticale est ed , & son développement à la figure 230. en fera la ligne 1^re , dont la projection est la droite $5e$ qui doit par conséquent être aussi le développement de l'arc horizontal od , à la projection verticale & de l'arc n^1E à l'horizontale, parce que le point n^1 répond à la plus grande faillie P , ainsi le point E fera la naissance de la faillie.

PRESENTEMENT il est clair que puisque la ligne $e4$ est divisée en deux également, en m , la hauteur eo sera aussi divisée également par la ligne mu au point u , par conséquent le point u répondra à la moitié de l'arc d'hélice ed , & de même à la moitié de sa projection; d'où il suit que le point v doit être au milieu de l'arc n^1E , & puisque la ligne mu doit tendre à l'axe v , & que la ligne x doit avoir la même direction, la faillie um sera bien portée en vx , par conséquent le point x est à la section du lit, donc la courbe PxE passe par trois points de la section horizontale du lit, *ce qu'il falloit faire.*

IL sera aisé de trouver autant de points qu'on voudra entre x & P , x & E , en sousdivisant $4m$ & me du joint 4^8 , si l'on veut avoir la courbe avec plus d'exactitude.

Remarque sur l'usage.

LA partie du Trait, qui concerne la maniere de faire porter la naissance de la vis, aux tambours du Noyau, n'est nécessaire que dans la construction de la vis St. Giles, proprement dit, où l'inclinaison de l'hélice du coussinet donneroit des angles trop aigus.

DANS les berceaux tournans & rampans autour d'un grand Noyau, où cet inconvenient ne se trouve pas, il convient mieux de faire les Vouffoirs des premieres retombées de la même maniere que les autres au dessus.

Au reste un bon Architecte qui n'a pas lieu de craindre la bombe, ne s'avise guere de vouter en vis St. Giles, un escalier qui est assez petit, pour que son Noyau puisse être fait de Tambours d'une seule piece à chaque assise; car alors il est censé que les marches ne sont pas trop longues pour être aussi faites d'une seule piece, de sorte qu'en les débardant par dessous, on fait à peu de frais une Voute en coquille, qui est fort propre.

Si l'escalier est trop spacieux pour qu'on puisse faire solidement les marches d'une seule piece, alors il ne convient pas de faire un Noyau si petit, parce que les marches deviennent ou trop étroites au collet, ou trop larges à la queue; dans ce cas on peut faire un Noyau assez épais pour y loger les coussinets de la vis, qui en forment la naissance de ce côté, comme on le pratique à son opposé dans le creux de la Tour, alors le trait des sections horizontales n'est d'aucune utilité.

Nous avons parlé au premier & deuxième livre du Trait des sections verticales des mêmes voutes, dont nous faisons aussi peu d'usage dans cette construction; il n'est en effet nécessaire qu'au cas qu'on voulût faire une *vis St. Giles, ronde dans une Tour quarrée, ou à plusieurs pans*; ce que personne que je sçache n'a proposé de metre en pratique, quoique la chose soit aussi faisable qu'une Voute Sphérique sur un quarré; la seule observation qu'il y auroit à faire, c'est que les cintres rampans des formerêts sur les murs des pans de la Tour, ieroient d'un contour peu agréable à la vûe dans le quarré; mais ils le deviendroient davantage à mesure que le polygone augmenteroit en nombre de côtez.

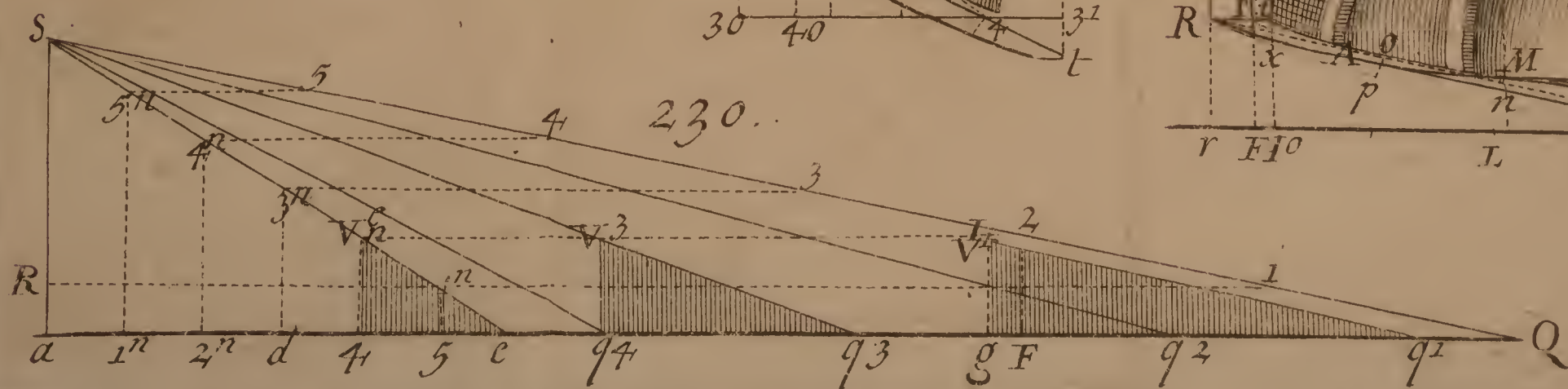
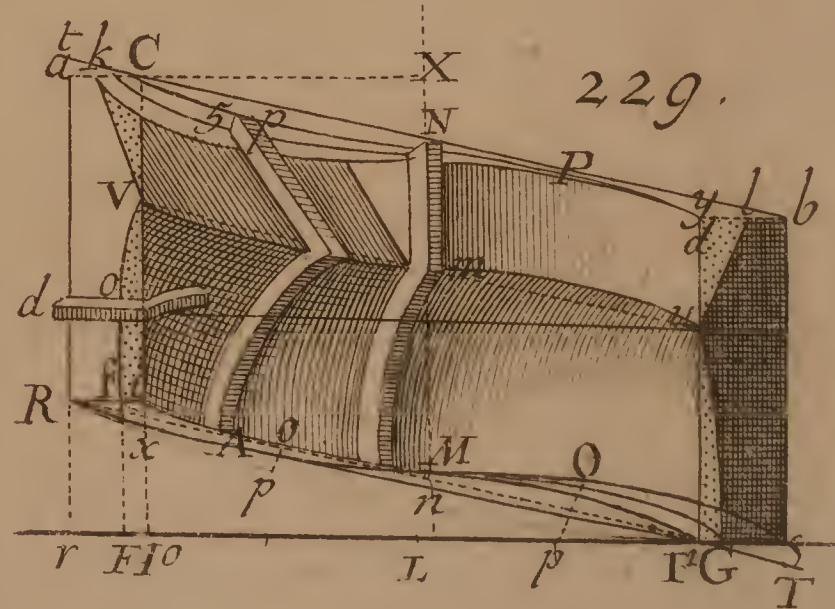
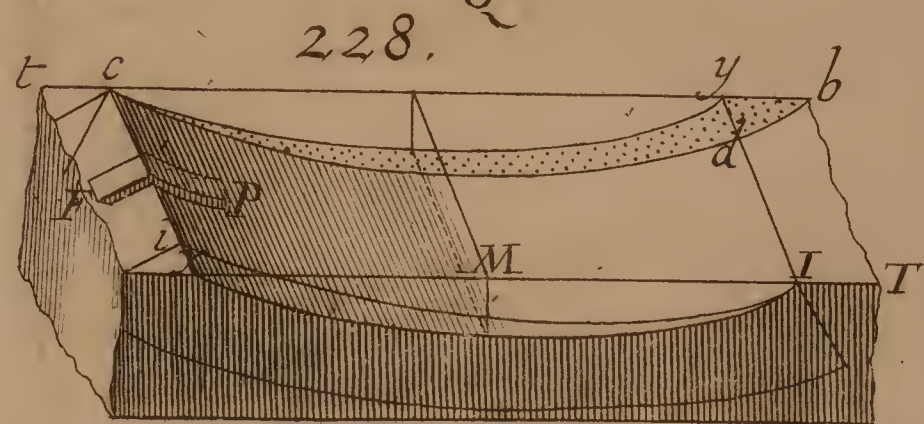
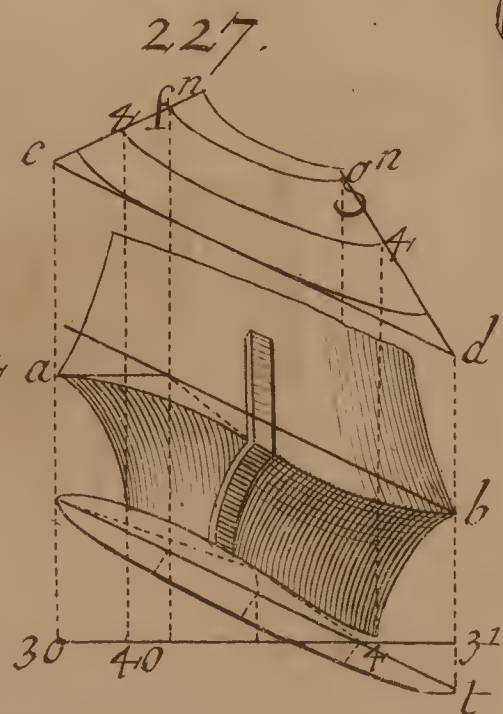
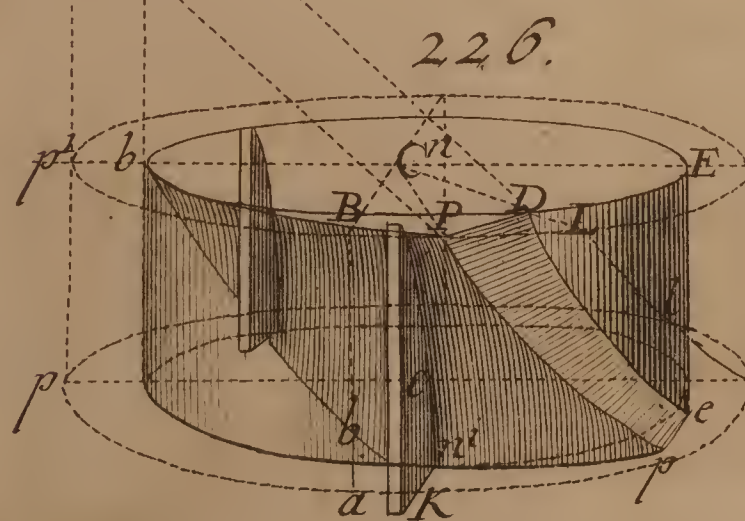
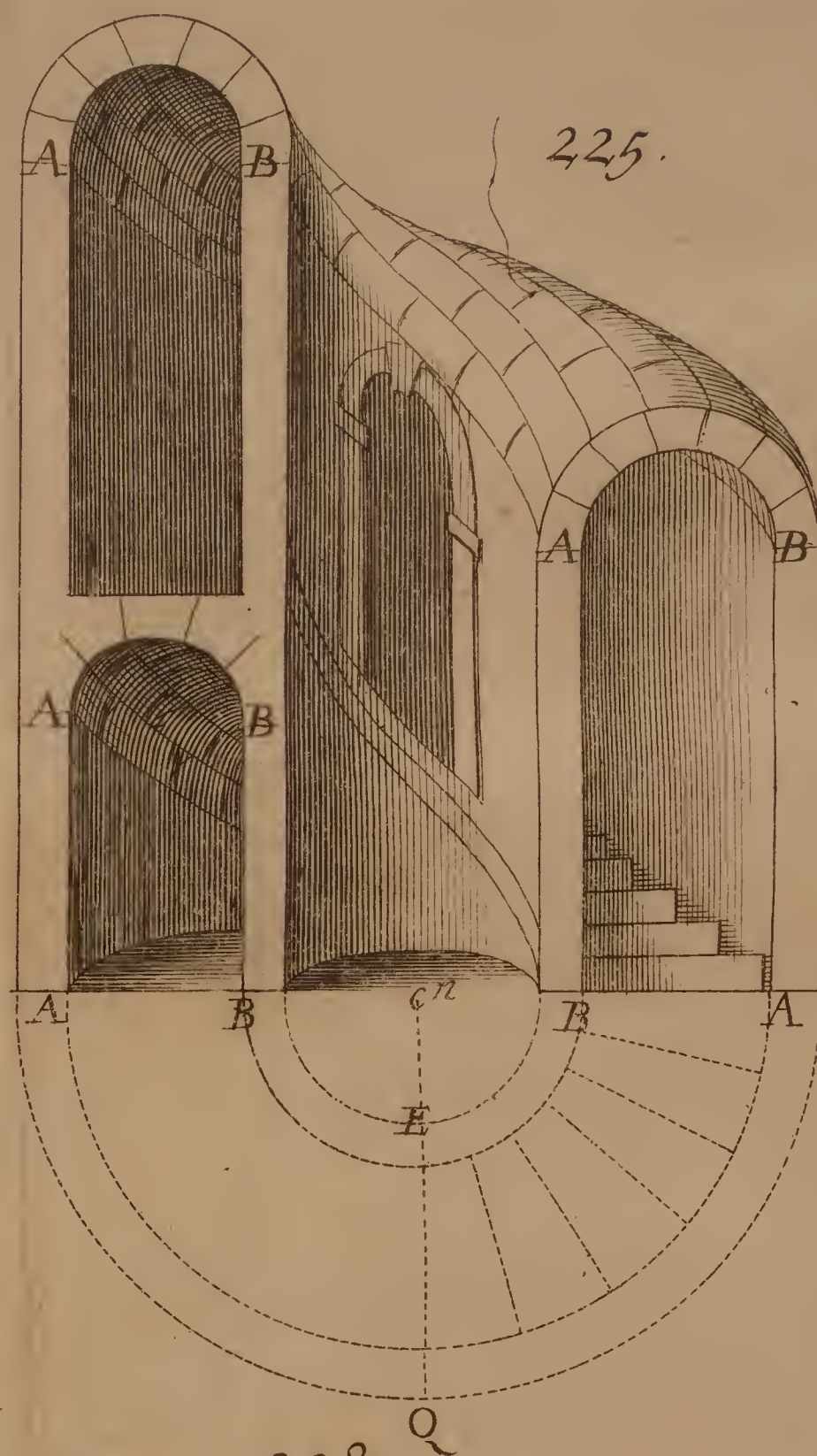
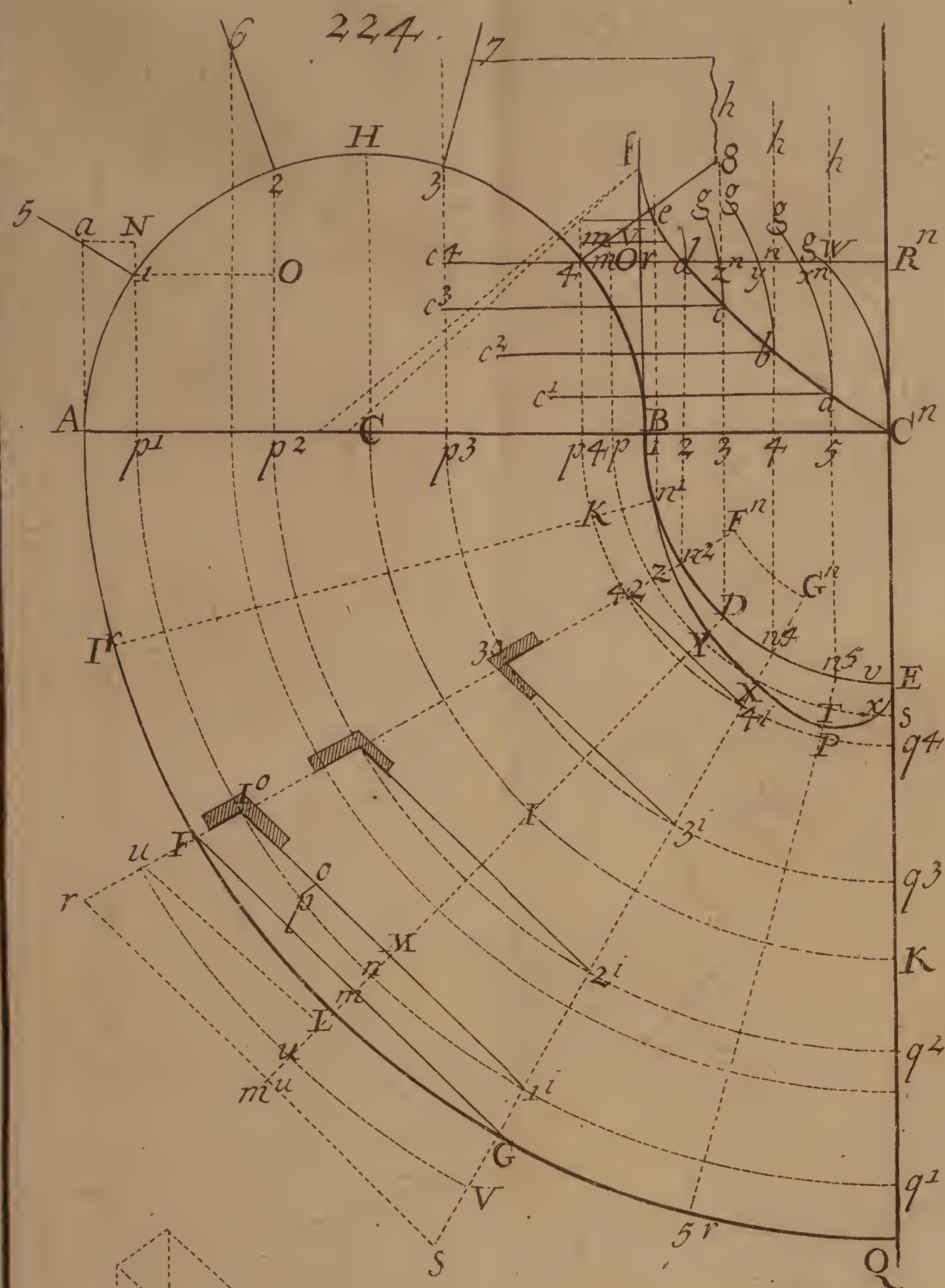
CETTE partie de la construction ne rendroit pas le trait plus difficile, parce qu'il ne s'agiroit que de substituer au développement de l'helice de la naissance de la Voute, la courbe du quatrième ordre dont nous avons parlé, formée sur la section du mur vertical de chaque pan de la Tour, laquelle sera dans un angle rentrant, si l'on veut que le Voussoir comprenne une partie de ce pan; ou en angle saillant formant une arête avec la doële de la vis, & un lit taillé horizontalement, comme si l'on formoit une arcade d'arc rampant, laissant dans les angles du polygone un pendantif aussi rampant.

C H A P I T R E X.

Des Voutes de surfaces irrégulieres.

TOUTES les Voutes dont nous avons parlé jusqu'à présent, sont des portions des corps réguliers primitifs, de Cylindre, de Cone, ou de Sphère; ou des corps régulièrement irréguliers, comme les Conoïdes, Sphéroïdes, & les Cylindres sur d'autres bases que les circulaires.

Ici nous traitons de celles qui n'ont qu'un raport très imparfait avec ces corps, desquelles nous faisons deux classes, l'une de celles qui ne sont courbes que dans leurs sections transversales, & droites dans les longitudinales, comme les cylindriques & les coniques, telles sont quelques arrieres Voussures, & autres Voutes qui participent de l'une & de l'autre.



tre espece, en ce qu'elles ont dans une de leurs sections la propriété du cylindre, lorsque les côtez sont paralleles à l'axe, & dans une autre la propriété du cone, en ce que les côtez sont convergens & tendent à un axe; c'est pourquoi je les appelle *Conico-cylindriques*.

LA seconde classe est de celles dont la surface est à double courbure, l'une transversale l'autre longitudinale, & comme cette propriété est commune à la Sphère, nous les comparons toutes à ce corps primitif; mais aussi parce qu'outre cette propriété il s'en trouve d'autres communes au cone, au cylindre & aux prismes, nous les appellerons des noms composez de *Conico-Sphérique*, de *Sphérico-Cylindrique*, & de *Sphérico-Prismatique*, comme nous l'expliquerons cy-après.

Premiere Classe, des Voutes Conico - Cylindriques.

ON peut rapporter au cone & au cylindre quelques figures de Vou- Fig. 231.
tes simples, dont les suites des sections paralleles entr'elles, & perpen- & 232.
diculaires au plan horizontal & au vertical, par où passe leur axe, sont des courbes differentes, ou de differents diametres; l'on peut réduire ces sortes de Voutes à trois especes, qui ne sont proprement que des differens cas de la même figure de surface.

LA premiere est celle qu'on appelle *Passage ébraisé* entre deux portes, qui paroît du premier abord une Voute en canoniere, ou un cone tronqué, mais cependant qui n'en est pas un; car suposant les impostes & la clef de niveau, chacune à part, il est clair que les directions des impostes étant prolongées, se rencontreront hors de la Voute, puisqu'elles sont convergentes dans un même plan, horizontal ou incliné, mais l'axe ou ligne du milieu entre ces impostes, qui est dans ce même plan à l'intersection du vertical, passant par la clef qu'on suppose toujours également haute, au dessus des impostes, ne rencontrera jamais la ligne de direction de la clef, puisqu'elle lui est parallele; donc le cintre de face surmontée se retrécira tellement, qu'il se réduira à la ligne droite verticale, au point de la jonction du concours des impostes; ainsi la demie Ellipse de ce cintre se réduit à la moitié de son grand axe, où elle est infiniment étroite, son petit axe étant devenu à rien, c'est-à-dire, suivant le langage de l'Algebre, égal à zero.

LA seconde espece est celle des *Voutes en Berceau*, en plein cintre par une face, & surbaussé ou surbaissé à l'autre, c'est-à-dire, dont les demis diametres verticaux sont inégaux, en sorte que la Voute est rampante, ou par ses impostes, ou par la clef, suposant l'un des deux de niveau, ou la clef ou l'imposte; cette espece n'est réellement qu'une position dif- Fig. 233.

ferente du passage ébrasé tourné sur son axe , en transportant la clef à l'imposte : car alors cette Voute qui avoit de l'ébrasement horifontalement , n'en a plus à l'égard de l'horifon , mais bien verticalement à la clef , ce qui est facile à concevoir.

LA troisiéme espece , qui est l'arriere-vouffure réglée & bombée , peut être considérée comme le supplément de la précédente , je veux dire son

Fig. 237. extrémité , si on la suppose prolongée jusqu'à ce que la clef , qui concourt avec l'axe , s'abaisse tellement sur le plan des impostes , que le cintre surbaissé n'ait plus de hauteur , en sorte qu'il se réduise à une ligne droite qui étoit son grand axe , le petit étant devenu à rien , en langage de calcul égal à zero.

POUR donner une idée plus simple de la formation de cette arriere-Vouffure , il n'y a qu'à se représenter une ligne droite A B , qui parcourt en tems égaux par une de ses extrémitez un arc quelconque D H E ,

Fig. 238. & par l'autre une ligne droite F G , le flux de cette ligne décrira une surface , que nous avons apellé *mixtilime* au commencement de ce livre , laquelle est celle de la Voute dont nous parlons , où les piédroits peuvent être convergens , ou paralleles entr'eux sans aucun changement de figure.

ON pourroit ajouter ici une quatriéme espece de surface de Voutes , dont la génération peut être expliquée par le mouvement d'une ligne droite , sur des courbes de differente espece , telle est celle de l'arriere-Vouffure de Marseille ordinaire , considérée dans certaines circonstances de sujétion , comme si (figure 234.) l'on donnoit l'inclinaison A K de la clef , le point T pour la hauteur du sommet d'un des ventaux , l'arc K I pour moitié du cintre extérieur , & un angle d'ébrasement imaginaire à l'imposte i g , qui n'est aussi que suposée , puisque le véritable cintre est l'arc T I dans le plan vertical T i f ; si l'on prolonge les differens ébrasement g i de l'imposte en Y , & A K de la clef en ligne droite jusqu'à la ligne du milieu D S en B , on reconnoitra que la ligne génératrice doit se mouvoir sur l'axe D S , de B en Y , pendant qu'elle se meut en tems égaux sur l'arc K L i , & que par ce mouvement la ligne génératrice coupera le plan de la face intérieure g A D , suivant une courbe g T A , qui sera variable selon les différentes ouvertures des ébrasemens donnez. Mais quoique cette surface ne soit pas tellement gauche , qu'elle ne puisse être coupée suivant certaines positions des plans coupans en ligne droite comme à la clef , nous la renvoyons au rang des Voutes irrégulieres à double courbure , parce que les sections des lits dans l'appareil , sont des lignes courbes excepté à l'imposte , & qu'au milieu de la clef , il n'y a jamais de joint.

PROBLEME.

Faire une Voute Conico-cylindrique.

Premiere Espece,

Passage ébrasé entre deux faces droites, dans lequel les impostes sont de niveau, aussi bien que le milieu de la Clef.

DANS ce Trait comme dans les précédens, il faut commencer par se déterminer au choix du cintre primitif, la hauteur qu'on se propose de lui donner à la clef, doit décider en quelque façon du lieu de cintre, parce qu'il convient quelquefois de le prendre au milieu du passage, quelquefois à une des faces ou d'entrée, ou de sortie.

SOIT, (figure 232.) le trapeze $ABDE$, le plan horifontal de la Baye Fig. 232. qu'on veut vouter, qui est plus ouverte d'un côté AB que de l'autre DE ce qui causeroit de la difference de hauteur à la clef, si les cintres étoient tous circulaires, mais parce qu'on veut qu'elle soit de niveau, il est évident qu'il faut les rendre elliptiques pour leur donner à tous un demi axe vertical d'égale hauteur.

SUPOSONS que l'on veuille prendre le cintre du milieu aHb , pour primitif circulaire, celui de la petite face ED fera surmonté, & celui de la grande face AB fera furbaillé.

ON divisera donc le demi cercle aHb en ses Vouffoirs à l'ordinaire, aux points 1, 2, 3, 4, ayant fait la projection de ses divisions en P & p sur le diametre ab , on prolongera les côtez AD BE jusqu'à ce qu'ils se rencontrent en f ; d'où par les points de projection Pp , on tirera les lignes opq , OPQ , qui seront les projections horifontales des joints, sur lesquels on portera les hauteurs des divisions du cintre primitif, sçavoir, $P1$ en $O1^e$, & en $Q1^e$; $p2$ en $o2^e$ & en $q2^e$; CH en Hh & mC ainsi du reste, & par les points de ces hauteurs, on mènera la courbe elliptique qui fera le cintre de chaque face, ou si l'on veut sur les diametres donnez AB , DE , & les demi-axes Hh , & mC , on divisera les Ellipses à l'ordinaire, par le Probl. VI du deuxième Livre.

Si l'ébrasement donnoit le point f trop loin hors du plan de l'Epure, on aura recours au problème I. du troisième Livre pour faire la projection des joints.

LES points de division des trois cintres de face, & du milieu étant donnez, les inclinaisons des joints de tête le feroient aussi, suivant l'usage des perpendiculaires aux tangentes, mais parce qu'elles sont sur des courbes inégales, il en résulteroit que les lits seroient gauches, ce qu'on ne veut pas faire par les raisons, que j'en ai donné au Livre troisième, il convient donc qu'on les assujettisse aux plans passans par les joins de coupe 1. 5, 2. 6 du cintre primitif.

D'où il résulte que les joints de tête 1. x, 2. x du cintre ACB sont trop couchés, & ceux du cintre D XE sont trop roides; à cela près cette espece de Voute n'enferme aucune difficulté. On pourra la faire par panneaux ou par équarrissement, cette dernière méthode sera la plus aisée, parce que à l'exception de la clef toutes les doëles sont gauches, ce qui rendroit la voye des panneaux trop composée.

Aplication du Trait sur la Pierre.

AYANT dressé un parement pour servir de lit horizontal en supposition, on y appliquera le panneau de la projection horizontale, par exemple A Q O D pour le premier, Q O o q pour le second &c. on fera les deux paremens de tête, sur lesquels on portera les hauteurs des retombées 1 P, 2 p, &c. pour y appliquer les panneaux des arcs de face, qui donneront les joints de tête qu'on taillera à l'ordinaire, ce qui ne souffre aucune difficulté, parce que toutes les surfaces pourront être dressées à la règle, observant, ce que nous avons dit touchant sa position dans la formation des surfaces gauches doliolimes, à la page 36. de ce Livre.

Si le passage est assez long pour qu'on ait besoin de former des têtes de Vouffoirs entre le cintre primitif, & une des faces de devant ou de derrière, on vera par le point donné, par exemple L, une ligne LN qui sera le grand axe d'une Ellipse, dont la moitié du petit axe sera la hauteur constante CH.

Au contraire si le point étoit donné entre a & D, par exemple en 1, alors la ligne 1 K seroit le petit axe, & CH la moitié du grand.

SUR quoi il y a une *observation curieuse* à faire, c'est que la suite des foyers des Ellipses depuis le cintre primitif a b vers A, forme une hyperbole f y CYF, dont les lignes des impostes ADS, BES, sont les asymptotes qui s'en approcheront continuellement, si on les prolonge, & ne la rencontreront jamais, comme il est aisé de le démontrer.

CAR si l'on nomme A m moitié du grand axe a; F C qui lui est égal

par la construction b , la hauteur constante mC , c & la distance variable mF , x , on aura $bb = aa = cc + xx$, donc $aa - cc = xx$, par conséquent x sera toujours plus petit que a , c'est-à-dire que mF ne pourra jamais devenir égal à mB ou à mA , *ce qu'il falloit démontrer.*

IL n'en sera pas de même de la courbe que formera la suite des foyers, depuis le diametre ab vers DE , & jusqu'au point S , celle-ci formera une demie Ellipse gGC , dont la moitié du grand axe sera CS , & du petit gG égal à la ligne ab , diametre du cintre primitif tourné dans un plan vertical; la raison est que les foyers ne seront plus dans le même plan horizontal, que les précédens; mais dans un plan vertical qui lui est perpendiculaire, dans lequel sont tous les grands axes de la suite des Ellipses, or ici le petit axe deminué continuellement jusqu'à zero en S , de sorte qu'alors xx devient $= aa$; par conséquent la ligne du milieu de la clef est une tangente de la courbe, laquelle étant parallele à l'horizontale CS , il suit que la courbe rentreroit en elle-même, si elle étoit prolongée au-delà de S .

COROLLAIRE I.

DE - là on tire la construction d'une autre Voute que j'appelle *BERCEAU* Fig. 233. *IRREGULIER EN DESCENTE, dont les cintres de face sont d'inégales hauteurs sur leurs diametres*: car il est facile à concevoir que cette Voute n'est autre chose que la partie $cCHEb$, de la moitié du passage ébrasé tournée différemment, mettant l'imposte bE pour la clef, & la clef CH pour une des impostes, répétant la même chose pour l'autre moitié, comme on le voit à la fig. 233.

AINSI la doële de cette Voute est aussi gauche que celle du passage ébrasé, par conséquent on ne peut la faire commodément par panneaux qu'à la clef, où les cordes des arcs des têtes sont paralleles entre elles; ailleurs elles ne le sont pas, c'est pourquoi il convient de la faire par équarrissement comme le passage ébrasé, prenant seulement la hauteur de la retombée au lieu de la retombée.

IL se trouve aussi dans ce trait la même difficulté concernant les coupes des lits, qu'on ne peut faire plans sans fausser les coupes des differens cintres, & même qu'il convient de faire gauches lorsque les faces sont aparentes, ce qui embarrasse fort un apareilleur, comme je l'ai expérimenté au premier agrandissement de St. Malo à la Place du Fiel, dont j'avois la conduite en second.

Nous faisons une Voute sur l'escalier, qui monte au rempart, laquelle devoit se raccorder par le bas avec celle d'un palier en plein cintre, & être surbaissée par le haut, pour pouvoir passer sous la plate-forme,

où étoit la sortie aparente , de sorte qu'en cette circonstance la doële & les lits devoient être gauches , l'appareilleur embarrassé traçoit ses pierres sur le tas , & malgré cette précaution les Vouffoirs se trouvent *coupez* , c'est-à-dire gatez , perdant ainsi le tems & la pierre ; m'étant aperçu qu'il rejettoit mal à propos la faute sur l'exécution du travail des tailleurs de pierres , il m'avoüa qu'il se conduisoit à tâton , parce que ce trait ne se trouvoit pas dans le Livre du P Deran.

ALORS je sentis de quelle utilité étoit la connoissance de la coupe des pierres dans la conduite des Fortifications , d'autant plus que parmi les cinquante Voutes que nous avions à faire sous le rempart il s'en trouvoit encore deux de figure irrégulière. Quelques années après il se présenta un cas *d'Arondissement d'angle singulier* , dont j'ai parlé au commencement de ce Livre ; je me trouvai ensuite obligé à l'Isle de St. Domingue en Amerique , de faire moi-même l'appareilleur , pour executer des Voutes en arcs de cloître. Toutes ces circonstances , les fautes que j'avois remarqué en plusieurs ouvrages , & celles des autres qui ont écrit sur cette matiere , m'ont fait sentir la nécessité du Traité que j'ai entrepris , principalement à l'usage des Ingenieurs.

ON voit à la figure 233. que si les coupes 1. 5 , 2. 6 du cintre antérieur *a FH* , sont tirées du centre *C* , & que celles du cintre *b D b* , 1. 5 , 2. 6 soient perpendiculaires au contour de l'Ellipse , ces coupes n'étant pas parallèles , les lits sont des quadrilignes gauches , 5 / 1. 1 , que j'ai appelé *planolimes* au commencement de ce Livre. Si on veut les faire plans , il faut coucher la coupe 1. 5 parallèlement à la coupe 1. 5 mais alors l'angle de la tête *s 1. b* deviendra entièrement aigu & foible , & l'inclinaison aparente sera difforme , en ce qu'elle fait de part & d'autre , deux angles inégaux , l'un aigu & l'autre trop obtus ; c'est pourquoi je fis les lits de la Voute dont je parle gauches contre l'usage ordinaire.

C O R O L L A I R E II.

De l'arriere - Vouffure de Marseille ordinaire.

Si l'on suppose que le passage ébrasé , représenté en Perspective à la figure 231. soit coupé de chaque côté par un plan vertical , passant par un imposte *e* ou *d* de l'arc *c b d* , & par un point *p* ou *i* pris à volonté sur l'arc *b H a* , ces deux plans verticaux retrancheront de ce passage une partie de surface courbe , comprise par quatre lignes courbes , savoir par tout le demi cercle ou demie Ellipse *c b d* , par l'arc *p H i* , qui est
une

une partie arbitraire du cintre bHa , & par deux autres courbes pe , & di . Laquelle portion de surface forme celle d'une forte d'arrière-Vouffure qu'on appelle du nom de Marseille, parce qu'on dit que la première qui ait été exécutée, l'a été à une des Portes de cette Ville.

Nous avons parlé d'une pareille arrière-Vouffure en traitant des Voutes conique, où nous avons donné la nouvelle manière de la faire régulièrement en portion de cône scalene, présentement nous la considérons suivant l'usage ordinaire, comme une portion de surface irrégulière, qui ne peut être exactement conique, parce que l'on veut que les courbes ep , & di qui devroient être des portios d'hyperpoles, soient des arcs de cercles, ou du moins des portions de l'arc ebd , de quelque courbe qu'il soit, en voici la raison.

La fermeture de menuiserie, qui doit s'appliquer en deux vantaux à l'arc ebd , lorsque la Porte est fermée, doit trouver un pareil espace entre les points b & p , pour pouvoir s'ouvrir, en sorte que chaque vantau, lorsqu'elle est ouverte, puisse s'appliquer sur son piédroit, représenté par le plan vertical $fe pg$ & diL , ce que l'on voit plus distinctement à la figure 236. dessinée en Perspective en $AB ba$, $ED de$.

Soit, (figure 235.) la trapeze $ABDE$, le plan horizontal de la Baye *Fig. 235.* qu'on veut vouter en arrière-Vouffure de Marseille, dont la feuillure est BL & LD , & le Tableau TL & tl .

Du point C milieu de $bd = BD$ pour centre, on décrira un demi-cercle, ou une demie Ellipse bHd , qu'on divisera en ses Vouffoirs, par exemple ici en 5 aux points 1, 2, 3, 4, par lesquels on tirera les joins du centre C indéfinis comme aux Voutes cylindriques; puis ayant porté la base du piédroit BA sur BD en bF , on élèvera à ce point une perpendiculaire FG , qui coupera l'arc bHd au point G , par lequel on mènera aGe parallèle à EA , qui rencontrera Aa perpendiculaire sur AE au point a , & sa parallèle Ee au point e , puis ayant pris sur la ligne du milieu CH prolongée, un point m à volonté, on tirera l'arc du cercle ame par les trois points donnez.

Tous les joins de lit à la doële qui couperont cet arc comme 2'6, 3'7 seront des lignes droites, & tous ceux qui couperont l'arête du piédroit ak ou ek feront un pli en angle rentrant, parce que le plan du lit coupe deux surfaces différentes, l'une courbe de l'arrière-Vouffure, l'autre plane du piédroit.

PREMIEREMENT il faut chercher la projection verticale de l'arc $b12G$.

sur l'ébrasement du piédroit en aYb , ou seulement le point Y de cette projection, où passe le plan du lit $o5$.

Fig. 240.

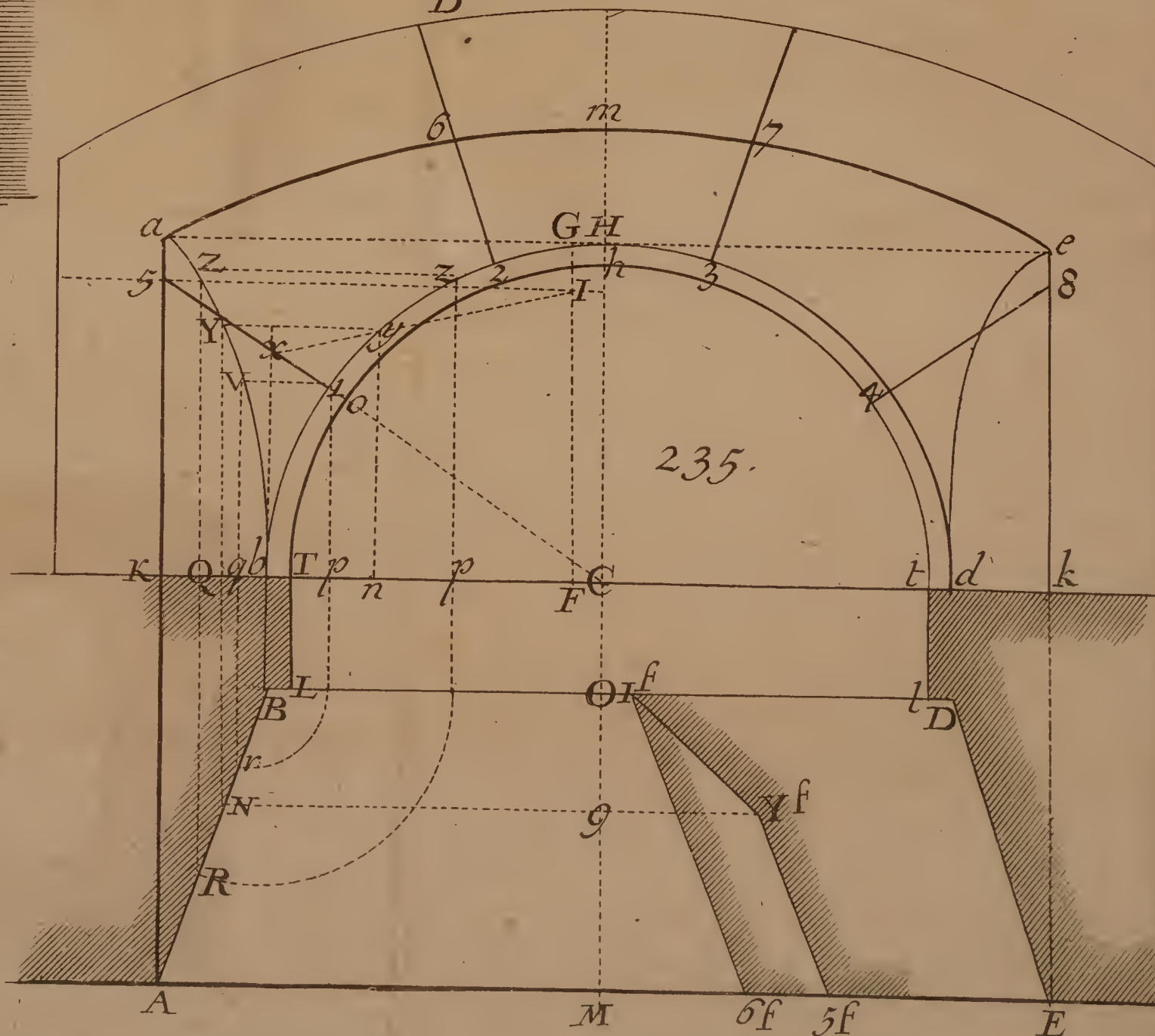
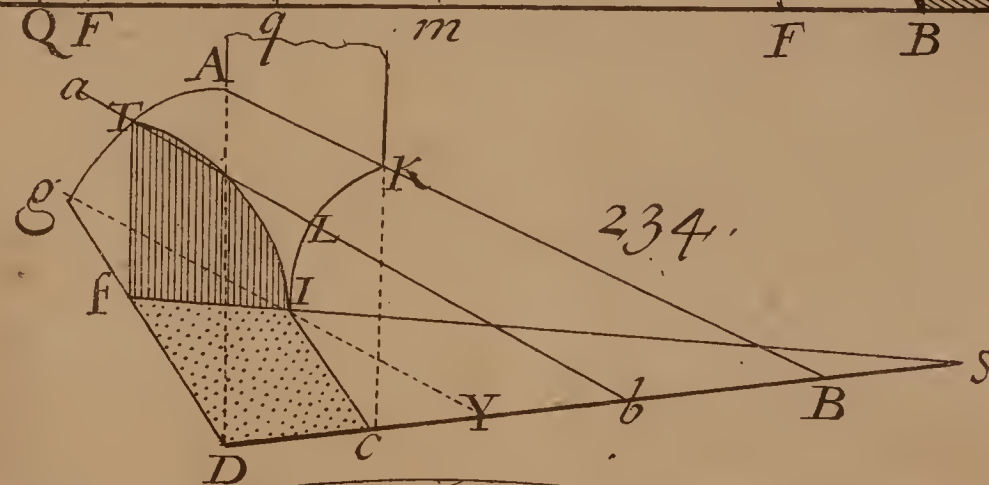
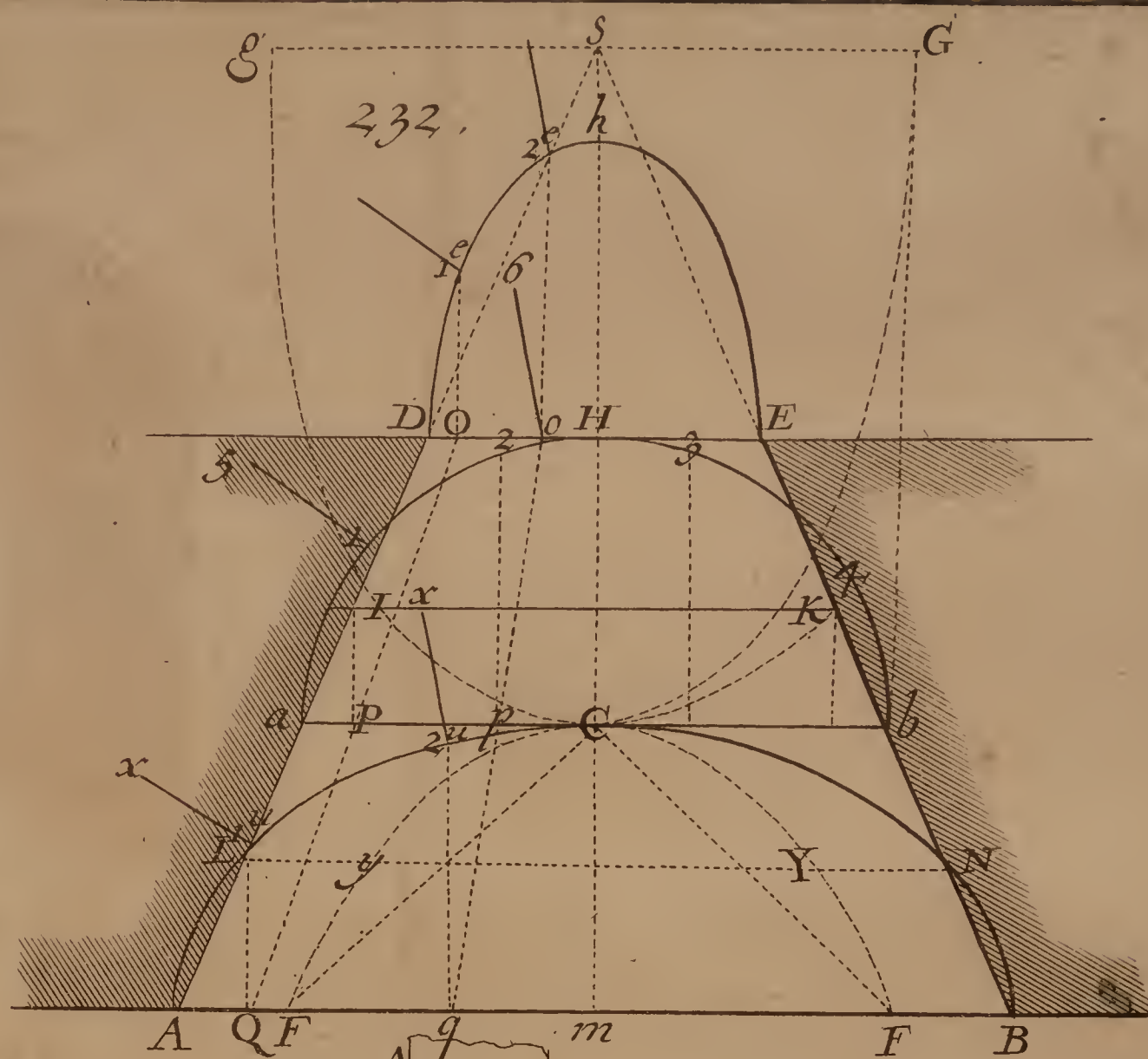
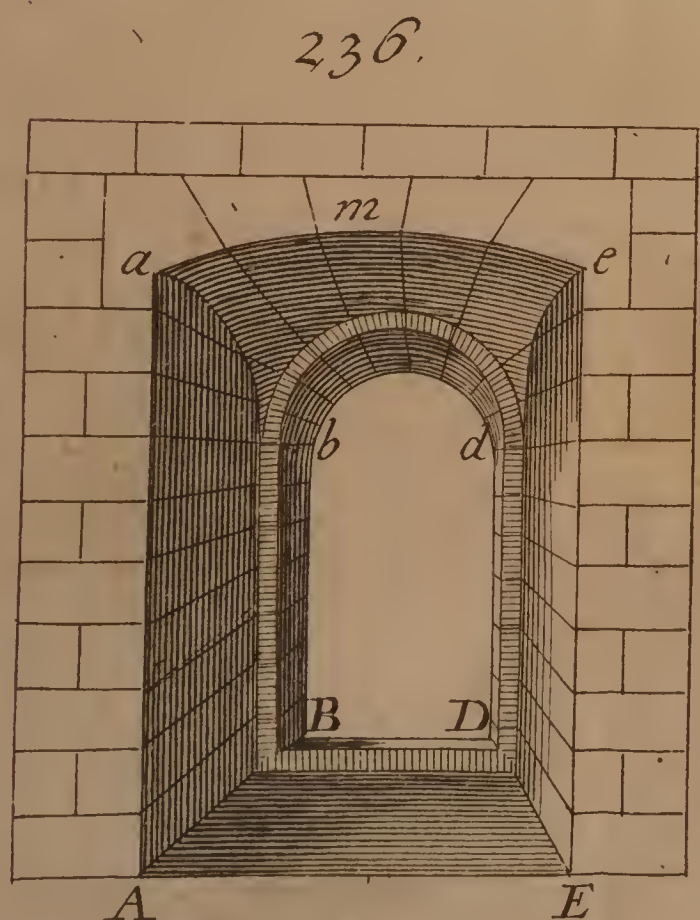
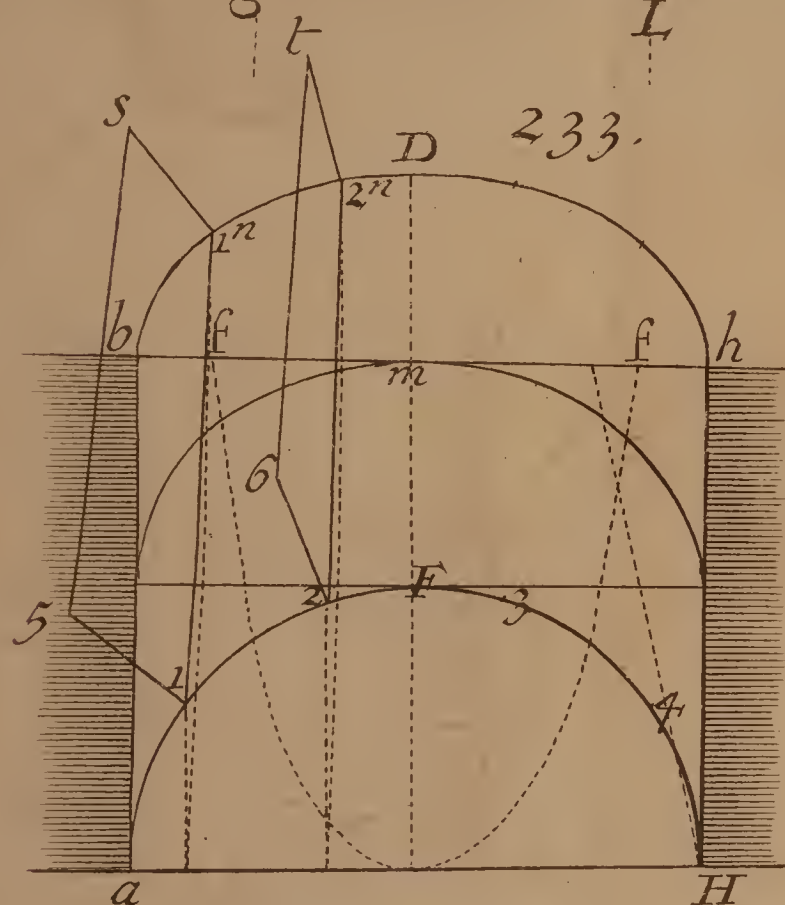
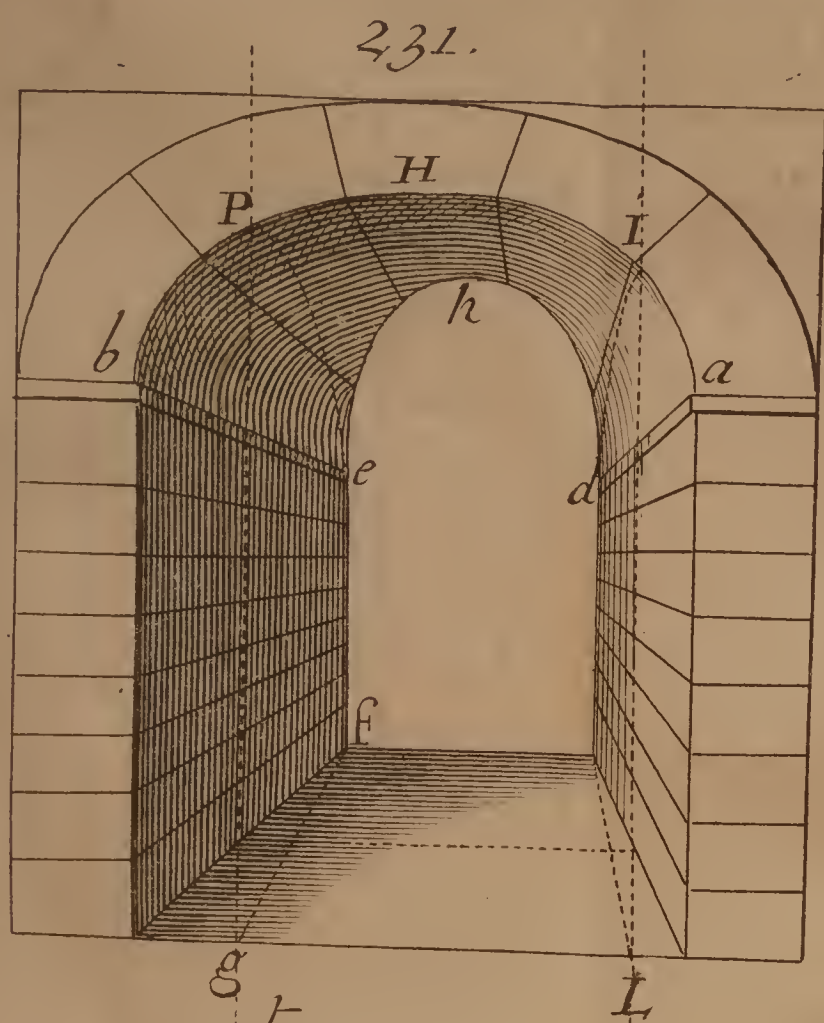
ON tirera par le point b ou B une parallèle à la verticale CH , qui coupera le joint 15 au point x , par le point 5 on menera la ligne $5I$ parallèle à BD ou ae , qui coupera la verticale GF au point I , par lequel & par le point x , on tirera la ligne inclinée xI , qui coupera l'arc $b12G$ au point y , par où on menera l'horizontale indéfinie yY , & l'aplomb yn qui donnera sur bd la retombée bn , qu'on portera sur le piédroit AB en BN , par le point N on menera une parallèle à la verticale Aa , qui coupera l'horizontale yY , au point Y que l'on cherche, lequel est sur l'arc elliptique aYb , où est le pli du joint 15 ou $o5$.

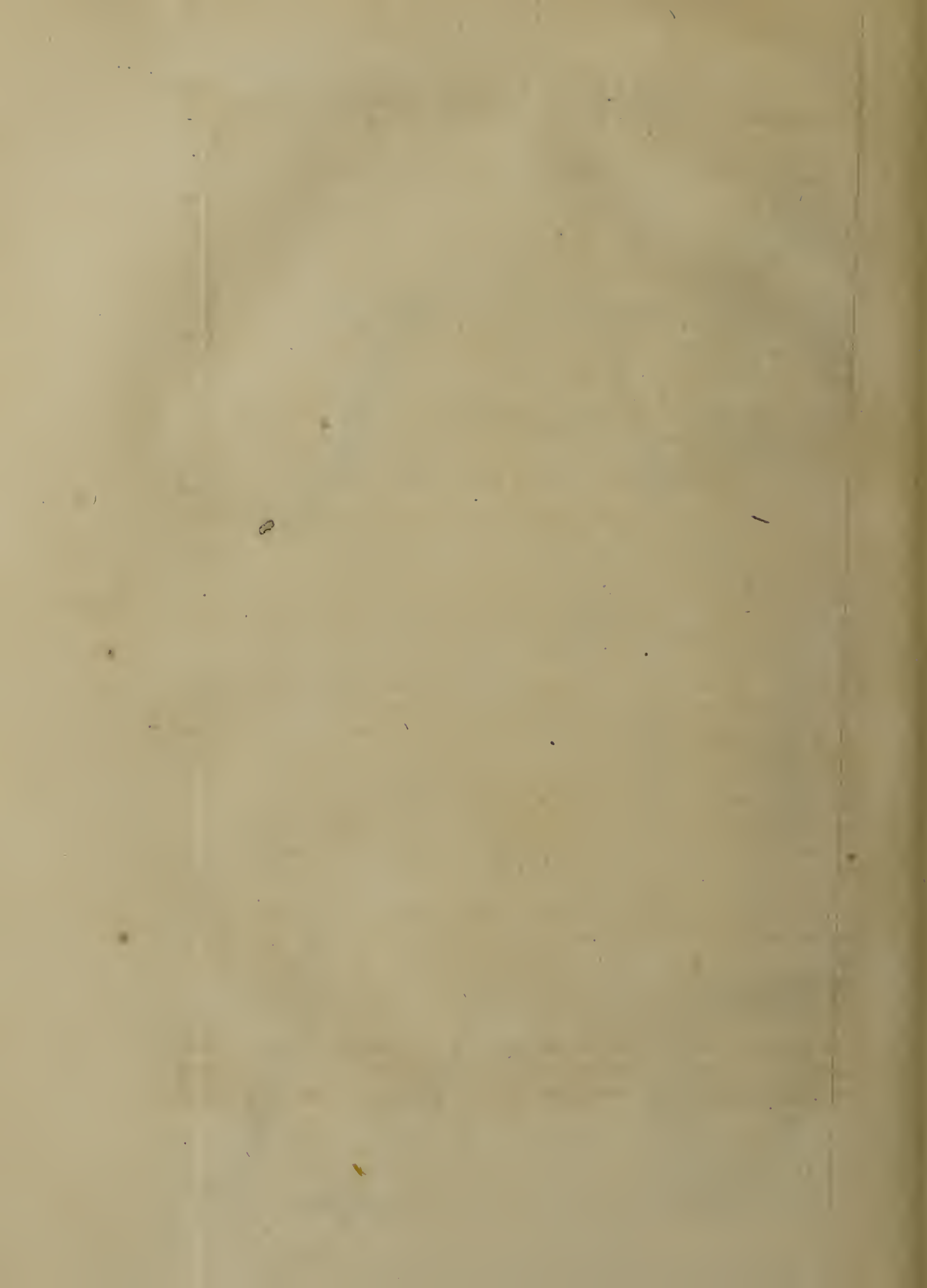
ON pourra trouver plusieurs autres points de cet arc elliptique aYb , si on veut le décrire exactement par la même pratique, par exemple les correspondans aux points 1 & 2 , en portant leurs retombées bp , bP sur BA en Br , BR , & tirant par les points r & R , des verticales Rz , rV , qui couperont les horizontales 22 , $V1$ aux points z & V , la courbe $azYVb$ fera la projection verticale de l'arc bG sur l'ébrasement du piédroit, qui peut avoir son usage pour l'application du Trait sur la pierre.

IL nous reste présentement à tracer les panneaux de lit 15 , 26 pour le premier qui fait un pli, on tirera par un point C , pris à volonté sur bd , une perpendiculaire CM , qui coupera BD en O , & AE en M ; on prendra $O1^f$ égale à la feüillure BL , puis ayant mené par le point Y , une verticale YN , qui rencontrera la base du piédroit BA en N , on tirera l'horizontale NY indéfinie, qui coupera CM au point 9 , sur laquelle on portera la longueur de la partie oY du joint 15 , on $o5$ en $9Y^f$, & l'on tirera la ligne 1^fY^f ; ensuite portant toute la longueur du joint $5o$ en $M5^f$ sur AE , on tirera la ligne Y^f5^f , le contour $1CO1^fY^f5^fE$, fera celui du panneau du premier lit $o5$, & de son égal 48 .

LES autres panneaux de lit qui se terminent à l'arc ame sont plus simples, suposant la même base de profil pour le tableau, & la feüillure en $CO1^f$, on portera la longueur 26 , sur ME en $M6^f$, puis on tirera la ligne inclinée 1^f6^f ; le contour $1CO1^f6^fE$, fera celui du second panneau de lit 26 , & de son égal de l'autre côté de la clef 37 .

Ces panneaux étant tracez, l'application du Trait sur la pierre se fera de la même manière qu'il a été dit page 285. pour celle de la même arriere-Voussure plus régulièrement conique.





Arriere . Voussure réglée & bombée.

DE la construction du *Passage ébrasé*, on tire encore celle de l'*arriere-Voussure réglée & bombée*, laquelle n'est autre chose que le complément de la prolongation d'une des deux Voutes précédentes. Car si les piédroits sont donnez paralleles entr'eux, l'*arriere - Voussure réglée & bombée* n'est autre chose que la prolongation de la Voute de la figure 233. dont les cintres sont d'inégale hauteur sur leurs diametres, jusqu'à ce que la ligne du milieu de la clef FD rencontre le plan qui passe par les impostes *ab H h*.

Si les piédroits sont ébrasés comme ceux de la figure 239. de la planche 64, qui concourent au-delà de *t T*, ce peut être encore le complément de prolongation de la figure 232. avec cette difference que l'on ne suposeroit plus les hauteurs des cintres égales, mais diminuer depuis *H* jusqu'à rien à un diametre donné, par exemple *BD* (figure 239.)

LA difference qu'il y a ordinairement dans le cintre de l'*arriere-Voussure réglée*, consiste en ce que au lieu d'une demie Ellipse ce cintre n'est qu'un arc de cercle *AHE*, figure 239. ce qui ne fait que rendre la construction plus facile. Pl. 64.
Fig. 239.

SOIT, (figure 239.) le trapeze *ABDE*, le plan horisontal de la Baye qu'on veut vouter pour soutenir le mur, derriere celle d'une Porte ou Fenêtre fermée au-dehors en plate-bande; & en dedans en demi Ellipse surbaissée, ou seulement en arc de cercle de 30 ou moins de degrez. On tirera par le milieu *m* de la plate-bande *BD*, une perpendiculaire indéfinie *HC*, sur laquelle on prendra à volonté un point *C*, pour centre de l'arc de face intérieure *AHE*, plus près ou plus loin, suivant la hauteur qu'on se fixera, pour le milieu *H*, sur l'horizontale *AE* des impostes.

ON divisera ensuite l'arc tracé *AHE*, en autant de parties égales qu'on voudra de Voussoirs, par exemple ici en cinq, aux points 1, 2, 3, 4, par lesquels on tirera au centre *C*, les coupes des joins de tête *1 e*, *2 f*, *3 g*, *4 i*, lesquelles étant prolongées couperont la corde *AE*, aux points *Q*, *R*, &c.

POUR faire les projections des joins de lit suivant la maniere ordinaire, il n'y a qu'à mener par les points des divisions 1, 2, 3, 4, des paralleles à *HC*, qui couperont la ligne *AE*, aux points *P*, *p* &c. &

K k k ij

la ligne BD aux points ς , 6, 7, 8, les lignes P ς , p 6, p 7, p 8, seront les projections des joins de lit.

Il seroit plus convenable pour la régularité de la division, de la surface de la doële, de diviser la ligne BD proportionnellement à la ligne AE, dont les points P, p &c. répondent à des arcs égaux entr'eux A 1, 1², 2³ &c. en prolongeant AB, jusqu'à ce que la direction de ce piédroit concoure avec l'autre ED, en un point qui tomberoit ici hors de la planche, & que j'appellerai X, si l'on tire à ce point X, des lignes droites par les points P & p, on aura sur BD les points α , γ , où seront les divisions des Vouffoirs à la feüillure de la plate-bande, au lieu des points ς , 6; ainsi la différence des largeurs AE, de face intérieure, & BD de la plate-bande sera répandue également sur tous les Vouffoirs, au lieu que suivant l'usage ordinaire elle tombe toute sur les deux premiers Vouffoirs des impostes, AP ς B, & son égal opposé en ED 81.

Il faut présentement faire un profil de tous ces joins de lit, pour avoir les Biveaux des angles qu'ils font avec la face & avec la plate-bande.

Fig. 240.

ON tracera dans une figure à part (240.) deux verticales $e p$, $d' \varsigma$, éloignées entr'elles de l'épaisseur du piédroit, ou plutôt de la profondeur P ς , de la Voute prise à la figure 239. que l'on traversera par une horizontale p ς à la figure 240. qui représentera la naissance de Niveau; ou un plan passant par l'imposte de l'arrière-Vouffure, au dessus de la feüillure de la plate-bande.

ON portera sur P e les hauteurs des retombées P 1, p 2, & MH de l'arc AHE en p^1 , p^2 , p b du profil, & on tirera par les points 1 & 2, & par le point ς les lignes 1 ς , 2 ς , qui donneront l'inclinaison des arêtes des Vouffoirs, & $b \varsigma$ pour celle du milieu de la clef.

ON peut trouver ces inclinaisons & leur longueur sur le plan horizontal, sans faire de profil à part, en portant les hauteurs des retombées P 1, p 2, en P l , p n sur la ligne AE, si la direction de joins P ς , p 6, lui est perpendiculaire; mais si elle lui est oblique comme P α , p γ , il faut que ces retombées soient perpendiculaires à la projection du joint, auquel elles répondent, les lignes $l \varsigma$, $n 6$, seront les vraies longueurs des joins de lit, par le même moyen on aura $h m$ pour le profil du milieu de la clef dans sa juste mesure; ce qui revient au même qu'à la figure 240. mais qui convient moins à la pratique, parce que l'on doit mêler le

moins que l'on peut les représentations de différente espece, crainte d'une confusion de lignes, qui embarrasse & occasionne des méprises.

Pour achever la préparation, il faut tirer une horifontale par chaque division de la face, par exemple 4 V & 1 k, qui couperont les aplombs des divisions en V & k.

ON tirera aussi si l'on veut des lignes Q 5, R 6, qui donnent un élargissement à la projection de chaque Vouffoir d'un triangle PQ 5, p R 6, dont on pourra faire usage comme on va le dire ci-après.

ENFIN on portera les longueurs des profils 5 l en 5 L sur la projection 5 P prolongée, & 6 n en 6 N, de même pour tirer par les points L & N, les lignes L u, N o, la surface 5 L u 6 sera le panneau de doële-plate du second Vouffoir, & 6 n a 7, celui de la clef.

Aplication du Trait sur la Pierre.

AYANT dressé un parement pour y apliquer le panneau de la doële-plate, par exemple du premier Vouffoir, on pourra s'y prendre de deux manieres. La premiere & la plus simple est de former le panneau sur le trapeze AQ 5 B, dont le contour étant tracé sur la pierre, on formera en retour d'équerre sur le côté AQ, la tête du Vouffoir, sur laquelle on tracera par le moyen de la fausse équerre l'angle AQ e, comme l'on voit à la figure 241. a q e, puis portant sur la ligne q e, la longueur Q 1 de la figure 239. en q 1, on tracera par le moyen d'un panneau ou d'une cerche l'arc a 1, égal à l'arc A 1 de la figure 239. Fig. 239.
241.

PAR les trois points donnez e, q, 5, on fera passer une surface plane, sur laquelle on tirera une ligne droite du point 1 au point 5, & la pierre sera tracée, faisant abstraction de la feüillure qui doit être formée en b 5, de la largeur & profondeur arbitraire 5 f.

ENFIN on abattra la pierre à la regle, comme il été dit au commencement de ce Livre page 36. pour former la surface de la doële qui est de cette espece, que nous avons appellé Mixtilime.

Si la pierre ne porte pas immédiatement sur le piédroit, & qu'elle ait un premier joint de couffinet en a S, il ne fera pas difficile d'en former, avec la regle le lit, comme le précédent par les trois points donnez a f b. Si le Vouffoir porte un Clavau de la plate-bande, on y ajoutera la partie VL 1 t f, tracée comme il a été dit en parlant des plates-bandes, page 64.

La seconde maniere est de se servir du panneau de la doële plate AP γ B, sans y ajouter le triangle PQ γ , alors il faut faire au long de P γ , un parement de retour d'équerre, sur l'arête duquel avec la tête, on portera la hauteur de la retombée 1 P, puis ayant tracé sur ce parement la ligne 1 γ , on abattra la pierre pour former le lit de dessus, avec un Biveau formé sur l'angle obtus P 1 ϵ , ce qui demande comme l'on voit deux operations au lieu d'une; mais qui épargne de la pierre.

Fig. 240. LE second Vouffoir se fera de même que le premier, avec cette difference que la tête se formera à angle obtus avec la doële, suivant le Biveau formé au profil sur l'angle γ 1 ϵ , parce que la doële plate du premier étoit une supposition de surface horizontale, passant par l'imposte exprimé au profil (figure 240.) par la ligne p γ ; mais celle du second Vouffoir sera inclinée comme la ligne 1 γ du même profil; enfin par cette raison l'angle de la tête de la clef sera encore plus obtus comme on le voit en ϵ 2 γ , & ce Vouffoir aura ses côtez de joins de lit, dans le même plan, c'est-à-dire que le panneau de doële plate passera par les quatre angles de la clef, ce qui n'arrive point aux autres Vouffoirs.

Ainsi le plus grand gauche qui se trouve à la doële, est au premier Vouffoir exprimé par la hauteur de la retombée 1 P, au second il diminue comme l'on voit par la hauteur 3 V, qui est la difference des retombées 4 I & 3 O, & enfin à la clef il n'y a point de gauche à la doële plate, mais il en reste toujours à la doële-creuse, parce qu'elle est en ligne droite à la feuillure, & qu'elle se courbe vers la tête suivant l'arc 2 H 3.

Il faut remarquer que le gauche de la doële plate, ne s'évanouit à la clef, que parce qu'on suppose les joins du lit équidistans de son milieu, ce qui fait un assemblage de deux surfaces gauches, égales tournées en sens contraire.

Il reste à présent à chercher les Courbes des sections de cette arriere-Vouffure, entre les faces de devant & de derriere, lorsque les Vouffoirs sont de plusieurs pieces, parce que leurs têtes qui forment les joins de doële, sont bien des sections paralleles aux faces; mais non pas semblables entr'elles, en ce qu'elles s'aplatissent à mesure qu'elles approchent de la feuillure.

Si le cintre de face intérieure AHE est un arc de cercle, par exemple de 30. degrez, le cintre de la section faite par la ligne GF, prise à volonté entre les deux faces, fera un arc de cercle d'un nombre dé-

dégrez beaucoup moindre, c'est-à-dire d'un plus petit nombre de dégrez que AHE; il ne s'agit que d'en trouver la fleche $h u$.

On portera la longueur de la pierre destinée à faire un Vouffoir au profil 240. de ς en g , & l'on fera $g F$ parallele à $e p$, qui coupera $b \varsigma$ au point x , la ligne $x g$ fera la fleche qu'on cherche, laquelle étant portée à la figure 239. de u en h , donnera un troisiéme point h du cintre en arc de cercle, qui doit passer par les trois points donnez $G h F$.

C O R O L L A I R E.

IL suit de cette construction, qu'à mesure que la section aprochera de la ligne droite BD, l'arc de cercle sera toujours moins concave, c'est-à-dire d'un moindre nombre de dégrez, & son rayon beaucoup plus grand, & qu'enfin la ligne droite AB pourra être considérée comme un arc d'un cercle, dont le rayon est infini, & la fleche est infiniment petite, auquel cas cette arriere - Vouffure peut être considérée comme une portion de surface de Cône, dont le sommet n'est pas du côté BD, où l'arriere - Vouffure se retrecit; mais au contraire à son oposé en-de-là de AE, où elle s'élargit, parce que les rayons des sections paralleles diminuent; ainsi on peut mettre cette Voute au rang des coniques scalenes.

D'ou il suit que les impostes AB, DE, confidez dans la rigueur Mathématique, ne doivent pas être en ligne droite.

Si le cintre AHE n'est pas un arc de cercle, mais fort surbaissé en arc d'Ellipse, il sera facile d'en trouver plusieurs points, en portant au devant de la ligne GF de la figure 239. les hauteurs $Y t$, $Z t$, que donnent les interfections de la ligne GF, avec les profils $l \varsigma$, $n \varsigma$, comme $Y t$ en $t y$, $Z t$ en $t z$, &c. & l'on tirera par les points GYZ h &c. la Courbe $G h F$, qui fera l'arc elliptique que l'on cherche.

LA figure 242. fait voir en Perspective un second Vouffoir de la gauche $\varsigma 6$ NL, renversé pour montrer comment il doit être ébauché, où la partie distinguée par des hachures, exprime ce qu'il faut enlever de la pierre pour former la d oële.

Je n'ai point parlé dans ce Trait de la plate-bande, qui fait le linteau de la Porte ou Fenêtre, où se fait l'arriere-Vouffure, parce qu'elle en peut être détachée, soit qu'on la fasse de clavaux ou d'une seule pierre, quoique l'arriere - Vouffure soit de plusieurs pierres, ses Vouffoirs se termineront à la feüillure, où se loge la fermeture de bois du chafsis dormans ou de ventaux; ainsi on peut joindre ou ne pas joindre l'arriere-

Vouffure à la plate-bande , sans quil en résulte aucune mauvaise construction.

IL faut seulement remarquer que les coupes de l'arriere - Vouffure doivent être conformes à celles de la plate-bande, lorsque l'on joint l'un à l'autre pour ne pas faire les lits gauche, & si on ne peut les faire de même inclinaison, il convient de faire une retraite à la feuillure, à laquelle les lits changeront d'inclinaison, pour être faits chacun en surface plane.

IL sera aisé d'assujettir les coupes de la plate-bande à celle de l'arriere-Vouffure, en faisant les unes paralleles aux autres; ainsi à la figure 241. ayant tracé l'arête qe à la tête de l'arriere - Vouffure, pour avoir la coupe γd de la plate-bande, telle que le lit ne soit pas gauche, il faut dégauchir deux regles posées sur l'une & l'autre de ces coupes.

ON ne propose pas de faire cette arriere-Vouffure avec d'autres panneaux, que ceux de doële-plate & de tête, parce que ceux de lit deviennent inutiles, quoiqu'on puisse les faire, lorsque les lit sont plans, il ne pourroit tout au plus servir qu'à une verification.

Explication Démonstrative

Si l'on relève par la pensée les triangles γLP , ϵnp perpendiculairement au plan AD , les faisant mouvoir autour des lignes γP , ϵp comme au tour d'un axe, & de même le segment de cercle AHE , autour de sa corde AE ; il est visible que le point l se joindra au point 1 , & le point n au point 2 , & par la même raison élevant le segment $G b F$, le point y se joindra au point Y & $ta z$, puisque par la construction les hauteurs $P 1$, $p l$; $t y$, $t Y$ sont égales, par conséquent les lignes $l \gamma$, $n \epsilon$ représentent les joins de lit dans leurs justes mesures.

LA même grandeur se trouve aussi exprimée par le profil 240. où les lignes pe , gF , γd représentent les plans verticaux perpendiculaires à la direction de l'arriere - Vouffure, exprimée au plan horizontal par les lignes AE , GF , BD , dont les elevations sont les arcs AHE , $G b F$, la troisième BD restant sans hauteur en ligne droite, & ce même profil considéré dans sa longueur, est équivalent à trois sections des plans verticaux, passant par les projections des joints de lit γP , ϵp , $m M$, & leurs égaux de l'autre côté; d'où il suit qu'on peut y prendre toutes les mesures des angles des têtes, & des longueurs des arêtes des joins de lit, s'ils sont perpendiculaires à BD , suivant l'usage ordinaire; mais non pas s'ils lui sont inclinez comme $p x$ & $p y$, alors il faut un profil pour chacun.

COROL.

COROLLAIRE IV.

Du Larmier réglé & bombé.

LORSQUE la naissance de l'arrière - Voussure précédente est en descente comme pour un *Abajour*, cette Voute change de nom chez le P. Deran, qui l'appelle Larmier réglé ; ce n'est cependant qu'une très petite modification de la même figure, comme l'on voit au chiffre 245. la seule différence qu'il y a dans la construction, consiste en ce qu'au profil 240. au lieu de faire celui de la face exprimée par la ligne eP , perpendiculaire sur la naissance $P5$, il faut qu'il lui soit incliné, par exemple en RP , suivant le plus ou le moins de descente, & alors ce profil mis dans sa situation, est tel qu'on le voit à la figure 244. en RMB . Fig. 245.
Fig. 244.

D'ou il suit que les Biveaux des joins de lit à la doële plate avec la face, qui étoient déjà obtus au dessus de la naissance, le deviennent encore plus.

ON a tracé la moitié de l'élévation de cet *Abajour*, $AaHm$, à côté du profil $RHBNm$, pour montrer le rapport des divisions des Voussours 1, 2, avec les profils de leurs joins KB , LB , MB , ce que la figure montre assez clairement sans y ajouter une plus longue explication.

IL faut seulement remarquer que si la naissance à l'imposte est fort inclinée, elle forme en B un angle quelquefois si aigu, qu'on ne peut se dispenser de joindre à la plate-bande une partie de l'arrière - Voussure pour éviter l'angle trop aigu ; & quelquefois aussi pour obvier à la poussée, qui pourroit faire sortir le linteau hors de l'alignement du mur.

COROLLAIRE V.

Du Bonnet de Prêtre.

DES deux précédentes constructions, on tire celle d'une sorte de Voute peu usitée, que j'appelle à cause de sa figure un *Bonnet de Prêtre* ; telle est celle qu'on voit à la figure 243. laquelle peut être propre à racorder une ouverture de Fenêtre carrée, par de hors avec une ronde par dedans, ou au contraire d'un rond extérieur avec un carré intérieur ; ce qui peut aussi convenir aux Voussures d'une chambre carrée, au milieu de laquelle on veut faire un plafond rond, ou au contraire une chambre ronde où l'on voudroit faire une ouverture carrée.

IL est clair qu'une telle Voute seroit un composé de quatre arriere-Voussures bombées & réglées, dont les cintres intérieurs comme AHE, (à la figure 239.) au lieu d'être d'un sixième, feroient d'un quart de cercle ; ainsi la construction n'offre aucune nouvelle difficulté ; ce seroit faire quatre arriere-Voussures continuées au lieu d'une.

Je remarquerai seulement en passant pour égayer le discours, que cette figure de *Bonnet* extraordinaire, inventé depuis environ deux siècles à l'usage des Prêtres, par un Bonnetier nommé Patrouillet, (selon Pasquier), donna occasion à la plaisanterie d'un Historien ; qui dit que de son tems les Prêtres avoient trouvé la *Quadrature du Cercle*.

On peut varier cette figure de Voussure, pour la rendre plus agréable, en la faisant à double courbure, comme nous le dirons ci-après

Deuxième Classe, des Voutes irrégulières, dont les surfaces sont à double Courbure.

PUISQU'IL n'y a que la Sphère entre les corps réguliers primitifs, qui soit courbe en tout sens, il semble qu'on peut lui comparer les surfaces irrégulières, qui ont une double courbure, l'une longitudinale & l'autre transversale ; c'est-à-dire suivant la longueur de leur direction, & suivant leur largeur.

POUR donner quelque ordre à leur figure, on peut aussi leur attribuer quelque conformité avec le Cône & le Cylindre ; ainsi lorsqu'une Voute aura deux côtes droits convergens, & le reste de la surface à double courbure, je l'appellerai *Conico-Sphérique* ; telle est la *Trompe droite sur les impostes* & courbe sous la clef.

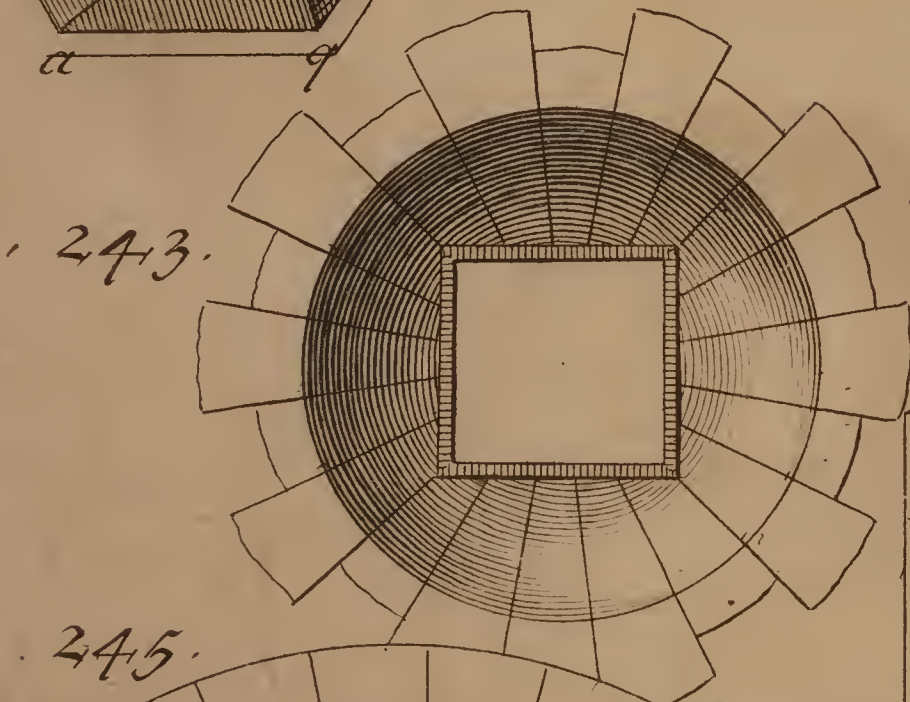
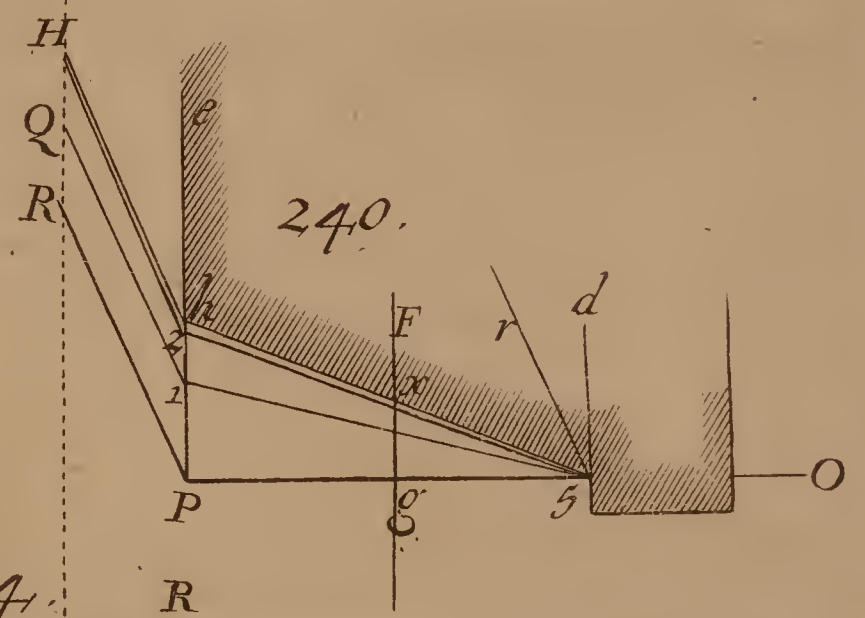
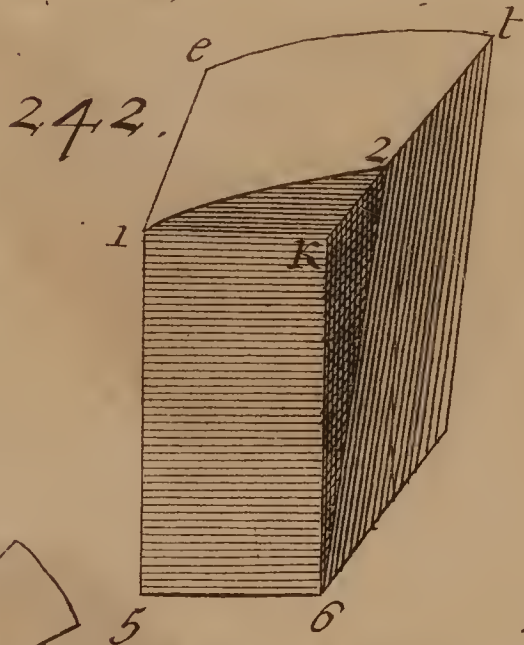
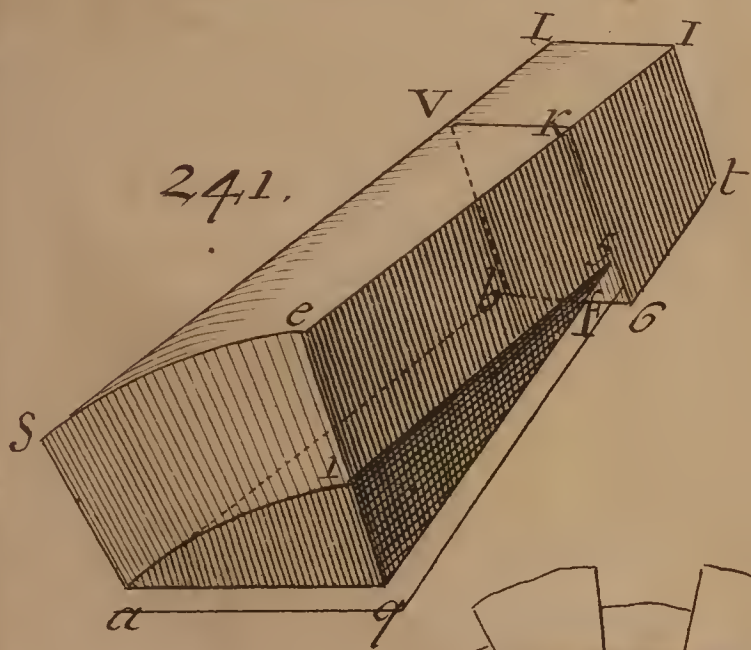
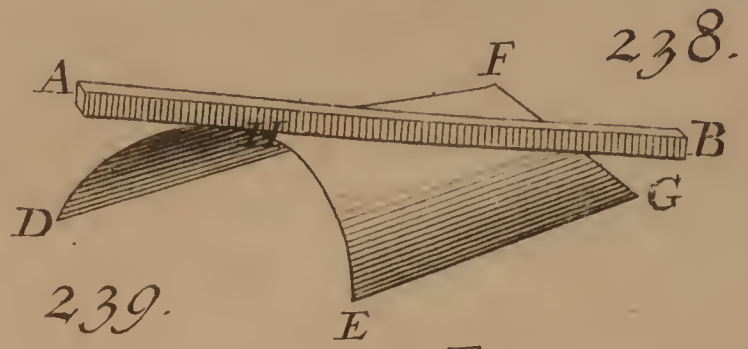
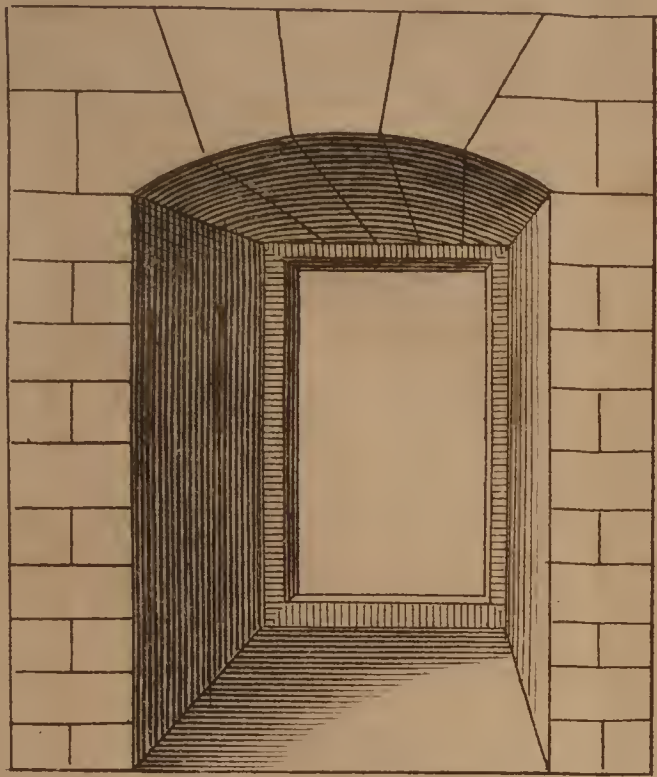
II. LORSQU'UNE Voute aura un côté droit & trois côtes courbes, dont l'opposé au droit sera dans un plan à peu près parallèle à ce droit ; je l'appellerai *Sphérico-cylindrique* ; telles sont les Voutes ci-après, sçavoir.

- 1°. Le *Berceau de Niveau Courbe aux impostes* & droit à la Clef.
- 2°. *Berceau ou demi Berceau rampant*, droit sur un imposte & bombé vers la clef.
- 3°. La *Trompe à Panache*.
- 4°. L'*arriere-Voussure de Montpellier*.

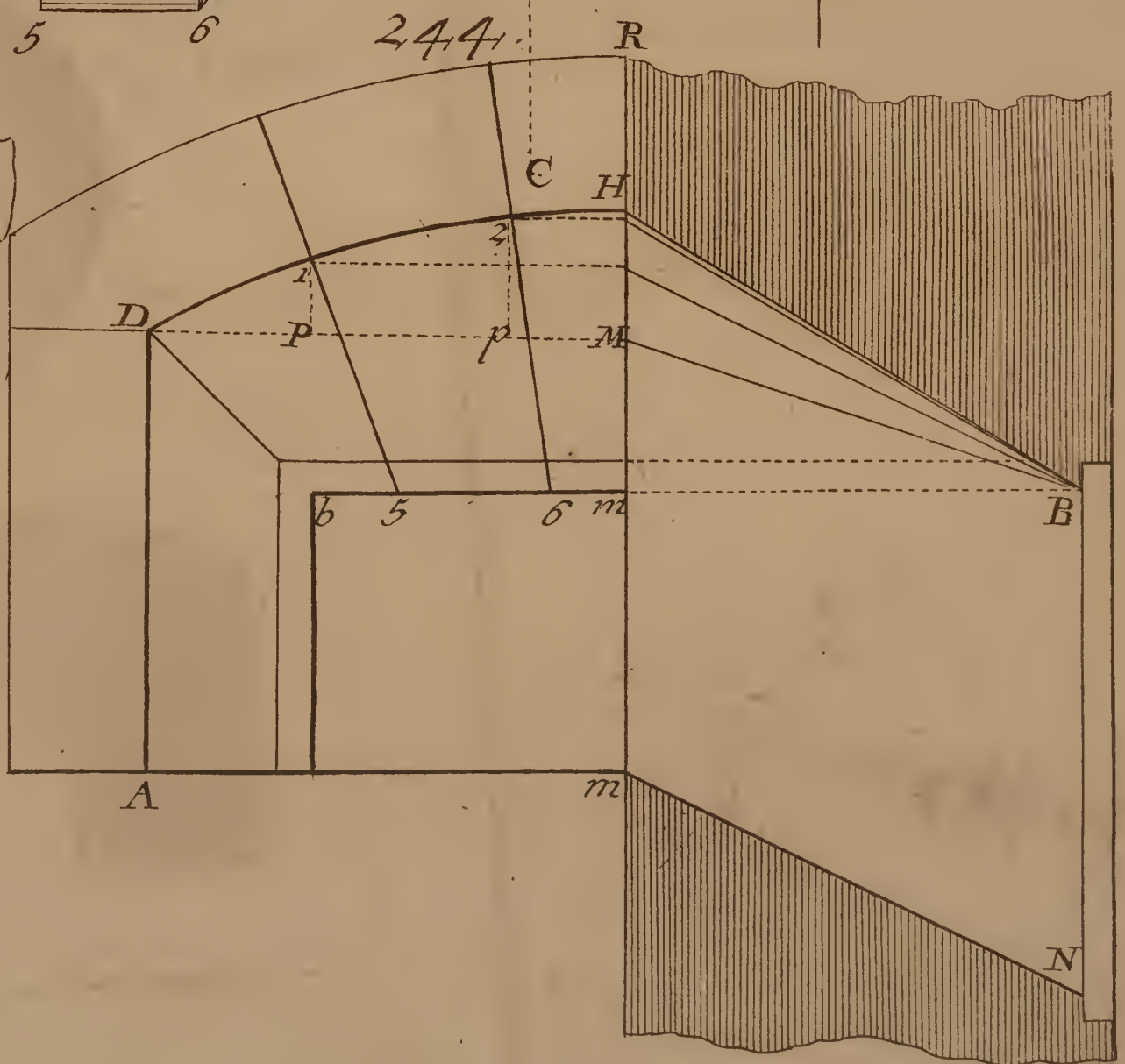
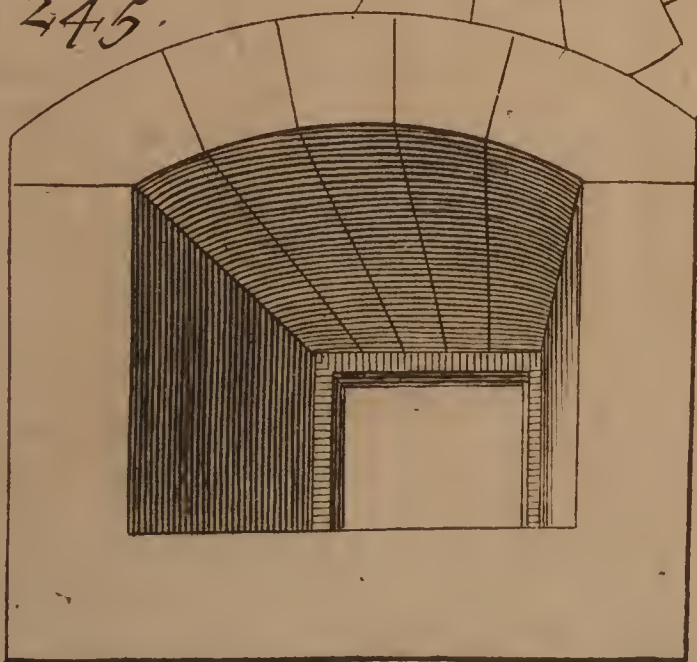
III. LORSQU'UNE Voute aura trois côtes droits, & une surface à double courbure, je l'appellerai *Sphérico-Prismatique* ; telle est la seule *arriere-Voussure de St. Antoine*.

IV. ENFIN lorsqu'une Voute simple sera terminée par trois ou quatre

237.



245.



courbes, sans que la surface courbe qu'ils comprennent soit Sphérique; je l'appellerai Sphéroïdale; tels sont 1^o. les Pandantifs des Voutes d'arêtes Gotiques, 2^o. les *Trompes à joins de lit cintrez en coquille*, & 3^o. l'*Arrière-Voussure de Marseille ordinaire*.

PROBLEME. XXIV.

Faire une Voute Conico-Sphérique.

Apellée en termes de l'Art,

Trompe droite sur les impostes, & Courbe sur la Clef. Pl. 65.

SOIT (figure 246.) l'angle rentrant AfB qu'on veut vouter de manière, que la pointe f soit en partie émouffée autant qu'il est convenable, pour conserver quelque beauté à la surface de la voûte; sur AB , comme diamètre, ayant fait le demi cercle AHB pour cintre de face, qui est ici renversé, & l'ayant divisé en ses Voussours aux points 1, 2, 3, 4, on tirera de ces points des perpendiculaires 1P, 2p², 3p³, &c. à l'ordinaire; on tirera ensuite par les points Pp au sommet f , les lignes Pf, pf lesquelles ne seront pas les projections des joins de lit, comme aux Trompes coniques; mais les cordes des Courbes de leur projection, qui seront les hyperboles aussi bien que les joins qu'elles représentent, par le Theor. V, du premier Livre; & le I. du deuxième.

Fig. 246.

Pour les décrire il faut observer.

- 1^o. QUE puisque tous les joins de lit aboutissent à la circonférence de la face AHB , les hyperboles auront toutes une amplitude égale au rayon CA .
- 2^o. QUE passant toutes au même sommet f de l'angle, elles ont pour axe commun la ligne Cf ; ainsi elles seroient toutes égales, si elles avoient le même centre; mais puisqu'elles doivent se resserrer vers les impostes, & s'ouvrir vers la Clef; il faut qu'elles aient différents centres.

Pour trouver ces centres on tirera au milieu de la Clef la corde AH , qui coupera la ligne 1P au point D , la longueur DP portée sur CS , prolongée de f en C' , donnera le centre de la première hyperbole en C' , la même corde AH coupant aussi la ligne 2p au point d , donnera la longueur dp , laquelle étant portée sur l'axe prolongé de

S en C^2 , marquera le centre de la seconde hyperbole. Enfin si l'on vouloit tracer celle qui passe par le milieu de la clef, on porteroit la longueur du rayon CH sur l'axe prolongé, comme les précédentes en Sh.

PREMIEREMENT, par le Probleme 11. ou 12. du second Livre, on peut décrire chacune de ces hyperboles, puisqu'on a trois points donnez, sçavoir le centre C^1 ou C^2 , le sommet f , & une ordonnée CA ou CB, c'est-à-dire un point à la circonférence du demi cercle AHB; ainsi on pourra en trouver les asymptotes, ou bien les foyers; mais pour ne pas renvoyer le Lecteur à ce Probleme, nous allons donner ici une maniere fort aisée d'en trouver plusieurs points; par exemple pour l'hyperbole qui passe par le point 2 du second joint de lit, laquelle a son centre en C^2 ; on tirera la ligne $C^2 B$, & autant de perpendiculaires à l'axe fC que l'on voudra avoir, de points de l'hyperbole, comme io, ko, lo , qui couperont $C^2 B$ aux points $o, o \& o$, l'imposte fB aux points ee , & l'axe fC aux points n, n, n ; puis ayant prolongé le côté AS jusqu'à la rencontre de $C^2 B$ en z , on tirera au centre C la ligne ZC, qui coupera toutes les parallèles à AB, en deux également en m , d'où comme centre, & de l'intervalle mo pour rayon; on décrira des arcs de cercles qui couperont fC en x , les lignes nx ordonnées chacune au diametre de son arc, étant portées en ny , sur leurs diametres; donneront les points y, y à la circonférence d'une hyperbole, par lesquels & par les points f & B, on tracera à la main la courbe du joint de lit $fYyB$, que l'on cherche.

DE la même maniere on tracera les points de l'hyperbole fub , qui est celle qui doit passer par le point 1 du joint de lit de l'hyperbole, & fVB , qui doit passer par le milieu de la clef.

IL reste à présent à tracer les projections Plf , & pgf de ces joints de lit qui sont aussi des hyperboles; dont nous nous contenterons de chercher un point dans une des lignes perpendiculaires à Cf .

Du centre C on tirera au point 1 & 2, les rayons $C1, C2$, & prenant par exemple sur la ligne ko , la longueur ny , on la portera de C en G, sur le rayon $C2$ du point G, on menera une parallèle à Cf , qui coupera ko en g , où sera un des points de l'hyperbole $pgqf$, qui est la projection du joint de lit, passant par le point 2 à côté de la clef, c'est-à-dire de l'arête du lit de dessus du second Vouffoir, & d'un des lits de la clef.

PAR la même maniere on trouvera le point f de la projection de

l'hyperbole, qui passe par le point i , en portant ny , c'est-à-dire le point pris de y , où l'hyperbole SuB coupe la ligne io , sur le rayon CI en CI , la parallèle à eS menée par I , coupera omi au point f , qui fera un de ceux de l'hyperbole Pff , laquelle est la projection de l'arête du lit de dessus du premier Vouffoir, & de celui de dessous du second.

Il faut présentement tracer le panneau de doële plate, lequel ne peut toucher les quatre angles de la surface du Vouffoir, auquel il est destiné, parce qu'elle est intrinséquement gauche. Il en touchera seulement trois, dont il désignera les sommets, & servira à trouver celui du quatrième, & l'inclinaison des coupes pour former les lits, sur lesquels on doit tracer les Courbes des arêtes hyperboliques de leurs joins à la doële.

ON peut aussi faire cette doële plate, de manière qu'elle ne touche que deux angles de la doële du Vouffoir, qu'on se propose de faire, & cependant qu'elle serve à trouver la position des deux autres, comme nous allons le montrer dans la construction suivante.

AYANT déterminé la position de la tête du Trompillon, suivant la grandeur de la pierre qu'on y doit employer, par exemple en TR , (figure 246.) on portera la longueur de son côté ST , sur le rayon CI en Ct , & l'on tirera tr parallèle à la corde 12 , & terminée aux deux rayons $C1$, $C2$, suposant par exemple qu'il s'agisse de la formation du second Vouffoir; cette préparation étant faite, on tracera à part (figure 248.) deux lignes ab , mM , qui se coupent à angle droit, & du point m de leur intersection, on portera sur ab , de part & d'autre, les moitiés $M1$, $M2$ de la corde 12 de la figure 246. & les deux moitiés de la parallèle tr en mt , mr de la figure 248. Fig. 248.

PAR les points a & b on menera les lignes $a1$, $b2$ parallèles à celle du milieu mM , & ayant ouvert le compas de l'intervalle TA , des points t & r pour centres, de la figure 248. on fera des arcs $1d$, $2d$ qui couperont ces parallèles aux points 1 & 2 , par où on tirera la ligne 12 , le trapeze $r21t$ sera le panneau que l'on cherche; lequel sera celui de la doële plate d'une Trompe droite circulaire, inscrite à la Trompe en conoïde dont il s'agit, par le moyen de laquelle doële plate on parviendra à la formation des lits, sur lesquels on doit tracer les arêtes hyperboliques de leurs joins à la doële, comme nous le dirons ci-après en parlant de l'application du Trait sur la pierre.

SECONDEMENT, on peut faire ce panneau de doële comme nous l'avons

dit en premier lieu , de maniere qu'il touche trois angles de la doële du Vouffoir ; mais alors il faut s'y préparer en décrivant la Courbe de la section plane-transversale , qui est le cintre de la tête du Trompillon.

Fig. 247. ON décrira avec la longueur TN , pour rayon (figure 246.) un demi cercle T *b* R (figure 247.) qu'on divisera en autant de parties égales que le cintre primitif AHB , par exemple ici en cinq aux points 1 , 2 , 3 , 4 , par lesquels on tirera du centre *n* des rayons *n* 1 , *n* 2 &c. prolongez indéfiniment , & une ligne aplomb au milieu *b n* , sur laquelle on portera la longueur N *z*^{*b*} de la figure 246. qui est l'intervale de l'axe pris à la face du Trompillon , jusques à sa rencontre avec l'hyperbole du milieu SV *z*^{*b*} B.

ON prendra aussi l'intervale NY du même point N , à l'hyperbole SYB , qu'on portera sur les rayons de la figure 247. en *n* Y & *n* *y* , pour avoir les points Y *y* ; & enfin l'intervale NX du même point N , à la troisième hyperbole , faite pour le premier lit en *n* XB , qu'on portera sur les rayons N 1 , *n* 4 , en *n* X & *n* *x* , & par les points TXYZ *y* & R on tracera la Courbe qui sera la section plane transversale de la Trompe par la ligne TR de la figure 246. laquelle est le cintre de face du Trompillon.

SUPOSANT présentement qu'on se propose de faire un second Vouffoir comme 3' 4 , on tirera à la corde 3' 4 , & par le point du cintre le plus bas *x* ; on lui menera une parallèle *x n* , comprise entre les deux rayons *n y* , *n x* ; & l'on tirera les coupes *n* 7 , *x* 8 du centre *n* , comme aux Trompes ordinaires.

Application du Trait sur la Pierre.

AYANT dressé un parement pour y appliquer le panneau de doële plate , & en tracer le contour , on formera des lits avec les Biveaux de lit & de doële , de la même maniere que si l'on faisoit un Vouffoir de Trompe Droite , ou bien avec le Biveau de doële plate & de tête , comme il a été dit à la page 210. puis on levera un panneau de joint de lit RYB sur la Courbe YB , qu'on appliquera sur le lit de dessus , en sorte que la ligne RB soit sur l'arrête de lit , & de doële conique ; on en usera de même pour le lit de dessous , pour lequel on levera un panneau sur R *x* B & sur la tête du côté du Trompillon ; on appliquera le panneau 3 *y* *x* 4 de la figure 247. & l'on aura les traces des quatre arêtes du Vouffoir , par le moyen desquelles on creusera la doële à vûe d'œil , parce que la regle ne peut y servir nulle part.

IL suffira de s'aider de quelque cerche formée entre la tête de face, & à la tête du Trompillon, par le moyen d'un cintre pris, par exemple en *ke* & tracée de la même manière, qu'on a tracé celui de la tête du Trompillon TXR de la figure 247.

IL est aisé de voir que si la doële plate a été faite par la seconde construction, de manière à toucher trois des angles de la doële creuse, il faudra former les lits avec le biveau de lit & de doële conique, parce que la ligne xu étant parallèle à la corde 4'3, l'angle $8xu$ est égal à l'angle $8'4'3$; mais alors au lieu du panneau de lit en triangle RxB , il faut seulement un segment d'hyperbole $x'B$, dont la corde $x'B$ fera appliquée sur l'arête de la doële plate, & au lieu du triangle mixte RYB , pour le lit de dessus, il en faut un plus petit $x'YB$, parce que $x'Y$ répond à $4x$ de la figure 247.

Explication Démonstrative.

PREMIEREMENT on remarque en fait de beauté de figure, que tous les angles qui se font à la jonction des surfaces planes avec des courbes, sont un peu désagréables à la vûe; c'est pourquoi on tache d'effacer ces angles en faisant la jonction des surfaces, qui se rencontrent à la ligne d'atouchement de la courbe avec la plane; or dans les Voutes coniques on ne peut effacer l'angle rentrant horizontal ASB, formé par les plans des piédroits convergens; mais on peut effacer l'angle vertical de la ligne d'intersection des piédroits, avec le côté incliné du Cône, passant par la clef en courbant ce côté, de manière que cette ligne verticale devienne sa tangente; on en peut faire autant à chaque joint de lit, supposé dans un plan incliné passant par un joint de tête; faisant ensorte que l'intersection du plan du lit & du vertical passant par l'intersection des piédroits, soit la tangente de la courbe substituée au côté du Cône, lequel côté devient la corde de cette courbe, par ce moyen on émouffe la surface pointuë du Cône.

ON peut pour cette fin se servir de plusieurs Courbes. Le P. Deran, comme nous le dirons ci-après, a voulu se servir du cercle; mais il n'a pas examiné qu'il ne le pouvoit que pour le milieu de la clef, sans faire une surface difforme.

ON pourroit se servir de l'Ellipse, faisant toujours ensorte que la naissance en S fut à l'extrémité d'un des axes.

MAIS comme l'hyperbole est la courbe qui approche le plus de l'angle recti-

ligne, qui est la section du Cône par son axe, où doit être la rencontre de tous les joins de lit, cette Courbe est celle qui convient le mieux pour former l'arondissement du fond de la Trompe, & en émousser la pointe.

SECONDEMENT parce que les hyperboles doivent s'ouvrir & s'arondir, à commencer depuis l'angle des impostes A/B , qu'on peut considérer comme la première hyperbole infiniment peu arondie, & que la plus arondie est celle qui doit passer par le milieu de la clef, puisqu'elle est la plus éloignée de cette première, on prend la distance des centres de toutes les hyperboles possibles entre la première & la dernière, suivant une progression exprimée par les lignes parallèles à CH , dans le triangle AHC , telles sont DP & dp , &c. provenant des divisions de la base 1, 2, 3, 4; or comme les centres des hyperboles représentent les sommets de Cône dont elles sont des sections, on a trouvé les ordonnées de ces hyperboles, par le moyen des côtes C_1B , C_2B , des Cônes différens que donnent les positions de ces centres; ainsi ces Courbes des joins de lit sont bien trouvées, *ce qu'il falloit faire.*

Autre façon de Trompe Conico-Sphérique, à joins cintrez en Coquille.

LE P. Deran à la suite du Trait de la Trompe sur le coin, dont nous avons parlé ci-devant page 349. donne une manière de changer la doële conique en une surface irrégulière, qu'il appelle en *Niche*, en traçant sur les plans des lits des quarts de cercles dont les côtes du Cône, c'est-à-dire les arêtes des joins de lit étoient les cordes.

Fig. 249. Soit, par exemple (figure 249.) le quarré $ASBN$, la projection horizontale de la Trompe, les lignes SQ , Sq celles de ses joins de lit; on mènera par les points Q & q des perpendiculaires à l'axe SN , qui le couperont aux points f & e , si de ces points pour centres & pour rayons fS , eS , on décrit les quarts de cercles FkS , EiS , DhS , on aura les joins de lit de la doële en niche, & la quart de cercle DhS sera la cerche du milieu de la clef.

LE Pere Dechalles dans son *Traité de Lapidum sectione*, a voulu en changer le Trait, comme il suit:

AYANT décrit le quart de cercle DhS , ainsi que le P. Deran, il fait avec le même rayon DN ou NS , des arcs de cercles EoS , FnS , AnS sur les cordes qui étoient données pour joins de lit de la doële conique ES , FS , AS , & des centres x , y , z trouvez par des intersections faites avec

avec ND pour rayon, & des points S, A, F, E pour centre; mais ce changement fait une figure encore plus irrégulière que celle du P. Deran, qui l'étoit déjà beaucoup; pour en juger, il faut tracer la tête du Trompillon, que ni l'un ni l'autre n'ont décrit.

AYANT pris un point G à volonté sur l'axe SN, on lui tirera la perpendiculaire indéfinie Gh , qui coupera les arcs des joins de lits aux points b, i, k, l , suivant le Trait du P. Deran, & ceux du Trait du P. Dechalles aux points b, o, n, m .

PRESENTEMENT ayant pris une ligne LL (figure 250.) pour base du Trompillon, du milieu g pour centre, & pour rayon Gl de la figure 249. on décrira un demi cercle L U L, qu'on divisera en même nombre de Vouffoirs, que le cintre primitif ANB aux points 1, 2, 3, 4, par lesquels on tirera du centre g des rayons $g1, g2$, &c. prolongez, sur les- Fig. 250. quels on portera les longueurs correspondantes de la section Gh , de la figure 249. sçavoir Gh en gH de la figure 250. Gi en gI à la même, Gk en gK & Gl en gL , & par les points L K I H raportez de l'autre côté en iK , on tracera à la main la Courbe LHL, qui est l'élevation de la tête du Trompillon du P. Deran.

PAR la même pratique on trouvera la Courbe $M2H3m$ pour la tête du Trompillon du Trait du P. Dechalles.

IL est visible à l'inspection de cette figure 250. que la surface de la doële d'une telle niche doit être désagréable à la vue, en ce qu'elle fait un pli à la clef H comme les Voutes Gotiques, lequel est moins choquant dans le Trait du P. Deran, que dans celui du P. Dechalles, qui fait un angle curviligne fort aigu $2H3$.

IL suit de ces constructions, qu'en faisant les impostes concaves horizontalement, on sort de l'hypothèse, qui veut que les piédroits AS, SB soient en ligne droite comme à toutes les Trompes coniques, de sorte qu'en les faisant creux en quart de cercle comme le P. Deran, on change leur angle rectiligne en une demie Tour creuse, qu'il seroit plus beau & plus facile de vouter en niche Sphérique ou Sphéroïde, que de cette manière irrégulière.

QUE si l'on fait les impostes d'un arc moindre que le quart de cercle comme le P. Dechalles, les deux portions de Tour creuse, qui se formeront une à chaque piédroit, feront à leur jonction un angle curviligne désagréable à la vue.

ENFIN si l'on vouloit conserver les impostes droites, & commen-

cer seulement au dessus à creuser la Voute, pour aller chercher le premier joint de lit courbe du couffinet, il s'y formeroit un creux en forme de sac, comme en TKI, suivant le Trait du P. Deran, qui seroit fort vilain, & un moindre TN 2, suivant le P. Dechalles, lequel sac seroit d'autant difforme que le premier lit gK , seroit abaissé près de l'imposte gL .

IL est vrai que ce sac diminueroit peu à peu en s'aprochant de la face AB d'un côté, & du sommet S au fond de la Trompe, de l'autre côté où il se réduiroit à rien; ainsi le sac MKI, qui répond à la section $XcMx$ de la figure 249. est moindre que TKI, qui répond à GT.

D'ou l'on doit conclure, que cette espece de Trompe est une idée mal concertée, qu'on ne peut mettre en pratique sans vouloir faire une chose difforme de propos délibéré; laquelle est non seulement moins régulière & moins belle que la Trompe conique sur le coin, & que la Sphérique; mais aussi moins solide; par conséquent dont on ne peut tirer aucun avantage.

P R O B L E M E. XXV.

Faire une Voute Cylicindrico Sphéroïde.

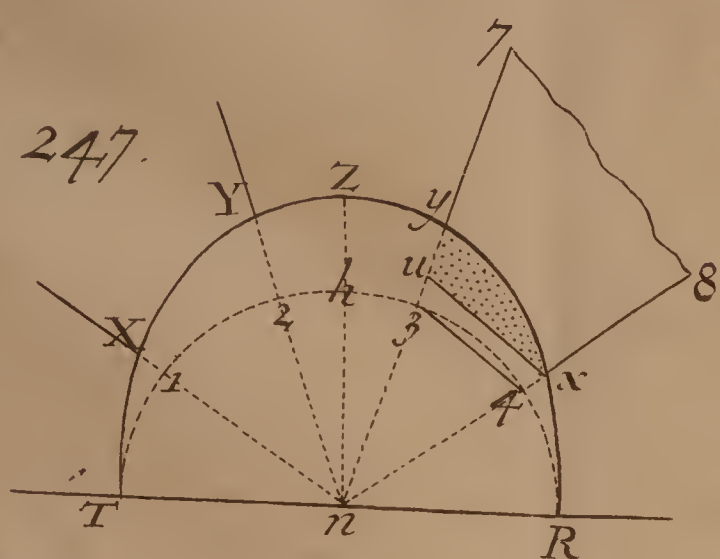
En termes de l'Art.

*Faire une espece de Berceau, dont la Clef & les Impostes
sont de differente nature, sçavoir, l'un droit,
l'autre courbe.*

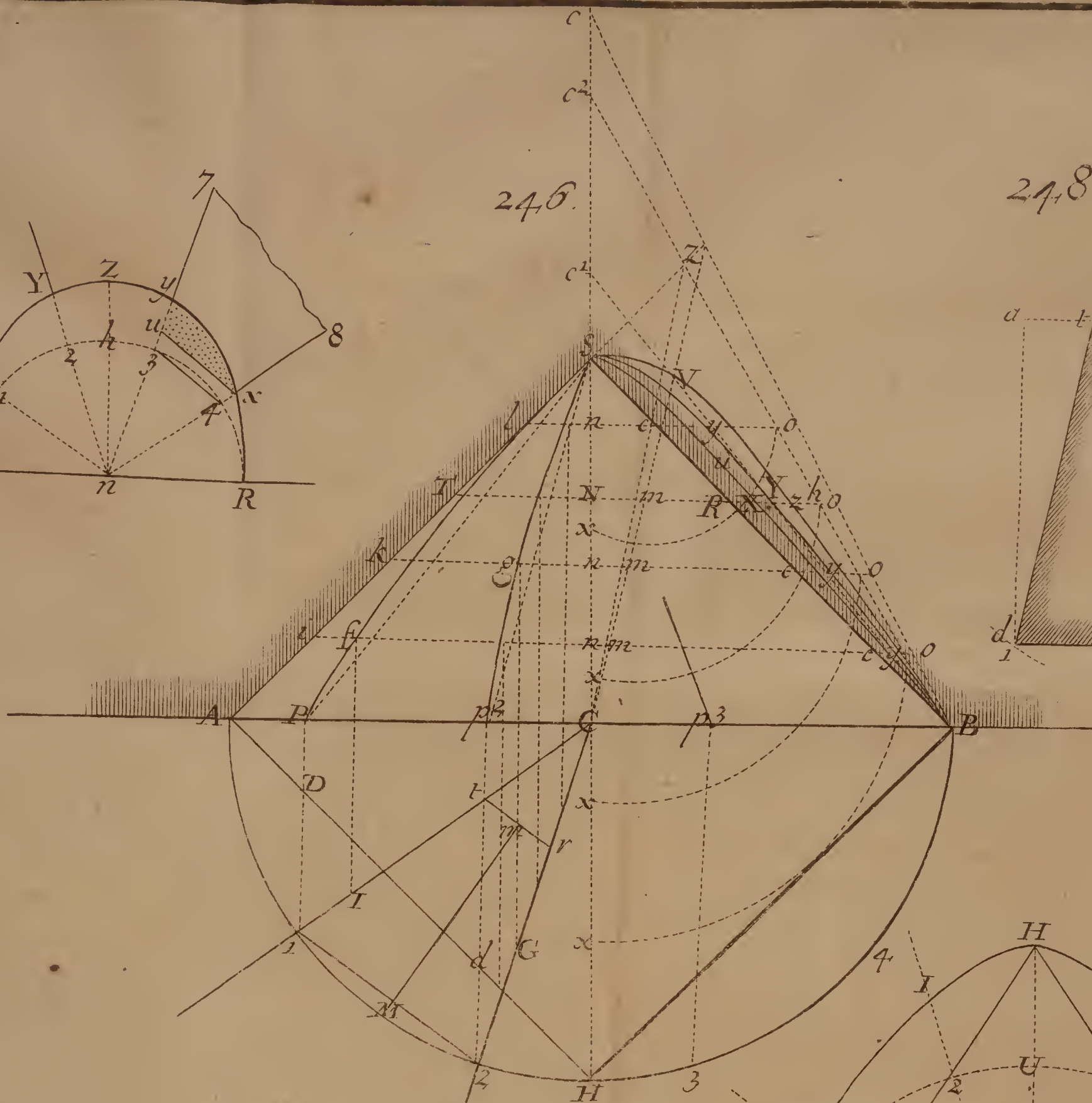
ON a vû par le Trait précédent, qu'on peut faire une Voute dont les impostes sont droites & convergentes; mais dont toutes les autres lignes de joins ou de pareilles tracées sur la doële tendantes au point de concours des impostes, se courbent d'autant plus qu'elles s'élèvent, de sorte que celle du milieu de la clef est la plus concave.

D'ou il suit qu'on peut encore faire la même chose, lorsque les impostes ne concourent qu'à une distance infinie, c'est-à-dire lorsqu'elles sont paralleles entr'elles.

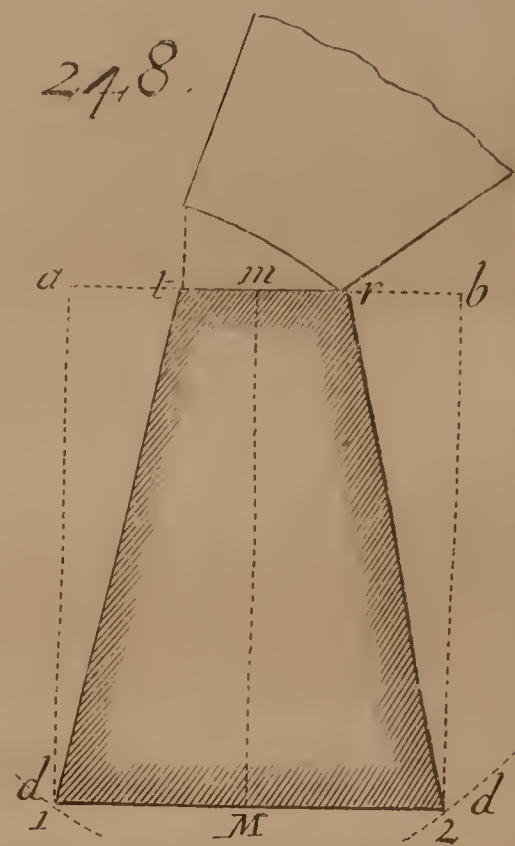
ON peut encore donner à cette figure de doële une autre modification, en faisant faire un quart de révolution au corps cylindroïde, dont il s'agit, autour de son axe, alors les lignes droites des impostes se placeront où étoit la clef, sans qu'il arrive d'autre changement à la



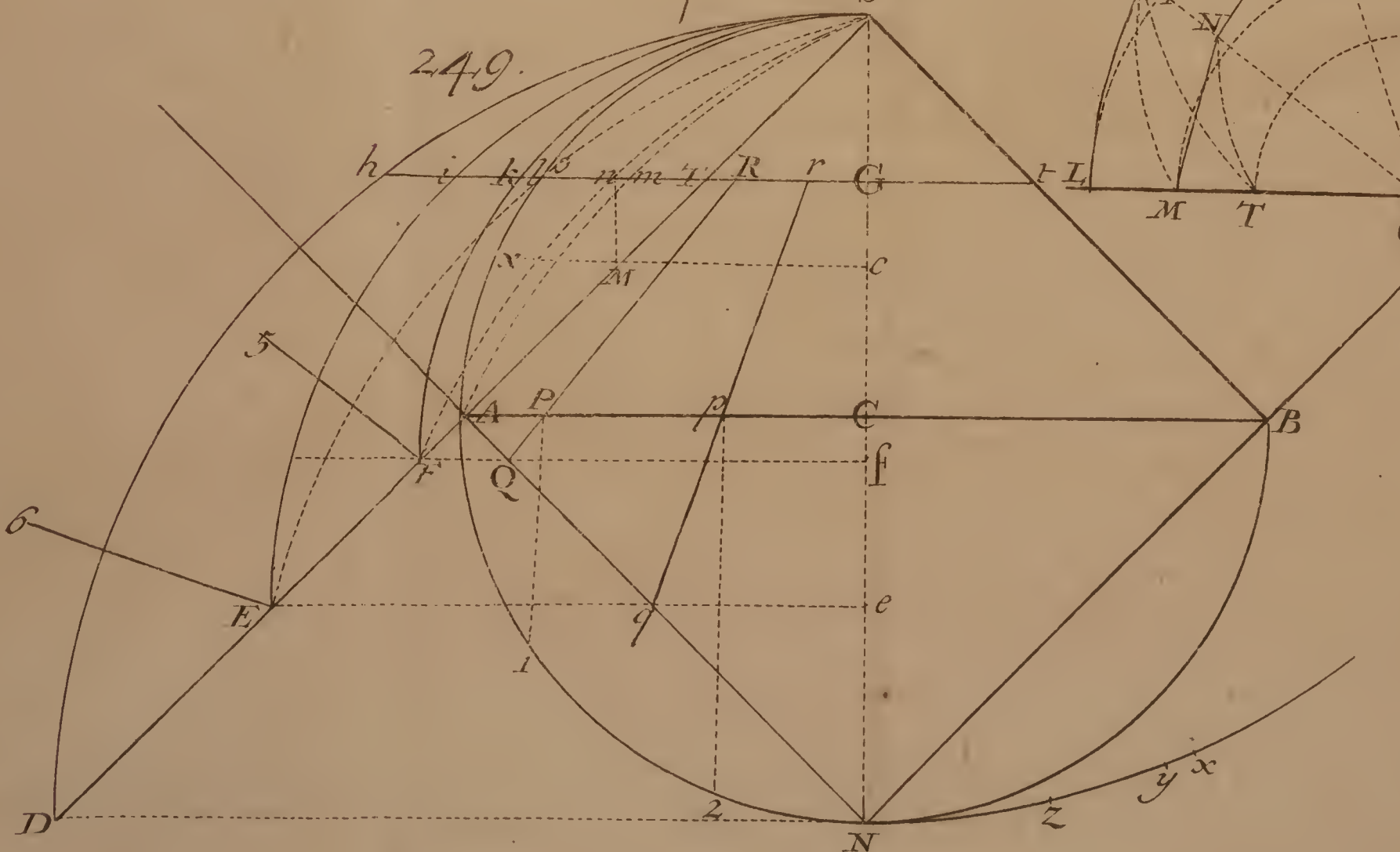
246.



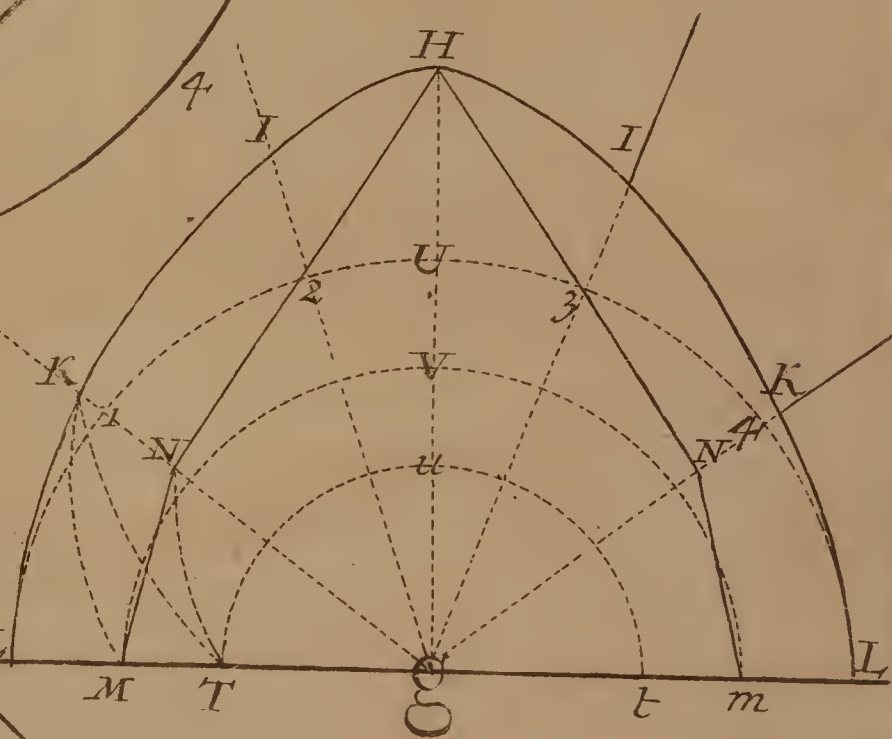
248.



249.



250.



Voute, que celui de la situation de ses parties, considérées à l'égard de l'horison; à laquelle situation ayant égard, je distinguerai ces sortes de Voutes en deux especes, l'une où la clef est droite & les impostes courbes, l'autre où l'imposte est droite & la clef courbe.

P R E M I E R C A S.

Berceau irrégulier, dont les impostes sont courbes & la Clef droite.

Soit, (figure 251) le quadriligne mixte ABKI, la projection hori- Pl. 66.
 izontale d'une Voute, dont les côtes AB, IK sont droites, & AI, BK courbes Fig. 251.
 concaves, lequel étant divisé par les lignes de milieu CX, FG, est uni-
 forme dans chacun de ses quarts ACMF, BCMG, &c.

Sur AB pris pour diametre du cintre primitif, ayant décrit le demi cercle AHB, on portera les distances de la ligne du milieu, MF, MG en Cf, Cg, de part & d'autre du point C, & de même les longueurs mD, mE en Cd, Ce, suposant DE parallele à AB, & éloignée à volonté, par exemple à moitié de CM.

Sur la ligne fg prise pour grand axe d'une Ellipse, & CH pour moitié du petit, on décrira la demie Ellipse fHg, qui est le plus grand de tous les cintres, de même sur de pour grand axe, & le double du même CH pour le petit, on décrira la demie Ellipse dHe entre ces ceintres, on en pourra tracer de même autant qu'on le jugera à propos, pour la commodité & l'exacritude de la construction.

On divisera ensuite chacun de ces cintres en un même nombre de parties égales entr'elles, pour former autant de Voussloirs qu'on voudra, par exemple ici en cinq aux points A, 1, 2, 3, 4, B pour le circulaire f, 1°, 2°, V, o, g, pour le grand surbaissé d, 1°, 2°, u, ne pour le moyen surbaissé, & par ces points on tracera les courbes 4no, 3uV qui seront les projections verticales, en profil de chacun des joins de lit d'un côté, & leurs égales 1, 1°, 2, 2°, de l'autre, lesquelles sont d'autant plus courbes qu'elles approchent de l'imposte Bg, & d'autant plus droites que les lits approchent de la clef H, dont le milieu est parfaitement droit; ces courbes servent pour la formation des têtes des Voussloirs, par la voye de l'équarrissement.

Il faut présentement tracer celles des joins des mêmes lits à la doële.

Sur le diametre AB prolongé, on portera la profondeur de la Vou-
 Mmm ij

te exprimée par CX avec ses divisions MN en ai , & par les points a, n, m, n, i , on lui élèvera des perpendiculaires indéfinies ah, nh, mh, nh, ih ; puis par les points des courbes de tête dont nous venons de parler $4, n, o, 3, u, V$, & le sommet H, on mènera des horizontales parallèles à AB, qui couperont les verticales ah , &c. en des points qui seront au contour des courbes que l'on cherche, lesquelles seront répétées de part & d'autre également en sens contraire, depuis la ligne du milieu mh ; ainsi l'horizontal passant par le point 4, donnera les points d'intersection $1^f, 4^f$; le point n , donnera les points N & N, & le point o , celui du milieu O, la courbe 1^f NON 4^f , fera celle du premier lit à la doële.

PAR la même pratique les points $3, u, V$, du profil de tête donneront la courbe 2^f UVU 3^f pour les second joint de lit à la doële.

DE ce que les projections verticales des lits à la tête & à la doële sont courbes, il suit que les projections horizontales des joins à la doële le seront aussi; c'est pourquoi il faut les chercher à peu près comme celles de la coupe, par le moyen des points du profil de tête, d'où l'on abaissera des perpendiculaires sur AB, qu'on prolongera jusqu'à la rencontre de ses parallèles DE, FG, Tz, IK. Ainsi la verticale menée par le point 1, donnera les points P & R, celle qui sera abaissée du point 1^e , donnera les points x & x , à la rencontre des lignes DE, Tz, & celle qui sera tirée par le point 1^o , donnera sur la ligne du milieu FG le point Q, la courbe P x Q x R fera la projection horizontale du premier joint de lit. Celle du second pqr se trouvera de même, laquelle comme l'on voit est beaucoup moins courbe que la précédente, parce qu'elle approche de cette projection du milieu de la clef CX, qui est parfaitement droite au plan horizontal comme au vertical en hbb .

PUISQUE toutes les projections des joins de lit sont courbes, il suit que les arêtes des joins en œuvre sont des Courbes à double courbure, qu'on ne peut faire par la voye du simple équarrissement, par des préparations des surfaces planes, mais par une préparation de surface cylindrique, & par panneaux flexibles, comme il a été dit au troisième Livre page 311.

Application du Trait sur la Pierre.

SOIT, par exemple, proposé à faire le premier Vouffoir, dont la projection horizontale est le quadriligne mixte APQF. Ayant dressé un parement pour servir de lit de niveau, on y appliquera le panneau formé sur l'épure AP x QFDA, dont on tracera le contour sur ce lit, puis on

abattra la pierre à l'équerre suivant la-courbe $P \propto Q$, formant ainsi un morceau de Tour creuse, dans laquelle on élèvera sur les repaires $P \propto Q$, des perpendiculaires au lit de niveau parallèles entr'elles, sur lesquelles on portera les hauteurs des retombées $1^o P$, $1^o A$ sur le milieu \propto & $1^o z$ sur le point Q , lesquelles hauteurs donneront des points, par lesquels on tracera avec une regle pliante l'arête du lit de dessus.

ON prendra ensuite le Biveau d'aplomb & de coupe $P 1^o 5$, avec lequel on abattra la pierre, pour former le lit tenant une des branches aplomb, & l'autre d'équerre sur l'arête, & par ce moyen on formera une surface convexe cylindrique, dont la projection est marquée au profil par la courbe $1, 1^o, 1^o$, ou son égale 470 , de l'autre côté. On formera les têtes avec les Biveaux mixtes $\propto QF$ & $\propto PA$; pour y tracer les arcs $A 1$ & $f 1^o$, suivant lesquels la courbe du lit de dessous ADF , & l'arête trouvée du lit de dessous, on abattra la pierre pour former la doële concave gauche, dans le milieu de laquelle on appliquera la cerche de l'arc $d 1^o$, sur les apuis donnez en D au lit de dessous & en \propto à celui de dessus, & la pierre fera faite.

U S A G E.

Quoiqu'il paroisse du premier abord quelque chose de bizarre dans la figure de cette Voute, je puis juger qu'elle réussit très bien en œuvre, par le modele que j'en ai fait faire pour vouter les bras renflez de la Croix Grecque, d'une Chapelle dont j'ai donné le dessein à un Comte de l'Empire, qui le fait exécuter auprès de son Château de Bockenheim dans le Palatinat. Quoique j'évite les occasions de me mêler d'Architecture, j'ai embrassé celle-ci avec plaisir, tant pour obliger un Seigneur très estimable par lui-même, qui m'honore de ses bienveillances, que pour contribuer à l'œuvre pie du rétablissement d'une Chapelle anciennement célèbre dans le voisinage, & même bien avant en Allemagne, qui étoit tombée en mazure par les révolutions des Hérésies.

LA Providence ayant rapellé ce Souverain au giron de l'Eglise à la Religion de ses Peres, il suit les tracées de ces Illustres Ancêtres, qui ne se sont pas moins distinguez par leur piété, que par les grandes actions qui leur ont donné un des premiers rangs dans l'Empire de tems immémorial. Nous avons à Landau une preuve de ce que j'avance, car c'est à Mrs. les Comtes de Linange, que le Chapitre & l'Eglise Collegiale doivent leur Fondation depuis environ 470. ans.

Second Cas inverse du précédent.

Berceau droit sur les Impostes, & courbe sous la Clef.

Si l'on faisoit un Berceau complet, c'est-à-dire, qui s'étendit d'une imposte à son opposée; après avoir déterminé la ligne courbe du cintre, de chacune de ses têtes à volonté suivant l'exigence de l'ouvrage, il faudroit déterminer de même à volonté suivant l'occurrence la ligne courbe, qui détermine la concavité du milieu de la clef au dessus du côté droit d'un Cylindre inscrit dans ce Berceau irrégulier sur même base. Ensuite diminuer cette courbure peu à peu en descendant jusqu'aux impostes où elle doit se redresser totalement, & se confondre avec les cotez du Cylindre inscrit.

COMME cette figure de Voute n'est d'usage en Architecture que pour les *Escaliers suspendus* & à *Repos*, où elle n'est mise en œuvre qu'à moitié, depuis une imposte jusqu'à la clef, le reste demeurant vuide, & qu'elle est aussi plus ordinairement rampante que de niveau, nous choisissons ce cas d'usage pour l'exemple du Trait, qui consiste à:

Faire un demi Berceau Rampant droit à son Imposte, & courbe sous la Clef.

Fig. 253. Soit, (figure 253.) le parallelograme rectangle ABDR, la projection horizontale du demi berceau, dont l'imposte rampante est AM, terminée en M par la verticale BM, donnée pour hauteur de la rampe d'escalier, élevé sur le point B, qui est de niveau aux point A, déterminée suivant le nombre & la hauteur des marches.

AYANT prolongé BA vers C, & déterminé la nature du cintre de face de montée en quart de cercle ou d'Ellipse, ou seulement en arc moindre que le quart, on portera la largeur AR en AC, pour décrire du centre C, l'arc AH, par exemple en quart de cercle; on menera par A la verticale RAT, & par C & M les paralleles Cf, & Mb. Ensuite par le sommet H, on tirera l'horizontale Hb, qui coupera AT en b, d'où on menera bb' parallele à AM, qui coupera la verticale BM prolongée en b'.

ENSUITE on tracera la Courbe du bombement du sommet bfb', comme on le jugera à propos, je la supposerai pour plus de facilité en arc de cercle, tiré du point D pour centre, afin que si cette Voute rachete par le haut un arc de cloître b'N, comme il arrive ordinairement, il ne se fasse pas de jarret en b'.

LE cintre de face AH étant divisé en ses Voussloirs, par exemple en trois également aux points 1, 2, H, on menera par les points 1 & 2 des horizontales, qui couperont la verticale AT aux points 1^a , 2^a , par lesquels on menera des parallèles à la rampe AM, qui donneront sur M b^c , les points 1^a 2^a ; ces lignes droites seront les cordes des arcs des joins de lit, dont la courbure doit diminuer insensiblement, à mesure qu'ils approchent de l'imposte AM, qui devient enfin en ligne droite.

POUR trouver les points de ces courbes, qui sont les projections verticales des joins de lit, dont les arêtes doivent être en œuvre à double courbure, il faut diviser la rampe AM en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points de chacune de ces courbes, par exemple en quatre aux points E, F, G, par lesquels on élèvera autant de verticales parallèles à TR, qui couperont l'arc donné pour la clef $b f b^c$, aux points e, f, g , & la projection horizontale aux points b^r, b^r, m^r .

PAR les points e, f, g , on menera des parallèles à la rampe AM, qui couperont la ligne AT aux points r, f, t , par lesquels on menera des horizontales $r f^o, f e^o, t g^o$, dont les intersections avec la verticale CS aux points f^o, e^o, g^o , donneront les sommets de chaque quart d'Ellipse, qui doit être la section de chacun des plans passans verticalement par les points donnez E, F, G, & perpendiculairement à la direction de l'axe du berceau.

AINSI les lignes $C f^o, C e^o, C g^o$ étant doublées seront le grands axes de ces Ellipses, & CA la moitié du petit axe commun à toutes, de sorte que par le Probl. VII. du deuxième Livre, on pourra décrire les quarts d'Ellipses $A f^o, A e^o, A g^o$, qu'on divisera chacun en même nombre de parties égales entr'elles, qu'on a divisé le cintre primitif AH, & comme toutes les circonferences de ces quarts d'Ellipses sont inégales, leurs divisions en Voussloirs de même nombre seront aussi toutes inégales, comme on voit au profil par les points 2, $2^1, 2^2, 2^3$; lesquels serviront à trouver la projection horizontale des joins de lit, & si l'on veut aussi leur projection inclinée sur le plan de Rampe AM.

POUR trouver les points de leur projection horizontale, il n'y a qu'à abaisser de ces mêmes points des perpendiculaires sur AC, qu'elles couperont en des points p^2, z, y, x , où seront leurs retombées, lesquelles seront portées sur les horizontales correspondantes, sçavoir, Ax provenant du point 2 de l'arc $A f^o$, sur la ligne $F b^r$ du point L en x , la retombée A y provenant du point 2^2 de l'arc $A e^o$ en $K y$, & enfin A z provenant de 2^3 de l'arc $A g^o$ sur $G m^r$ de m en z , & par les points

$r^2 y x z d^2$, on tracera la courbe qui fera la projection horifontale du second joint de lit.

ON tracera de la même maniere celle du premier lit $r^1 l d^1$, qui servira à tracer les Vouffoirs par l'équarrissement ordinaire.

PRESENTEMENT, si pour le menagement de la pierre, on veut tracer la projection de ces mêmes joints de lit sur le plan de rampe, il faut operer differemment.

PAR tous les points b, e, f, g, h^c de la Courbe du renflement, & par tous les points trouvez des autres joints $2^a, x^2, 2^n$; $1^a X 1^n$, où sont les intersections de ces courbes avec les verticales $e E, f F, g G$, on tirera des perpendiculaires sur AM , lesquelles étant prolongées couperont le côté $r b^a$ aux points b^1, e^1, f^1, b^h , qui marqueront les sommets des tous les cintres transversaux, en projection sur le plan incliné de la Rampe; & pour en trouver les autres points, on prendra les retombées des divisions de chaque cintre Ax, Ap^2 , &c. ou ce qui est la même chose, les distances horifontales $V 2^v, u 2^v$, &c. qu'on portera sur les perpendiculaires à AM , qui correspondent à ces divisions, par exemple $V 2^v$, qui est au cintre du milieu pour la seconde division en $o V 2$, provenant du point x^2 de la ligne $f F$, & la distance horifontale $i 1^x$ sur $X o$, prolongée en OP , la courbe $FPV 2^v f^1$, fera la projection inclinée de l'arc elliptique, qui est la section transversale par le milieu de la longueur du berceau, ainsi des autres, comme la figure le montre sensiblement; ce qui est si relatif aux Traits que nous avons donné ci-devant au Chapitre V. pour les Traits des *Descentes*, qu'il paroît inutile d'en détailler tous les autres exemples.

Ces courbes sont nécessaires pour tracer les têtes des Vouffoirs, qui sont aplombs; mais si l'on vouloit les faire couchées perpendiculairement à la rampe, ou bien faire des cerches pour creuser la doële, propres à être posées perpendiculairement à la ligne de rampe AM , il est clair que les courbes de ces cerches seroient représentées sur le plan incliné, en projection par les lignes droites, de sorte qu'il faut une operation à part pour en décrire le Contour.

SOIT, par exemple une de ces cerches qu'on veut faire, passant par le point g , pris à volonté.

ON tirera par ce point une perpendiculaire ga sur AM , laquelle étant prolongée, coupera les courbes de projection $1^1 1^1 1^1$, & $2^1 V^x 2^1$ en des points $o^1 o^2$, & la Droite $b^1 b^1$, au point b .

ON portera à part (figure 254.) la ligne ab avec ses divisions $o^1 o^2$ en ab^a ,

ab'' , V^1 , V^2 , par lesquelles on élèvera des perpendiculaires $V^1 1''$, $V^2 2'' b'' g''$, qu'on fera égales aux hauteurs des divisions, prises sur la projection verticales dans les points d'intersections de la ligne ga , avec les courbes des projections verticales des joins de lit $1'' 2'' g''$, de la figure 253. & par les points trouvez $1'' 2'' g''$ de la figure 254. on tracera une courbe qui fera celle de la cerche qu'on demande, ou d'une section de tête inclinée de Vouffoir, pour servir de joint de doële transversale.

J'AI donné pour exemple de ce Trait un cintre primitif en quart de cercle, d'où suivent des cintres secondaires en quart d'Ellipse; mais comme cette Voute pousse au vuide à son sommet entre ses deux extrémités, il convient souvent de faire le cintre primitif moindre que le quart de cercle, ou plutôt parabolique; de cette dernière construction, il suit que les cintres secondaires sont aussi tous paraboliques, dont les amplitudes se trouvent de même que les sommets des quarts d'Ellipses, & qu'on peut décrire par le Probl. X. du deuxième Livre.

Explication Démonstrative

LORSQUE les surfaces sont des Voutes nécessairement différentes des régulières primitives, il convient de les en rapprocher autant qu'il est possible, c'est pourquoi entre les courbes données, pour les deux cintres de face, de montée & de descente, nous avons déterminé une suite de quarts d'Ellipses, terminez par le bas à l'imposte donnée, & à la hauteur désignée par les points de section, pris à volonté sur la courbe du sommet, qui est aussi donnée, & parce que les joins de lit apparemment doivent diviser la doële en parties toujours proportionnelles, pour que les intervalles des Vouffoirs s'élargissent, & se resserrent d'une manière uniforme, nous avons divisé les circonferences des sections prises à volonté, en un même nombre de parties aliquotes, lesquelles sont toujours une suite qui s'écarte de la ligne droite, d'où il résulte que les arêtes des lits à la doële sont des courbes à double courbure, puisque leurs trois projections, savoir, la verticale de coupe en longueur, celle de profil en travers & celle du plan horizontal, sont chacune différemment courbes.

OR le Trait de pareilles arêtes ne peut être ébauché que par le moyen de la supposition d'une surface creusée cylindrique, formée sur l'une des trois projections, comme nous l'avons expliqué au troisième Livre à la page 311. & aux suivantes. Le reste de cette Voute rampante est relatif aux descentes, dont nous avons parlé au long à la fin du cinquième Chapitre.

Aplication du Trait sur la Pierre.

PUISQUE cette Voute est à double courbure comme les Sphéroïdes , & que les arêtes des lits des Vouffoirs ne sont pas planes , c'est-à-dire dans un plan , il est clair qu'il faut commencer par former une surface concave cylindrique , comme nous l'avons expliqué au Chapitre VII. en parlant des Voutes Sphéroïdes , & récemment au dernier Trait ; mais à cause que cette Voute rampe , on peut faire cette première surface cylindrique , ou sur les courbes de la projection horizontale comme $r^2 \propto d^2$, $r^1 l d^1$, ou sur celles de la projection inclinée $2^1 V^2 2^5$, & $1^1 1^5$.

DANS la première méthode il y a beaucoup de pierre à perdre , parce qu'après avoir opéré comme au cas précédent , il faut ensuite retrancher les parties triangulaires , l'une par exemple AEK , pour un premier Vouffoir au lit de dessous , & l'autre $1^a Y 2^a$ au lit de dessus.

DANS la seconde méthode il y a encore deux parties triangulaires à retrancher d'un Parallelepiped AY , mais un peu moindres qu'à la précédente dans le rapport du triangle AEK à son opposée YEO , auquel est égal celui de l'autre extrémité $a i A$, si les joins de tête sont aplomb , & il n'y aura que ce dernier , si l'on fait les têtes perpendiculaires à la rampe ; ainsi l'on peut choisir celle des deux méthodes , qui conviendra le mieux , suivant les circonstances d'aplomb , ou d'équerre sur la rampe.

CETTE première disposition d'ébauche étant faite , après avoir creusé une doële de supposition d'aplomb comme il a été dit au Trait précédent , on portera dans ce creux les hauteurs des retombées des bouts du Vouffoir , & du milieu pour y tracer avec une règle pliante l'arête du lit supérieur , & avec le niveau d'aplomb & de coupe , on formera le lit de dessus convexe , & le lit de dessous du Vouffoir suivant concave , comme il convient au complément du même niveau renversé.

LE parement creux de supposition verticale , & les lits étant faits , on tracera l'arête du lit de dessous , en portant les retombées perpendiculairement aux arêtes de tête du parement creux , de la même manière que nous l'avons expliqué pour la formation des Vouffoirs de la Vis St. Giles , à laquelle cette Voute a quelque rapport , avec cette différence que les têtes ne sont pas en coupe comme à la Vis , mais parallèles entre elles , comme aux Voutes en berceau en descente.

Remarques sur les Fautes de l'ancien Trait.

LES Auteurs de la coupe des Pierres, on fait quatre fautes dans le Trait de cette Voute.

La premiere consiste en ce qu'ils font un jarret en pli, à la naissance de leur cintre primitif sur le piédroit, comme il est aisé de le voir par leur construction; ayant élevé CH perpendiculaire & égale à CA, ils prennent l'intervalle HA pour rayon de ce cintre, dont ils cherchent le centre par l'interfection des arcs V 7. V 8, décrits avec le même rayon des centres H & A; ainsi décrivant l'arc A 9 H du centre V, il est visible que la verticale AR, qui est le profil du piédroit ne lui est pas tangente, puisque le rayon VA lui est incliné en angle aigu VAR, par conséquent cet arc fait un jarret en A, où est sa naissance.

ON voit par cette construction, qu'au lieu d'un quart de cercle comme je l'ai fait par exemple en H 2 A, ils ne font qu'un arc de 60. degrés; leur raison est sans doute de diminuer la poussée du sommet, qui pousse au vuide entre ses deux extrémités. J'admets cette raison, mais je ferai voir comment on peut concilier la régularité de la naissance sans jarret, avec cette raison de solidité, par le moyen d'un cintre Parabolique, lorsqu'il sera question des Voutes composées par la jonction des Trompes, comme il arrive aux *Escaliers suspendus*, & à *Repos*.

La seconde faute des Auteurs consiste, en ce qu'ils font les projections horizontales des joins de lit en ligne droite, ce qui rend les divisions des doëles des Voussiors inégales entr'elles dans chaque section verticale, parce que les quarts d'Ellipses ou autres courbes de ces sections, n'étant pas parallèles à celle du cintre primitif HA, seront inégalement inclinées à une même verticale, par exemple 2^x P, d'où il suit que les divisions ne seront point des parties aliquotes égales de chaque cintre; car, si l'on prend par exemple 2 q, pour une de ces verticales, qui représentent le plan, dont la section longitudinale parallèle à l'axe, donne pour projection du joint de lit une ligne droite, il est clair que la portion f^o q est moindre que f^o 2^x, qui est le quart de l'arc elliptique f^o A; & par l'inverse, si l'on prend cette verticale en 2^x P, il est visible que l'arc HP sera plus grand que le quart de l'arc de cercle HA: ainsi des autres joins.

La troisième faute consiste, en ce qu'ils tracent mal les courbes des joins de lit, considérez dans leur élévation, comme 1^a X 1ⁿ; 2^a x² 2ⁿ, relativement à la courbe du sommet b f b^e, parce qu'ils partagent la distan-

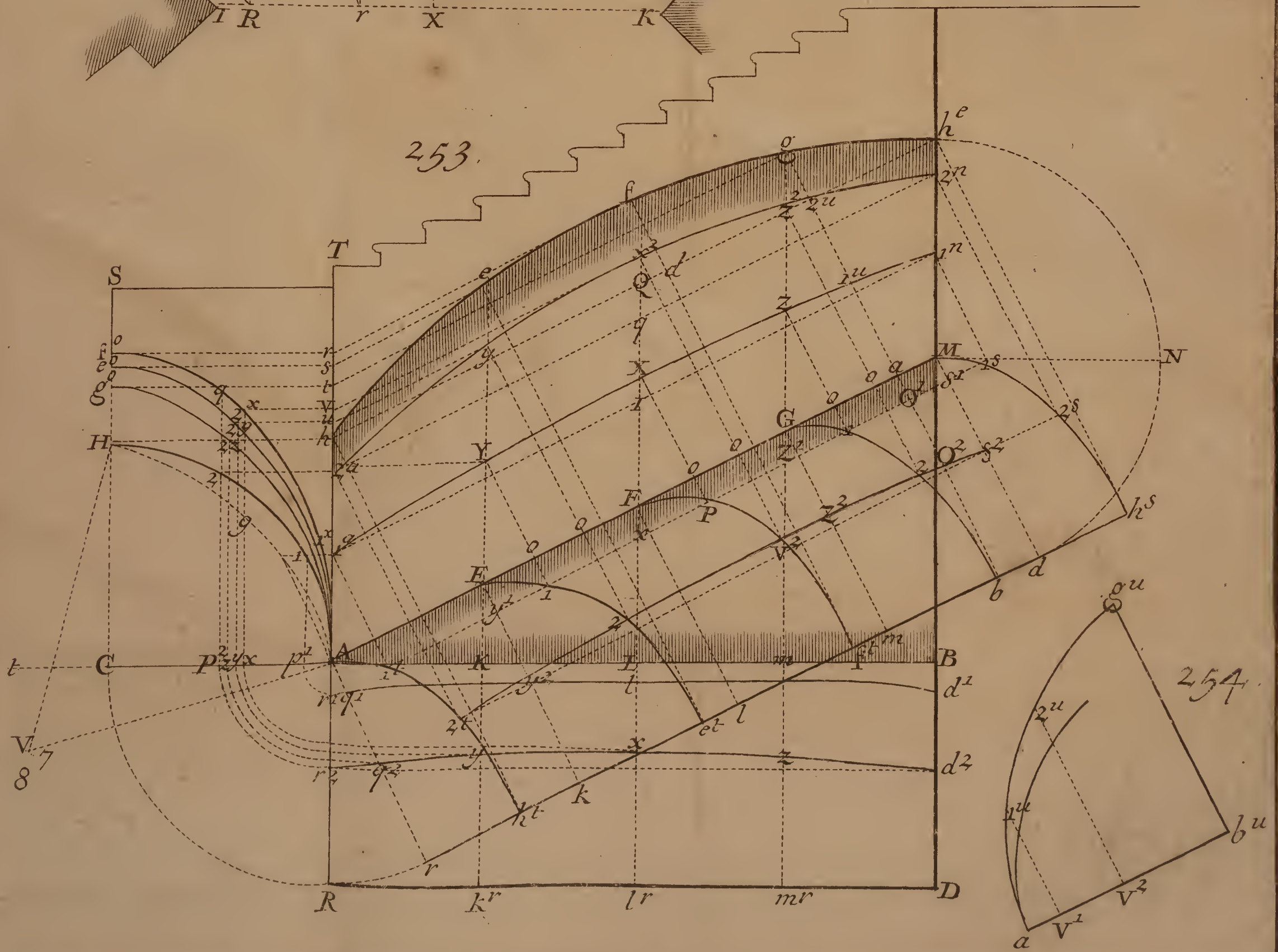
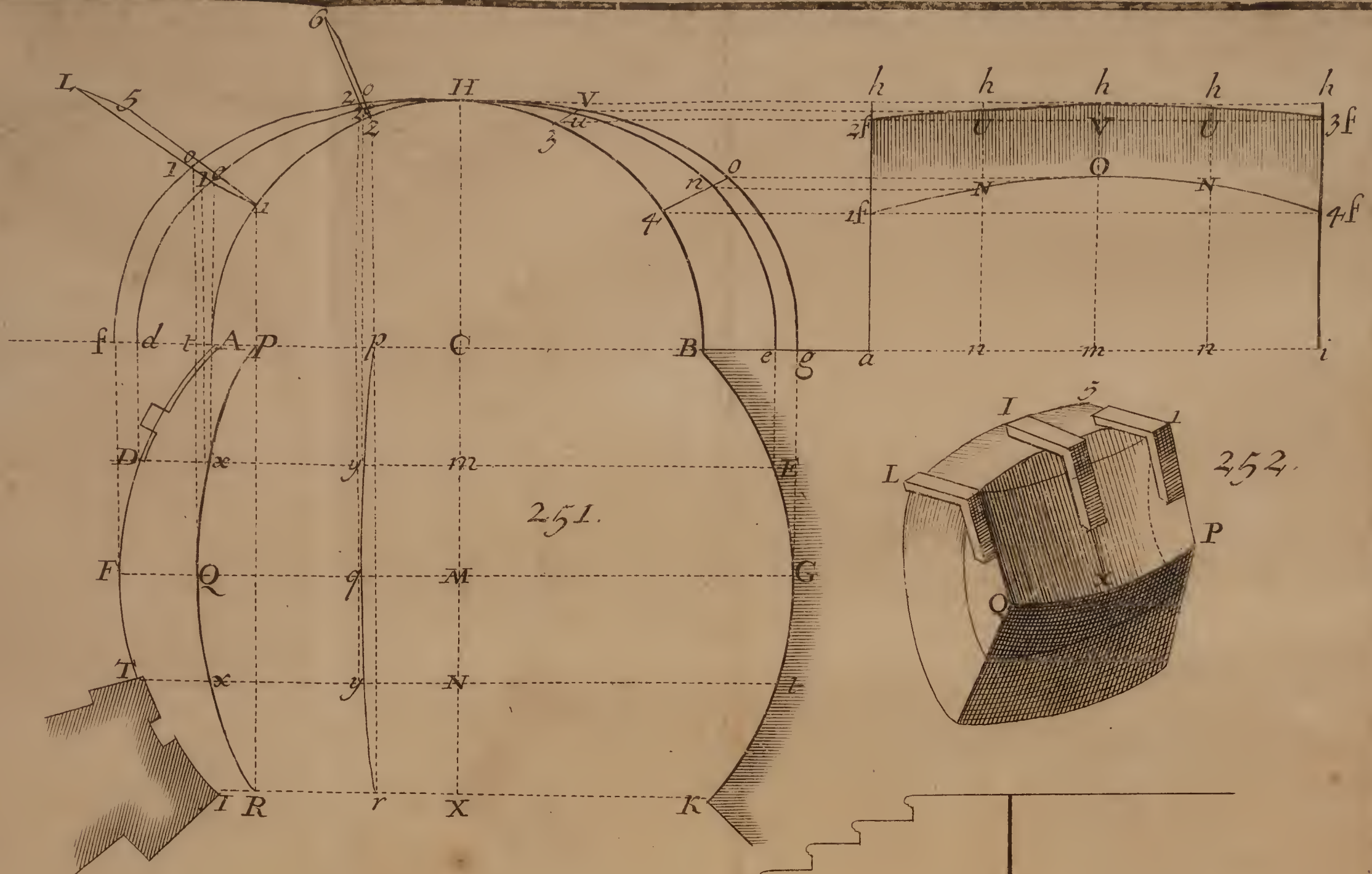
ce fQ , du sommet f de cet arc donné à la corde bb' , en un même nombre de parties égales, qu'il y a de rangs des Vouffoirs, par exemple ici en trois pour déterminer la distance de chaque arc au dessus de la corde, par le nombre de ces divisions, dont elle doit être augmentée ou diminuée; ainsi l'intervale $1X$ de la corde $1^a 1''$, à son arc $1^a X 1''$, est le tiers de Qf selon les Auteurs; l'intervale qx^2 de la corde $2^a 2''$ à son arc, & les deux tiers de Qf , ainsi du reste; ce qui leur donne occasion de tracer des arcs circulaires par trois points donnés, dont ils font les joins de lit, & qui produit encore évidemment des divisions des Vouffoirs inégales entr'elles, parce que ces distances en aplomb sont proportionnelles aux fleches fd , &c. de ces arcs; lesquelles fleches ne sont point entr'elles en raison Arithmétique, ni dans le cercle, ni dans l'Ellipse; or il est visible que ces distances dépendent de la différence des hauteurs des divisions proportionnelles des arcs $f 2^a A$, & $H 2 A$.

La quatrième faute consiste dans la nature de ces courbes, qu'ils font circulaires, qui ne peuvent l'être suivant les divisions des rangs de Vouffoirs, ni suivant la nature du corps coupé, qui n'est certainement point du nombre des réguliers, dont les sections par des plans parallèles entr'eux, en long ou en large sont circulaires, par conséquent forçant les joins à passer par des arcs de cercles; ils ne peuvent le faire que par le moyen des inflexions de la surface de la doële, qui doivent y causer des irrégularitez, comparables à celles des ondes de l'eau agitée. Je conviens que ces sinuositez ne seront pas fort sensibles, mais elles y seront réellement & sans aucune nécessité, puisqu'on peut mieux faire avec autant de facilité qu'il s'en trouve dans l'exécution de l'ancien Traité.

C O R O L L A I R E.

Du Bonnet de Prêtre, de Direction concave d'une face à l'autre.

Nous avons parlé ci-devant de la figure, que produiroit dans son ébrasement une ouverture quarrée d'un côté, & ronde par l'autre comme une Fenêtre, ou un enfoncement de Voute, lorsque les lignes de direction, tirées du quarré intérieur au cercle extérieur sont droites; présentement nous supposons que ces lignes sont courbes en quart d'Ellipse, plus & moins alongez; en ce cas il se formera une surface à double courbure, qui peut très bien convenir à racorder dans une chambre quarrée, par un renfoncement de Vouffure, une bordure ronde, ou au contraire une ouverture, ou bordure quarrée sur une Tour ronde.



LE Trait d'une telle Vouffure ne feroit differend de la Voute , dont nous venons de parler , qu'en ce que ce feroit un composé de quatre parties de la même efpece tournées differemment , enforte que leur naiffance & leurs fommets foient dans des plans horifontaux , l'un au deflus de l'autre , au lieu qu'il étoient dans des plans verticaux paralleles entr'eux. Secondement que chacun de ces quarts foit renfermé entre des plans verticaux convergens , fur lesquels on pourra prendre les cintres primitifs , dont les diagonales feront un des demi-axes , & la hauteur fera l'autre toujours égal ; ces Vouffures font très propres à orner un plat-fond , par la varieté de transition des figures du rond au quarré , ou du rectangle à l'Ellipfe qui fe trouvent ainfi racordez agréablement.

Deuxième Efpece.

VOUTE SPHERICO - CYLINDRIQUE.

Apellée en termes de l'Art ,

Trompe à Panache.

LORSQUE deux Berceaux d'égale hauteur fe croifent perpendiculairement , il fe forme à leur interfection deux arêtes elliptiques , qui n'ont pas tant de force que le refte des Berceaux , parce qu'elles font fort furbaiffées , fi les cintres de ces berceaux font circulaires , & encore plus s'ils font déjà furbaiffiez , pour fortifier cette croifée , & pour lui donner plus de grace , on la voute en cul-de-four , comme on voit en plusieurs Eglifes , dont le plan eft en Croix , ce qui forme une *Voute Sphérique en pendantif fur un quarré* , lorsque les diametres des berceaux font égaux.

DANS la plûpart de nos Eglifes modernes au lieu du cul-de-four , on a élevé fur ce quarré une Tour ronde , qui porte en l'air à *faux* fur quatre *Panaches* , dans laquelle on tire du jour par plusieurs vitraux , au dessus defquels on voute la Tour en hémifphère ; cette efpece d'édifice s'apelle en François un *Dome* , & en Italien *Cupola* , au lieu que *Dome* fignifie la principale Eglife d'une Ville.

LORSQUE la Tour du Dome eft de même diametre que les berceaux de la Nef , & ceux des bras de la Croix , les Panaches prennent leurs naiffances , comme les Pendantifs de la Voute d'arête , qu'on y peut faire , chacun fur un point , qui eft l'angle faillant de la rencontre de deux piédroits des berceaux , avec cette difference , que le Panache tient lieu des deux Pendantifs de la Voute d'arête , qui feroient un angle faillant.

Et parce que ce Panache est triangulaire , il s'appelle aussi Pandantif ; dans ce cas il peut être un triangle Sphérique , tel que nous l'avons dit en parlant de la Voute Sphérique sur un Pandantif.

MAIS parce qu'une telle naissance est trop petite pour la solidité de l'Edifice , les bons Architectes coupent l'angle des deux piédroits des berceaux par un *Pan* , qui diminue un peu l'imperfection du *Porte-à-faux* , ce qui augmente aussi le diamètre du Dome à l'égard de celui des berceaux.

ON voit des exemples de differens rapports de ces diamètres de Tour , & de Berceaux dans les Edifices les plus considérables.

Aux Invalides à Paris , celui du berceau est à celui de la Tour , environ comme un est à deux , ce qui retranche du côté du carré circonscrit , à chaque angle , environ le quart du diamètre du Dome.

A St. Pierre de Rome , environ un cinquième. Au Val de Grace à Paris environ un sixième , à la Sorbonne encore moins , & au Noviciat des Jésuites les diamètres des Berceaux , & du cul-de-four sont presque égaux.

DANS tous ces cas le Panache n'est pas comme le Pandantif un triangle Sphérique , mais une surface quadrilatère mixte irrégulière , d'autant moins creusée que le *Pan* ou la naissance , qui est sur une ligne droite est plus grande.

J'APPELLE cette surface *Sphéro-cylindrique* , parce qu'elle est à double courbure comme la Sphère , & qu'on peut faire passer un Cylindre par trois de ses côtes , sçavoir par son imposte qui est droite , & ses deux arcs de cercles verticaux ; en voici le Trait , qu'aucun Auteur n'a donné.

- PL. 67. Soit , (figure 255.) le quart de cercle CGD , la projection horizontale du quart de la Tour , d'un Dome inscrit dans un carré SDCG , coupé par un pan AB , qui en retranche le triangle ASB , le quadrilatère mixte ABDMG , sera la projection horizontale du Panache , qui doit racheter le quart de la Tour creusée , ou d'une calotte Sphérique élevée sur le cercle , dont l'arc horizontal GMD est le quart , lequel est tout en
- Fig. 257. l'air comme il est représenté à la figure 257. au dessous par les mêmes lettres G^e M^e D^e B^e A^e , où l'on voit qu'il n'y a que la seule imposte A^e B^e , qui en est le plus petit côté , qui porte de fond sur le solide.

COMME cette imposte , & le Couronnement G^e M^e D^e , sont chacun dans un plan horizontal , il suit que les joins de lit doivent aussi être tous

horizontaux, du moins à la doële; mais les joins montans qui doivent être dans des plans verticaux, peuvent avoir deux différentes directions, l'une Sphérique qui peut tendre au centre C, comme (dans l'Octans MKD) les plans dont les projections sont m MC, BLC, p^1 KC, p^2 IC, &c.

L'AUTRE disposition de joins montans, qui est la conique peut être suivant les directions des plans verticaux, qui concourent tous en S, où est le sommet S de l'angle du quarré circonscrit, comme sont (dans l'Octans GNM) ceux dont la projection sont les lignes GAS, O o S, N n S, M m S.

LA premiere de ces dispositions de joins montans, qui est la Sphérique, paroît la plus naturelle, & doit être suivie lorsque le Panache porte immédiatement une calotte de Voute Sphérique, parce qu'alors ils doivent tous tendre au Pole, dont le point C est la projection; mais c'est celle qui pousse le plus sur les arcades des berceaux, parce que les parties p^1 K, p^2 I, poussent totalement au vuide en p^1 & p^2 .

LA seconde de ces dispositions, qui est la conique, paroît la plus belle, en ce que les joints qui viennent toujours en s'élargissant jusqu'au couronnement, forment l'agréable figure de la queue de Paon; elle est aussi plus solide que la précédente, parce que, suposant que l'on fit les joins montans en déliaison, chaque rang vertical de Voussoir porteroit sur une base solide, & non pas une partie au vuide comme dans la disposition précédente; mais elle ne convient qu'aux Panaches, qui portent une Tour, & non pas immédiatement une Voute Sphérique, parce que la direction des joins du Panache ne pourroit pas être continuée dans la Voute en calotte. Ainsi l'une & l'autre disposition pouvant avoir son usage; il convient de donner la construction des deux.

POUR la premiere disposition, on commencera par faire sur le demi diamètre d'un des berceaux BD, le cintre circulaire ou elliptique B 2 H, qu'on divisera en ses Voussoirs comme ici en sept, qui donnent trois & demi jusqu'au milieu de la clef aux points 1, 2, 3, H, d'où ayant abaissé des perpendiculaires, on aura leurs projections sur BD en p^1 , p^2 , p^3 , par lesquels on tirera des lignes au centre C, qui couperont l'arc horizontal MD, aux points L, K, I, &c.

ON élèvera ensuite B d parallèle & égal à DH, & par le point H sommet du cintre, on tirera H d parallèle & égal à DB, sur laquelle dH, on portera les longueurs BL en dL°, B $p^1 \rightarrow p^1$ K en dK°, B $p^2 \rightarrow p^2$ I en dI°; les points B, L°; 1, K°; 2, I°, seront les extrémités des arcs

de cercles des joins montans , qui passeront par les points donnez à chaque assise B, 1, 2, &c.

LA corde d'un arc étant donnée, tout le monde sçait la maniere de décrire cet arc, il n'y a qu'à la diviser en deux également, lui tirer une perpendiculaire sur le milieu, & prendre le centre à l'interfection de cette ligne avec le demi diametre BD prolongé; ainsi on aura le centre de l'arc BL en X, celui de 1 K en Y, & celui de 2 I en Z.

PAR une semblable méthode, on trouvera les arcs des sections verticales des joins montans de la seconde disposition.

PAR les points G, O, N, M, pris à volonté, ou si l'on veut, par parties égales sur l'arc GM, on tirera au point S des lignes qui couperont la droite AB, aux points A, o, n, m; puis ayant pris à volonté un point a sur DS prolongée, on y élèvera une perpendiculaire a T égale à DH, & l'on tirera l'horizontale TH, sur laquelle on portera les longueurs o O en TO, n N en TN, m M en TM, & par les points M, N, O, on tirera des lignes droites au point a, qui seront les cordes des arcs que l'on cherche.

ON peut diviser toutes ces cordes en deux également tout d'un coup, en menant par le milieu e de la ligne T a, la ligne ei parallèle à TH; elle les coupera aux points m, m', m'', par lesquels tirant une perpendiculaire à chaque corde prolongée, jusqu'à ce qu'elle rencontre la ligne BD prolongée, on aura pour centre de l'arc a z O, le point Z pris sur a E, pour centre de l'arc a y N, le point y pris sur la même a E, & le point x pris sur la même pour l'arc a M.

PRESENTEMENT, il faut chercher les courbes horizontales des joins de lit à chaque assise.

AYANT divisé le cintre primitif B 2 H, en ses Vouffoirs aux points 1, 2, 3, H, on menera par chacun de ces points des paralleles V 3, u 2, u 1, à la ligne TH, chacune desquelles coupera les trois arcs des profils des joins montans a M, a N, a O, aux points x, y, z.

ON prendra les distances de ces points à la verticale T a, pour les porter sur chaque projection des arcs, o O, n N, m M, depuis la ligne AB, par exemple V x du profil en m x, du plan horizontal, V y en m y, V z en m z, ensuite u x au dessous en n x, du plan, u y en n y, u z en n z, ainsi du reste, & par les points des projections des divisions 1, 2, 3, sur AG & sur BD, & par les points trouvez, on tracera à la main les courbes

Courbes $1^a \propto p^1$, $2^a \propto p^2$, $3^a \propto p^3$, qui seront les projections demandées des joins de lit à la doële.

ON en usera de même pour trouver plusieurs points sur les projections BC, $p^1 C p^2 C$, lorsque les joins montans ont été tracez suivant la première disposition Sphérique, par exemple sur BC, on portera les distances de l'arc BL°, à la ligne verticale dB, sçavoir $d^1 l$ en B l, $d^2 l$ en B l², $d^3 l$ en B l³ & d L° en BL.

A l'égard des distances des autres arcs, il en faudra retrancher les longueurs des retombées; ainsi sur $p^1 C$, on prendra les distances des sections, des arcs de profil à la ligne $b p^1$, & non pas à la ligne dB, ainsi des autres; parce que chacune des projections des divisions du cintre primitif, donne le premier point de la courbe horizontale des joins de lit, de chaque assise sur le rayon BD.

POUR les autres profils, qui du point C vont se terminer à la ligne AB, comme par exemple C^m, & tous ceux qu'on peut tirer entre m & B, les distances des sections des profils, s'il y en avoit, se prendroient toujours depuis la ligne dB, qui représente en profil tout le plan, dont AB est la projection.

LA maniere d'orner les piédroits de pilastres, les uns droits, les autres pliez dans les angles rentrans, est exprimée en plan horizontal à la figure 260. & en élévation à la figure 257. comme on l'a exécuté à St. Pierre de Rome.

IL peut arriver que le Panache au lieu d'avoir pour base une ligne droite comme AB, à la figure 255. prenne naissance sur un angle obtus comme $b Q a$, à la figure 256. alors ce Panache devient un vrai Pandantif Sphérique régulier, pour lequel il faut faire le Trait de la Voute Sphérique en Pandantif sur un Octogone; tels doivent être ceux de l'Eglise de St. Paul de Londres, représentez en Perspective à la figure 258.

Où il faut remarquer une irrégularité assez singulière, c'est que le sommet de l'angle du Pandantif $a Q b$, ne tombant pas au milieu du piédroit du pilier $a b$, il doit rester d'un côté de la surface Sphérique une portion de surface plane verticale triangulaire mixte, comprise entre l'arc $q m$ du Pandantif, l'arc $b m$ de l'arcade du Pan coupé, & l'imposte $q b$ droite, qui est plus longue que l'imposte $q a$ de toute la largeur d'un pilastre, & l'intervalle du pilastre plié au pilastre droit.

Fig. 258.
& 259..

Fig. 259

ON demandera peut-être d'où est provenue cette bizarrerie, je vais en dire la raison par une petite digression, qui ne déplaira peut-être pas au Lecteur.

LE Chevalier Wren , Architecte de la fameuse Eglise de St. Paul de Londres , a fait le Dome d'un diametre plus de moitié plus grand que celui de la Nef , dans le raport de 108 à 42 , pour pouvoir prolonger les bas côtez au travers de la Tour du Dome , & pour ne pas trop resserer l'ouverture de la Nef , il a jetté les pilliers sur les bas côtez ; comme l'on voit à la figure 256.

L'IRRE'GULARITÉ' dont nous venons de parler , en occasionne encore une autre dans les Bayes des arcades des pans coupez , en ce qu'elles deviennent plus étroites que celles des Nefs , par conséquent pour faire toutes les clefs de niveau , il faut qu'elles soient surhaussées , quoique les cintres de la nef & de la croisée soient circulaires. Mais ces irrégularitez sont balancées par des avantages qu'a cette construction , sur les Domes à petits pans coupez ordinaires.

PREMIEREMENT , en augmentant le nombre des pilliers , l'Architecte a diminué l'imperfection du *Porte-à-faux* , qui est choquant dans les Domes ordinaires , où les pans sont fort petits , comme au Noviciat des Jesuites de Rome , bâti par Vignole , qui a été imité par un grand nombre d'Architectes.

Secondement , la base de la Tour devient régulièrement octogone.

Troisièmement , les bas côtez tant de la nef que de la croisée , percent & se continuent sans interruption au travers du Dome ; comme on voit à la figure 256. par la direction des lignes du milieu *ki* & *gl* , qui se croisent au milieu *M* de l'arcade *bd* , ce qui paroît encore mieux à la figure en Perspective 258 ; en *KM i m k*.

Explication Démonstrative.

DE quelque maniere que l'on coupe une Sphère par des plans , la section sera toujours un cercle ; ainsi suposant que le Panache ne fût qu'un Pandantif ordinaire , en triangle Sphérique , comme ceux d'une Voute Sphérique sur un quarré , il est clair que les sections qui concourent au centre *C* de la Sphère , ou celles qui concourent à un point *S* considéré comme Pole , seront toujours des cercles , & que ce triangle Sphérique étant coupé par un plan vertical , passant par *AB* , il se formeroit par cette section un arc de cercle , dont *AB* seroit la projection ; mais comme cet arc s'éleveroit tout au dessus de la ligne *AB* , il s'écarteroit de l'imposte droite & de niveau , sur laquelle on veut que le Panache prenne sa naissance ; donc aucun des points du corps Sphérique régulier ne passeroit par la naissance rectiligne *AB* , par consé-

quent la surface du Panache est irrégulière , & toute en dedans de la Sphère.

PRESENTEMENT , suposant des plans verticaux , qui coupent cette surface , leurs sections en feront les élémens , dans lesquels on a deux points donnez , l'un sur l'imposte AB , l'autre sur le cercle du couronnement GMD , par conséquent on a les deux extrémités de leurs cordes ; mais comme ce n'est pas assez de deux points pour décrire un arc de cercle , puisqu'on peut faire passer une infinité d'arc différens par les deux mêmes points , on a tiré une perpendiculaire sur le milieu de cette corde , pour trouver un centre qui n'est pas donné de position , mais seulement de hauteur , parce qu'il doit être dans l'horizontale BD , pour que chaque arc soit tangent au piédroit vertical ; afin qu'il ne s'y fasse point de jarret par la raison , que nous avons tant de fois repeté , que l'angle de l'arc avec sa tangente est infiniment ouvert , par conséquent insensible à la vûe.

IL est clair que quoique tous les élémens verticaux de cette surface soient des arcs de cercle , il ne s'en suit pas qu'elle soit pour cela Sphérique , parce que les sections horizontales que j'appelle les élémens horizontaux , sont des courbes différentes $1 \propto p^1$, $2 \propto p^2$, &c. qui se redressent d'autant plus qu'elles approchent de l'imposte droite AB , & au contraire qui se courbent d'autant plus qu'elles s'en éloignent ; en sorte qu'elles diffèrent peu de la circulaire dans les assises du Panache , qui sont sous le couronnement de la Tour à pans , lequel est la base de la Tour circulaire , que les Panaches doivent racheter & porter.

Quoique nous ayons pris pour les élémens verticaux de cette surface des arcs de cercles , rien n'empêche qu'on ne puisse leur substituer des arcs elliptiques ; mais alors le Trait deviendroit trop difficile , en ce que les axes & les foyers seroient trop indéterminez , n'y ayant que deux points donnez à la circonférence de l'Ellipse , ou équivallemment trois , sçavoir , un à l'imposte , un au dessus de l'axe , & l'autre au dessous à pareille distance ; or on ne peut déterminer une Ellipse que par le moyen de quatre points donnez , c'est pourquoi nous ne parlons point de ce cas , qui ne me paroît d'aucun usage , n'étant pas nécessaire pour les Panaches qui doivent racheter des berceaux surhaussez ou surbaissez. Cependant s'il arrivoit , qu'on voulût faire tous ces arcs d'un quart d'Ellipse chacun , on pourroit former cette surface à peu près comme l'arrière - Voussure suivante ; parce qu'alors on a quatre points donnez pour chaque Ellipse , puisqu'on a les deux axes.

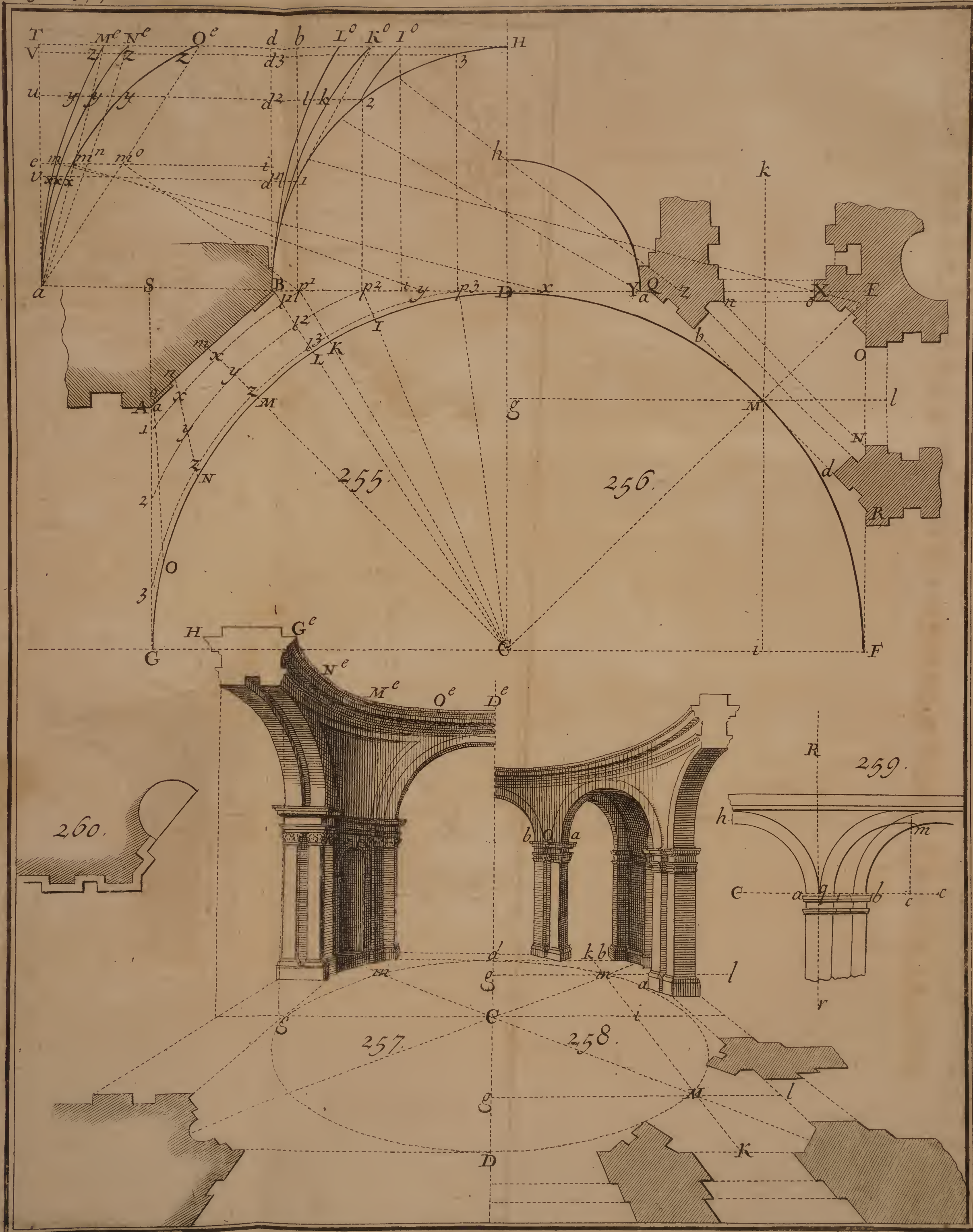
De l'Arriere-Vouffure de Montpellier.

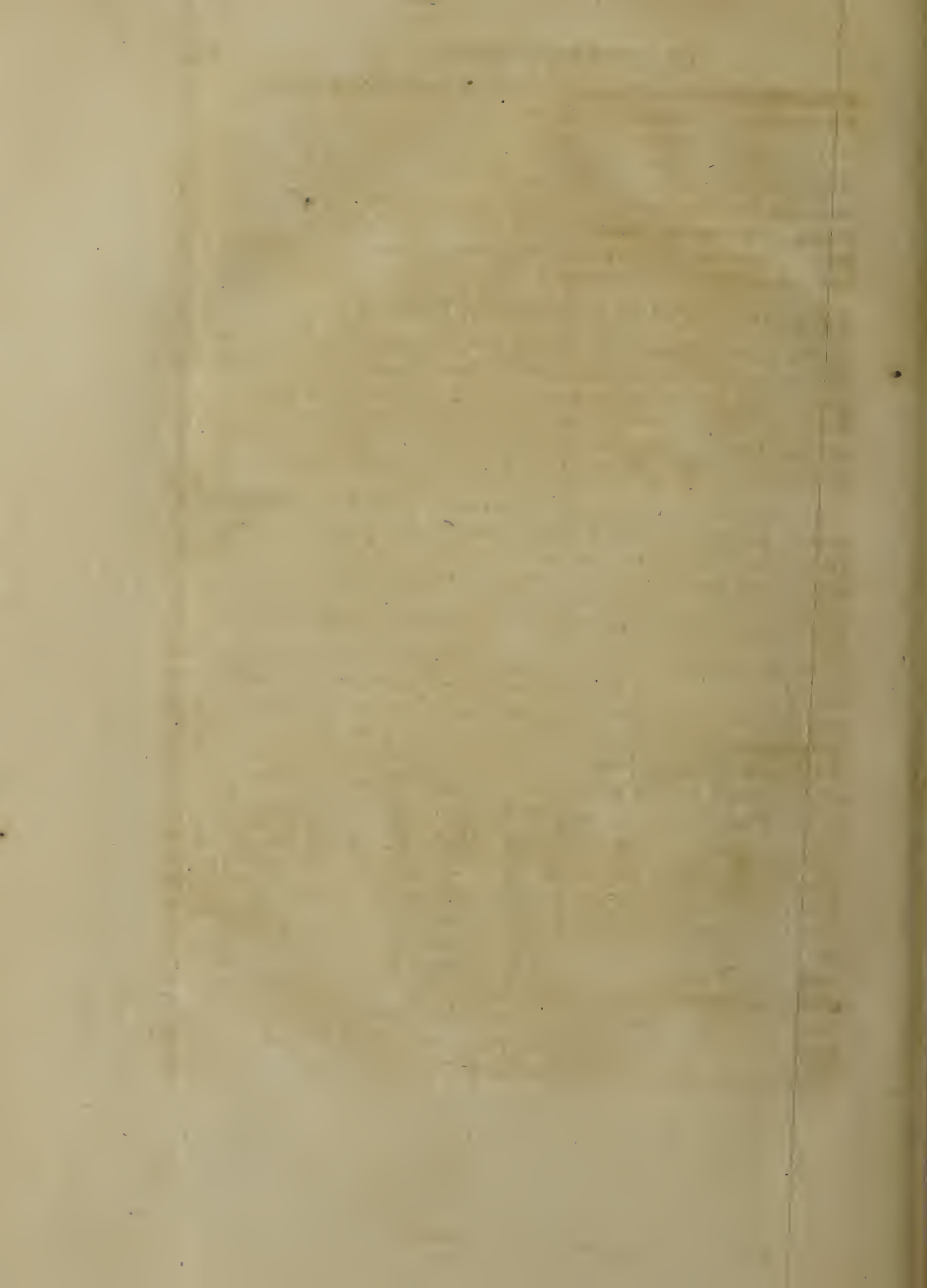
PL. 68. SI l'on renverse la Voute du Panache, dont nous venons de parler, avec ébrasement, ou sans ébrasement, transportant la naissance droite AB, de la figure 245. au Couronnement en plate-bande, comme à la figure 263. de la planche 68. & prenant l'arc GMD qui étoit horizontal, pour la naissance de l'arriere-Vouffure, tournée en situation verticale, & plus resserrée. On aura cette figure de Voute représentée en Perspective au chiffre 263. que Blanchard appelle *Arriere-Vouffure de Marseille*, tombant sur l'angle obtus, & d'autres Artistes, *Arriere-Vouffure de Montpellier*, laquelle étant régulièrement faite, ne diffère du Panache renversé, qu'en ce que les élémens de ses sections verticales doivent être des quarts d'Ellipses, au lieu qu'au Panache c'étoit des arcs de cercles de différent nombre de degrés, comme les fait encore le même Blanchard, assez mal à propos; nous en dirons la raison.

AUCUN des Auteurs de la coupe des pierres n'a parlé de cette arriere-Vouffure. Il est seulement fait mention dans le Livre de la coupe des bois du Menuisier nommé, & sous le nom cité ci-dessus; cependant depuis que nos Architectes se sont avisés de faire, aux maisons des particuliers, des Fenêtres en plein cintre, qu'on n'employoit gueres anciennement qu'aux Eglises, elle est devenue fort à la mode par deux raisons, la premiere, que la fermeture intérieure en plate-bande laisse un espace plus régulier sous la corniche du plat-fond de la chambre, que l'arriere-Vouffure de Marseille, ou de St. Antoine, qui y laisse un quadriligne mixte peu agréable à la vûe, s'il n'est orné de quelque Sculpture; la seconde, c'est que l'ébrasement supérieur retranche de cet espace une partie, qui est sombre par l'oposition du grand jour de la fenêtre, & qu'il racorde bien le cintre du dehors avec la plate-bande du dedans.

SANS rien changer à sa surface de la doële de cette arriere-Vouffure, on peut l'exécuter des trois manieres différentes, par la seule disposition des lits des Vouffoirs.

Fig. 261. *Prmierement*, on peut la faire perpendiculaire à la Courbe du cintre de feuillure, comme aux berceaux & à l'arriere-Vouffure de Marseille, tels sont les joints 1. 7, & 2. 8, Mais il en arrive deux inconveniens, l'un que les têtes des Vouffoirs deviennent fort larges à la plate-bande, & fort inégales entr'elles dans le raport des tangentes; l'autre que les lits ainsi disposez sont des arêtes trop aiguës vers le piédroit, comme a 8 L,





ce qui les rend sans force, & faciles à casser en les taillant, de sorte qu'on est obligé d'en changer la direction.

Secondement, on peut faire les joins de doële dans des plans parallèles à la direction de la Voute, tels sont ceux dont les projections sont exprimées par les lignes $p^4 N$, $p^5 N$, $p^6 N$, ce qui pourroit s'exécuter en brisant le lit en deux ou trois parties, sçavoir, l'un aplomb sous la plate-bande, l'autre en coupe au dessus de la plate-bande peu inclinée, & la troisième à l'arcade du cintre sur le tableau;

MAIS cette disposition a encore ses inconveniens.

1°. QUE si l'on fait les divisions du cintre de feüillure égales entr'elles, les largeurs des têtes des Vouffoirs à la plate-bande deviennent très inégales entr'elles, comme l'on voit les têtes fg , gh , ik , qui vont en diminuant dans les rapports des Sinus versés jusqu'à l'ébrasement, & augmentent au contraire tout d'un coup de k en e , suivant le plus ou moins d'ébrasement, ce qui jette une irrégularité désagréable à la vûë.

2°. LORSQUE les largeurs horisontales des Vouffoirs diminuent, suivant le rapport des Sinus versés des arcs, elles deviennent tout d'un coup ridiculement petites, comme on voit ik , à l'égard de la précédente hi ; de sorte que pour y conserver quelque aparence d'égalité aux têtes de la plate-bande, il faudroit embrasser deux têtes du cintre de feüillure 5^6 , $6d$ pour avoir celle de la plate-bande hk , à peu près égale à gh .

3°. ENFIN il en résulteroit encore un troisième défaut, c'est que les angles mixtes du côté de l'imposte comme 5^6i & $6dk$, deviendroient si aigus, qu'il seroit impossible de les former en pierre sans les casser, de sorte qu'il faudroit en retrancher la partie $6d$, pour l'ajouter au couffinet, ce que l'on peut faire par le moyen d'une petite portion de coupe $6l$, qui donneroit la partie $l6d$, au dehors de l'aplomb kd , du sommier.

La troisième manière, de disposer les joins des lits à la doële, est de les faire dans des plans verticaux dirigez à un point S , de l'axe MS , où tendent les ébrasemens des piédroits prolongez comme ABS , EDS alors par le point S , & les projections des divisions 1, 2, 3, données sur BD en p^1 , p^2 , p^3 , on tirera les lignes $p^1 Q$, $p^2 R$, $p^3 O$, qui couperont la projection de la face AE aux points Q , R , O , par lesquels on menera les verticales Qx , Ry , Og , qui couperont la plate-bande ae aux points x , y , g , où seront les divisions des têtes des Vouffoirs, par lesquelles on tire d'un point M , pris à volonté pour centre de coupe, les joins de tête xX , yY , gz .

CETTE maniere est plus belle que la précédente, en ce qu'elle répand sur chaque Vouffoir une partie de l'ébrasement, qui se trouvoit tout entier au premier DNE ; mais elle n'ôte pas les imperfections des arêtes trop aiguës vers les divisions 1 & 2 ; de sorte qu'il y faut toujours une portion de coupe en $o 1, o 2, o 3$, en dedans à la feüillure, & la prolonger au dehors, comme il convient à la largeur du Bandeau, ou de l'Archivolte ; ce qui oblige l'Apareilleur de faire un ressaut dans le lit. Nous allons parler en particulier de chacune de ces manieres, en passant la premiere à cause de ses défauts, nous venons à la deuxième.

Fig. 261. Soit, (figure 261.) le trapeze ABDE, le plan horisontal de la Baye qu'on veut vouter ; soient BF, GD, les feüillures où doit se loger la fermeture de Menuiserie, & FT, Gp les tableaux.

On décrira sur bd comme diametre égal à BD, le demi cercle $b H d$, & son parallele pour la feüillure $T h p$. On placera ensuite au dessus à volonté l'horizontale ae pour la hauteur de la plate-bande intérieure, qui sera terminée en a & b par les verticales $a A, e E$, tirées par les points d'ébrasement A & E.

Puis ayant divisé le cintre primitif $b H d$ en ses Vouffoirs, par exemple en sept aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, on menera par ces points des perpendiculaires à la base d'élevation PQ, qui couperont la plate-bande ae , aux points g, y, c, f, g, h, i, k , par lesquels on tirera les joins comme aux plates-bandes d'un point M, pris au sommet d'un triangle équilatéral, qui a pour côté la longueur de la plate-bande ae , (comme il a été dit au Probleme VII. page 64.)

PRESENTEMENT, si l'on tire les coupes du cintre $b H d$ du centre C ; comme il convient naturellement au plein cintre, on aura les lignes $4 a, 5 a, 6 a$, qui ne seront pas paralleles aux coupes de la plate-bande $g x, l x, i x$, par conséquent les lits qui passeront par ces lignes, ne seront pas des surfaces planes ; mais gauches d'autant plus qu'elles s'éloigneront de la clef, ce que l'on doit éviter, par les raisons que nous avons données plusieurs fois ; de sorte qu'il convient de faire ces lits en deux parties planes, l'une qui comprenne le tableau & la feüillure seulement, & l'autre qui se détache de la précédente, par une retraite ou ressaut intérieur, qui ne peut paroître qu'à l'extrados, qui n'est jamais vû en œuvre.

Pour en sentir la nécessité, il n'y a qu'à tirer par les points 6 & 5, (par exemple) les lignes $5 u, 6 V$, paralleles aux coupes de la plate-bande $g x, l x, i x$, & l'on verra qu'outre que la coupe du cintre circulaire seroit fausse & difforme, si la face extérieure étoit aparente, les

angles de la coupe au tableau 45^u, 56^V, feroient si aigus qu'on ne pourroit les conserver en les taillant, & qu'étant posez ils feroient sans force, & éclateroient infailliblement à la charge.

LES directions des coupes étant déterminées, & celles des lits étant aussi données parallèlement à la ligne du milieu MC, il faut trouver les Courbes des joins, c'est-à-dire des arêtes des mêmes lits à la doële, qui sont des sections de plans verticaux exprimez à la projection par les lignes p^4 , N^4 , p^5 , N^5 , &c. paralleles entr'eux, & à la direction du milieu MC, desquelles sections, il n'y a que deux points donnez à chacune, sçavoir, l'un à la feüillure aux divisions 1, 2, 3, 4, &c. l'autre à la plate-bande, y , e , f , g , &c. de sorte qu'on peut faire passer par les deux points de chaque section plusieurs Courbes de même, ou de différente espece. Blanchard y fait passer des arcs de cercles; mais comme leur naissance à la feüillure doit commencer insensiblement, & finir de même à la plate-bande, il faut que les arcs soient tangens à la feüillure, à une ligne verticale, & tangens aussi à une ligne horisontale sous la plate-bande; ce qui ne peut convenir au cercle, que dans le seul cas où la hauteur de la plate-bande sur le joint du tableau est égale à la profondeur de l'arriere-Vouffure; par tout ailleurs un arc de cercle y fera un pli avec la ligne d'aplomb, & celle de niveau, c'est pourquoi on n'y peut employer que des quarts d'Ellipses.

POUR les tracer ces quarts d'Ellipses, il faut commencer par faire le profil de l'arriere-Vouffure, qui donnera la position de leurs demi-axes, (figure 262.)

AYANT prolongé ae , & PQ à volonté vers S & O, on prendra aussi à volonté une ligne de hauteur FI, à laquelle on menera une parallele SO, à la distance FS, égale à la profondeur de l'arriere-Vouffure mM ; puis par le milieu H de la clef, & les divisions 4, 5, 6, on menera des paralleles à aS , qui couperont FI aux points 3⁴, 2⁵, 1⁶, & SO aux points b^e , 3^e, 2^e 1^e, les lignes IO, OS feront les deux demi-axes, du plus grand quart d'Ellipse, exprimé à l'élevation de la figure 261. par la verticale $k d$ à l'imposte pour tracer $I a S$; les lignes 1⁶ 1^e, 1^e S, feront les deux demi-axes de la section exprimée par la verticale $i 6$, les lignes 2⁵ 2^e, 2^e S, feront ceux de la section par $l 5$, ainsi des autres; puis par le Probleme VII. du deuxième Livre, on tracera les quarts d'Ellipses $I a S$, 1⁶ $b S$, 2⁵ $c S$, 3⁴ $d S$, où l'on voit que leurs demi-axes étoient déjà donnez à la figure 261. sçavoir, l'horisontal mM , qui est commun à tous ces quarts d'Ellipses, est donné au plan horisontal, & les autres qui sont variables, sont donnez à l'élevation en $g 4$, $l 5$, $i 6$, $k d$.

Fig. 262.

LES Courbes des joins de lit étant tracées, on tirera leurs cordes

IS, I^o S, 2^o S, &c. dont on se servira pour former les panneaux de la doële plate, qui feront des Perallogrammes rectangles, dont ces cordes déterminent la longueur, & les divisions des Vouffoirs donneront leur largeur.

AINSI le Parallelograme $p^3. p u t$, fera la doële plate de la clef, faisant $p u$ = à la corde S³⁴. du profil de la figure 262. le rectangle $p P s n$, fera le panneau de doële plate du Vouffoir suivant, compris entre les divisions 4 & 5; $P G r n^b$, celui du panneau ensuite, &c. comme on les voit rangez de suite en forme de développement, à la figure 261. & l'épure sera tracée.

Aplication du Trait sur la Pierre.

POUR ôter de ce Trait l'embarras, que peut causer la formation du tableau & de la feüillure, qui sont des parties étrangères à l'arriere-Vouffure, nous renvoyons leur construction à l'arriere-Vouffure de Marfeille, dont nous avons parlé ci-devant; cela supposé nous prendrons pour exemple la taille du second Vouffoir au dessus de l'imposte, marqué à l'élévation 5 li 6, dans lequel il y le plus de gauche.

Fig. 61. AYANT dressé un parement pour servir de doële plate, on y applique-
ra le panneau $P G r n^b$, pour en tracer le contour, puis avec le biveau
62. formé sur l'angle 1^o SV de la corde avec une verticale, on abattra la
Pierre pour former la tête de la plate-bande, sur laquelle on appliquera
le panneau de tête $x^s li x^6$. posant le côté li , sur l'arête de la doële
plate.

ON prendra aussi de même le biveau de l'inclinaison, de la doële plate avec l'horison sur l'angle S 1^o W, avec lequel on abattra la pierre, comme on a fait à la plate-bande, pour prendre sur cette troisième surface l'épaisseur de la feüillure, & même encore du tableau, si le Vouffoir peut le porter; nous supposerons qu'il ne porte que la feüillure pour la simplicité de l'operation.

AYANT tracé sur cette troisième surface, la ligne de profondeur de la feüillure, on abattra la pierre en retour d'équerre, pour former une quatrième surface plane, qui sera le parement extérieur, si le tableau est compris, ou qui sera en œuvre verticale dans l'épaisseur du mur, s'il ne s'agit que de la feüillure; sur laquelle surface on tracera la tête V 65 u.

APRES avoir fait ces deux paremens de troisième & quatrième surface, on en fera une cinquième en retour d'équerre au lit de dessus, passant par le

le côté droit du panneau de la doële plate, pour y appliquer le panneau de joint de lit inférieur $Sb\ 1^6$, & le supérieur $2^s\ c\ S$, posez l'un sur l'autre comme ils sont au profil, & en tracer le contour. La même chose ne peut se faire au lit de dessous, à cause que la coupe $\epsilon\ V$ fait un angle obtus avec l'horizontale $t\ \epsilon$, c'est pourquoi il faut creuser une fausse doële cylindrique, sur la Courbe TAL , de la figure 265. quarrément à la surface $T\ \gamma$, & une plumée suivant le côté de la doële plate, dans laquelle on ajustera la cerche du lit inférieur $1^6\ b\ S$, posée perpendiculairement au plan de la doële plate, posant le point 1^6 , sur le point ϵ de la figure 265. & le point S de la cerche elliptique sur le point i de la même figure 265.

ALORS on aura les quatre lignes du contour de la doële creuse, sçavoir la droite li à la plate-bande. Fig. 265.

L'ARC de cercle ϵ, γ à la feüillure.

LE quart d'Ellipse $1^6\ b\ S$, au lit de dessous.

ET le quart d'Ellipse $2^s\ c\ S$, au lit de dessus.

ENFIN on tracera sur la seconde surface, qui est celle de la plate-bande, les coupes de tête $x^6\ i, lxs$, avec le panneau de tête, & sur la quatrième surface, qui est l'aplomb de la feüillure contre le tableau, on tracera la tête $V\ \epsilon\ \gamma\ u$, faisant $\gamma\ u$ & $\epsilon\ V$ parallele à lxs , & $i\ x^6$, & le Vouffoir sera tout tracé, comme il est représenté en Perspective à la figure 265.

IL ne s'agit plus que d'abattre la pierre des lits, qui ne sont pas des surfaces planes, quoiqu'ils le paroissent du premier abord, en ce que les joins sont dans des plans verticaux, car celle du lit de dessus est convexe, & celle du lit de dessous est concave; mais leur courbure se fait insensiblement, & facilement au lit de dessus, il n'y a qu'à prendre le biveau de l'angle obtus d'aplomb, & de coupe $t\ \gamma\ u$, & abattre la pierre à mesure qu'on le fait couler sur la Courbe du lit, qui a été tracée dans le plan vertical, tenant toujours une des branches parallele à elle-même, & à la surface de la plate-bande.

IL n'en est pas de même pour le lit de dessous, il faut prendre le biveau de l'inclinaison de la coupe sur l'horison, qui est $t\ \epsilon\ V$, & tenir toujours une de ses branches parallele à l'arête de la plate-bande, avec la doële qu'on fera couler ainsi dans la surface creuse cylindrique, & l'autre branche sera tenue parallele à l'arête de cette plate-bande, avec la coupe du lit inférieur; dans cette situation on fera couler l'angle du biveau, sur la Courbe d'arête du lit inférieur, pour abattre la pierre du lit de maniere qu'il se forme une surface un peu concave.

Si le Vouffoir portoit le tableau, il est visible que les surfaces des lits qui sont cylindriques, se changeroient en d'autres à double courbure, qui feroient très gauches dans les premiers Vouffoirs, parce que la coupe $\epsilon \epsilon'$ fait un grand angle avec la coupe parallèle à celle de la plate-bande ϵV , ce qui rend l'exécution plus difficile; c'est à l'Apareilleur à voir si cette construction lui convient, en ce cas on formera cette surface comme les gauches planolimes, dont il a été parlé au Chapitre 1. de ce Livre.

Seconde maniere, où les lits sont droits.

IL y auroit encore une maniere de tracer des Courbes des arêtes, si l'on vouloit faire *des lits plans*, ce qui est possible & qui rendroit l'exécution beaucoup plus aisée, suposant que les Vouffoirs ne portent pas le tableau, ou qu'au cas qu'on veuille qu'ils les portent, on change les coupes intérieurement par un ressauf.

Nous avons fait à la construction précédente les directions des joins de lit, en projection horisontale parallèles entr'elles, & à la ligne du milieu $m M$, & pour conserver la régularité de ces directions; nous avons fait des lits de surfaces courbes cylindriquement concaves & convexes.

PRESENTEMENT, nous allons proposer de leur donner des directions convergentes vers la feüillure, proportionnellement à l'ébrasement des piédroits.

Et nous ferons des lits en surfaces planes au lieu des cylindriques.

Fig. 261. Soit, le même plan horisontal de la Baye de l'arriere-Vouffure de la figure 261. on prolongera les piédroits AB , DE , jusqu'à ce qu'ils concourent en S , d'où par les projections p^1 , p^2 , p^3 des divisions 1, 2, 3, du cintre primitif, on tracera les lignes $p^1 Q$, $p^2 R$, $p^3 O$, qui seront les projections des cordes des Courbes des joins de lit à la doële, lesquelles Courbes seront comme à la construction précédente des quarts d'Ellipses; mais differens en ce qu'au lieu de prendre pour le demi-axe de hauteur une ligne verticale comme $1 y$, $2 c$, $3 f$, on prendra la distance de la division du cintre primitif à la plate-bande, sur une ligne inclinée parallèle à la coupe de la plate-bande, comme $\epsilon Z'$, $\epsilon Y'$, $\epsilon X'$. tirées des divisions correspondantes, & égales à celles de l'autre côté 1, 2, 3, pour éviter la confusion des lignes; par le moyen de ces demi-axes, & de l'horisontal $m M$, commun à toutes les sections, on tracera d'autres quarts d'Ellipses que ceux de la figure 262.

ON élèvera ensuite des verticales sur AE , par les points trouvez

Q, R, O, qui couperont la plate-bande ae aux points x, y, z , par lesquelles du centre de coupe M ou T, on tirera les joins de tête zZ, yY, xX .

POUR former les panneaux de doële plate, on prendra les cordes des quarts d'Ellipses, ensuite les projections horizontales des divisions du cintre primitif & de la plate-bande, dont on formera un trapeze, comme il a été dit aux Problemes X & XI, du troisième Livre.

SUPPOSONS, par exemple (ce qui n'est pas) que l'arc $r^o bS$, soit celui de la section par le point r de la première division, on fera Qq , perpendiculaire sur AE & indéfinie, puis du point p^1 pour centre, & de l'intervalle de la corde $r^o S$, pour rayon, on décrira un arc qui coupera la perpendiculaire Qq au point q , par où on menera qr , parallèle & égale à QR , puis on tirera rp^2 , le trapeze $p^1 qrp^2$, sera celui de la seconde doële plate, de la même manière on aura le trapeze $p^2 r^2 sp^3$, pour le panneau de la troisième, ainsi de suite.

Application du Trait sur la Pierre.

L'Application du Trait sur la pierre, suivant cette construction est presque la même que la précédente, la difference ne consiste qu'en ce que les lits étant des surfaces plans, il y a beaucoup moins de façon; après avoir formé la quatrième surface qui est verticale parallèle aux faces, pour y poser le panneau de tête cintrée, il n'y a qu'à abattre la pierre en parement droit d'un joint de tête à l'autre, ce qui est aisé à la règle, puisqu'on la peut faire couler sur trois lignes données, sçavoir, sur le côté de la doële plate, & sur les deux têtes tracées.

LES lits étant formés, il ne s'agit que d'y appliquer les panneaux des quarts d'Ellipses, tracez au profil pour les joins de lit à la doële, alors on à les quatre côtes de la surface gauche, & sans qu'ils soit nécessaire de biveau, on en taillera la surface comme les gauches, que nous avons appelé mixtilimes au commencement de ce Livre, & la doële de l'arrière-Voussure de Marseille, dont celle-ci est dérivée, en supposant sa ligne de sommité infiniment peu courbe, c'est-à-dire sensiblement droite.

IL nous reste à chercher les Courbes des joins de doële transversaux, comme sont ceux des têtes des Voussoirs, qui ne sont pas assez longs pour occuper toute la profondeur de l'arrière-Voussure; ce qui se fera à peu près de même, que nous l'avons dit pour l'arrière-Voussure de Marseille ordinaire. Soit par exemple pour la première

construction, un plan vertical qui coupe l'arriere-vouffure parallelement à ses faces par les points k, r, n , de la projection horisontale, ou $dcb a$, qui marque la longueur de la pierre depuis la feüillure jusqu'à sa tête, au joint de doële transversale; on portera la distance Da ou Pc de la figure 261. au profil 262. de F en E , ou Pk de F en G , si la pierre étoit plus longue; puis par le point E ou G on menera Ea ou Gg , parallele à la verticale FI , qui coupera les quarts d'Ellipses du profil aux points a, b, c, d , par lesquels on menera des horisontales, qui couperont les joins correspondans à l'élevation en a^e, b^e, c^e, d^e , sçavoir, le premier vertical dk en a^e ; bi en b^e ; sl en c^e ; $4g$ en d^e , & par ces points d'intersection, on menera la Courbe d^e, c^e, b^e, a^e , qui servira à former le panneau de tête du Vouffoir, qui n'auroit de longueur horisontale a^e que FE , de la figure 262, ou ce qui est la même chose Gb , de la figure 261; il est visible qu'on auroit de même la tête d'un Vouffoir, qui auroit pour longueur GI , du plan horisontal ou FG du profil, qui donneroit une autre Courbe moins concave, tracée à l'élevation au dessus de la précédente, & au dessous de la plate-bande ae .

POUR ne pas trop embroüiller l'épure par des lignes horisontales, il suffira de porter les hauteurs du profil Ea, Eb, Ec , &c. sous la plate-bande ae , de l'élevation sur les verticales, qui sont les elevations des joins de lit comme Ea , sur ka^e , &c.

Nous ne comprenons point dans les Vouffoirs le premier, qui comprend une partie de l'ébrasement du piédroit, & le sommier de la plate-bande, parce que la meilleure maniere de le faire est la même, à peu de chose près, que pour l'arriere-Vouffure de Marseille, dont nous avons parlé; afin qu'il comprenne l'angle rentrant dans une seule piece; quoiqu'on puisse aussi le faire comme les autres Vouffoirs; mais avec trop d'inconveniens, pour en conseiller la taille.

Du Revêtement de cette Arriere - Vouffure, par un Lambris de Menuiserie.

LE Principe des Traits expliqué à la page 290. par les revêtemens de Menuiserie, où l'on suppose les pieces des Bâtis de largeurs égales, doit s'appliquer à l'arriere-Vouffure de Montpellier, à peu près comme à celle de Marseille, dont nous avons parlé à la page 299; mais à cause que la doële de celle dont il s'agit ici, est une surface à double courbure, le Trait en est un peu plus difficile; on reconnoitra par la comparaison de celui que je vais donner la grossiereté de l'erreur de celui qu'on voit au Livre de la coupe des Bois de Maître Blanchard,

(Chap. XI.) sous le nom d'*Arrière-Voussure de Marseille*, tombant sur l'angle obtus.

SOIT, (figure 264.) le trapeze ABDE, le plan horizontal de la Baye; P $a e^2$ Q, l'élevation de l'arrière-Voussure faite comme au Trait de la coupe des pierres de la figure 261. on divisera le cintre BHD en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points des Courbes de projection des Bâtis, tant horizontales, que verticales, par exemple ici en six aux points 1, 2, H, 4, 5, par lesquels on tirera autant de perpendiculaires à PQ ou AE, comme mM , nN , nN , Kk , &c. $r p^2$, $r N^2$, sur lesquelles on tracera des quarts d'Ellipses, comme il a été dit au Trait précédent, sur les demi-axes donnez $r 1$, & $G p^2$; $r 2$ & $I N^2$; $m H$, & CM ; tels sont les arcs $n o y 1$, $a z 2$, $M^2 I H$, pour les sections passant par les points 1, 2, H, lesquelles sont égales à celles de l'autre côté, faites par les lignes $n 4$, $n 5$ & l'arc $D T k^2$, pour la section par KD & BM^2 .

A l'égard de l'arc de naissance sur le piédroit DE, on en fera l'élevation comme $D 2$, E^2 , & la projection verticale $D f e^2$, sur les demi-axes donnez, dont les horizontaux DQ & DE , sont l'un plus grand, l'autre plus petit que ceux des autres sections, qui sont tous égaux entr'eux; & à la perpendiculaire CM , & les verticaux sont égaux à la hauteur $Q e^2$, comme on voit en $DT k^2$.

CETTE préparation étant faite, il faut chercher par le moyen de ces sections verticales, des points équidistans du contour du cintre BHD, & de la plate-bande $a e^2$, pour tracer les Courbes de projection des arêtes des bâtis, qui sont à double courbure, comme $f L g$ & $6 o 7$, au plan horizontal & sur le plan vertical $V 9$ & $8 7$.

PAR des points pris à volonté sur l'arc BH, comme d & e , on tirera du centre C des lignes $d x$, $e i$, qui couperont les sections verticales $r G$, $r I$ aux points x , & i , par lesquels on tirera les perpendiculaires $x y$, $i z$, qui couperont les arcs elliptiques $n y 1$, $a z 2$, aux points y & z , ensuite par les points x & i , on tirera des perpendiculaires $x Y$ & $e Z$ aux lignes $e i$ & $d x$, qu'on fera égales aux précédentes $x y$ & $i z$, & l'on tracera à la main des arcs $Z e$, $Y d$, sur lesquels on prendra la largeur donnée du bâtis $d F$ & $e Z$, qui se trouve ici par hazard tomber en Z .

IL suffira pour l'exactitude nécessaire à la pratique, de tracer ces arcs à la main un peu plus concaves, que ceux des sections verticales $y 1$ & $z 2$; cependant si l'on vouloit avoir ces arcs avec plus d'exa-

itude, & en trouver plusieurs points, il faudra chercher comme il suit.

ON prolongera la ligne dx en S , cette ligne coupera deux verticales rG & M^2B , aux points x & u , & la plate-bande ae^2 en S , par où l'on tirera sur dS les perpendiculaires xY , ut , Ss , lesquelles seront autant d'ordonnées de la Courbe que l'on cherche, qui sont communes aux sections verticales: nous avons déjà trouvé la première $xY = xy$; la troisième Ss est évidemment égale à la profondeur de l'arrière-Vouffure CM , la seconde ut se trouveroit comme la première, si nous avions tracé la section elliptique sur la verticale; mais comme faute de place, &

pour éviter la confusion de la figure, son égale a été tracée de l'autre côté en DTk^2 , on tirera par le point u une parallèle uT , au diamètre BD , qui coupera l'arc Dk^2 au point T , & la droite KD au point V ; la ligne VT sera l'ordonnée que l'on cherche, qu'on portera de l'autre côté en ut , & par les points f , t , Y , d , on tracera à la main, ou avec un regle pliante la Courbe $ftYfd$, que l'on cherche.

Nous avons trouvé dans la formation des Courbes ez , df , les failles des largeurs du bâtis inférieur, exprimées par les lignes gf , iz , pour avoir les ordonnées de la Courbe de projection horizontale f^i , z^e , $L9^e$, & les largeurs gd , ie , prises sur un plan vertical, lesquelles déterminent les points de la projection verticale g , i , V , g^e , il faut présentement déterminer la rencontre de la largeur du bâtis transversal inférieur, avec celui de chaque naissance de l'arrière-Vouffure, sur les piédroits en traçant la Courbe de projection de chacun de ces bâtis, ce que l'on fera de la même manière que nous l'avons dit à la page 303. relativement à la figure 151. de la planche 52.

L'Aplication du Trait sur le bois sera aussi la même.

Explication Démonstrative

Nous avons déjà dit plusieurs fois pourquoi les naissances des arcs, & surfaces qui s'élevent sur des lignes droites, ou sur le plan, doivent se trouver aux points d'atouchement; ainsi les lignes courbes qui sont les élémens verticaux de la surface de l'arrière-Vouffure, doivent être tangentes à deux plans, c'est-à-dire à leurs sections par ces Courbes, sçavoir, au plan vertical passant par le centre primitif, & à l'horizontal passant par l'arête de la plate-bande; or comme ces plans sont perpendiculaires entr'eux, il n'y a de Courbe des sections coniques, qui puisse les toucher tous deux, que celles qui rentrent en elles-mêmes, comme le cercle & l'Ellipse; mais le cercle ne peut toucher deux

perpendiculaires qu'à distances égales de leur intersection , donc cette Courbe ne convient qu'au seul cas, où la hauteur de la plate-bande sur la naissance de la doële est égale à la profondeur de l'arrière-Voussure , donc par-tout ailleurs cette Courbe fera un jarret avec la ligne d'aplomb sur la naissance, ou avec celle du niveau à la plate-bande, par la 36. du troisième Livre d'Euclide ; ce qui condamne le Trait de Maître Blanchard.

IL n'en est pas de même de l'Ellipse , elle peut toucher deux lignes perpendiculaires entr'elles , à telle distance qu'on voudra de part & d'autre du point de leur intersection , donc les élémens de la surface de l'arrière-Voussure en question doivent être des quarts d'Ellipses ; & il n'importe qu'ils soient dirigés parallèlement entr'eux , ou dans des plans converges proportionnellement à ceux des piédroits , parce que en quelque situation qu'ils soient autour de l'axe , qui demeure en situation verticale , ils seront toujours tangens au plan horizontal passant par la plate-bande.

MAIS si l'on suppose la doële coupée par un plan incliné , comme par exemple en *S d*, (figure 264.) il est clair que la section ne fera plus de même espèce , c'est pourquoi nous avons été obligé d'en chercher les points par l'intersection de ce plan incliné , avec les verticaux elliptiques ; parce que tous ces plans étant perpendiculaires à un troisième vertical , passant par le cintre primitif *BHD* , leurs communes intersections lui seront aussi perpendiculaires ; or ces lignes d'intersection sont des ordonnées connues dans l'Ellipse , par conséquent elles donneront à leurs extrémités des points de la nouvelle Courbe inconnue , dont la connoissance devient par cette construction inutile pour la décrire , puisqu'on la décrit exactement sans en connoître la nature.

C O R O L L A I R E.

De là on tire la manière de *faire une Voussure droite sur les impostes , qui rachète un arc circulaire ou elliptique , dont le plan est parallèle à celui qui passe par les impostes.*

Si l'on veut faire un plat-fond circulaire sur une chambre carrée , ou elliptique sur une chambre barlongue , on le peut facilement par le moyen d'une Voussure , dont le Trait se fera de la même manière que l'arrière-Voussure de Montpellier ; car si l'on y fait attention , la hauteur aplomb de l'imposte au plat-fond étant par-tout la même , & la retombée de chaque point du cercle horizontal , qui est la bordure du plat-fond étant inégale , on aura une suite de quarts d'Ellipses , qui au-

ront un demi-axe constant , ſçavoir , le vertical & un autre variable , qui eſt l'horifontal.

Il doit y avoir ſeulement une petite difference dans la poſition des plans de ces Ellipſes , qui doivent toujours être rangez du centre du cercle à la circonference , ce qui n'eſt pas de même dans l'arriere-Vouffure.

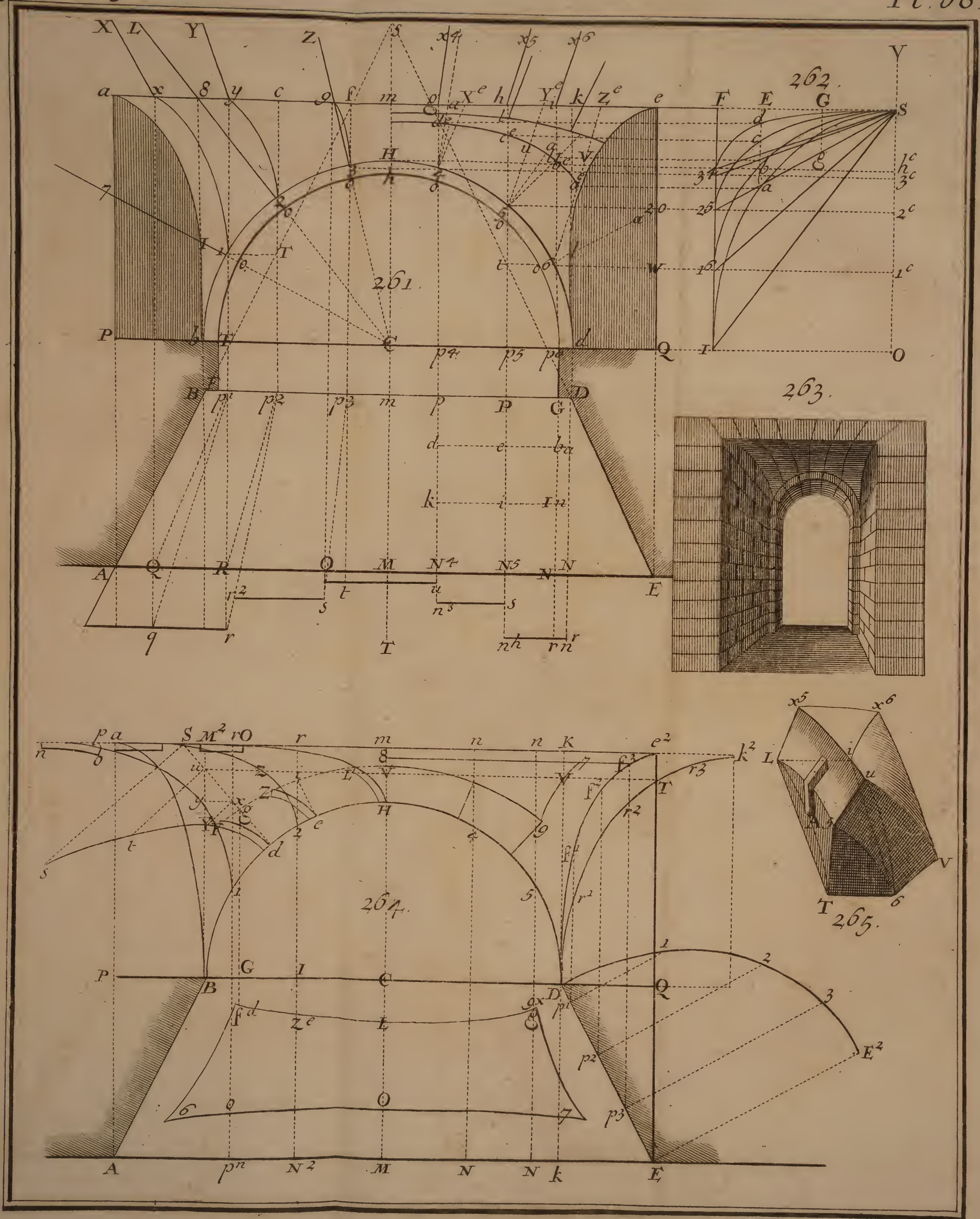
SECONDEMENT , que les joins des lits horifontaux de la Vouffure , ſeront inégalement éloignez dans la ſurface , qu'ils partagent en aſſiſes de largeur inégale.

Au reſte les Courbes de ces joins horifontaux ſe trouveront précieſement de la même maniere , que nous avons employé pour trouver celle de la trompe à Panache , il faut ſeulement du choix pour le quart d'Ellipſe , qui doit ſervir de cintre primitif , ſur lequel on veut faire la diviſion ; ſi l'on prend celui qui eſt dans la diagonale du quarré , pour y prendre des diviſions égales , il en réſulte deux inconveniens , l'un que l'irrégularité ſe jette au milieu dans le quart d'Ellipſe , qui eſt entre les deux diagonales , & perpendiculaire au côté droit , où les aſſiſes ſupérieures ſe reſſerrent trop à la doële , & ſi l'on prend ce dernier pour cintre primitif , l'irrégularité ſe jette aux diagonales où les aſſiſes ſupérieures s'élargiſſent trop ; d'où il faut conclure qu'on doit prendre pour cintre primitif l'arc elliptique , qui eſt au quart de la circonference du quart de cercle compris entre les deux diagonales. Ayant les arcs elliptiques des joins montans , & les Courbes irrégulières des joins de lit , on fera cette Vouffure comme la Trompe à Panache , ou pour remonter plus loin par la méthode de l'inſcription des cylindres , comme on l'a expliqué pour la conſtruction des Voutes Sphériques.

ON pourroit faire les diviſions des joins en lit toutes égales à chaque quart d'Ellipſe , alors les lits ne ſeroient plus de niveau , mais ondez , montans depuis le milieu de l'impoſte droite , juſqu'à la diagonale du quarré , d'où ils retomberoient en descendant juſqu'au milieu du côté contigu ; ainſi de ſuite , la conſtruction & la décoration n'en ſeroient pas moins bonnes.



Troisième



Troisième espece de Voute, de Surface irréguliere, que j'appelle Sphérico - Prismatique.

En termes de l'Art,

ARRIERE - VOUSURE DE ST. ANTOINE.

Nous avons parlé des Voutes de surfaces irrégulieres à double courbure, qui étoient terminées les unes par un côté droit & trois Courbes, les autres par deux côtes droits & deux Courbes; il nous reste à traiter de celles qui sont terminées par trois côtes droits & un Courbe, telles sont les *Arrieres - Vousures de St. Antoine*; ainsi appellées, parce qu'apparemment les premières qui ayent été faites, sont les trois de la Porte de Paris connue, sous le nom de Porte de *St. Antoine*.

LA figure de cette Voute, qui est représentée au chiffre 266. de la Pl. 69. soixante-neuvième planche, est telle qu'elle présente par sa face une section de Voute Sphérique, qui dégenere dans le fond en plate-bande, Fig. 266. sous laquelle est la Baye de la Porte voutée aussi en plein cintre, pour soutenir cette plate-bande, où est la hauteur des impostes sur les piédroits, lesquels sont paralleles entr'eux.

COMME cette plate-bande peut se soutenir par sa coupe, ou par un linteau d'une piece; on peut supprimer cette seconde Vousure du tableau cintré en berceau, & faire l'arriere - Vousure plus simple, telle qu'elle est représentée à la figure 269, & ébraiser les piédroits si on le juge à propos. Fig. 269.

ON peut considerer la surface de cette Voute, comme une suite de quarts d'Ellipses de différentes hauteurs; mais dont les naissances sont de niveau, lesquels sont rangez suivant la direction des piédroits, s'ils sont paralleles; ou concourant au même sommet, s'ils sont convergens; ainsi cette arriere-Vousure est la contraire de la précédente, où les sommets étoient de niveau, & les naissances à hauteur inégales.

AUTREMENT on peut la considerer comme une suite de demi - Ovals verticales, paralleles à la face, dont un des axes qui est l'horizontal peut être constant, si les piédroits sont paralleles entr'eux comme à la Porte *St. Antoine*, ou variable si les piédroits sont ébrasez; & dont l'autre demi-axe qui détermine la hauteur de chaque Ovale, diminue depuis la face jusqu'à la plate-bande, où il se réduit à rien, suivant le raport des ordonnées d'un quarts de cercle; si la hauteur de la face, & la profondeur

de l'arriere-Vouffure , font égales entr'elles , ou bien suivant le raport des ordonnées d'un quart d'Ellipse , lorsque la hauteur & la profondeur sont des lignes inégales.

CETTE sorte d'arriere - Vouffure , qui est le contraire de la précédente , dont la plate-bande est transportée du haut en bas , & du dehors au dedans , est susceptible des mêmes variétez , non seulement dans la situation de sa direction à l'égard des faces qui peut être droite ou biaise , & de celle des piédroits , qui peuvent être paralleles entr'eux ou ébrasez ; mais aussi dans la nature , & l'arangement des cintres , qui déterminent la concavité de la voûte , & les sections des joins de têtes & des joins de lit.

Premierement , on peut faire les cintres des joins de lit en arcs de cercles , suivant la pratique du Trait de P. Deran ; mais cette Courbe ne convient non plus à l'arriere-Vouffure dont il s'agit , qu'à la précédente par la même raison , & encore moins à la naissance des angles rentrans ; ainsi les élémens de cette surface doivent être des quarts d'Ellipses verticaux , dont les centres soient rangez sur une ligne horizontale.

Secondement , ces quarts d'Ellipses peuvent être paralleles entr'eux , ou convergens , proportionnellement à l'ébrasement des piédroits.

Troisièmement , les sections de cette Voûte qui forment les lits des Vouffures , peuvent être des surfaces planes ou des cylindriques , à peu près comme à la précédente.

A l'arriere - Vouffure exécutée à la Porte St. Antoine à Paris , les piédroits sont paralleles entr'eux , M. de la Ruë y a remarqué que les Vouffoirs du fond y étoient appuyez à leur naissance sur une feüillure en retraite , qui en soutient la plate-bande , de sorte qu'ils ne font pas corps avec le tableau de la Baye , qui a son centre au dessous , sur les Vouffoirs duquel cette feüillure est pratiquée.

CETTE construction a donné occasion à l'Auteur cité , de distinguer de deux sortes d'arrieres-Vouffures de St. Antoine , l'une qu'il appelle seulement en *plein Cintre* , qui est celle-ci , dont la naissance est soutenue par une seconde naissance , l'autre qu'il appelle en *plein Cintre* par derriere & quarrée par devant.

Je ne vois pas là de raison suffisante pour une distinction , j'aimerois mieux dire l'arriere - Vouffure , dont la naissance en plate - bande est soutenue , & celle où elle se soutient elle-même par la coupe ; d'autant

plus que le plein cintre dénominateur peut fort bien être surbaissé, & même un apui massif, ou une plate-bande au dessous de celle de la naissance.

Au reste l'arrière-Voussure peut fort bien subsister à la plate-bande par sa propre coupe, l'Architecte de la Porte St. Antoine ne l'a appuyé que pour une plus grande solidité, parce qu'elle est composée de quinze Voussours, c'est pourquoi nous substituons à cette distinction, celle du nom propre originaire, & celle à fermeture droite sans support à la plate-bande.

*Arrière - Voussure de St. Antoine, proprement dite,
dont les piédroits sont parallèles entr'eux.*

Soit, figure 267. le rectangle ABDE, le plan horizontal de la Baye, qu'on veut vouter avec ses feüillures Af, Bg, & ses tableaux Ff, Gg, que nous regarderons comme des parties étrangères à l'arrière-Voussure, de laquelle elles sont indépendantes, quoique adhérentes; sur de, égal DE comme diamètre, on décrira le cintre de face circulaire, ou elliptique comme l'on voudra, nous le suposerons ici circulaire dHe, puis l'ayant divisé en ses Voussours, par exemple en sept aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, on menera par ces points autant de parallèles aux piédroits AD, BE, qui couperont la projection de la plate-bande AB, aux points p^1 , p^2 , p^3 , m , &c. & la face DE, aux points q^1 , q^2 , q^3 , M, &c.

On fera ensuite le profil de la Voute, c'est-à-dire une projection verticale de ses joins de lit, rassemblez sur un même plan.

Nous prenons ici pour la commodité de l'épure la ligne BE, pour base de ce profil, & la ligne EH' égale à CH, pour la hauteur, si ces deux lignes BE, EH', sont égales entr'elles, elles seront les rayons d'un quart de cercle, lequel est le cintre du milieu de la clef de l'arrière-Voussure.

Mais si ces lignes sont inégales, on les prendra pour des demi-axes d'un quart d'Ellipse, qui fera un cintre surhaussé ou surbaissé; en continuant la même construction pour tous les joins de lit, on aura toujours la même ligne BE pour axe commun, & les hauteurs des retombées 1 F, 2 P, 3 p, &c. pour l'autre demi-axe de chaque quart d'Ellipse, qui désigne la section par les joins de lit à la doële. Ainsi ayant transporté la hauteur 1 F en E 1°, on décrira le premier quart d'Ellipse Br 1°, de même la hauteur 2 P transportée en E 2°, on décrira le second quart

Q q q ij

d'Ellipse $Bf2'$, de même aussi avec la hauteur $3p$ transportée en 3^4 , on aura le quart d'Ellipse $Bt3^4$.

IL faut présentement chercher les Courbes des joins de doële transversaux, tant pour servir à former les cerches nécessaires pour creuser exactement la doële, que pour former les têtes des Vouffoirs, qui ne sont pas assez longs pour s'étendre depuis la plate-bande du fond au cintre de la face intérieure.

ON prendra à volonté sur la ligne BE , autant de points que l'on voudra former de ces cerches, nous n'en prendrons ici que deux, un en L l'autre en N , par lesquels on lui mènera des perpendiculaires, qui couperont les Courbes du Profil, l'une aux points $rftb$, l'autre aux points $x y z v$, & l'on portera toutes ces différentes distances de la ligne BE , sur les aplombs correspondans.

SÇAVOIR, Nr en FR & GR ; NS en PS & oS ; Nt en pT & ot , &c. Nb en Ch , & par tous les points $RSTbt$, &c. on tracera à la main ou avec une règle pliante la Courbe dhe .

DE la même manière on portera Lx du profil en FX & Gx , de l'élevation, Ly en PY & oy ; Lz en pz & oz , Lv en CV , & par les points $XYZV$, &c. on décrira de même la Courbe dVe , que l'on cherche, pour section verticale de la doële coupée par un plan parallèle à sa face.

Aplication du Trait sur la Pierre , par équarrissement.

Fig. 268. SOUPOSONS, par exemple qu'il s'agisse de faire le premier Vouffoir sur l'imposte, qu'on appelle *Sommier*.

APRES avoir dressé un parement pour servir de lit de dessous, comme $k b F p$, on lui en fera deux autres à l'équerre l'un $k p b e$, pour la tête, l'autre bp , FG , d'équerre aussi sur la tête, pour y tracer l'arête du premier lit en coupe.

ON tracera ensuite au lit de dessous, le contour $KDA fF$, du piedroit, soit par le moyen d'un panneau, ou seulement à la règle, & au Compas, en KD , à $fF d$, de la figure 268.

ON appliquera sur le parement de tête kb , le panneau levé sur la tête $d T$, de la figure 267. pour en tracer les contours sur la pierre.

ENFIN on appliquera sur le parement $bGFp$, le panneau du quart d'Ellipse $Br1^6E$ en hfp , pour y tracer l'arête du lit hf , & la pierre sera tracée.

IL faut présentement prendre le biveau d'aplomb, & de coupe $F1T$, & tenant toujours une de ses branches parallèles à l'arête hp , & l'autre parallèle à bT , on le fera mouvoir en cette situation, le long de la Courbe fb , abattant toute la pierre qui excède l'angle, qui formera une surface cylindrique convexe.

LES lits de dessus & de dessous étant formés, on abattra la pierre comprise entre quatre lignes données, & tracées sur ses paremens, sçavoir, l'arc circulaire de tête Dh , les quarts d'Ellipse hf , la droite d'arête du lit de dessous Da , & de la droite de feüillure af .

MAIS comme cette surface est du nombre de ces irrégulières, dont la concavité varie continuellement, il est à propos pour la creuser régulièrement de se servir des cerches, formées comme nous l'avons dit sur des sections transversales, prises à volonté parallèlement aux faces, c'est pourquoi, suposant qu'on veuille se servir de la première, marquée au plan horizontal IL , on portera la distance Dl sur l'arête Da du Vouffoir de la figure 268. en Dl , puis ayant levé une cerche sur l'arc dX de l'élevation, on la placera sur le point L^* , de la figure 268. parallèlement à la surface de la tête kDh , en apuyant le bas de la cerche sur L , & le haut sur l'arête elliptique hf , & l'on creusera suivant l'exigence du contour de la cerche. Si l'on veut operer avec plus de précision, on peut encore se servir d'une autre cerche dR , prise sur la section nN , laquelle approche plus de la figure de l'arête circulaire de la tête; il est visible que si le Vouffoir ne compernoit qu'une partie de la profondeur de l'arriere-Vouffure, il faudroit operer comme nous venons de faire, en se servant de pareille cerche pour tracer le contour de la tête au lieu de l'arc $D1$.

EN suivant cette méthode de tailler les Vouffoirs par équarrissement, on sent la nécessité de former deux paremens, l'un de suposition horizontale, l'autre de suposition verticale pour tous les Vouffoirs, qui sont au dessus du sommier, pour pouvoir placer dans l'un la projection horizontale de l'arête du joint de lit de dessous, & dans l'autre la projection verticale de l'arête du lit de dessus, & servir à la position du biveau de coupe & d'aplomb, comme nous l'avons fait au premier Vouffoir.

IL sera aussi nécessaire d'en user pour la formation des Vouffoirs de

cette arriere-Vouffure , comme nous avons fait pour ceux de la précédente à l'égard de la formation du lit de dessous concave , à tous les Vouffoirs au dessus du sommier.

C'est-à-dire , qu'il faudra tracer sur le parement aplomb , dans lequel est l'arête du lit de dessus celle du lit de dessous , pour former une fausse doële cylindrique , laquelle servira pour poser le biveau de l'angle de la coupe de lit de dessous avec l'horison , qu'on fera mouvoir parallèlement à la surface de tête sur l'arête du lit de dessous , après quoi on abattra cette surface cylindrique en creusant entre les Courbes des arêtes du lit de dessus & de dessous , avec le secours des cerches des sections transversales , comme nous l'avons expliqué pour le sommier.

R E M A R Q U E.

On peut remarquer qu'en conservant la même inclinaison , de coupe du lit à l'égard de l'horison , il en résulte l'inconvénient des fausses coupes , qui font les angles des arêtes obtus , & aigus alternativement. Ainsi par cette construction on fait une arête très aiguë au sommier vers la feüillure , lorsque le Coussinet n'est pas un peu élevé sur l'imposte ; en ce cas il faut remédier par quelque artifice , en abattant un peu de l'arête en angle obtus saillant , qui se loge dans un rentrant , que l'on fait porter au Vouffoir de dessous , comme nous l'avons dit des clavaux des plates-bandes ; ce qui est indispensable , lorsque l'arête est si vive qu'on a lieu de présumer , qu'on ne pourra la tailler sans risque de la casser.

On voit à la figure 268. l'accord de l'arriere-Vouffure avec la plate-bande , par un ressaut triangulaire marqué $t R f$, faisant $R f$ parallèle à $g F$, du devant de la plate-bande , où nous supposons que la coupe du claveau doit faire abattre le prisme triangulaire $g G f F r R$, qui est moins incliné que $t f$; on voit à peu près la même chose à la figure 271.

Seconde maniere, & Variation de figure, par Panneaux de Doële Plate.

LES differences de ce Trait avec le précédent sont.

10. QUE dans le Trait précédent nous avons fait les joins de lit dans des plans paralleles entr'eux , présentement nous les faisons dans des plans convergens.

20. Nous avons fait les divisions de la plate-bande inégales , ici nous

les faisons égales. Enfin nous avons opéré par équarrissement, ici nous operons par panneaux de doële plate, voilà deux Variations de construction, & une difference de méthode.

Soit, (figure 272.) le trapeze ADEB, le plan horizontal de la Baye qu'on veut vouter en arriere-Voussure de St. Antoine, laissant à part la feuillure, & le tableau comme une partie facile à creuser, & étrangere au Trait :

SUR AB comme diametre du cintre de face, on décrira la demi-cerche AHB, ou si l'on veut une demi-Ellipse surhaussée ou surbaissée, il n'importe ; l'ayant divisé en ses Voussours, par exemple en sept aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, on abaissera à l'ordinaire des perpendiculaires indéfinies sur AB, qui les couperont aux points p^1 , p^2 , p^3 , p^4 , p^5 , p^6 .

ON divisera ensuite la plate-bande DE en un même nombre de parties égales, moins deux de ce qu'on a divisé le cintre AHB, c'est-à-dire ici en cinq, si ce cintre a été divisé en sept Voussours, sçavoir, aux points $2''$, $3''$, $4''$, $5''$, desquels points on tirera des lignes aux projections des divisions p^1 , p^2 , p^3 , &c. ces lignes serviront pour faire les profils des arêtes des joins de lit, comme il suit.

AYANT fait l'angle droit NL b , on portera sur LN les longueurs de chacune de ces lignes D p^1 , $2''$ p^2 , $3''$ p^3 de L vers N, où nous supposons pour plus de facilité du discours, qu'elles viennent toutes aboutir, parce que la difference de leur longueur n'est pas fort sensible, quoiqu'elle soit réelle, ensuite on portera sur L b les hauteurs des retombées 1 p^1 , 2 p^2 , 3 p^3 , qui donneront sur L b les points 1⁶, 2⁵, 3⁴, par lesquels & par le point N, on tirera les cordes N 1⁶, N 2⁵, N 3⁴, & par les mêmes points on fera passer autant de quarts d'Ellipses N si 1⁶, &c. sur les demi-axes donnez, qui ont leur centre commun en L.

CETTE préparation étant faite, on tracera les panneaux de doële plate, dont les deux premiers seront des triangles composez de trois côtez, dont il y en a deux de donnez, sçavoir. 1^o. l'imposte au piédroit AD ou BE. 2^o. la corde A 1 ou B 6, de la premiere tête sur l'imposte, & le troisiéme se trouvera en portant la retombée 1 p^1 , de p^1 en x , sur une perpendiculaire à la projection D p^1 ; la ligne D x fera le troisiéme côté de ce triangle ; ainsi faisant une section avec les rayons D x & A 1 des points D & A pour centre, on aura le point y , le triangle A y D fera le panneau de doële plate que l'on cherche si l'on veut.

Je dis si l'on veut, parce qu'il n'y a aucun avantage de tailler ces Voussours ou Somniers par panneaux, il est plus commo-

de de le faire par équarrissement ; il n'en est pas de même des autres Vouffoirs.

LES panneaux des doëles plates suivantes seront des trapezes de grandeur, & de figure inégales dans chaque côté de la clef.

POUR le premier au dessus du Couffinet, on prendra au profil la corde $N 1^6$ avec le Compas, dont on mettra une pointe au point 2^n du plan horifontal, & avec l'autre on fera un arc qui coupera l'aplomb $2 p^2$, prolongé en X par où on menera une parallele à BA , qui coupera l'aplomb $1 p^1$, prolongé au point d^1 ; si l'on tire les droites $X 2^n$, $D d^1$, le trapeze $D 2^n X d^1$, fera le panneau que l'on cherche, dont il n'y a que les trois angles D , 2^n , d^1 , qui touchent la doële; le quatrième X en est éloigné aplomb suivant la hauteur de la retombée $2 u$, laquelle diminué à mesure qu'on approche de la clef.

DE la même maniere pour former celui du Vouffoir suivant, on prendra avec le compas l'ouverture de la corde $N 2^5$, avec laquelle pour rayon, & du point 3^n pour centre, on décrira un arc qui coupera l'aplomb $3 p^3$, prolongé au point Y par où on menera une parallele à BA , qui coupera l'aplomb $2 p^2$, prolongé au point d^2 , le trapeze $3^n Y d^2 2^n$ fera la figure de la doële plate que l'on cherche; ainsi des autres, observant que le panneau de la clef touche les quatre angles de la doële concave, ce qui n'arrive à aucun autre Vouffoir.

Il ne reste plus qu'à chercher les angles des biveaux de doële plate avec la face, & avec la plate-bande, lesquels sont à très peu près les mêmes que ceux des cordes du profil avec la ligne d'aplomb pour les faces, & la ligne de niveau pour la plate-bande; cependant comme ces cordes sont dans des plans un peu inclinez aux verticaux de face & de feüillure, leurs intersections avec ces plans n'en donnent pas les angles, par le Lemme du troisiéme Livre, c'est pourquoi il faut faire un profil exprès.

ON portera la ligne CM , qui est la profondeur de la feüillure en MQ à part (figure 273.) sur laquelle ayant élevé la perpendiculaire QH , on y portera toutes les hauteurs des retombées $2 p^1$, $1 p^2$, $3 p^3$, aux points 1 , 2 , 3 , par lesquels on menera du point M , les lignes M^1 , M^2 , M^3 , les angles $M 1 H$, &c. seront ceux de la doële plate avec la face, & leurs égaux oposez $1 M F$, $2 M F$, ceux de la même doële avec la feüillure, & si la plate-bande est portée comme à la Porte St. Antoine, on prendra les angles de la doële avec l'horifon $1 M R$, &c. & l'épure sera faite.

Aplication

Application du Trait sur la Pierre.

AYANT dressé un parement, par exemple pour le premier Vouffoir; on y appliquera le panneau de doële plate, tracée à l'épure en $D 2^{\circ} X d^1$, de la figure 272. qu'on a dessiné en Perspective, à la figure 271. & marqué des mêmes lettres.

ENSUITE avec le biveau de doële & de tête $M 1 H$, posé quarrément sur la ligne tracée $d^1 X$, on abattra la pierre pour former un second parement, sur lequel on appliquera le panneau de tête $T 1 u 2 t$ de la figure 272.

ON fera de même avec le biveau de doële plate avec l'horison $1 MR$, on formera un troisiéme parement pour la plate-bande, si elle est soutenüe dans une retraite, comme à la Porte citée.

IL est visible que si la plate-bande n'est pas soutenüe, il faut commencer par former l'angle rentrant $FM 1$, de la feüillure avec la doële, qui doit être d'une même piece.

PRESENTEMENT, il faut former une portion de surface verticale, pour y poser le panneau du lit supérieur, qui est le quart d'Ellipse, marqué au profil $N f^2 2^s$, en abattant la pierre le long du côté $n^2 X$, & de la ligne $u 2$, qui est dans le plan de la tête, à la figure 272. & marqué $X 2$, à la figure 271. c'est-à-dire en faisant passer une surface plane par trois points donnez $n^2 X^2$ (par le Probleme I. du quatrième Livre.)

ON appliquera sur cette surface la panneau de profil du second point de lit elliptique, (figure 272.) $N f^2 2^s 1^6$, posant la corde $N 1^6$ sur le côté $n^2 X$, de la figure 271. & après avoir tracé le contour $N f^2 2^s$ en $2 f n^2$, on prendra le biveau d'aplomb & de coupe $u 2 t$, dont on tiendra les deux branches paralleles, l'une à l'arête $X 2$, l'autre au joint de tête $2 t$, & dans cette situation, on fera couler son angle sur la ligne courbe $2 f n^2$, abattant la pierre qui excède, & ainsi on aura formé le lit de dessus.

LE lit de dessous se fera par la même méthode, qu'au cas précédent, comme il a été dit & expliqué par la figure 270. en formant une fausse doële cylindrique passant par l'arc du premier joint de lit $N f^1 1^6$, pour y faire couler un biveau dans la situation parallele à la face.

POUR poser la cerche de ce premier joint dans sa juste situation, il faut tirer sur le parement de tête une ligne $d^1 V$, perpendiculaire à

d' X, sur laquelle on appliquera une règle, par laquelle il faut borner le plan de la cerche, & dans cette situation on en tracera le contour pour marquer avec précision dans la surface cylindrique la ligne d'arête de lit & de doële, sur laquelle il faut faire couler le biveau T I II, comme nous l'avons dit pour former exactement le lit concave du dessous du premier Vouffoir, qui doit s'adapter sur le convexe du sommier, après quoi on creusera la doële comme il a été dit à la construction précédente; si les Vouffoirs ne sont pas assez longs pour s'étendre du devant au fond de l'arriere-Vouffure, on pourra chercher les joins transversaux comme à la construction citée.

Ou bien pour s'en épargner la peine, assembler deux quartiers de pierre bien joins à l'équerre, & de longueur convenable, puis les tracer ainsi joins, comme si ce n'étoit qu'une seule pierre.

CETTE pratique est commode; mais si les joins transversaux devoient faire une suite, elle ne pourroit servir à leur donner une régularité de contour, telle qu'il convient, il faut alors avoir recours au Trait, & aux panneaux de tête de joins de doële, lesquels sont aussi nécessaires, étant coupez en sens contraire de cerches convexes pour se bien conduire dans l'excavation de la doële, qui est une surface très gauche, dont la concavité diminue insensiblement depuis la face jusqu'à la plate-bande, où elle se réduit à la ligne droite.

R E M A R Q U E

QUOIQUE nous ne parlions pas ici des arrieres - Vouffures biaises, pour ne pas multiplier les exemples du même Trait, nous pouvons avancer que la méthode des panneaux de doële plate, leur convient également qu'à celle qui sont droites dans leur direction aux faces; la seule difference qui en résultera sera celle des surfaces de trapezes changez en trapezoïdes, qui n'auront aucun côté parallèle à son opposé, parce que le plan vertical de face & celui de feüillure ne seront plus parallèles.

Si l'arriere-Vouffure se faisoit dans un mur en talud, il faudroit en former le cintre primitif sur une surface plane aussi en talud, parce que si on le prenoit sur un plan vertical, le cintre secondaire qui seroit la section plane d'une arriere-Vouffure ordinaire deviendrait une Ovale, dont le contour seroit moins agréable, que le cercle ou l'Ellipse du cintre primitif, d'où il dériveroit.

¶ IL est aisé de voir combien la méthode des panneaux de doële plate est avantageuse pour le ménagement de la pierre.

Troisième maniere , & Variation de Coupes.

DANS les deux manieres précédentes, les arêtes des joins de lit à la doële étoient des courbes planes formées par des sections de plans verticaux; ici se font des Courbes à double courbure, formées par des sections des surfaces cylindriques perpendiculaires au plan vertical de la face, passant par les divisions du cintre de cette face, & par celle de la plate-bande.

L'EPURE du plan horizontal & de la face, étant tracée précisément, comme au Trait précédent pour la division de la plate-bande, & les projections des divisions de la face. On tirera des lignes droites de chacune des divisions de la plate-bande $4''$, $5''$, E , des paralleles à la direction HC, qui couperont AB aux points Qq & K, par lesquels & ceux des divisions de l'arc de face 4, 5, 6, on tirera les lignes inclinées $4Q$, $5q$, $6k$, qu'on divisera chacune en eux également aux points m , m , m , par où on leur tirera des perpendiculaires, qui couperont le diametre AB, prolongé en z , y & x , qui se trouve hors de la planche; ces points d'intersection seront les centres des arcs de cercles $4SQ$, $5Sq$, $6SK$, lesquels sont les projections verticales des joins de lit à la doële de l'arriere - Voussure.

PRESENTEMENT, il faut faire les profils des joins de lit comme à la premiere construction, avec cette difference, qu'au lieu de prendre pour demi-axe vertical une ligne droite, qui étoit la hauteur de la retombée de chaque division, il faut prendre ici la rectification de l'arc de cercle, qui est la projection verticale du joint courbe.

PAR exemple pour le profil du joint de lit, qui doit passer par la division 4, il faut prendre pour axe horizontal la droite $4''Q$, qu'on portera en NL du profil, & pour demi-axe de hauteur le développement de l'arc $Q4$, qu'on portera en L 3_4 du profil; le quart d'Ellipse Nf, 3^+ , formé sur ces deux demi-axes, sera celui que l'on cherche, ainsi des autres.

QUANT à la description des sections transversales pour former les têtes cachées des Voussoirs, qui sont trop courts pour s'étendre de la plate-bande à la face, on suivra la construction du premier Trait, sans égard aux quarts d'Ellipses destinez pour la formation des panneaux de joins de lit; parce qu'il ne s'agit que de trouver les hauteurs des points de ces Courbes, qui doivent toujours être prises sur une projection verticale.

Aplication du Trait sur la Pierre.

AYANT dressé un parement pour être supposé lit horizontal, on lui en fera un autre d'équerre pour vertical destiné à la face, sur lequel on appliquera le panneau de tête, joint à toute la partie comprise au dedans du cintre, qu'il faudra ensuite enlever, lequel panneau fera une figure mixte composée de trois lignes droites, & de trois Courbes, par exemple pour le second Vouffoir au dessus de l'imposte, la figure *25 f q K 6 t⁶*, pour le suivant la figure *24 4 S Q q 5 r*.

Le contour du panneau étant tracé, on abattra la pierre tout au tour à l'équerre, comme si l'on vouloit faire des Vouffoirs d'un berceaux droit, formant deux surfaces cylindriques, l'une concave, l'autre convexe, sur lesquelles on appliquera les panneaux des quarts d'Ellipses des profils des joins de lit tracez, & découpez sur une matiere flexible comme du carton, du fer-blanc, ou des lames de plomb; afin qu'ils puissent être exactement appliquez sur les surfaces courbes dont nous parlons, posant un des axes sur l'arête du lit horizontal, & l'autre sur celle de la face verticale; dans cet état on en tracera les contours, qui déterminent les arêtes courbes à double courbure des joins de lit à la doële; entre lesquelles on creusera la doële par le moyen des cerches, comme on a fait aux deux Traits précédens.

On voit que par cette construction les lits sont faits avant la doële, & qu'ainsi on n'a besoin d'aucun biveau.

Il est visible aussi que ces mêmes lits servent à la coupe de la plate-bande, qu'ils soutiennent à la place des lits droits, qu'on y employe ordinairement, de sorte qu'il n'est pas nécessaire de faire un ressaut dans l'intérieur des Vouffoirs, qui portent la plate-bande au dessus de la feuillure, où il se fait une interruption de la coupe droite des Clavaux de la plate-bande, & de la coupe courbe des lits de l'arrière-Vouffure; ainsi ce Trait facilite beaucoup l'operation, & a encore cette propriété de plus que toutes les Coupes courbes de la plate-bande, commencent par un angle droit ou infiniment peu différent du Droit, parce que le centre des arcs cylindriques est sur l'arête de la plate-bande prolongée, de sorte que les Clavaux contigus ont des arêtes d'égale force, au lieu qu'aux plate-bandes ordinaires l'un est obtus, & l'autre aigu, d'autant plus qu'il approche du sommier.

Le seul inconvenient qui se rencontre dans ce Trait, c'est qu'il y

faut employer de très gros quartiers de pierre, & que la perte en est très considérable, particulièrement lorsque les Voussoirs sont parpains; ainsi lorsqu'on n'a pas de gros blocs à discrétion, il est plus avantageux d'avoir recours à la méthode des panneaux de doële plate.

On peut cependant encore ménager la pierre dans la disposition des joins courbes de plate-bande, parce que l'on peut commencer la tête du côté de la plate-bande, pour faire les lits cylindriques en portion de Cylindres Droits excentriques, l'un concave au lit de dessous, l'autre convexe au lit de dessus, & appliquer sur ces surfaces les mêmes Courbes elliptiques pliées sur des panneaux flexibles, taillez en sens contraire des précédens; c'est-à-dire, qu'au lieu de les couper dans la partie intérieure, qui donne un contour convexe, & un quart de la surface elliptique, on peut les découper sur la partie extérieure, qui donne un contour concave, laissant la surface elliptique au dehors, comme par exemple le quadriligne $nNbS$ du profil, au lieu du quart d'Ellipse en triangle mixte LNb ; ce qui revient au même; ou pour le dire en deux mots, suivant les termes de l'Art, tourner en panneau ce qui étoit en cerche.

Nous n'avons point proposé le Trait de P. Deran, qui fait ses joins de lit en arcs de cercles, par la même raison que nous avons donné pour rejeter les Traits de Maître Blanchard, laquelle est approuvée par l'expérience, comme l'a remarqué M. de la Ruë, qui dit que l'arrière-Voussure *est bien moins gracieuse, & régulière*, principalement du côté de la feuillure;

Du Revêtement de cette Arrière - Voussure de St. Antoine, en Lambris de Menuiserie.

Nous avons dit que l'on pouvoit considérer cette arrière-Voussure, comme une espèce de renversement de celle de Montpellier, tant il y a de conformité dans la formation des surfaces concaves de ces deux Voutes, en effet si l'on transporte le cintre de l'une à la place de la plate-bande de l'autre, c'est-à-dire le haut en bas, & le devant au derrière, on pourra avec les mêmes profils de sections verticales aussi transposés du milieu sur les côtes, former la surface de l'arrière-Voussure de St. Antoine.

D'où il suit que la manière d'en tracer les bâtis de Menuiserie, doit aussi être la même transposée; par conséquent tout ce que nous avons dit de l'arrière-Voussure de Montpellier servira pour le revêtement de celle de St. Antoine dont il s'agit; il n'y a qu'à en faire une Apli-

cation, dont tout Lecteur qui aura entendu la première, sera capable de lui-même, observant que les justes hauteurs & largeurs, qui doivent déterminer les points des Courbes de projection des arêtes des bâtis, doivent être prises sur les co-ordonnées aux axes des Courbes des sections perpendiculaires aux arêtes des cintres donnez, & non pas sur des sections verticales comme le fait Maître Blanchard, dont nous avons démontré l'erreur.

MAIS comme ces nouvelles sections, suivant la coupe des joins de tête, ne sont pas des quarts d'Ellipses ainsi que les sections verticales, quoiqu'elles soient de même perpendiculaires au plan de la face, & qu'il faut en chercher plusieurs points par les intersections des profils aplombs, comme nous l'avons dit; je vais donner un moyen de s'épargner la peine de chercher ces points, & de former des Courbes, qui servent à prendre les largeurs des bâtis.

AYANT déterminé la largeur du bâtis, suivant le dessein de la Menuiserie; on en prendra l'intervalle avec le Compas, dont on posera une des pointes en B, au profil de la figure 267. & avec l'autre on tracera un arc, qui coupera les profils des joins de lit aux points *a y R*, par lesquels on abaissera des perpendiculaires sur CM prolongées, qui couperont les lignes des projections des joins de lit aux points *b c d e d c b*, par lesquels on tracera la Courbe de projection du bâtis à la plate-bande.

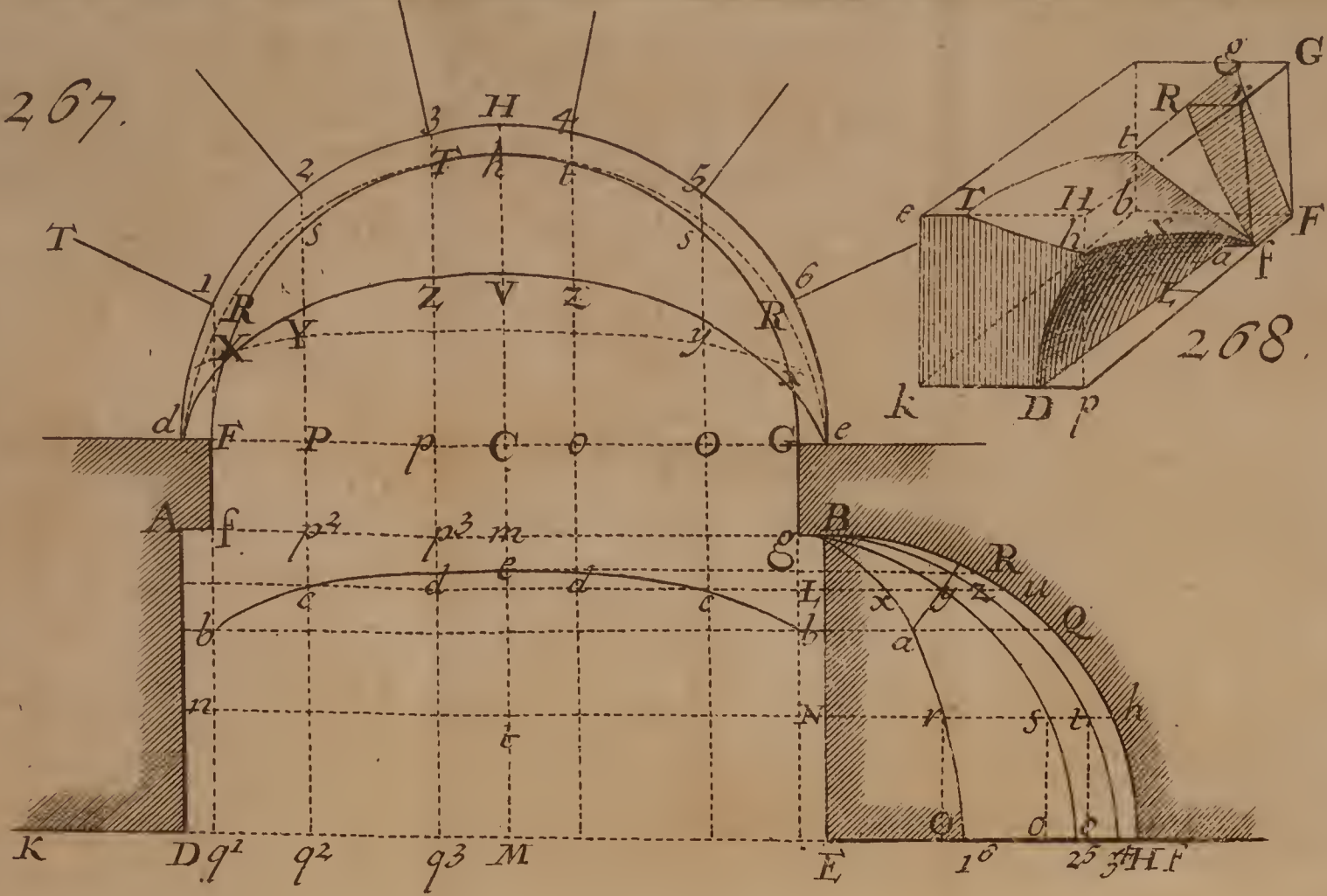
Au contraire pour le Bâtis du cintre, on prendra la projection verticale à l'élevation sur la Courbe, qui a été tracée pour une cerche de joint ou section transversale, passant par les points *n N* de la projection, suposant que cette ligne passât par le point *r* du profil le plus couché, sur lequel on a dû prendre la largeur du bâtis 1^o *r*, parce que c'est l'endroit où elle avance le plus dans la Voute.

ON me demandera pourquoi je me fers dans l'un des bâtis de la projection horifontale, & à l'autre de la section verticale, c'est parce qu'il convient de chercher la partie la plus creuse, pour connoître quelle doit être l'épaisseur du bois; or à la plate-bande c'est l'arête supérieure; puisque l'inférieure est droite, & au cintre c'est l'arête supérieure, dont la projection horifontale est une ligne droite, & l'inférieure *d b e* est moins creuse dans son élévation, puisqu'elle est surbaissée.

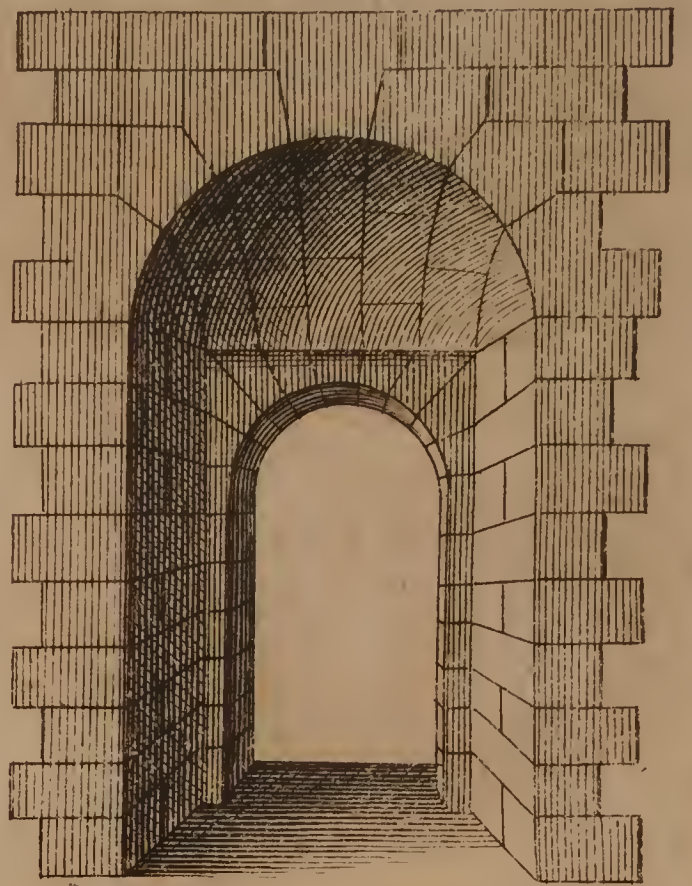
Aplication du Trait sur le Bois.

CETTE préparation étant faite, suposant que le bâtis d'imposte doive monter jusqu'en *a*, où nous prenons le premier point, que nous pou-

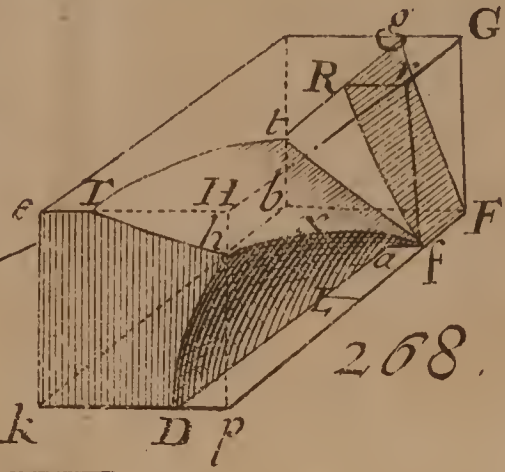
267.



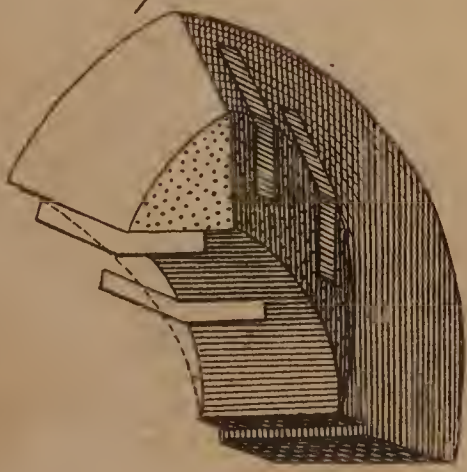
266.



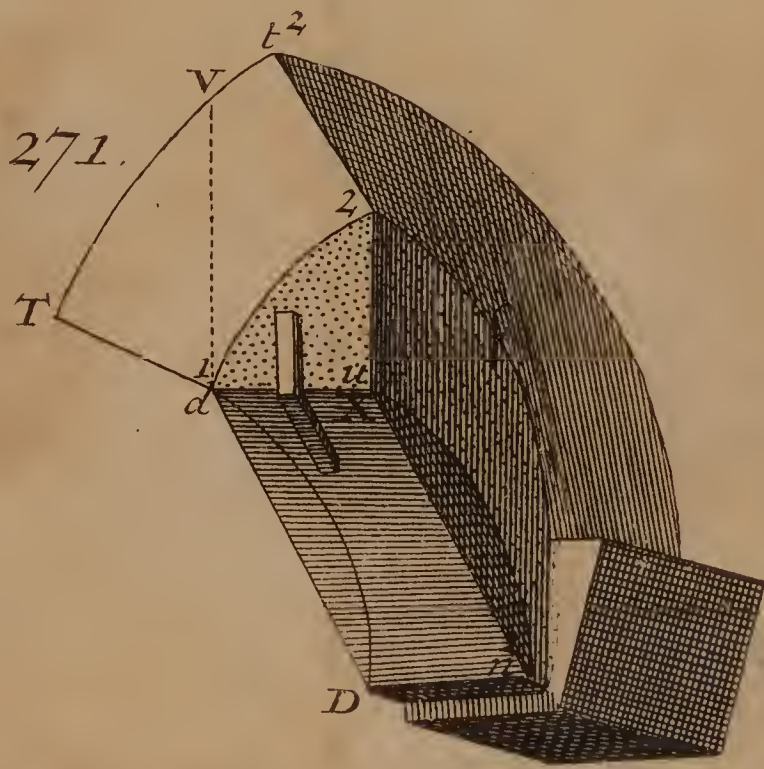
268.



270.



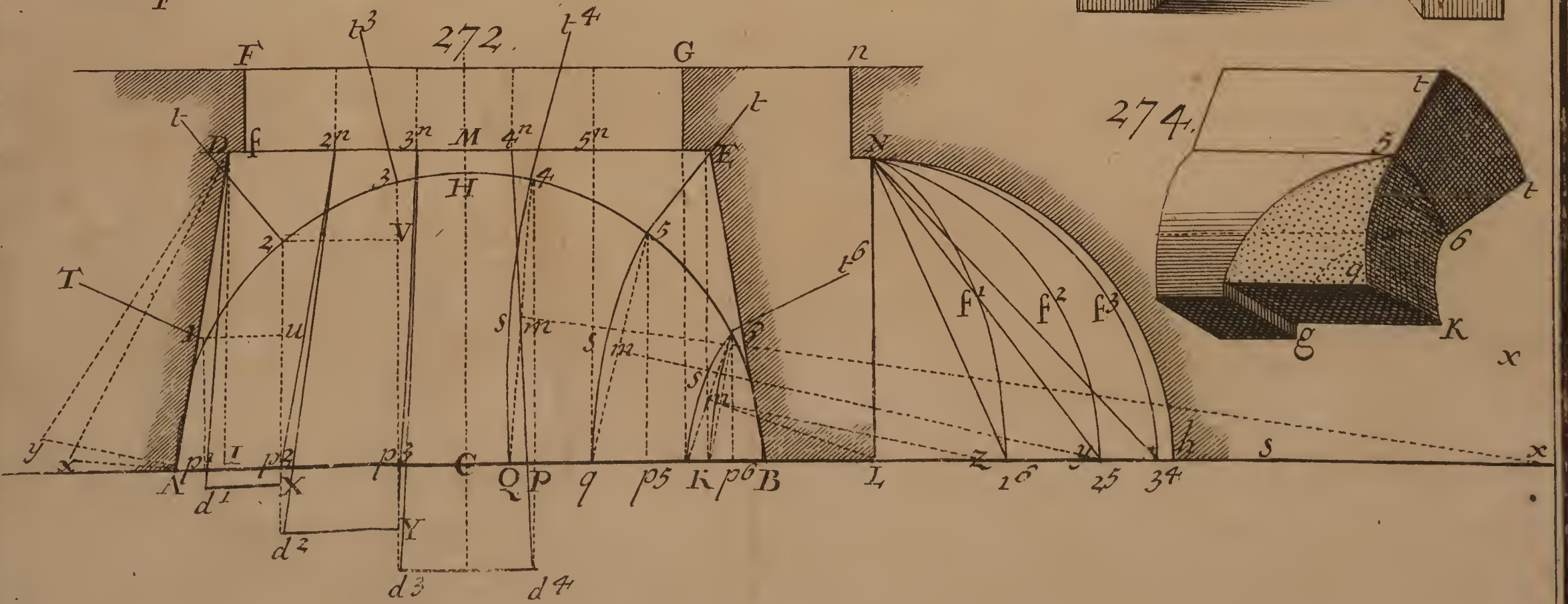
271.



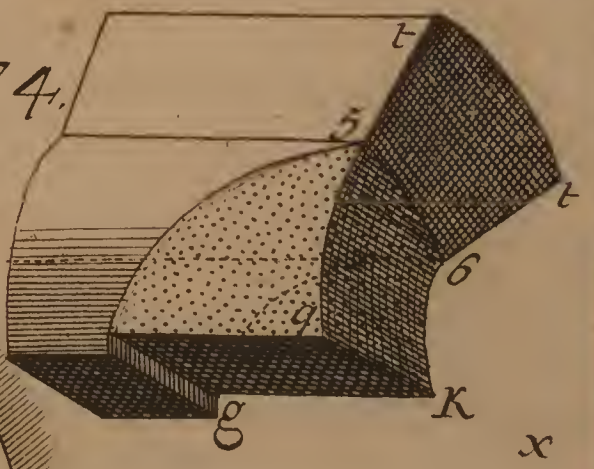
273.



272.



274.



ons prendre plus bas ou plus haut , suivant l'exigence de ce bâtis , on prendra un morceau de bois de la largeur de fb , & de la hauteur de LR , qui est la plus grande qu'on équarrira , puis ayant tracé au parement de dessus la Courbe $bdeb$; on débillardera , c'est-à-dire , on creusera le bois , depuis la ligne droite de la plate-bande du dessous jusqu'à la ligne courbe du dessus , suivant les cerches des arcs des profils Ba , By , BR , puis avec un compas ouvert on trainera la largeur donnée du bâtis , en tenant une pointe sur la plate-bande , l'autre tracera l'arête du dessus , tenant ce compas un peu incliné vers les côtes , je veux dire que la ligne droite qu'on imagine passer par les deux points , ne doit être perpendiculaire à la plate-bande qu'au milieu , & pancher de plus en plus en coupe vers les côtes , en forte qu'elle soit toujours à peu près perpendiculaire à la Courbe de l'arête de dessus.

ON observera la même chose pour le bâtis du cintre , où l'on peut se servir du *Trusquin* , ou bien du Compas , dont la direction des points soit perpendiculaire à une ligne moyenne entre les deux arêtes , en traînant la pointe de direction sur le cintre de face , l'autre pointe tracera l'arête inférieure , & l'on coupera du bois ce qui excède le Trait que le Compas aura marqué pour telle arête.

PAR cette méthode on voit qu'il suffit de connoître un des côtes , pour trouver la largeur de l'autre exactement , sans en chercher la Courbe dans l'épure en deux endroits , à la projection horizontale & à l'élévation.

Je ne crois pas qu'il soit nécessaire d'ajouter ici une explication de ces trois constructions de l'arrière-Voussure de St. Antoine , parce que j'en ai déjà donné une bonne introduction au troisième Livre à la page 312. & suivantes , relatives à la planche 21 , & que d'ailleurs j'ai mêlé les raisons à la pratique dans la description des différentes opérations , que je viens de proposer.

VOILA toutes les especes de Voutes simples , qui sont venues à ma connoissance , je doute qu'on puisse en former de nouvelles qui soient intrinsequement différentes , car les variations de biais , de talud , & de rampe , de cintres surhaussez ou surbaissez , ne sont que des accidens , dont je crois avoir suffisamment instruit les Lecteurs , pour qu'ils ne doivent lui causer aucun embarras , c'est pourquoi je passe à la seconde partie de ce quatrième Livre , qui concerne les Voutes composées.

Fin du second Tome.

